ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ 1697-2149

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΑΠΟ ΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ SMILE MATHEMATICS, 1997

ΕΛΛΑΔΑ ΚΟΙΝΟΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΣΤΗΡΙΞΗΣ 2008
Ανάπτυξη παντού Ανάπτυξη για όλους
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό πρόγραμμα Εκπαίδευσης και Αρχικής Επαγγελματικής Κατάρτισης

ΑΘΗΝΑ 2007

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ

Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 1697 - 2149
Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό
SMILE Mathematics, 1997

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ

ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ

Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 1697 - 2149
Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό
SMILE Mathematics, 1997

Αθήνα, 2007

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007
ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ ΜΕΤΡΟ 1.1 ΕΝΕΡΓΕΙΑ 1.1.1
ΦΟΡΕΑΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ: ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ/ΕΛΚΕ
ΥΠΕΥΘΥΝΕΣ ΕΡΓΟΥ: ΑΝΝΑ ΦΡΑΓΚΟΥΔΑΚΗ - ΘΑΛΕΙΑ ΔΡΑΓΩΝΑ

Η ΠΡΑΞΗ ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΚΟΙΝΟΤΙΚΟΥΣ ΠΟΡΟΥΣ (ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ)
ΚΑΙ ΕΘΝΙΚΟΥΣ ΠΟΡΟΥΣ ΚΑΤΑ 80% ΚΑΙ 20% ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ, ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΕΡΓΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ
Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 1697 - 2149. Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό SMILE Mathematics, 1997

Επιστημονική Επιμέλεια ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΣΑΚΟΝΙΔΗΣ
Μετάφραση - Προσαρμογή ΑΝΝΑ ΚΛΩΘΟΥ
Ηλεκτρονική Επεξεργασία ΑΧΜΕΤ ΝΙΖΑΜ

Παραγωγή: ON DEMAND A.E.

1697 Λόγοι μοτοσυκλετών

8000 στροφές ανά λεπτό (rpm) αντιστοιχούν σε 80 μίλια ανά ώρα (mph).
3500 στροφές ανά λεπτό (rpm) αντιστοιχούν σε 35 μίλια ανά ώρα (mph).
6500 στροφές ανά λεπτό (rpm) αντιστοιχούν σε 65 μίλια ανά ώρα (mph).

1η ταχύτητα
3000 στροφές ανά λεπτό (rpm) αντιστοιχούν σε 10 μίλια ανά ώρα (mph).
1500 στροφές ανά λεπτό (rpm) αντιστοιχούν σε 5 μίλια ανά ώρα (mph).
3750 στροφές ανά λεπτό (rpm) αντιστοιχούν σε $12\frac{1}{2}$ μίλια ανά ώρα (mph).

Στην 6η ταχύτητα, οι 9500 στροφές ανά λεπτό σημαίνουν ανώτερη ταχύτητα 95 mph.
Στην 1η ταχύτητα, οι 9500 στροφές ανά λεπτό σημαίνουν ανώτερη ταχύτητα μηχανής 31,6 mph.

Σελίδα 3: Στη 2η ταχύτητα, οι 9500 στροφές ανά λεπτό σημαίνουν ανώτερη ταχύτητα μηχανής 38 mph.

Σελίδα 4: Στην 3η ταχύτητα, η ανώτερη ταχύτητα μηχανής που αναπτύσσεται είναι 47,5 mph.

Σελίδα 5: Στην 4η ταχύτητα, η ανώτερη ταχύτητα μηχανής που αναπτύσσεται είναι 59 mph.

Σελίδα 6:

Ταχύτητα	Ταχύτητα μηχανής στα 30 mph
1	9000
2	7500
3	6000
4	4800
5	(3800 θα ήταν μια καλή εκτίμηση)
6	3000

Σελίδα 7:

Ταχύτητα	Ανώτερη ταχύτητα μηχανής	Μικρότερη ταχύτητα μηχανής
1	31,6	6,6
2	38	8
3	47,5	10
4	59	12,5
5	75	15,8
6	95	20

Η αλλαγή ταχυτήτων στην ανώτερη ταχύτητα μηχανής για κάθε ταχύτητα θα μας δώσει τη μέγιστη επιτάχυνση.

1698 Αναγνώριση

Η περιγραφή σου θα είναι καλή αν κάποιος άλλος θα μπορεί να αναγνωρίσει αυτό που έχεις περιγράψει!

1699 Το παιχνίδι του 15

Δεν απαιτείται συγκεκριμένη απάντηση.

1704 Συνδυαστική πιθανότητα

1. Αριστερή διακλάδωση στο σημείο C: 200
   Διαμέσου του σημείου E: 1000
   Διαμέσου του σημείου D: $\frac{1400}{2400} = \frac{7}{12}$
2. Διαμέσου του σημείου L: $\frac{7}{24}$

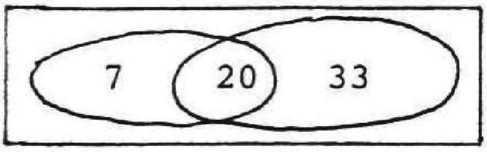
   Διαμέσου του P: $\frac{3}{16}$, διαμέσου του R: $\frac{13}{16}$. Επομένως, διαμέσου του P ή του R, είναι 1.
3. Αν το φύλλο ακολουθήσει το αριστερό κανάλι στο σημείο A, υπάρχει πιθανότητα $\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\right)$να κατευθυνθεί προς το D στο σημείο C. Αν το φύλλο ακολουθήσει το δεξί κανάλι στο σημείο A, μπορεί να προσεγγίσει μόνο το σημείο D. Επομένως, η πιθανότητα το φύλλο να προσεγγίσει το σημείο D είναι$\frac{9}{10}\left\{=\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{4}{5}\right)\right\}$. Θα μπορούσες να καταλήξεις σε αυτό το αποτέλεσμα, αν έβρισκες πρώτα ότι η πιθανότητα το φύλλο να προσεγγίσει το σημείο E είναι $\frac{1}{10}=\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\right)$ και να αφαιρέσεις αυτό από το 1.

1703 Βρες το δολοφόνο

Ο δολοφόνος είναι ο άνδρας στην κάτω αριστερή γωνία.

1706 Σκέψου!!

1. Κάποια άτομα πήραν και ψάρι και τηγανιτές πατάτες.



   Όπως βλέπεις στο διάγραμμα του Venn της εικόνας, 20 άτομα αγόρασαν και τα δύο είδη.
2. 5 από τα τριγωνικά γραμματόσημα δεν ήταν Ευρωπαϊκά.
   9 από τα Ευρωπαϊκά γραμματόσημα δεν ήταν τριγωνικά.
3. 7 άτομα δεν παρακολούθησαν ούτε ΝΕΤ ούτε MEGA.
   Κάποια, όμως, από αυτά τα άτομα μπορεί να έχουν παρακολουθήσει κάποιο άλλο κανάλι.
4. 8 ασθενείς είναι πιθανό να έχουν παραπονεθεί για καταρροή και πονοκεφάλους – αλλά μπορεί να είχαν διαφορετικές ασθένειες!
5. 102 επιβάτες
6. 32 σοκολάτες συνολικά.
7. 22%, εκτός και αν υπάρχουν άτομα που δεν μπορούν να μιλήσουν καθόλου.

1710 Μολύβια

1. Το μολύβι της Γκιουλσέρ είναι το Ζ.
2. Το μολύβι του Χρήστου είναι το Δ.
3. Το μολύβι της Κατερίνας είναι το Α.
4. Το μολύβι Ε ανήκει στο Συμεών.
5. Το μολύβι της Γκιουλσέρ έχει το μισό μήκος του μολυβιού του Χρήστου.
6. Το μολύβι της Χριστίνας είναι το Β, άρα το μολύβι του Νιζάμ πρέπει να είναι το Γ.
7. Θα μπορούσες να είχες σημειώσει ότι το μολύβι της Χριστίνας έχει μήκος 3 εκ. ή ότι έχει το μισό μέγεθος από το μολύβι του Συμεών.
8. Μπορεί να έχεις σημειώσει μερικά ή όλα τα παρακάτω σχετικά με το μολύβι του Νιζάμ. Ότι δεν είναι το πιο μακρύ ή ότι έχει μήκος 16 εκ. ή ότι έχει διπλάσιο μήκος από το μολύβι του Χρήστου.

1713 Υπό το μηδέν

Δεν απαιτείται συγκεκριμένη απάντηση.

<u>1716 Μείξεις συγκολλητικής ουσίας</u>

<u>Πρόβλημα Α</u>

1. Η Κρίστι χρειάζεται μόνο 2 λίτρα (όχι 6 λίτρα)
2. Ναι. $1\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ είναι το ίδιο με $\frac{5}{3} : \frac{1}{3}$ ή 5 : 1
3. 5 μέρη κόλας × 1 μέρος νερό = 6 μέρη διαλύματος

   Επομένως, το κλάσμα νερού = $\frac{1}{6}$

<u>Πρόβλημα Β</u>

1. 5 λίτρα (δοχεία) νερό
2. 1 λίτρο κόλα
3. Η κόλα αποτελεί το $\frac{1}{6}$ του διαλύματος
4. Για 3 λίτρα διαλύματος χρειάζονται: $2\frac{1}{2}$ λίτρα νερό, $\frac{1}{2}$ λίτρο κόλα

<u>Πρόβλημα Γ</u>

1. 3 λίτρα διάλυμα Γ : $2\frac{1}{4}$ λίτρα κόλα

   $\frac{3}{4}$ του λίτρου νερό

<u>Πρόβλημα Δ</u>

1. 6 λίτρα διάλυμα Α : 5 λίτρα νερό

   1 λίτρο κόλα

   Για σκληρή κόλα : 20 λίτρα νερό

   1 λίτρο κόλα

   Επομένως, $7\frac{1}{2}$ λίτρα νερό πρέπει να προστεθούν.
2. 3 λίτρα διαλύματος + $7\frac{1}{2}$ λίτρα νερό = $10\frac{1}{2}$ λίτρα

<u>Πρόβλημα Ε</u>

1 λίτρο αδύνατου διαλύματος (1 : 5) : $\frac{1}{6}$ του λίτρου κόλα

$\frac{5}{6}$ του λίτρου νερό

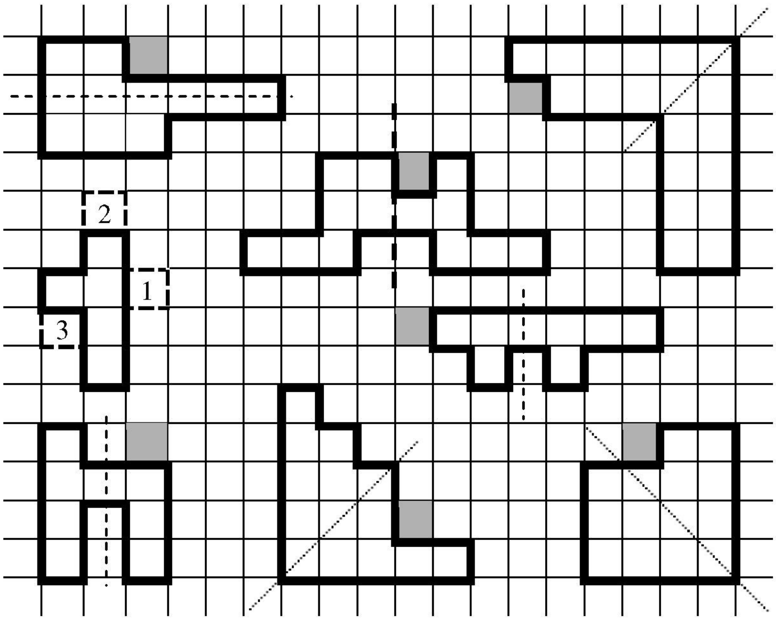
6 λίτρα συγκολλητικού διαλύματος : $4\frac{1}{2}$ του λίτρου κόλα

$1\frac{1}{2}$ του λίτρου νερό

1. Κόλα που χρησιμοποιήθηκε $(\frac{1}{6} + 4\frac{1}{2})$ λίτρα = $4\frac{2}{3}$ λίτρα
2. Κόλα που αγοράστηκε : 5 λίτρα θα ήταν πιθανόν η καλύτερη αγορά.

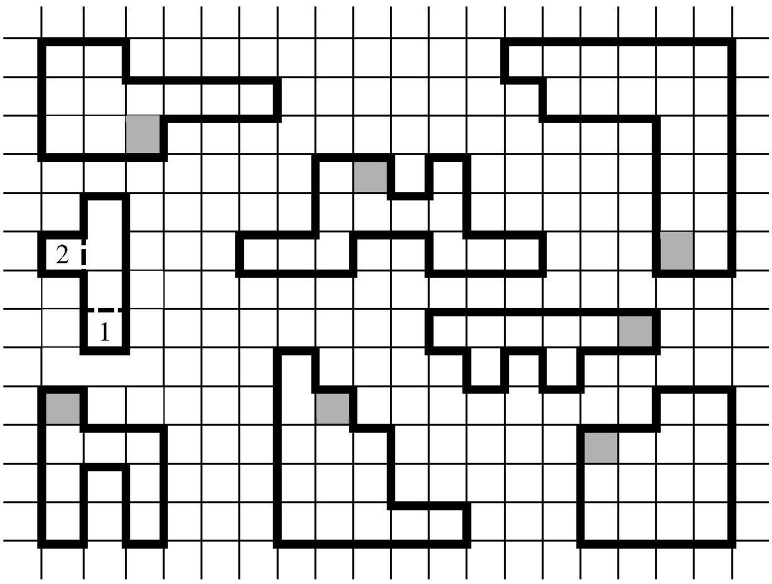
1717 Πρόσθεσε ένα τετράγωνο

Πρώτο μέρος



Πάρε ένα τετράγωνο

Δεύτερο μέρος



Είναι η γραμμή συμμετρίας διαφορετική;

Ποια σχέση υπάρχει ανάμεσα στο τετράγωνο που προστίθεται στο πρώτο μέρος και στο τετράγωνο που αφαιρείται από το δεύτερο μέρος;

1720 Έκπληξη με κυβάκια

1.	(α)	27	2.	(α)	1000
	(β)	27 γρ.		(β)	1 κ. (=1000 γρ)
	(γ)	5,4 ευρώ		(γ)	200 ευρώ

3. (α) Αν τοποθετούσες 1 κυβάκι ανά δευτερόλεπτο συνεχόμενα για 1 000 000 δευτερόλεπτα, θα χρειάζονταν 277,77 ώρες ή 11,57 ημέρες για να το κατασκευάσεις!
(β) Θα ζύγιζε 1 τόνο, έτσι θα ήταν αδύνατο για κάποιον να το σηκώσει.
(γ) Όχι – θα κόστιζε 200.000 ευρώ.

1722 Πόσοι κύβοι;

1.	4	**5.**	4	**9.**	4	**13.**	5
2.	2	**6.**	6	**10.**	5	**14.**	8
3.	4	**7.**	6	**11.**	7	**15.**	4
4.	4	**8.**	6	**12.**	9	**16.**	4

1723 Προσέγγιση

Δεν υπάρχουν συγκεκριμένες απαντήσεις.

1724 Διαίρεση ψηφίων

Υπάρχουν αρκετές απαντήσεις για έναν 5ψήφιο αριθμό ακόμη και αν υπάρχει ο περιοριστικός όρος να ξεκινήσεις με το 7….

72365 74125
72645 …
72685 …
72965

Καθώς μεγαλώνει ο αριθμός που προσπαθείς να βρεις, η διαδικασία γίνεται δυσκολότερη. Ο 9/ψήφιος αριθμός είναι:

381654729

1725 Το πλησιέστερο γινόμενο

Δεν υπάρχουν συγκεκριμένες απαντήσεις.

1726 Διαιρώντας ζεύγη

Δεν υπάρχουν συγκεκριμένες απαντήσεις.

1727 Κύκλοι με σημεία

Θα πρέπει να οργανώσεις την έρευνά σου. Ένας πίνακας αποτελεσμάτων θα σου ήταν χρήσιμος . . .

Κύκλοι χωρισμένοι σε 12 ίσα μέρη (αριθμός εκκίνησης 1)			
	Μέγεθος άλματος	**Σχήμα**	**Σημεία**
	4	Τρίγωνο	3
	5	Αστέρι	12
	9	Τετράγωνο	4

. . . στην πραγματικότητα θα χρειαστείς πολλούς πίνακες για να σε βοηθήσουν στην έρευνά σου.

Κύκλοι χωρισμένοι σε 8 ίσα μέρη (αριθμός έναρξης 1)			
	Μέγεθος άλματος	**Σχήμα**	**Σημεία**
	1	Οκτάγωνο	8
	2	Τετράγωνο	4
	3	Αστέρι	8

Υπάρχει μια σαφής σχέση ανάμεσα στον αριθμό των σημείων στον κύκλο και στο μέγεθος άλματος, η οποία «παράγει» κανονικά γεωμετρικά σχήματα. Ίσως μπορείς να καταλάβεις τον τρόπο επέκτασης της διαδικασίας σε πιο αφαιρετικό επίπεδο, για να περιγράψεις τους κανόνες που αφορούν τα αστέρια.

1735 Εκατοστόμετρα

Α.	3 εκ.	Ζ.	8 εκ.
Β.	6 εκ.	Η.	8 εκ.
Γ.	5 εκ.	Θ.	8 εκ.
Δ.	6 εκ.	Ι.	12 εκ.
Ε.	7 εκ.	Κ.	12 εκ.
Στ.	8 εκ.	Λ.	40 εκ.

1736 Αλγεβρικά ζεύγη

Α

1. Δεν υπάρχει πιθανή απάντηση.
2. x = $1\frac{1}{3}$
3. x = 3
4. y = 20
5. Δεν υπάρχει απάντηση.
6. Οποιοσδήποτε αριθμός είναι κατάλληλος για το p.
7. q = 0
8. Δεν υπάρχει απάντηση.
9. Πολλές πιθανές απαντήσεις.

Β

1. Μερικές φορές
2. Πάντα
3. Μερικές φορές
4. Πάντα
5. Μερικές φορές
6. Πάντα
7. Μερικές φορές
8. Μερικές φορές
9. Μερικές φορές

Γ

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\beta \\ \frac{1}{2}\alpha+\beta=\frac{\alpha}{2}+\beta \\ \alpha+\frac{1}{2}\beta=\frac{\beta}{2}+\alpha \end{array}\right\}\text{Αυτές οι παραστάσεις είναι πάντα ίσες.}$$

1737 Η πορεία του έξι

Υπάρχουν τρεις διαδρομές που δίνουν γινόμενο 6:

α) 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 4, 3

β) 2, $\frac{1}{2}$, 2, 3

γ) $1\frac{1}{2}$, 1, 4

1738 Λαβύρινθος υπολογιστών

Δεν υπάρχουν συγκεκριμένες απαντήσεις.

1739 Ξανά και ξανά

Υπάρχει ένα όριο, το οποίο προσεγγίζουν διαδικασίες, όπως :5 +5
Μπορείς πιο εύκολα να διακρίνεις τη σχέση ανάμεσα στο όριο και τους δύο αριθμούς, οι οποίοι καθορίζουν τη διαδικασία, αν γράψεις το όριο με μορφή κλάσματος παρά με μορφή δεκαδικού αριθμού.

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ	Το όριο ως δεκαδικός	Το όριο ως κλάσμα
: 5 + 1	1,25	$\frac{5}{4}$
: 5 + 2	2,5	$\frac{10}{4}$
: 5 + 3	3,75	$\frac{15}{4}$
: 11 + 3	3,3	$\frac{33}{10}$

1740 Πόσο ζυγίζει περίπου;

Μπουκάλι γάλα	1 κ.	Ενήλικας	80 κ.
Μια τρίχα	0,1 γρ.	Μωρό	3 κ.
Μπουφάν	1 κ.	Ένα φλυτζάνι ζάχαρη	30 γρ.
Λεωφορείο	8 τόνοι	Χάρακας	20 γρ.
Συνδετήρας χαρτιών	1 γρ.	Κομπιουτεράκι	150 γρ.
4 δεκάλεπτα	50 γρ.	Παπούτσι	500 γρ.
Καρέκλα	2 κ.		

1741 Φτιάξε το μισό

Δεν απαιτείται συγκεκριμένη απάντηση.

1742 Το παιχνίδι του 20

Δεν υπάρχουν συγκεκριμένες απαντήσεις.

<u>1743 Γινόμενα με δεκαδικούς αριθμούς</u>

Το μεγαλύτερο γινόμενο για 2 αριθμούς που δίνουν άθροισμα 1 είναι 0,25. Δηλαδή, 0,5×0,5.
Το μικρότερο γινόμενο είναι το μηδέν – δηλαδή 0×1.

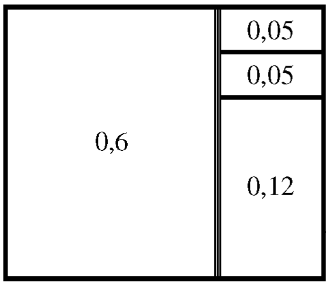
Αν συνεχίσεις την έρευνα για το 2 $\left(\dfrac{\text{μεγαλύτερο } 1\times 1}{\text{μικρότερο } 0\times 2}\right)$, για το 3 $\left(\dfrac{\text{μεγαλύτερο } 1{,}5\times 1{,}5}{\text{μικρότερο } 0\times 3}\right)$ και για το δεκαδικό 1,5 $\left(\dfrac{\text{μεγαλύτερο } 0{,}75\times 0{,}75}{\text{μικρότερο } 0\times 1{,}5}\right)$, δεν θα χρειαστεί ιδιαίτερη προσπάθεια για να πειστείς ότι το μικρότερο γινόμενο είναι πάντα το μηδέν.

Μετά από μερικούς ακόμη αριθμούς θα ξέρεις πώς να βρίσκεις το μεγαλύτερο γινόμενο για οποιονδήποτε αριθμό που είναι χωρισμένος σε 2 δεκαδικά μέρη – ποιος είναι ο κανόνας;

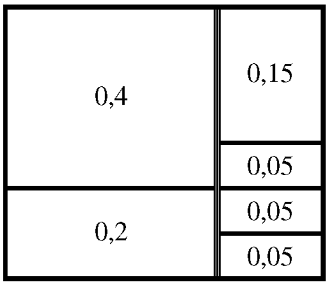
Ποιος είναι ο κανόνας για να βρεις το μεγαλύτερο γινόμενο, αν ο αριθμός είναι χωρισμένος σε 3 δεκαδικά μέρη; ή σε 4 δεκαδικά μέρη;

1749 Jigsaw με δεκαδικούς

1. Παρακάτω, παρουσιάζονται δύο τρόποι για να φτιάξεις ένα τετράγωνο με πλευρά 0,9:



0,6
0,2
0,05
0,05
———
0,9



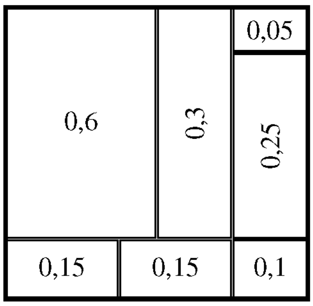
0,4
0,2
0,15
0,05
0,05
0,05
0,9

2. Παρακάτω, παρουσιάζονται δυο τρόποι για να φτιάξεις ένα τετράγωνο με πλευρά 0,1:

3. Παρακάτω, παρουσιάζονται όλοι οι τρόποι για να φτιάξεις ένα τετράγωνο με πλευρά 0,4:

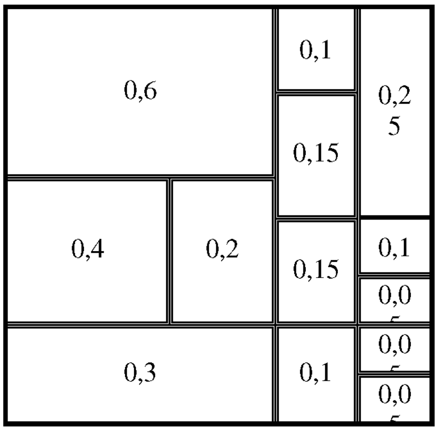
0,4	0,2	0,2	0,2	0,15	0,15	0,15	0,1
	0,15+	0,1	0,1	0,15	0,1	0,1	0,1
	0,05	0,1	0,05	0,05	0,1	0,05	0,1
	0,4	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
			0,4	0,4	0,4	0,05	0,05
						0,4	0,4

4. Παρακάτω, παρουσιάζεται ένας τρόπος για να φτιάξεις ένα τετράγωνο με πλευρά 1,6:



0,6
0,3
0,25
0,15
0,15
0,1
\+ 0,05
———
1,6

5. Ένα 2,5 τετράγωνο: σε αυτό το παράδειγμα χρησιμοποιούνται όλα τα κομμάτια.



0,6
0,4
0,3
0,2
5
0,2
0,1
5
0,1
5
0,1
0,1
———
2,5

1750 Στοίβες

1.	6		8.	16	(τέσσερις φορές η ερώτηση 6)
2.	12	(διπλάσιο της ερώτησης 1)	9.	28	(επτά φορές η ερώτηση 6)
3.	18	(τρεις φορές η ερώτηση 1)	10.	5	
4.	11		11.	30	(έξι φορές η ερώτηση 10)
5.	33	(τρεις φορές η ερώτηση 4)	12.	10	
6.	4		13.	80	(οκτώ φορές η ερώτηση 12)
7.	8	(δύο φορές η ερώτηση 6)	14.	200	

1751 Λίστες με δεκαδικούς αριθμούς

1. 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1,0, 1,2, 1,4, 1,6, 1,8, 2
2. 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 4, 4,5, 5, 5,5, 6
3. 0,4, 0,8, 1,2, 1,6, 2,0, 2,4, 2,8, 3,2, 3,6, 4,0, 4,4, 4,8, 5,2
4. 0,3, 0,6, 0,9, 1,2, 1,5, 1,8, 2,1, 2,4, 2,7, 3,0, 3,3, 3,6, 3,9,
5. 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9, 1,0, 1,1, 1,2,
6. 1,5, 3, 4,5, 6, 7,5, 9, 10,5, 12, 13,5, 15

7.	8	13.	12
8.	10	14.	5
9.	12	15.	6
10.	10	16.	4
11.	13	17.	12
12.	12	18.	6

1752 Κάτω από ένα μεγεθυντικό φακό

Σκαθάρι	1 εκ.	ή	10 χιλ.
Κάμπια	1,2 εκ.		12 χιλ.
Αράχνη	0,6 εκ.		6 χιλ.
Μύγα	0,8 εκ.		8 χιλ.
Μυρμήγκι	0,3 εκ.		3 χιλ.
Πασχαλίτσα	0,5 εκ.		3 χιλ.
Ψύλλος	0,2 εκ.		2 χιλ.
Σαλιγκάρι	1,1 εκ.		11 χιλ.

<u>1753 Ζευγάρια που ταιριάζουν</u>

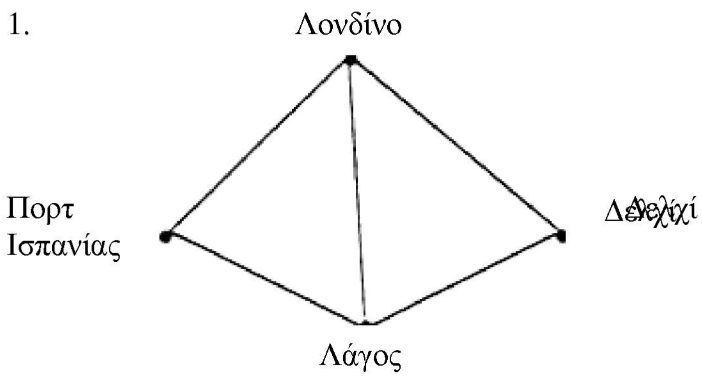
Α	-	70	Ε	-	73	Ι	-	70
Β	-	72	Ζ	-	72,5	Κ	-	73
Γ	-	75	Η	-	75			
Δ	-	72	Θ	-	73,5			

Έτσι, τα τέσσερα ζευγάρια είναι:

Α	και	Ι
Β	και	Δ
Γ	και	Η
Ε	και	Κ

1757 Δίκτυα αερογραμμών

1.



2.

Από / Προς	Δελχί	Λάγος	Λονδίνο	Πορτ
Δελχί	0	1	1	0
Λάγος	1	0	1	1
Λονδίνο	1	1	0	1
Πορτ	0	1	1	0

3.

Προς / Από	Βομβάη	Καλκούτα	Δελχί	Μαντράς
Βομβάη	0	0	1	1
Καλκούτα	0	0	1	1
Δελχί	1	1	0	0
Μαντράς	1	1	0	0

Προς / Από	Καράκας	Τζόρτζταουν	Μαϊάμι	Πορτ
Καράκας	0	1	0	1
Τζόρτζταουν	1	0	0	1
Μαϊάμι	0	0	0	1
Πορτ	1	1	1	0

Προς / Από	Δελχί	Λονδίνο	Μόσχα	Τεχεράνη
Δελχί	0	1	1	1
Λονδίνο	1	0	1	2
Μόσχα	1	1	0	0
Τεχεράνη	1	2	0	0

Προς / Από	Λονδίνο	Μαϊάμι	Νέα Υόρκη
Λονδίνο	0	1	3
Μαϊάμι	1	0	2
Νέα Υόρκη	3	2	0

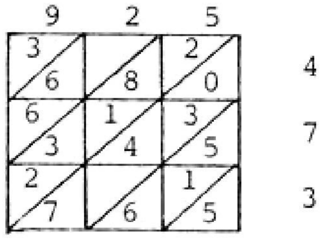
1758 Μηνύματα με συντεταγμένες

Κατάλαβες το μήνυμα;

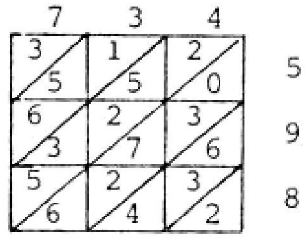
1761 Προβλήματα Gelosia

Οι πολλαπλασιασμοί είναι 925 × 473 και 734 × 598.

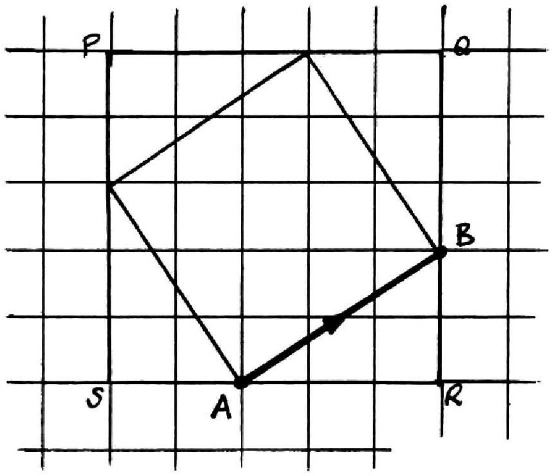
1.



2.



1762 Από το A στο B



Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι 13 τ.εκ.
Η διπλανή εικόνα παρουσιάζει έναν τρόπο για να βρεις το εμβαδόν.
Εμβαδόν του PQRS = 25 τ.εκ.
Εμβαδόν του κάθε τριγώνου = 3 τ.εκ.
Εμβαδόν του αρχικού τετραγώνου = 25 - 12 = 13 τ.εκ.
Να επιχειρήσεις να βρεις το εμβαδόν τετραγώνων που βρίσκονται πάνω σε διανύσματα, τα οποία έχουν τον ένα αριθμό σταθερό.

Π.χ. $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$ .....

ή $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ ......

Να προσπαθήσεις με διανύσματα που έχουν αρνητικούς αριθμούς, όπως $\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$.

Επίσης, να προσπαθήσεις με διανύσματα που περιέχουν το μηδέν $\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$.

Το εμβαδόν του τετραγώνου που σχεδιάζεται πάνω σε διάνυσμα AB είναι στενά συνδεδεμένο με το πιο γνωστό από τα μαθηματικά θεωρήματα. Το συγκεκριμένο θεώρημα ήταν γνωστό σε πολλούς διανοούμενους πολύ νωρίτερα από την εποχή του διάσημου Έλληνα μαθηματικού, του οποίου το όνομα πήρε. Έχεις βρει ποιο θεώρημα είναι;

1764 Μπλεγμένα τετράπλευρα

1. Τετράγωνο HOSM Τραπέζιο ACJZ
   Ρόμβος QNUX Ορθογώνιο FGWV
   Χαρταετός DEKR Παραλληλόγραμμο (πλάγιο) BPYL
   Το γράμμα T δεν χρησιμοποιείται.
2. Τετράγωνο BKYQ Τραπέζιο ADTL
   Ρόμβος HEOR Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο FGWV
   Χαρταετός CPXM Πλάγιο παραλληλόγραμμο NUZS
   Το γράμμα J δεν χρησιμοποιείται.
3. Τετράγωνο FHSQ Τραπέζιο DKZG
   Ρόμβος BJUM Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο MOTR
   Χαρταετός EXVL Πλάγιο παραλληλόγραμμο ACYW
   Το γράμμα P δεν χρησιμοποιείται.
4. Τετράγωνο GOXQ Τραπέζιο CEZV
   Ρόμβος KTWN Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ABML
   Χαρταετός JUYS Πλάγιο παραλληλόγραμμο DPRF
   Το γράμμα H δεν χρησιμοποιείται.
5. Πολλές πιθανές απαντήσεις.

1765 Δυο-Δυο

Τα ζεύγη είναι Α και Ε Β και Θ
Στ και Ι Γ και Ζ

Έχουν απομείνει τα Η και Δ.

1766 Ιπτάμενοι Μηχανικοί

Οι συγκεκριμένες απαντήσεις βασίζονται σε τιμές του 1985. Ίσως έχεις χρησιμοποιήσει πιο πρόσφατες τιμές.

Ο πιο φτηνός τρόπος μετακίνησης των μηχανικών είναι να στείλεις ένα μηχανικό από τη Φρανκφούρτη στην Αθήνα (137€) και στη συνέχεια 2 από το Λονδίνο – έναν στην Αθήνα (148€) και έναν στην Μαδρίτη (113€)· συνολικό κόστος 398€.

Αργότερα μέσα στο χρόνο

Το κόστος διοργάνωσης του συνεδρίου σε κάθε πόλη είναι:

Λονδίνο	Μαδρίτη	Φρανκφούρτη	Αθήνα
113	226	190	296
435	384	128	411
444	684	548	171
992€	1294€	866€	878€

Επομένως, η Φρανκφούρτη θα ήταν η πιο φτηνή από όλες όσον αφορά τη μετακίνηση.

Σχετικά με τη διαμονή, οι χρεώσεις των ξενοδοχείων θα είναι:

Λονδίνο	Μαδρίτη	Φρανκφούρτη	Αθήνα
10 x 115£ = £1150 = 1725€	10 x 82€= 820€	10 x 125€=1250€	10 x 143€=1430€

Επομένως, η Φραγκφούρτη έχει τα φτηνότερα ξενοδοχεία.

Συνολικά έξοδα είναι:

Λονδίνο - 2717€ Μαδρίτη - 2114€ Φρανκφούρτη - 2116€ Αθήνα - 2308€

Επομένως, το συνέδριο πρέπει να γίνει στη Μαδρίτη.

1770 Η οικογένεια Αλεξιάδη

Πέτρος - 3 χρόνων	Κυρία Αλεξιάδη - 36 χρόνων
Δημήτρης - 13 χρόνων	Κύριος Αλεξιάδης - 41 χρόνων
Μαρία - 18 χρόνων	Γιαγιά - 66 χρόνων

1771 Τα πρώτα Αιγυπτιακά Κλάσματα

1. Το (α) και το (γ) είναι μοναδιαία κλάσματα.
2. (α) $\frac{1}{20}$ (β) $\frac{1}{7}$ (γ) $\frac{1}{100}$ (δ) $\frac{1}{45}$ (ε) $\frac{3}{4}$ (στ) $\frac{1}{2}$ (ζ) $\frac{1}{42}$ (η) $\frac{2}{3}$
3. (α) (β)  (γ)  ή  (δ) 
4. (α)  είναι $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

   (β)  είναι $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$
5. (α) $\frac{6}{15}$

    είναι $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$, το οποίο είναι το ίδιο με $\frac{5}{15}+\frac{1}{15}$ ή $\frac{6}{15}$ (ή $\frac{2}{15}$).

   (β) $\frac{11}{100}$

    είναι $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}$, το οποίο είναι το ίδιο με $\frac{10}{100}+\frac{1}{100}$ ή $\frac{11}{100}$

   (γ) $\frac{7}{30}$

    είναι $\frac{1}{5}+\frac{1}{30}$, το οποίο είναι το ίδιο με $\frac{6}{30}+\frac{1}{30}$ ή $\frac{7}{30}$

6. (α) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

   (β) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

   (γ) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

   (δ) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

7. 

$$= \frac{1}{202}+\frac{1}{303}+\frac{1}{606}$$
$$= \frac{3}{606}+\frac{2}{606}+\frac{1}{606}$$
$$= \frac{6}{606}$$
$$= \frac{1}{101} =$$ 

8. Τα τρία κλάσματα που έχουν σχεδιαστεί σε ιερογλυφικά για το $\frac{7}{24}$ αναπαριστάνουν τα: $(\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{72})$, $(\frac{1}{24}+\frac{1}{4})$ και $(\frac{1}{6}+\frac{1}{8})$. Οι Αιγύπτιοι θα προτιμούσαν το $(\frac{1}{4}+\frac{1}{24})$, επειδή το $\frac{1}{4}$ είναι το μοναδιαίο κλάσμα που είναι το πλησιέστερο σε μέγεθος στο απαιτούμενο ποσό.
9. Είναι όλα ισοδύναμα με το $\frac{2}{35}$
10. Το $\frac{29}{80}$ είναι το ίδιο με $\frac{20}{80}+\frac{8}{80}+\frac{1}{80}$

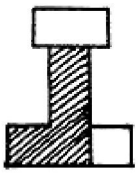
    Αυτό είναι ισοδύναμο με $\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{80}$

Το $\frac{1}{80}$ είναι τόσο μικρό σε σύγκριση με τα άλλα μοναδιαία κλάσματα ώστε το $\frac{1}{4}+\frac{1}{10}$ θα ήταν μια αποδεκτή προσέγγιση.

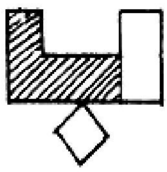
11. $\frac{3}{4}$

<u>1780 Διερευνώντας τη συμμετρία</u>

Ο αριθμός των σχημάτων που μπορείς να βρεις εξαρτάται από το τι επιτρέπεις και τι όχι . . . . .
Χρησιμοποίησες πάντοτε όλα τα σχήματα;
Δέχτηκες σχήματα όπως αυτό;

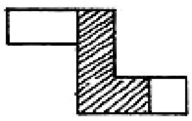


Δέχτηκες σχήματα όπως αυτό;



Δέχτηκες περιστροφική συμμετρία ως προς σημείο;

Ποιους κανόνες χρησιμοποίησες;



<u>1781 Τρία από εννέα</u>

Σκιάζοντας 3 από τα τετράγωνα σε ένα πλέγμα 3 × 3 είναι πιθανό να δημιουργήσεις 22 διαφορετικά σχέδια (αν δεν επιτρέπονται περιστροφές).
Σκιάζοντας 4 τετράγωνα σε ένα πλέγμα 3 × 3 είναι πιθανό να δημιουργήσεις 33 διαφορετικά σχέδια.
Η σκίαση 5 τετραγώνων έχει το ίδιο αποτέλεσμα με τη σκίαση 4 τετραγώνων. Γιατί;
Η σκίαση 6 τετραγώνων έχει το ίδιο αποτέλεσμα με τη σκίαση [redacted] τετραγώνων; …..

1786 Ποιος αριθμός;

Ο αριθμός είναι ο 292. Να εξηγήσεις σε ένα φίλο σου τους τρόπους που χρησιμοποίησες για να γράψεις το 23.

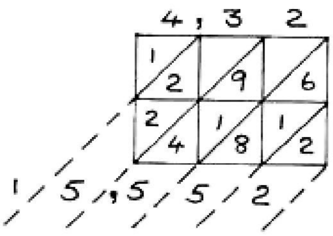
1790 Το κινέζικο τρίγωνο

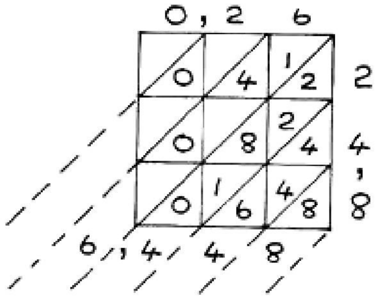
Δεν υπάρχουν απαντήσεις.

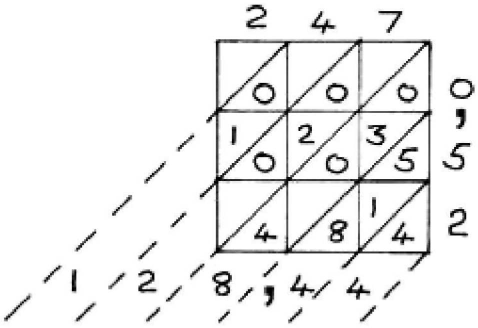
1792 Νιώθεις πείνα;

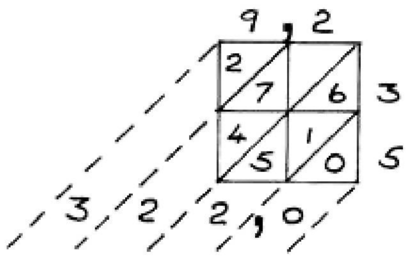
Η ημέρα του καθενός είναι διαφορετική, έτσι θα χρειαστεί να δείξεις τις απαντήσεις σου σε ένα φίλο για να τις ελέγξει.

1800 Gelosia για δεκαδικούς







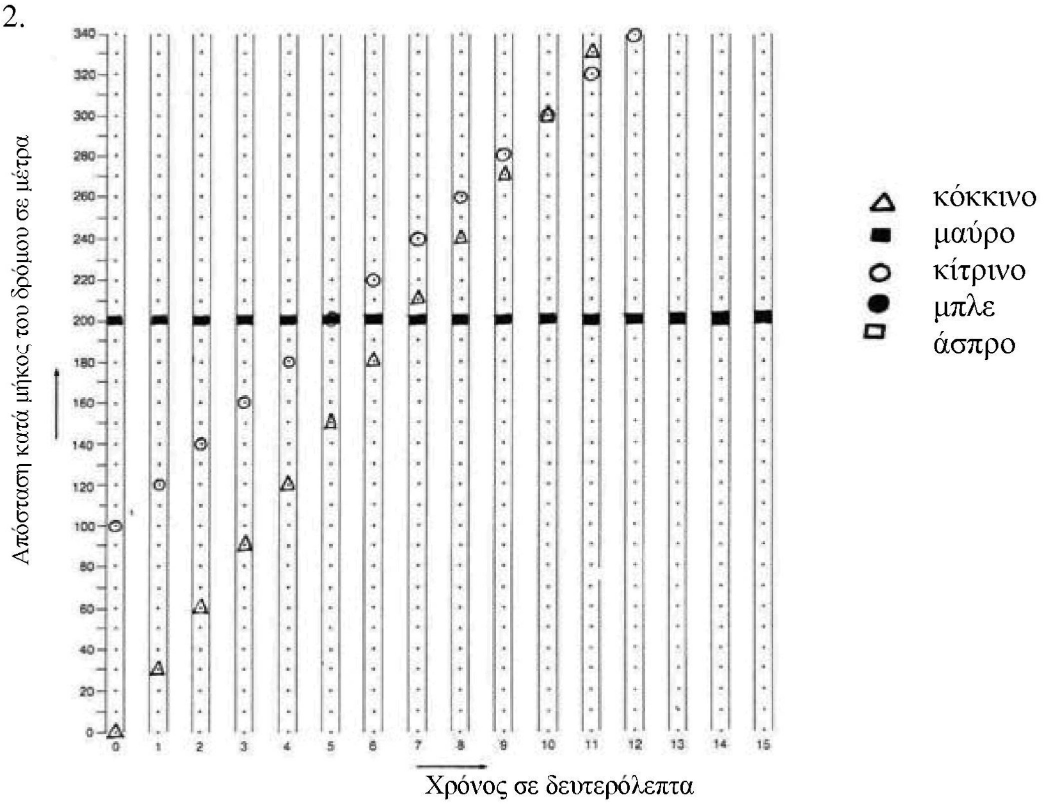


1818 Φωτογραφίες από ελικόπτερο

Η οδήγηση αυτοκινήτου είναι πολύ πιο περίπλοκη από ό,τι δείχνει η κάρτα. Για παράδειγμα, τα αυτοκίνητα συνήθως μειώνουν ταχύτητα, στη συνέχεια επιταχύνουν όταν κάνουν προσπέραση. Οι πραγματικές καταστάσεις καθημερινότητας συχνά σκόπιμα παρουσιάζονται απλοποιημένες με σκοπό να χρησιμοποιήσουμε τα μαθηματικά για να μπορέσουμε να τις κατανοήσουμε. Αυτή η διαδικασία είναι γνωστή ως μαθηματική μοντελοποίηση.

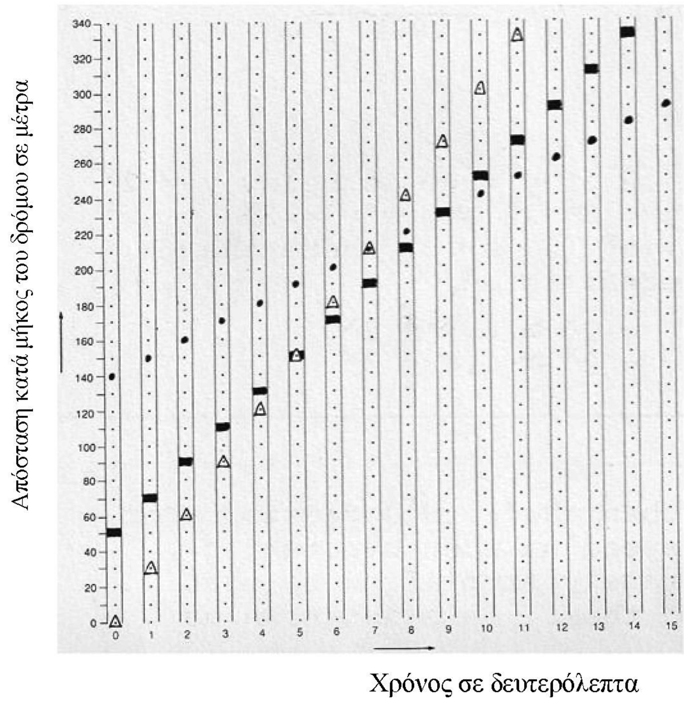
1. Το κόκκινο αυτοκίνητο θα προσπεράσει το μαύρο αυτοκίνητο και, στη συνέχεια, το κίτρινο θα το προσπεράσει. Στη συνέχεια, το κίτρινο αυτοκίνητο θα προσπεράσει το κόκκινο.

2.

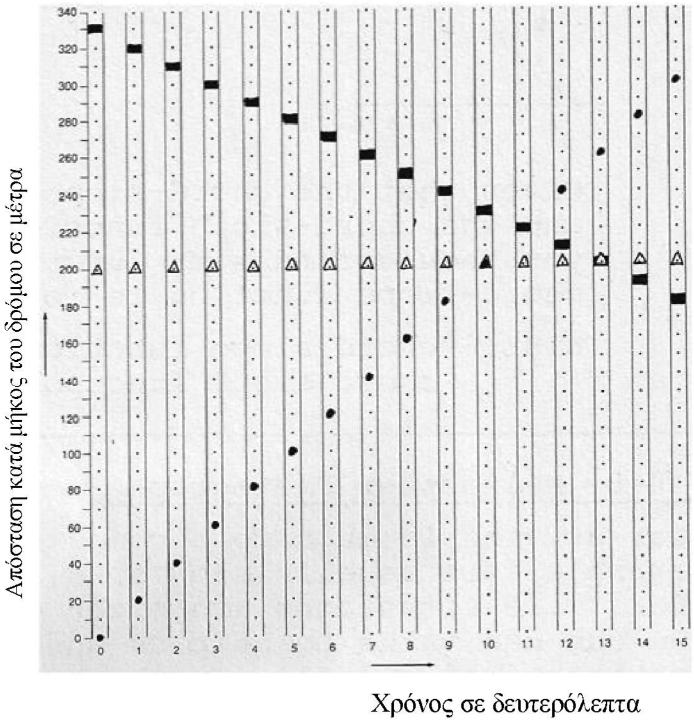


3. Η απάντησή σου θα έπρεπε να είναι παρόμοια με αυτήν της ερώτησης 1, μόνο που τώρα θα πρέπει να μπορείς να δώσεις περισσότερες λεπτομέρειες.
4. Τα αυτοκίνητα θα συγκρούονταν μετά από 10 δευτερόλεπτα επειδή η λωρίδα του δρόμου αρκεί μόνο για δύο αυτοκίνητα.

5.

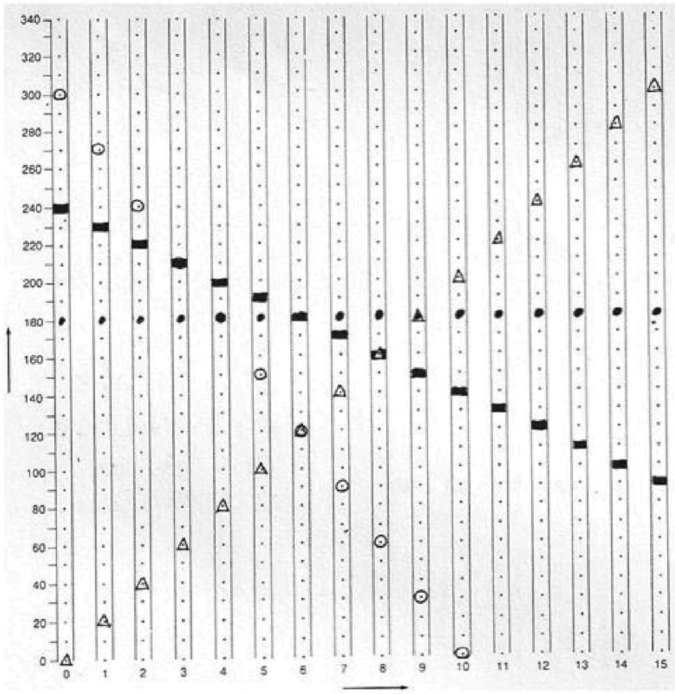

Απόσταση κατά μήκος του δρόμου σε μέτρα
Χρόνος σε δευτερόλεπτα

6.


Απόσταση κατά μήκος του δρόμου σε μέτρα
Χρόνος σε δευτερόλεπτα

7.

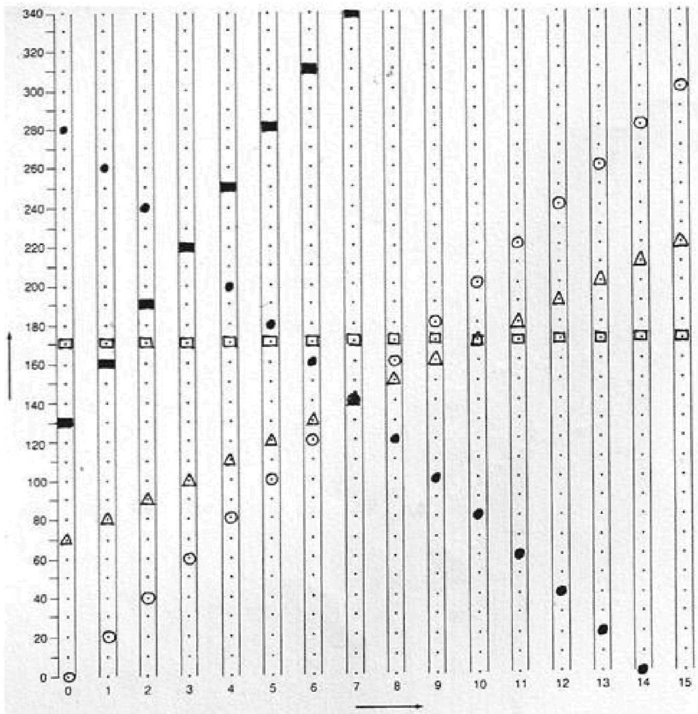
Απόσταση κατά μήκος του δρόμου σε μέτρα



Χρόνος σε δευτερόλεπτα

8.

Απόσταση κατά μήκος του δρόμου σε μέτρα



Χρόνος σε δευτερόλεπτα

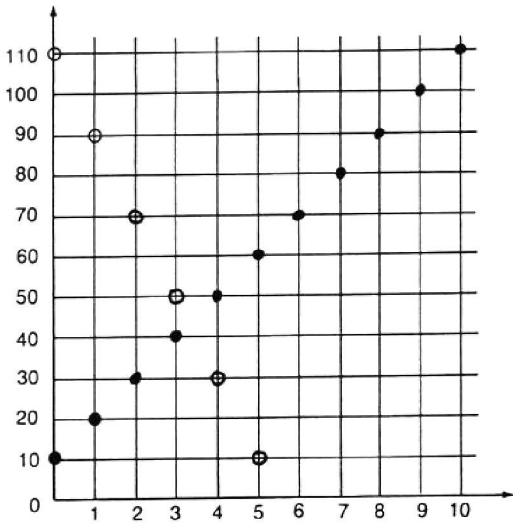
5. - 8. Κανένα από τα αυτοκίνητα δεν συγκρούεται αλλά υπάρχουν κάποιες περιπτώσεις με παραλίγο συγκρούσεις.

9. Το γρηγορότερο ○ △ ● ✕ ⊙ το πιο αργό
   Το πιο γρήγορο αυτοκίνητο είναι αυτό που παρουσιάζει την ευθεία με την πιο απότομη κλίση.

1821 Προσπέραση

1. 10 δευτερόλεπτα
2. 5 δευτερόλεπτα
3. $3\frac{1}{3}$ δευτερόλεπτα
4. $43\frac{1}{3}$ μέτρα
5.

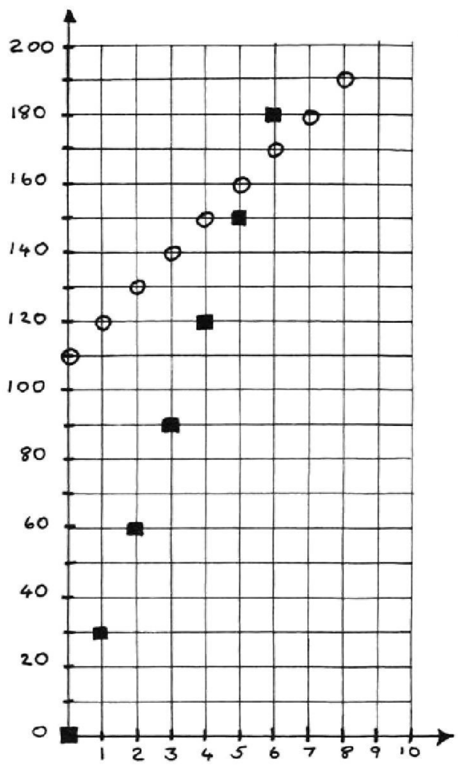
Απόσταση από το δέντρο σε μέτρα



Χρόνος σε δευτερόλεπτα

6. Οι απαντήσεις σου θα πρέπει να προσεγγίζουν τις απαντήσεις των ερωτήσεων 3 και 4.

Απόσταση σε μέτρα

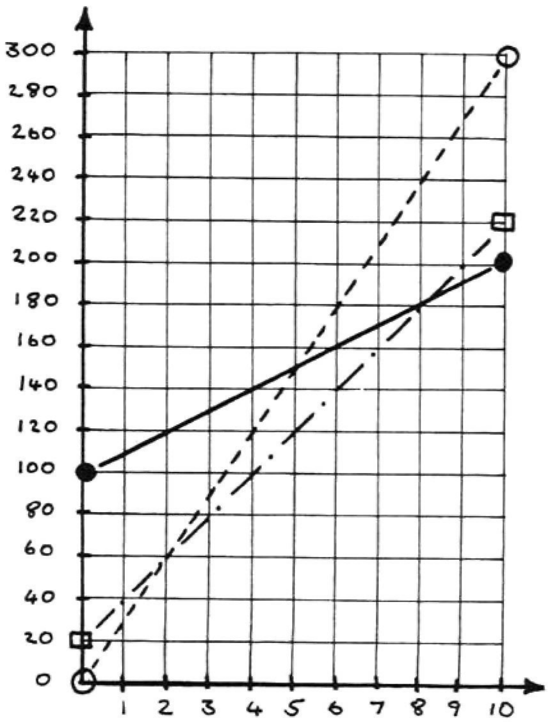


Χρόνος σε δευτερόλεπτα

7. $5\frac{1}{2}$ δευτερόλεπτα
8. 165 μέτρα
Οι απαντήσεις για τις ερωτήσεις 7 και 8 φαίνονται καθαρά στη διπλανή γραφική παράσταση.

9.

Απόσταση σε μέτρα



Χρόνος σε δευτερόλεπτα

10. Το άσπρο αυτοκίνητο προσπερνάει το γκρι αυτοκίνητο και στη συνέχεια προσπερνάει το μαύρο αυτοκίνητο. Αργότερα, το γκρι αυτοκίνητο προσπερνάει το μαύρο αυτοκίνητο.

<u>1822 Γινόμενο πρώτων αριθμών</u>

1. α) 3 και 13
   β) 19 και 5
   γ) 17 και 11
   δ) 13 και 19
   ε) 131 και 211
2. Πολλές πιθανές απαντήσεις.

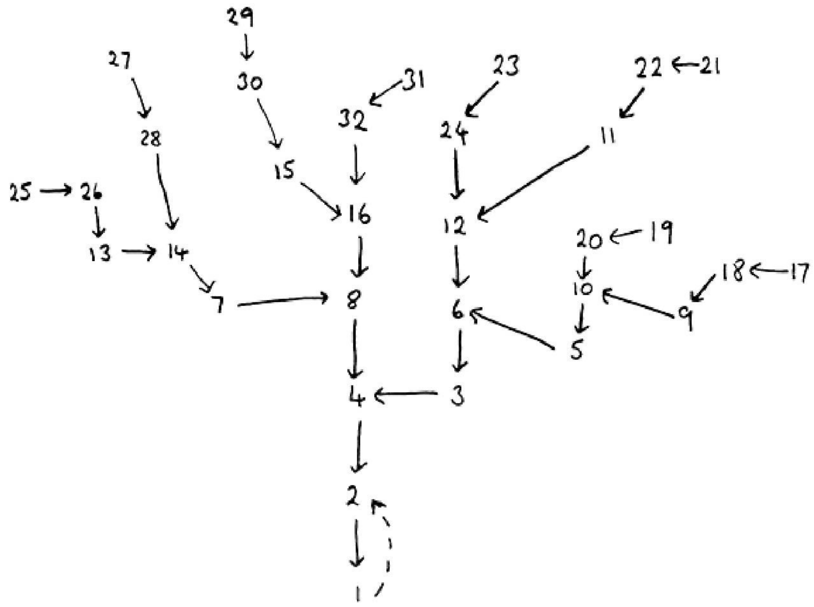
<u>1825 Ένα παιχνίδι για δύο παίκτες</u>

Δεν απαιτείται συγκεκριμένη απάντηση.

1827 Αλυσίδες μονών και ζυγών αριθμών

Η αλυσίδα για το 9 συνεχίζει ως εξής :

$9 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$……….



Αν παρατηρήσεις τους αριθμούς από το 1 ως το 32, θα διαπιστώσεις ότι όλες οι αλυσίδες μπορούν να τοποθετηθούν σε ένα διάγραμμα.

1, 2, 4, 8, 16, 32,... δίνουν τις πιο σύντομες αλυσίδες. Γιατί;
Τι είναι αυτοί οι αριθμοί;

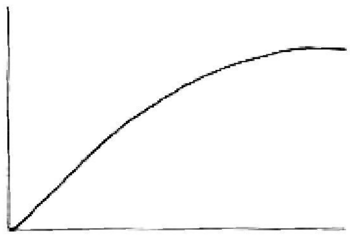
Αν υπολογίσεις τα μήκη των αλυσίδων για τους αριθμούς 1 έως 32, μπορεί να βρεις κάποιον κανόνα που να μπορείς να χρησιμοποιήσεις, για να προβλέψεις ποιοι αριθμοί δίνουν τις μεγαλύτερες αλυσίδες και πόσο μεγάλες είναι αυτές.
Ο αριθμός 128 δίνει μεγάλη ή μικρή αλυσίδα; Τι συμβαίνει με τον αριθμό 129;

Ίσως θελήσεις να διερευνήσεις αλυσίδες που προκύπτουν από διαφορετικούς κανόνες.

1830 Η αρχή της «εξομάλυνσης»

1. α) Μετά από 3 δευτερόλεπτα
   β) Μετά από 7,5 δευτερόλεπτα
   γ) 4,5 δευτερόλεπτα

2

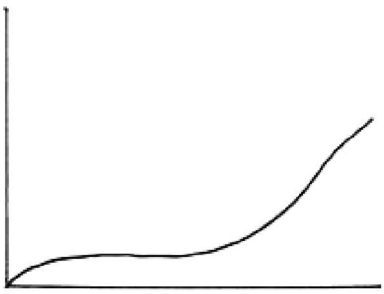


3

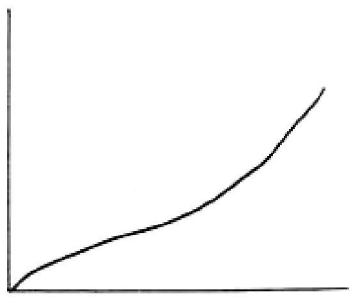
4

5

6



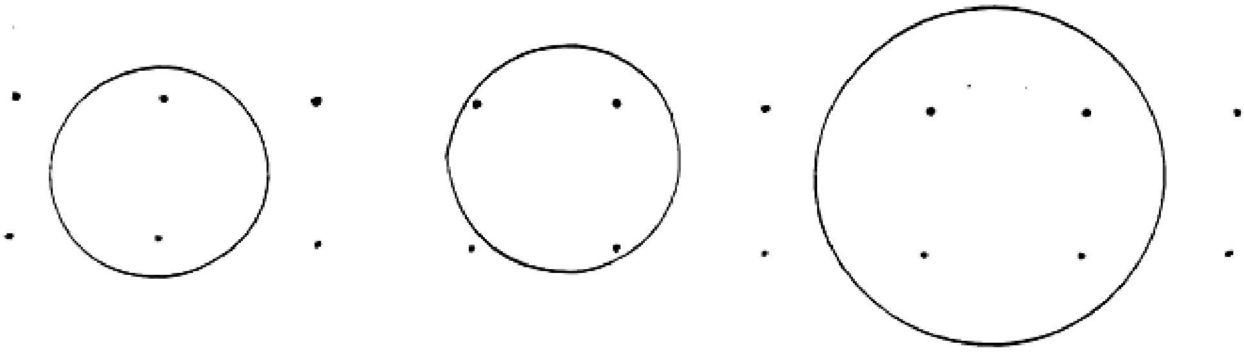
7



Οι γραφικές σου παραστάσεις θα είναι διαφορετικές από αυτές αλλά θα πρέπει να έχουν το ίδιο γενικότερο σχήμα.

1831 Κύκλοι και τελείες

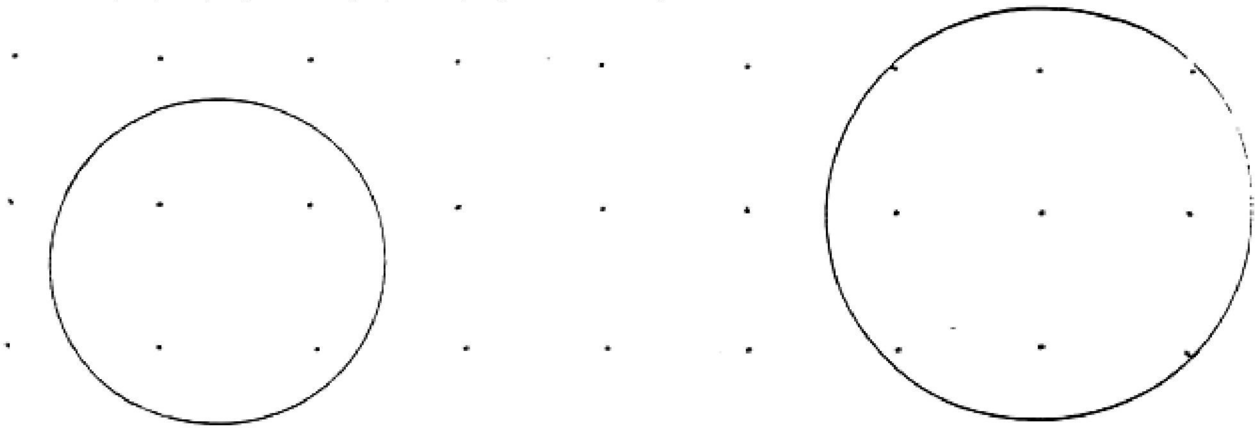
Μπόρεσες να συμπεριλάβεις 2, 3 και 4 τελείες;



2 τελείες 3 τελείες 4 τελείες

Είναι πιο εύκολο να συμπεριλάβεις μερικούς αριθμούς (από τελείες) από ότι άλλους. Μπορείς να εξηγήσεις γιατί;

Για παράδειγμα, μπορείς να χρησιμοποιήσεις το κέντρο ενός τετράγωνου σχεδίου για να συμπεριλάβεις έναν τετράγωνο αριθμό από τελείες.



4 τελείες 9 τελείες

Ποιοι αριθμοί είναι εύκολο να συμπεριληφθούν σε ισομετρικό χαρτί;

1839 Ποιο τραπουλόχαρτο λείπει;

Υπάρχουν τέσσερα χρώματα σε μια τράπουλα. Είναι τα μπαστούνια ♠

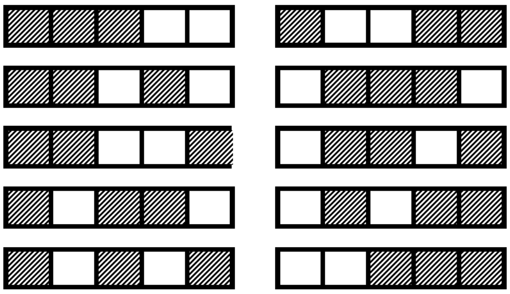
οι κούπες ♥ τα καρό ♦ και τα σπαθιά. ♣

Υπάρχουν 13 τραπουλόχαρτα για κάθε χρώμα. Τα τραπουλόχαρτα είναι ο άσσος (ένα), 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ο βαλές, η ντάμα και ο ρήγας.
Τα παραπάνω θα σε βοηθήσουν να ταξινομήσεις τα τραπουλόχαρτα. Πόσα τραπουλόχαρτα υπάρχουν σε μια συμπληρωμένη τράπουλα;

1843 Πολύγωνα και ορθές γωνίες

Αν η καθεμία από τις έξι γωνίες ενός εξαγώνου ήταν 90°, τότε το άθροισμα των γωνιών θα ήταν 540°. Όμως, το άθροισμα των γωνιών ενός εξαγώνου είναι 720°. Επομένως, ένα εξάγωνο δεν μπορεί να έχει 6 ορθές γωνίες.
Για να αιτιολογήσεις τα αποτελέσματα της έρευνάς σου σε άλλα πολύγωνα με ορθές γωνίες, θα πρέπει να λάβεις υπόψη άλλα αθροίσματα γωνιών. Θα χρειαστεί να είσαι συστηματικός-ή. Μπορείς να διατυπώσεις ένα γενικό κανόνα που θα αναφέρεται στον ανώτερο αριθμό ορθών γωνιών που είναι δυνατό να έχει κάθε πολύγωνο;
Πρόκληση: Να σχεδιάσεις ένα πολύγωνο με 13 ορθές γωνίες.

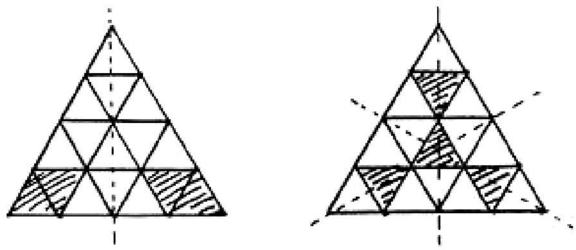
1845 Σκιασμένες λωρίδες



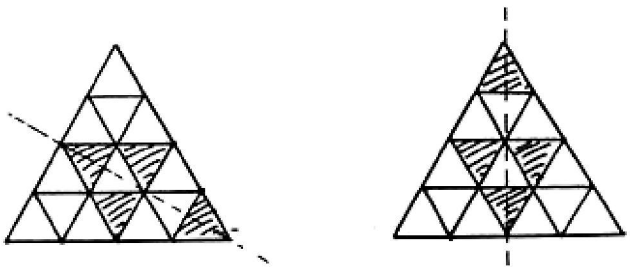
Υπάρχουν 10 διαφορετικοί τρόποι για να σκιάσεις τα $\frac{3}{5}$ της λωρίδας.
Θα σε βοηθήσει, αν εργαστείς με συστηματικό τρόπο.
Τώρα, θα είναι εύκολο να σκιάσεις τα $\frac{2}{5}$. Αρκεί να αλλάξεις τα μη σκιασμένα τετράγωνα με σκιασμένα. Μπορείς να κάνεις το ίδιο με τα κλάσματα $\frac{1}{5}$ και $\frac{4}{5}$.
Δοκίμασε και άλλες ομάδες κλασμάτων:
π.χ. $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ ή $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$ και προσπάθησε να διακρίνεις κάποιον κανόνα.

1847 Συμμετρικά τρίγωνα

Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις.
Μερικές έχουν έναν άξονα συμμετρίας και μερικές έχουν τρεις άξονες συμμετρίας.



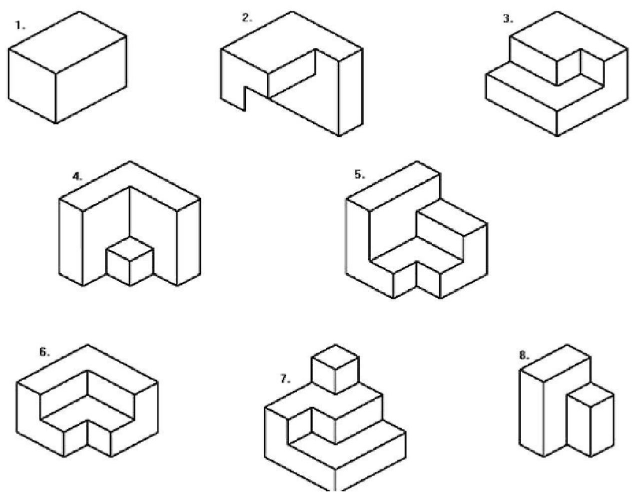
Ποιους κανόνες χρησιμοποίησες για σχήματα που είναι διαφορετικά; Θεώρησες τα παρακάτω σχήματα διαφορετικά;



Προσπάθησες να αλλάξεις τον αριθμό των σκιασμένων τριγώνων;
Ή προσπάθησες να αλλάξεις το μέγεθος του μεγάλου τριγώνου;
Αν θελήσεις να το διερευνήσεις, θα χρειαστείς ισομετρικό χαρτί.

1857 Η άλλη πλευρά

Οι απαντήσεις σου μπορεί να φαίνονται διαφορετικές, αν τις έχεις σχεδιάσει από διαφορετική οπτική γωνία.



1867 Τέσσερις κύβοι

Κάθε στερεό συνδυάζεται με το όμοιό του για να δημιουργήσουν έναν κύβο.

1872 Πλάτη με πλάτη

Δεν απαιτείται συγκεκριμένη απάντηση.

1873 Συμμετρία πολυγώνων

Ένα τετράπλευρο μπορεί να έχει 0, 1, 2 ή 4 άξονες συμμετρίας αλλά όχι 3.
Τι ισχύει στα τρίγωνα;
….. στα πεντάγωνα;
….. στα εξάγωνα;
Μπορείς να βρεις κάποιους γενικούς κανόνες;
Μπορείς να τους αιτιολογήσεις για τις περιπτώσεις των εξαγώνων, οκταγώνων …;

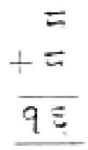
1875 Πολλαπλάσια στα Urdu

Η σειρά αφορά στα πολλαπλάσια του 3.
Η δεύτερη σειρά αφορά στα πολλαπλάσια του 7.

- Ποιο είναι το «0» στη γλώσσα Urdu; Θα βρεις την απάντηση είτε ρωτώντας τους συμμαθητές σου είτε ψάχνοντας την πληροφορία στη βιβλιοθήκη.

1881 Προσθέσεις στα Χίντι

Υπόδειξη



Να ζητήσεις από κάποιον φίλο σου να ελέγξει αν και οι δύο προσθέσεις είναι σωστές.

1895 Επίπεδα μοτίβα της Grace Chisholm Young

Δεν υπάρχουν απαντήσεις.

1897 Ποιος είναι ο φύλακας;

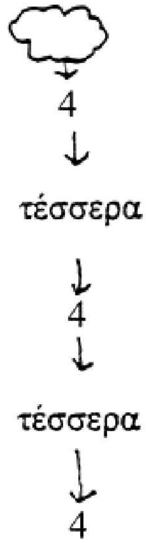
Ο Μι Φινγκ είναι ο φύλακας του σχολείου.
Πώς βρήκες την απάντηση;
Να εξηγήσεις γραπτά τον τρόπο που σκέφτηκες για να βοηθήσεις και άλλους να λύνουν σπαζοκεφαλιές όπως αυτές. Να φτιάξεις μια παρόμοια σπαζοκεφαλιά για ένα φίλο σου.

1898 Ποιος έχει το κομπιουτεράκι;

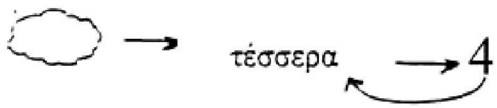
	Πόρτα	Κορίτσι	Εξοπλισμός	Ποτά	Αντικείμενο σπουδών
Τελευταίο	Άσπρη	Δήμητρα	Κασετόφωνο	Μπύρα με λεμονάδα	Χημεία
3	Πράσινη	Εύη	Υπολογιστής τσέπης	Τσάι	Μηχανική
2	Κόκκινη	Αλέξης	Στερεοφωνικό συγκρότημα	Καφές	Λογιστική
1	Μπλε	Βίκτωρας	Τηλεόραση με τηλεχειριστήριο	Κόκα – κόλα	Μαθηματικά
Ισόγειο	Κίτρινη	Κατερίνα	Βίντεο	Λεμονάδα	Φυσική

1899 Λέξεις αριθμών (ή αριθμολέξεις)

Στα αγγλικά, όλες οι αλυσίδες τελειώνουν:



Ένας πιο εύκολος τρόπος για να το γράψεις είναι ο παρακάτω:



1902 Μικρό Μεσαίο Μεγάλο

Οι απαντήσεις σου μπορεί να μην είναι ακριβώς ίδιες με αυτές που ακολουθούν αλλά θα πρέπει να διαφέρουν ελάχιστα.
Όλες οι μετρήσεις είναι σε χιλιοστόμετρα.

Μικρό	Μεσαίο	Μεγάλο
76	175	190
52	120	130
25	55	60

Μκ : Μσ	Μκ : Μγ	Μσ : Μγ
0,43	0,4	0,92
0,43	0,4	0,92
0,45	0,42	0,92

Μικρό	Μεσαίο	Μεγάλο
61	77	98
46	59	75
37	48	60

Μκ : Μσ	Μκ : Μγ	Μσ : Μγ
0,79	0,62	0,79
0,78	0,61	0,79
0,77	0,62	0,8

Στα όμοια τρίγωνα ισχύει ότι το ένα είναι μεγέθυνση του άλλου. Έχουν τις ίδιες μεταξύ τους γωνίες.
Οι ομοιότητες είναι μετασχηματισμοί στους οποίους οι γωνίες παραμένουν σταθερές (δεν μεταβάλλονται).

1912 Βαμμένες ρόδες

Αυτό μπορεί να σου φανεί ένα απλό πρόβλημα αλλά αν επιχειρήσεις να απαντήσεις στις ερωτήσεις που συμπεριλαμβάνονται στις υποδείξεις, θα δεις ότι πρόκειται για ένα αρκετά περίπλοκο πρόβλημα.
Να δοκιμάσεις να πείσεις ένα συμμαθητή σου ότι οι επεξηγήσεις σου και τα σχέδιά σου σε κλίμακα είναι σωστά.

1913 Αριθμοί Bengali

Ο αριθμός στη δεξιά κάτω γωνία θα έπρεπε να σου δώσει μια ιδέα για το πώς θα εργαστείς.
Πρέπει να είναι 10, έτσι ১ = 1 και ৫ = 5
Δεν υπάρχουν άλλα «1» στον πίνακα, έτσι το ζεύγος που σχηματίζει το 5 πρέπει να είναι το 2 και το 3.

+	2	3	4	5
2	4	5	6	7
3	5	6	7	8
4	6	7	8	9
5	7	8	9	10

২ = 2
Αυτό δίνει ৩ = 3
και ৭ = 7

Ο υπόλοιπος πίνακας μπορεί να συμπληρωθεί συμμετρικά, δίνοντας:

৪ = 4
৬ = 6
৮ = 8
৯ = 9

Τώρα, έχεις όλους τους αριθμούς Bengali από το 0 μέχρι το 9 για να επεκτείνεις τον πίνακα.

1915 Σχεδιάζοντας από μνήμης

Δεν υπάρχουν απαντήσεις.

1916 Ένα κόλπο με τα πούλια του ντόμινο

* Ναι
* Ας υποθέσουμε ότι το ντόμινο είναι

n	m

Να πολλαπλασιάσεις έναν από τους αριθμούς με το 5	→	5n
Να προσθέσεις 8	→	5n + 8
Να πολλαπλασιάσεις με το 2	→	2 (5n + 8)
		10n + 16
Να προσθέσεις m	→	10n + 16 + m
Να αφαιρέσεις 16	→	10n + 16 + m – 16
	→	10n + m

1917 Ανερχόμενες κλίσεις

ΓΩΝΙΑ	ΚΛΙΣΗ
0°	0
10	0,18
20°	0,36
30°	0,58
40°	0,84
50°	1,20
60°	1,73
70°	2,75
80°	5,67

2. Μια γωνία 45°
Σημείωση: Το ύψος και η βάση του τριγώνου πρέπει να είναι μεταξύ τους ίσα.
3. Η κλίση αυξάνεται όσο πλησιάζουμε τις 90°.
4. Η κλίση αυξάνεται με πιο γρήγορο ρυθμό, καθώς η γωνία πλησιάζει τις 90°.
Τι συμβαίνει στις 90°;
Τι συμβαίνει μεταξύ 89° και 91° μοιρών;
Να προσπαθήσεις να εξηγήσεις τι συμβαίνει στην κλίση ανάμεσα στις 89° και 91°.

1921 Τριγωνομετρικές γραμμές

1. α) 0,82
   β) Αυτές είναι οι δικές μας απαντήσεις. Οι απαντήσεις σου πρέπει να είναι παρόμοιες με αυτές.

Γωνία	Απέναντι πλευρά	Παρακείμενη πλευρά
30	0,5	0,87
45	0,71	0,71
60	0,87	0,5
80	0,98	0,17

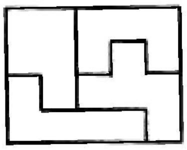
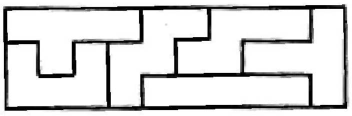
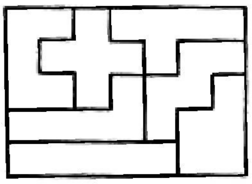
   γ) Η απέναντι πλευρά μεγαλώνει.
   δ) Η παρακείμενη πλευρά μικραίνει.
2. Οι απαντήσεις δίνονται με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων.

	Γωνία	Απέναντι πλευρά	Παρακείμενη πλευρά
α)	25	0,42	0,92
β)	83	0,99	0,12
γ)	45	0,71	0,71
δ)	40	0,64	0,77
ε)	15	0,26	0,97

3. Όλες οι πλευρές θα είναι τρεις φορές μεγαλύτερες. Επομένως:
   Απέναντι πλευρά = 3 × 0,5 = 1,5
   Παρακείμενη πλευρά = 2,60
4. Οι παρακάτω απαντήσεις δίνονται, επίσης, με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων.

	Γωνία	Απέναντι πλευρά	Παρακείμενη πλευρά
α)	25	1,27	2,72
β)	63	5,35	2,72
γ)	35	11, 47	16,38

1927 Σπαζοκεφαλιά με πεντόμινο

(α)  (β)  (γ) 

4×5 ορθογώνιο παρ/μο	3×10 ορθογώνιο παρ/μο	5×7 ορθογώνιο παρ/μο

Αν το βρήκες διασκεδαστικό, προσπάθησε να κατασκευάσεις τα παρακάτω ορθογώνια παραλληλόγραμμα.

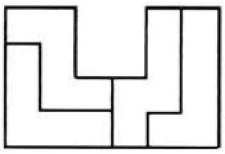
3×5 χρησιμοποιώντας 3 κομμάτια	5×5 χρησιμοποιώντας 5 κομμάτια	10×4 χρησιμοποιώντας 8 κομμάτια
9×5 χρησιμοποιώντας 9 κομμάτια	10×5 χρησιμοποιώντας 10 κομμάτια	11×5 χρησιμοποιώντας 11 κομμάτια

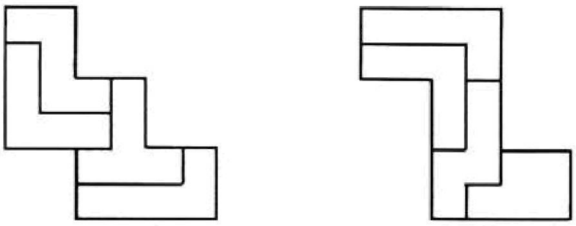
Μπορείς να κατασκευάσεις ορθογώνια παραλληλόγραμμα χρησιμοποιώντας όλα τα πεντόμινο.

12×5 ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με 1010 τρόπους	20×3 ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με 2 τρόπους	15×4 ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με 368 τρόπους

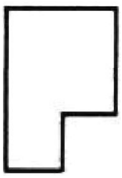
1928 Τέσσερα πεντόμινο

Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Παρακάτω, παρουσιάζεται μια πιθανή απάντηση για καθένα από τα πεντόμινο.

1. 

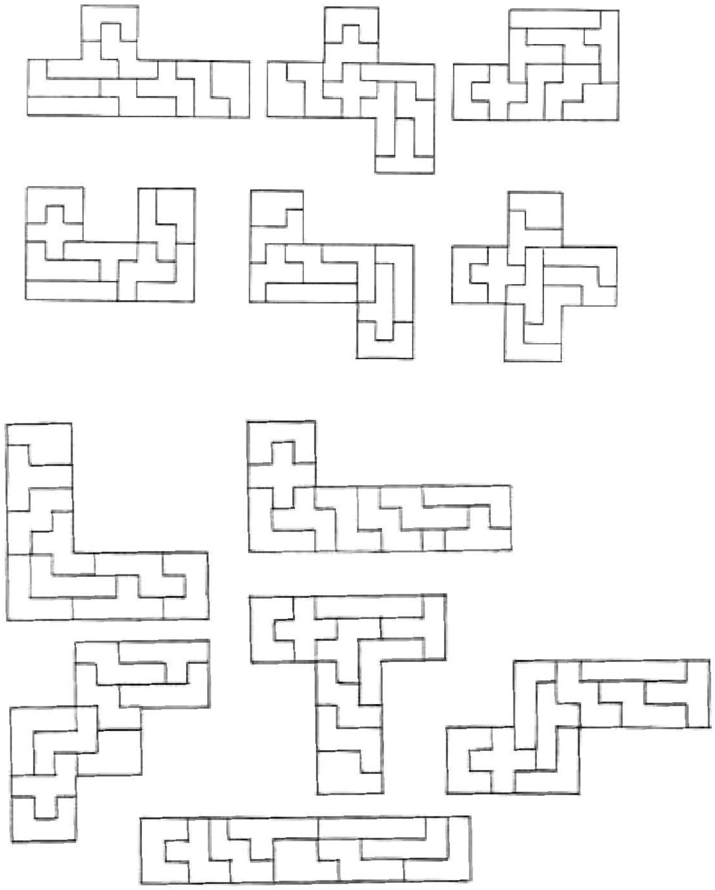
2. 

3. α) Οι πλευρές είναι διπλάσιες σε μήκος.
β) Το εμβαδόν των σχημάτων είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερο.

4. 

1929 Εννέα pentominoes

Υπάρχουν πολλές διαφορετικές λύσεις. Ακολουθούν μερικές πιθανές λύσεις. Θα σε βοηθήσει, αν υπολογίσεις το συντελεστή κλίμακας και σχεδιάσεις το περίγραμμα του μεγεθυμένου σχήματος.



Με 9 pentominoes ο συντελεστής κλίμακας είναι 3.

1930 Απέναντι γωνίες

Ακολουθούν τα αποτελέσματα που αφορούν τα τετράγωνα που προκύπτουν από την τοποθέτηση των αριθμών σε 5 στήλες.

Αριθμός στηλών	5	5	5	5
Μέγεθος τετραγώνου	2×2	3×3	4×4	5×5
Διαφορές	5 (5×1)	20 (5×4)	45 (5×9)	80 (5×16)

Ακολουθούν μερικά αποτελέσματα για τα τετράγωνα που προκύπτουν από την τοποθέτηση των αριθμών σε 7 στήλες.

Αριθμός στηλών	7	7	7
Μέγεθος τετραγώνου	2×2	3×3	4×4
Διαφορές	7 (7×1)	28 (7×4)	63 (7×9)

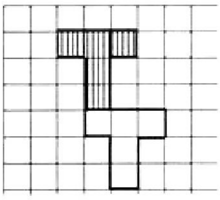
Ακολουθούν μερικά αποτελέσματα για τα τετράγωνα που προκύπτουν από την τοποθέτηση των αριθμών σε 9 στήλες.

Αριθμός στηλών	9	9
Μέγεθος τετραγώνου	2×2	3×3
Διαφορές	9 (9×1)	36 (9×4)

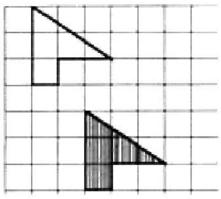
Μπορείς να βρεις κάποιον κανόνα μελετώντας τετράγωνα από αριθμούς τοποθετημένους σε διαφορετικές στήλες;
Με βάση τα αποτελέσματά σου, μπορείς να προβλέψεις ποια θα ήταν η διαφορά για αριθμούς τοποθετημένους σε 11 στήλες σε ένα τετράγωνο μεγέθους 6 x 6;
Ίσως θα ήθελες να δοκιμάσεις να βρεις έναν κανόνα για ορθογώνια αντί για τετράγωνα.

1934 Μεταφορές σχημάτων

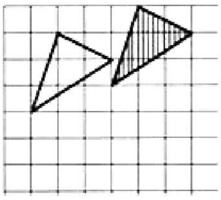
1.



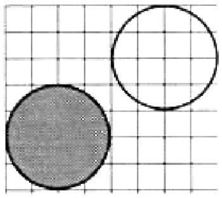
2.



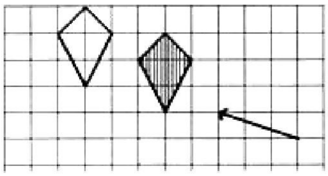
3.



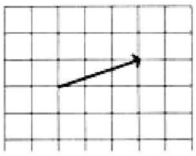
4.



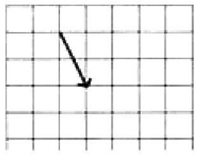
5.



6.



7.



1935 Γωνίες σε ημικύκλια

Θα έπρεπε να έχεις βρει ότι:

- Αν το $3^{ο}$ σημείο του τριγώνου σου (Ρ) βρίσκεται πάνω στον κύκλο, η γωνία που βαίνει στο ημικύκλιο είναι πάντα ορθή γωνία (90°).
  Το μέγεθος του κύκλου δεν το μεταβάλλει αυτό.
- Όταν το σημείο Ρ βρίσκεται μέσα στον κύκλο, η γωνία απέναντι από τη διάμετρο είναι πάντα μεγαλύτερη από 90°.
- Όταν το σημείο Ρ βρίσκεται έξω από τον κύκλο, η γωνία απέναντι από τη διάμετρο είναι πάντα μικρότερη από 90°.

1937 Αριθμοί Panjabi

੧ × ੯ + ੨ = ੧੧
੧੨ × ੯ + ੩ = ੧੧੧
੧੨੩ × ੯ + ੪ = ੧੧੧੧
੧੨੩੪ × ੯ + ੫ = ੧੧੧੧੧
੧੨੩੪੫ × ੯ + ੬ = ੧੧੧੧੧੧
੧੨੩੪੫੬ × ੯ + ੭ = ੧੧੧੧੧੧੧
੧੨੩੪੫੬੭ × ੯ + ੮ = ੧੧੧੧੧੧੧੧

1940 Διερεύνηση διαίρεσης

Όταν διαιρείς με το 4, οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0,25 είναι οι 1, 5, 9, 13….

- Έχεις προσέξει πώς συνεχίζουν οι συγκεκριμένοι αριθμοί;
- Μπορείς να βρεις μερικούς μεγάλους αριθμούς, οι οποίοι, αν διαιρεθούν με το 4, δίνουν πηλίκο που τελειώνει σε 0,25;
- Έχεις βρει τις άλλες τρεις αριθμητικές καταλήξεις, όταν διαιρείς με το 4; Ποιοι αριθμοί έδωσαν την καθεμία από αυτές;

Το ακόλουθο λογιστικό φύλλο παρουσιάζει τους αριθμούς από 1 ως 16 όταν διαιρεθούν με το 4.

	A	B
1	Αριθμός	Μετά από τη διαίρεση με το 4
2	1	0,25
3	2	0,5
4	3	0,75
5	4	1
6	5	1,25
7	6	1,5
8	7	1,75
9	8	2
10	9	2,25
11	10	2,5
12	11	2,75
13	12	3
14	13	3,25
15	14	3,5
16	15	3,75
17	16	4

A) Ο τύπος που χρησιμοποιείται σε κάθε A προσθέτει 1 στον προηγούμενο αριθμό.
Ο συγκεκριμένος τύπος αντιγράφηκε μέχρι το A17 με τη χρήση της εντολής Fill Down στο EDIT Menu.
B) Ο τύπος που χρησιμοποιείται σε κάθε κελί B διαιρεί τον αριθμό στο αντίστοιχο κελί A με το 4.
Ο συγκεκριμένος τύπος αντιγράφηκε μέχρι το A17 με τη χρήση της εντολής Fill Down στο EDIT Menu.
Το παρακάτω λογιστικό φύλλο παρουσιάζει τους αριθμούς από το 1 ως το 16 όταν διαιρεθούν με το 4, το 5, το 8 και το 3.

	Α	Β	Γ	Δ	Ε
1	Αριθμός	Μετά από διαίρεση με το 4	Μετά από διαίρεση με το 5	Μετά από διαίρεση με το 8	Μετά από διαίρεση με το 3
2	1	0,25	0,2	0,125	0,33333333
3	2	0,5	0,4	0,25	0,66666667
4	3	0,75	0,6	0,375	1
5	4	1	0,8	0,5	1,33333333
6	5	1,25	1	0,625	1,6666667
7	6	1,5	1,2	0,75	2
8	7	1,75	1,4	0,875	2,33333333
9	8	2	1,6	1	2,66666667
10	9	2,25	1,8	1,125	3
11	10	2,5	2	1,25	3,33333333
12	11	2,75	2,2	1,375	3,66666667
13	12	3	2,4	1,5	4
14	13	3,25	2,6	1,625	4,33333333
15	14	3,5	2,8	1,75	4,66666667
16	15	3,75	3	1,875	5
17	16	4	3,2	2	5,33333333

- Πόσες διαφορετικές αριθμητικές καταλήξεις υπάρχουν όταν διαιρείς με το 5; Πόσες διαφορετικές αριθμητικές καταλήξεις υπάρχουν όταν διαιρείς με το 8; Πόσες διαφορετικές αριθμητικές καταλήξεις υπάρχουν όταν διαιρείς με το 3;
- Μπορείς να σκεφτείς μεγάλους αριθμούς για καθεμία από τις αριθμητικές καταλήξεις;

1941 Διαφορές

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να διερευνήσεις αυτό το πρόβλημα. Ακολουθούν κάποιες από τις ερωτήσεις που είναι πιθανό να έχεις θέσει ο ίδιος/η ίδια.

- Ο αριθμός 3 στην απεικόνιση $n \rightarrow 3n^2 + 5n + 8$ ονομάζεται ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ του n^2. Τι συμβαίνει στις διαφορές, καθώς ο συντελεστής του n^2 μεταβάλλεται;
- Ο αριθμός 8 στην απεικόνιση $n \rightarrow 3n^3 + 5n + 8$ ονομάζεται ΣΤΑΘΕΡΑ. Τι συμβαίνει στις διαφορές, καθώς η σταθερά μεταβάλλεται;
- Μπορείς να προβλέψεις τη διαφορά για τη δευτεροβάθμια απεικόνιση $n \rightarrow 3n^2 + 5n + 8$;
- Μπορείς να γενικεύσεις τη διαφορά για τη δευτεροβάθμια απεικόνιση $n \rightarrow an^2 + bn + c$;

Ένα λογιστικό φύλλο είναι, επίσης, ένας πολύ αποτελεσματικός τρόπος παραγωγής αποτελεσμάτων. Το ακόλουθο λογιστικό φύλλο έχει δημιουργηθεί για να παρουσιάσει τις διαφορές όρων που προκύπτουν από την απεικόνιση $n \rightarrow 3n^2 + n$. Το συγκεκριμένο φύλλο κατανομής μπορεί εύκολα να προσαρμοστεί, έτσι ώστε να χρησιμοποιηθεί στη διερεύνηση των ακολουθιών που προκύπτουν από άλλες δευτεροβάθμιες απεικονίσεις όπως:

$n \rightarrow n^2 + 4$ $\quad$ $n \rightarrow 3n^2 + 5n + 8$ $\quad$ $n \rightarrow 10n^2 + 8$

Ο τύπος σε αυτό το κελί τετραγωνίζει το n, το πολλαπλασιάζει με το 3 και προσθέτει n.

= 3×(A2^2) +A2

Ο τύπος σε αυτό το κελί υπολογίζει τις διαφορές.

= B3 – B2

Ποιος είναι ο τύπος υπολογισμού των διαφορών εδώ;

	A	B	C	D
1	n	Απεικόνιση		
2	1	4	Διαφορά 1	
3	2	14	10	Διαφορά 2
4	3	30	16	6
5	4	52	22	6
6	5	80	28	6
7	6	114	34	6
8	7	154	40	6
9	8	200	46	6
10	9	252	52	6

Ίσως θελήσεις να εξετάσεις απεικονίσεις με μεγαλύτερες δυνάμεις του n, όπως τρίτου και τέταρτου βαθμού. Αν χρησιμοποιήσεις λογιστικό φύλλο, θα χρειαστεί να προσθέσεις περισσότερες στήλες μέχρι να καταλήξεις σε μια σταθερή διαφορά.

- Τι συμβαίνει με τις διαφορές, καθώς η δύναμη του n αυξάνει;
- Πόσες σειρές χρειάζεται να προσθέσεις μέχρι να καταλήξεις σε σταθερή διαφορά;

  Μπορείς να βρεις μια απεικόνιση για την οποία η σταθερή διαφορά είναι 24 μετά από την πρόσθεση 4 σειρών;

Το λογιστικό φύλλο που ακολουθεί δείχνει ότι αν ξεκινήσεις με μια τεταρτοβάθμια (διτετράγωνη) απεικόνιση της μορφής $n \rightarrow 2n^4 + n^2$, θα καταλήξεις στη σταθερή διαφορά 48 στην $4^η$ στήλη διαφορών.

	A	B	C	D	E	F
1	n	Απεικόνιση				
2	1	3	Διαφορά 1			
3	2	40	37	Διαφορά 2		
4	3	189	149	112	Διαφορά 3	
5	4	576	387	238	126	Διαφορά 4
6	5	1375	799	412	174	48
7	6	2808	1433	634	222	48
8	7	5145	2337	904	270	48
9	8	8704	3559	1222	318	48
10	9	13851	5147	1588	366	48

1944 Άρτια και περιττά τριγωνικά σχέδια

Ο κανόνας λέει:

- Αν οι δύο κύκλοι στο επάνω μέρος είναι ίδιοι μεταξύ τους είτε ● ● είτε ○○, τότε ο κύκλος που βρίσκεται κάτω είναι ●○.
- Αν οι δύο κύκλοι που βρίσκονται στο επάνω μέρος είναι διαφορετικοί μεταξύ τους, είτε ○● είτε ●○, τότε ο κύκλος που βρίσκεται κάτω είναι ●.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να προσεγγίσει κανείς τη συγκεκριμένη διερεύνηση.

- Ίσως σε βοηθούσε, αν έβρισκες πόσες διαφορετικές πρώτες σειρές είναι πιθανές.

Π.χ ●●●●● ή ●●●●○
ή ●●●○●
ή ●●○●● κ.λπ.

- Ένας πιθανός τρόπος είναι να εργαστείς αντίστροφα…..
  Ποια θα μπορούσε να είναι 4η σειρά, αν η 5η σειρά ήταν ● ○ ○ ; κ.λπ.
  ● ○
  ●
- Άλλος ένας τρόπος είναι να χρησιμοποιήσεις τρίγωνα διαφορετικού μεγέθους. Να ξεκινήσεις με 3 κύκλους στην επάνω σειρά ή ακόμη και με 2. Αυτή είναι μια πιθανή κατεύθυνση επέκτασης……..

1946 Πρόβλημα διαίρεσης

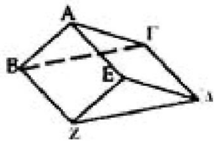
Αυτές είναι γνωστές μέθοδοι:

Προσθέτοντας 13	Αφαιρώντας 13	Με διαίρεση	
13	221		
+13	-13	221	13
26	208	-13	
+13	-13	91	17
39	195	-91	
+13	-13	--	
52	182		
-	-		
-	-		
221	0 17		

Έτσι, 221 : 13 = 17
266 : 14 = 19

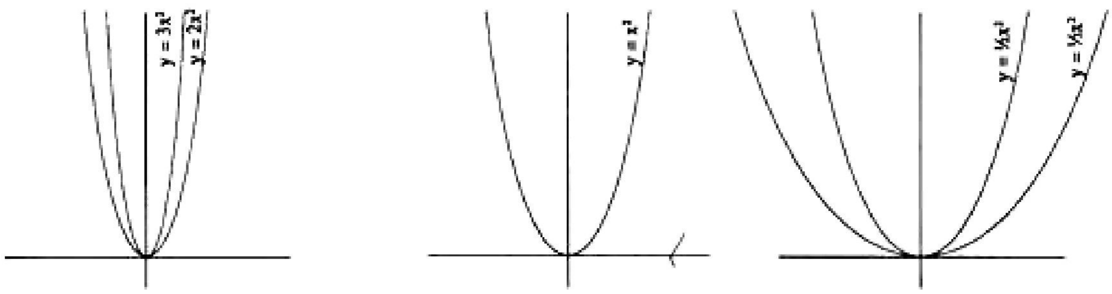
1947 Τρισδιάστατες δομές

Κατασκευή 1 → η   Κατασκευή 2 → α   Κατασκευή 3 → β
Κατασκευή 4 → γ   Κατασκευή 5 → ε   Κατασκευή 6 → δ
Ο πίνακας ζ περιγράφει το παρακάτω σχέδιο.



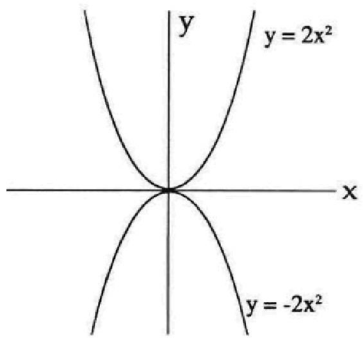
1948 $y = x^2$

Καθώς το «α» αυξάνεται, το άνοιγμα της γραφικής παράστασης στενεύει.
Π.χ. η $3x^2$ είναι πιο στενή από την $2x^2$.
Καθώς το «α» μειώνεται, το άνοιγμα της γραφικής παράστασης διευρύνεται.



Π.χ. η $\frac{1}{3}x^2$ έχει μεγαλύτερο άνοιγμα από την $\frac{1}{2}x^2$.

Όταν το «α» είναι αρνητικό, η καμπύλη έχει φορά προς τα κάτω, π.χ. η $-2x^2$ είναι συμμετρική της $2x^2$ ως προς τον άξονα x.



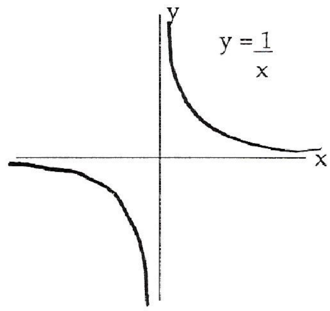
1949 Παιχνίδι με την πυξίδα

Δεν απαιτούνται συγκεκριμένες απαντήσεις.

1951 Όταν το x είναι;

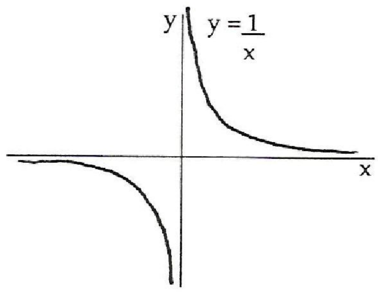
$y = \dfrac{1}{x}$ Όταν x = 10 y = 0,1

x = 2 y = 0,5
x = 1 y = 1,0
x = 0,5 y = 2
x = 0,1 y = 10
x = 0,01 y = 100
. .
. .
. .



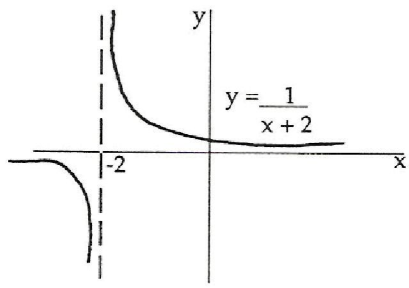
- Όταν το x είναι αρνητικό, τότε οι τιμές του y είναι ίδιες με αυτές που προκύπτουν όταν το x είναι θετικό. Η διαφορά είναι ότι είναι αρνητικές.
- Όταν οι τιμές του x είναι μεγάλες, τότε οι τιμές του y πλησιάζουν το 0.
- Όταν οι τιμές του x πλησιάζουν το 0, οι τιμές του y μεγαλώνουν.
- Όταν το x είναι 0, τότε το y δεν υπάρχει.

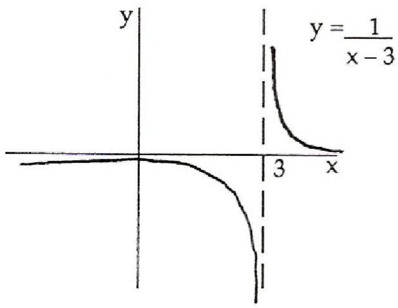
1952 Γραφικές παραστάσεις αντίστροφων συναρτήσεων



Για τη συνάρτηση $y = \dfrac{1}{x}$, η γραφική παράσταση, όπως μπορείς να παρατηρήσεις, αποτελείται από δύο μέρη. Το κάθε μέρος πλησιάζει προς τους άξονες x και y αλλά ποτέ δεν τους συναντά. (Στη συγκεκριμένη περίπτωση, οι άξονες x και y ονομάζονται ασύμπτωτοι.) Υπάρχει συμμετρία ως προς την ευθεία y = -x.

Για τη συνάρτηση $x = \dfrac{1}{x+2}$, η γραφική παράσταση έχει το ίδιο σχήμα με τη γραφική παράσταση της εξίσωσης $y = \dfrac{1}{x}$ αλλά έχει μετακινηθεί προς τα αριστερά. Τώρα, ασύμπτωτοι είναι ο άξονας x και η ευθεία x = -2.





Για τη συνάρτηση $y = \dfrac{1}{x-3}$, η γραφική παράσταση έχει μετακινηθεί προς τα δεξιά. Τώρα, ασύμπτωτοι είναι ο άξονας x και η ευθεία x = 3.

Επομένως, οι γραφικές παραστάσεις της μορφής $y = \dfrac{1}{x+c}$ μετακινούν τη γραφική παράσταση της $y = \dfrac{1}{x}$ παράλληλα προς τον άξονα x κατά –c διαστήματα. Παρόμοιες μορφές γραφικών παραστάσεων θα πρέπει να προκύπτουν και για άλλες ομάδες αντίστροφων εξισώσεων.

1953 Σύνολα σημάτων

1. Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Να ζητήσεις από κάποιον στην τάξη σου να ελέγξει τις απαντήσεις σου.
2. Ένας κύκλος, κόκκινος ή μπλε, συνήθως δίνει μια εντολή.
   Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή ένα πεντάγωνο:
   - Με μπλε φόντο είναι πινακίδα κατεύθυνσης αυτοκινητόδρομου.
   - Με πράσινο φόντο είναι συνήθως πινακίδα κύριας πορείας.
   - Με λευκό φόντο και μαύρο πλαίσιο είναι συνήθως πινακίδα δευτερεύουσας πορείας.
   - Με λευκό φόντο και μπλε πλαίσιο είναι συνήθως τοπική πινακίδα κατεύθυνσης.

1954 Αξονική συμμετρία

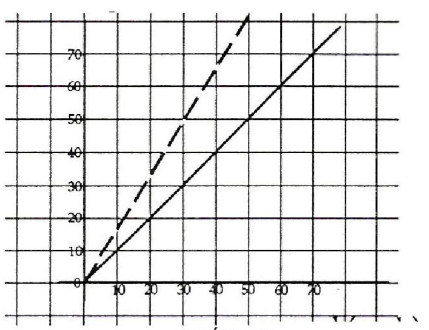
Βρήκαμε τουλάχιστον 15. Πόσους βρήκες εσύ;
Ζήτησε από ένα συμμαθητή σου να ελέγξει τις απαντήσεις σου με έναν καθρέφτη.

1955 Περιστροφική συμμετρία

Έχουμε βρει τουλάχιστον 5. Πόσα έχεις βρει εσύ;
Να ζητήσεις από κάποιον στην τάξη σου να ελέγξει τις απαντήσεις σου χρησιμοποιώντας διαφανές χαρτί αντιγραφής.

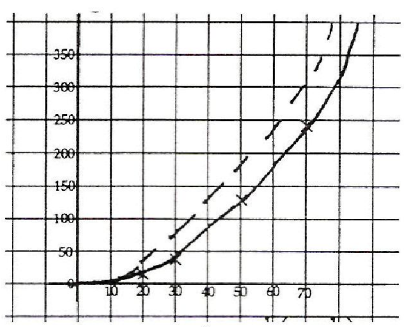
1956 Φρενάρισμα

α) αναμενόμενη απόσταση αντίδρασης



ταχύτητα

β) απόσταση φρεναρίσματος



ταχύτητα

Η γραφική παράσταση (α) θα ήταν διαφορετική επειδή ένας κουρασμένος οδηγός θα χρειαζόταν περισσότερο χρόνο για να αντιδράσει. Η διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζει μία πιθανή απάντηση.
Αν το αυτοκίνητο είχε φθαρμένα φρένα, η απόσταση φρεναρίσματος θα ήταν μεγαλύτερη. Η διακεκομμένη γραμμή στη γραφική παράσταση (β) παρουσιάζει μια πιθανή απάντηση.

1959 Σχηματίζοντας το ένα

Θα πρέπει να έχεις βρει εννέα περιπτώσεις:

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

1998 Οι σπείρες του Αρχιμήδη

Η μέθοδος με το καρούλι

- Με ένα καρούλι υπάρχει μόνο μία πιθανή σπείρα. Το μήκος της λωρίδας του χαρτιού θα επηρεάσει το πόσο μέρος της σπείρας μπορείς να σχεδιάσεις.
- Το μέγεθος του καρουλιού θα επηρεάσει το σχήμα της σπείρας. Ένα μικρότερο καρούλι θα δημιουργήσει μια πιο πυκνή σπείρα.

Η μέθοδος του πολικού γραφήματος

- Οι ακολουθίες αυξάνονται με την πρόσθεση κάποιου σταθερού ποσού.
  1 στην πρώτη
  2 στη δεύτερη
  $\frac{1}{2}$ στην τρίτη

Άλλες σπείρες του Αρχιμήδη

- Κουτιά του ίδιου μεγέθους δημιουργούν την ίδια σπείρα.
- Διαφορετικά μεγέθη δημιουργούν διαφορετικές σπείρες.

1999 Ισογώνιες Σπείρες

Δεν υπάρχουν απαντήσεις.

2000 Fibonacci και σπείρες τετραγωνικής ρίζας

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,…….

Η παραπάνω αριθμητική ακολουθία προκύπτει από την πρόσθεση των δύο προηγούμενων αριθμών:

1 + 1 = 2
1 + 2 = 3
2 + 3 = 5
3 + 5 = 8

2001 Έλικας

Δεν υπάρχουν συγκεκριμένες απαντήσεις.

2003 Ημερομηνίες Γενεθλίων

Δεν απαιτούνται συγκεκριμένες απαντήσεις.

2013 Περίμετρος

Υπάρχουν δύο ομάδες απαντήσεων. Η πρώτη ομάδα προκύπτει από τη χρήση του **π = 3,14** και η δεύτερη προκύπτει από **τη χρήση του πλήκτρου π.**

Υπόδειξη: Η διάμετρος ισούται με το διπλάσιο της ακτίνας.

Απαντήσεις με τη χρήση του π = 3,14

1. Διάμετρος = 2 × 6400χμ = 12800χμ
   Μήκος Ισημερινού = 3,14 × 12800χμ = 40192χμ

2. Εξωτερική διάμετρος = 2 × 100μ = 200μ
   Εξωτερική κυκλική γραμμή = 3,14 × 200μ = 628μ
   Εσωτερική διάμετρος = (100μ – 8μ) × 2 = 184μ
   Εσωτερική κυκλική γραμμή = 3,14 × 184μ = 577,76μ
   Διαφορά = 628μ – 577,76μ = 50,24μ

3. α) **Ο δείκτης ωρών** κάνει πλήρη περιστροφή δύο φορές σε μία μέρα.
   Μία περιστροφή = 3,14 × 10εκ = 31,4εκ
   Δύο περιστροφές = 62,8εκ = 62,8εκ
   β) **Ο λεπτοδείκτης** κάνει πλήρη περιστροφή 24 φορές σε μία μέρα.
   Μία περιστροφή = 3,14 × 20εκ = 62,8εκ
   24 περιστροφές = 24 × 62,8εκ = 1507,2εκ = 1,5μ (περίπου)

4. Ένας γύρος (σταδίου) = 2 ευθείες + 2 ημικύκλια
   400μ = 2 ευθείες + 1 κύκλος
   400μ = 2 ευθείες + (3,14 x 80μ)
   400μ = 2 ευθείες + 251,2μ
   2 ευθείες = 400μ – 251,2μ = 148,8μ
   1 ευθεία = 74,4μ

Απαντήσεις με τη χρήση του πλήκτρου π

1. Διάμετρος = 2 × 6400χμ = 12800χμ
   Μήκος Ισημερινού = π × 12800χμ
   = 40212,386χμ
   = 40212χμ (κατά προσέγγιση)

2. Εξωτερική διάμετρος = 2 × 100μ = 200μ
   Εξωτερική κυκλική γραμμή = π × 200μ = 628,318μ
   Εσωτερική διάμετρος = (100μ – 8μ) × 2 = 184μ
   Εσωτερική κυκλική γραμμή = π × 184 = 578,053μ
   Διαφορά = 628μ – 578,053μ = 50,265μ

3. α) **Ο δείκτης των ωρών** κάνει πλήρη περιστροφή δύο φορές σε μία μέρα.
   Μία περιστροφή = π × 10εκ = 31,4159εκ
   Δύο περιστροφές = 31,4159εκ × 2 = 62,83εκ
   β) **Ο λεπτοδείκτης** κάνει περιστροφή 24 φορές σε μία μέρα.
   Μία περιστροφή = π × 20εκ = 62,831853εκ
   24 περιστροφές = 24 × 62,83185εκ = 1507,96εκ = 1,5μ (περίπου)

4. Ένας γύρος = 2 ευθείες + 2 ημικύκλια
   400μ = 2 ευθείες + 1 κύκλος
   400μ = 2 ευθείες + (π × 80μ)
   400μ = 2 ευθείες + 251,132741μ
   2 ευθείες = 400μ – 251,132741μ = 148,67259μ
   1 ευθεία = 74,336294μ = 74,336μ

2016 Στόχος 24

Μερικές **πιθανές** απαντήσεις.

1. $[(1+1)]^2! \times 1 = 24$
2. $22 + 2 = 24$
3. $3^3 - 3 = 24$
4. $4! \times \frac{4}{4} = 24$
5. $5^2 - \frac{5}{5} = 24$
6. $6^2 - 6 - 6 = 24$
7. $\left[\frac{(7+7)^2}{7^2}\right] = 24$
8. $8 + 8 + 8 = 24$
9. $\sqrt{9} \times 9 - 9 = 24$

Αν οι απαντήσεις σου διαφέρουν, να ζητήσεις από κάποιον άλλο να τις ελέγξει.

2017 Ένα δίκαιο παιχνίδι

Το παιχνίδι δεν είναι δίκαιο. Με τους άρτιους αριθμούς κερδίζεις συνήθως περισσότερα παιχνίδια από ό,τι με τους περιττούς.

Γιατί; Το μεγαλύτερο πιθανό αποτέλεσμα με άρτιο αριθμό είναι 6.
Το μεγαλύτερο πιθανό αποτέλεσμα με περιττό αριθμό είναι 5.

Το επόμενο μεγαλύτερο πιθανό αποτέλεσμα με άρτιο αριθμό είναι 4.
Το επόμενο μεγαλύτερο πιθανό αποτέλεσμα με περιττό αριθμό είναι 3.

Το μικρότερο πιθανό αποτέλεσμα με άρτιο αριθμό είναι 2.
Το μικρότερο πιθανό αποτέλεσμα με περιττό αριθμό είναι 2.

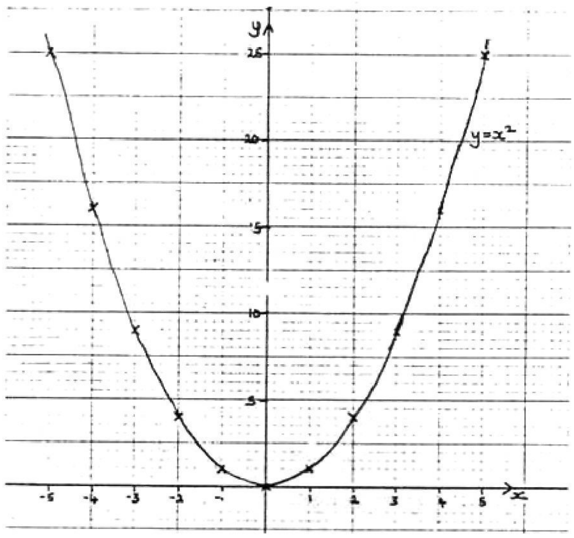
Η πιθανότητα να εμφανιστούν περιττοί αριθμοί είναι η ίδια με την πιθανότητα να εμφανιστούν άρτιοι αριθμοί (υπάρχουν τρεις περιττοί και τρεις άρτιοι αριθμοί σε ένα ζάρι).

Είναι πιο πιθανό να χρειαστείς περισσότερα πούλια για τους άρτιους αριθμούς γιατί το αποτέλεσμα με άρτιους είναι μεγαλύτερο από το αποτέλεσμα με περιττούς αριθμούς.

2018 Σχεδιάζοντας την καμπύλη

1. $y = x^2$

x	y
+5	+25
+4	+16
+3	+9
+2	+4
+1	+1
0	0
-1	+1
-2	+4
-3	+9
-4	+16
-5	+25



Υπάρχουν διάφορες παρατηρήσεις που μπορείς να κάνεις, όπως:

* το χαμηλότερο σημείο είναι το (0, 0),

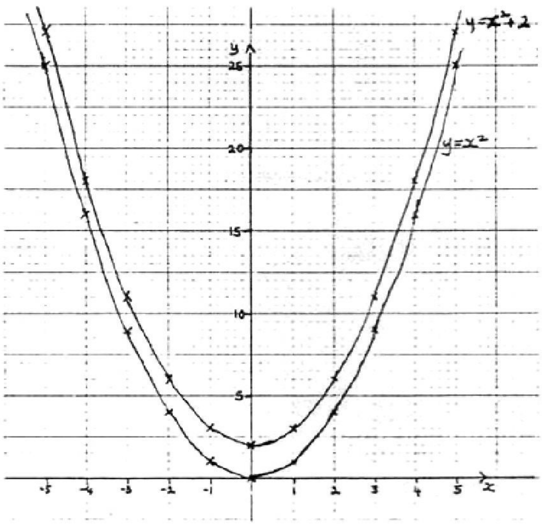
* είναι συμμετρική ως προς τον άξονα y,

* καθώς το x απομακρύνεται από το 0 η καμπύλη γίνεται πιο απότομη,

* η καμπύλη ονομάζεται παραβολή.

2. $y = x^2 + 2$

x	y
+5	+27
+4	+18
+3	+11
+2	+6
+1	+3
0	+2
-1	+3
-2	+6
-3	+11
-4	+18
-5	+27



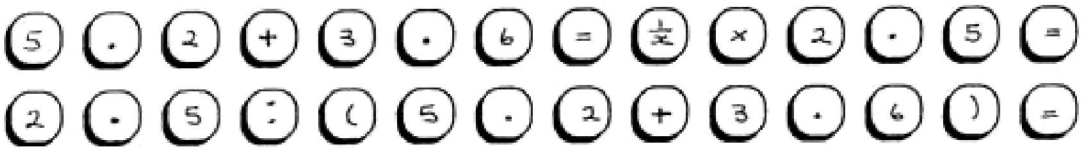
Η περιγραφή σου της $y = x^2 + 2$ θα πρέπει να είναι παρόμοια με αυτήν της $y = x^2$, εκτός από το γεγονός ότι η συγκεκριμένη καμπύλη έχει ανεβεί προς τα επάνω κατά 2 μονάδες, έτσι ώστε τώρα το χαμηλότερο σημείο είναι το (0, 2).
Αν δεν μπορείς να διακρίνεις ότι αυτές οι δύο καμπύλες έχουν το ίδιο σχήμα, να το ελέγξεις χρησιμοποιώντας **διαφανές χαρτί αντιγραφής.**

3. Οι καμπύλες της μορφής $y = x^2 + c$ έχουν όλες το ίδιο σχήμα. Αν το c είναι θετικός αριθμός, έχουν όλες φορά προς τα επάνω· αν το c είναι αρνητικός αριθμός, τότε έχουν φορά προς τα κάτω.
Το πιο χαμηλό σημείο είναι πάντα το (0, c).

2022 Λιγότερα πλήκτρα

Οι απαντήσεις σου εξαρτώνται από το κομπιουτεράκι που χρησιμοποιείς.

α) Καταφέραμε να κάνουμε τον παρακάτω υπολογισμό χρησιμοποιώντας 14 πιέσεις πλήκτρων με 2 διαφορετικούς τρόπους.



Είναι πιθανό να έχεις διαφορετικές απαντήσεις.
Μπορεί να έχεις χρησιμοποιήσει λιγότερα πλήκτρα, αν έκανες κάποιους υπολογισμούς με το μυαλό σου, π.χ. 5,2 + 3,6
Αυτά είναι τα δικά μας αποτελέσματα. Χρησιμοποίησες λιγότερα πλήκτρα;

β) 21 πιέσεις

γ) 20 πιέσεις

δ) 8 πιέσεις (χρησιμοποιήσαμε το πλήκτρο κλασμάτων, χωρίς αυτό θα χρειαζόμασταν 9 πιέσεις)

ε) Κατάφερες να το κάνεις με 10 πιέσεις; Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει τον τρόπο που το έλυσες. Κάνοντας κάποιους υπολογισμούς νοερά θα μπορούσες να το βρεις με 4 πιέσεις πλήκτρων. Πώς;

2024 Υπέρβαρο αποσκευών

Είναι πιθανό να έχεις δώσει αρκετά διαφορετικές απαντήσεις.
Παράδειγμα: Τα αεροπλάνα θα γίνονταν υπερβολικά βαριά για να πετάξουν
Δεν υπάρχει χώρος στο αεροπλάνο.
Θέλουν να κερδίσουν περισσότερα χρήματα ….

Επιβάτης	Προορισμός	Τάξη	Βάρος	Υπέρβαρο	Χρέωση
Νικολέτα	Νέα Υόρκη	Οικονομική	26κ.	6κ.	94,26€
Πένυ	Ρώμη	Πρώτη	26κ.	0κ.	Χωρίς χρέωση*
Παύλος	Ρίο	Οικονομική	27κ.	7κ.	120,40€
Τάκης	Βρυξέλλες	Πρώτη	41κ.	11κ.	10,45€
Χρήστος	Τόκιο	Οικονομική	28κ.	8κ.	182,72€
Μαρία	Αντίς Αμπέμπα	Οικονομική	19κ.	0κ.	Χωρίς χρέωση

Να θυμάσαι ότι οι επιβάτες της πρώτης τάξης μπορούν να πάρουν μέχρι 30κ. βάρος χωρίς χρέωση.

Χρέωση αποσκευών για τη Ρώμη

Βάρος	Χρέωση αποσκευών επιβατών πρώτης τάξης	Χρέωση αποσκευών επιβατών οικονομικής τάξης
15	Χωρίς χρέωση	Χωρίς χρέωση
17	Χωρίς χρέωση	Χωρίς χρέωση
19	Χωρίς χρέωση	Χωρίς χρέωση
21	Χωρίς χρέωση	4.06€
23	Χωρίς χρέωση	12,18€
25	Χωρίς χρέωση	20,30€
27	Χωρίς χρέωση	28,42€
29	Χωρίς χρέωση	36,54€
31	4,06€	44,66€
33	12,18€	52,78€
35	20,30€	60,90€
37	28,42€	69,02€

Τα 20κ. είναι αρκετά για τους περισσότερους επιβάτες – δοκίμασε να συγκεντρώσεις διάφορα αντικείμενα, τα οποία ζυγίζουν 20κ. όλα μαζί.
Πόσο μακριά θα μπορούσες να τα κουβαλήσεις;
Πόσες μπλούζες φούτερ χρειάζεσαι για να συγκεντρώσεις βάρος 20κ.;
Εξαρτάται· μάλλον όχι για σύντομες διακοπές αλλά ίσως αξίζει να ξεπεράσεις το όριο, αν φύγεις για μεγάλο χρονικό διάστημα.
Πιστεύουμε πως **όχι**. Γιατί θα πρέπει οι επιβάτες πρώτης τάξης να μπορούν να παίρνουν περισσότερες αποσκευές χωρίς χρέωση; Τι πιστεύεις;

Παραδείγματα δικαιότερων τρόπων

- Να αυξηθεί το βάρος που μπορεί να πάρει ένας επιβάτης οικονομικής τάξης ως υπέρβαρο.

- Οι επιβάτες της οικονομικής τάξης θα μπορούσαν να χρεώνονται για το υπέρβαρο με βάση το εισιτήριο της οικονομικής τάξης και **όχι** το εισιτήριο της πρώτης τάξης.

Να βρεις έναν τρόπο να παρουσιάσεις τα διαφορετικά ποσά που χρεώνονται στους επιβάτες της οικονομικής και της πρώτης τάξης για υπέρβαρο που μεταφέρεται στη Ρώμη.

2025 Στρίβοντας για ένα πολύγωνο

Σχήμα	Αριθμός πλευρών	Γωνία περιστροφής
Τρίγωνο	3	120^o
Τετράγωνο	4	90^o
Πεντάγωνο	5	72^o
Εξάγωνο	6	60^o
Επτάγωνο	7	51^o*
Οκτάγωνο	8	45^o
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Οι δικές σου γωνίες περιστροφής δεν πρέπει να διαφέρουν πολύ από τις παραπάνω. Ίσως έχεις προσέξει ότι: αριθμός πλευρών x γωνία περιστροφής = 360.

* Η συγκεκριμένη τιμή είναι κατά προσέγγιση στην πλησιέστερη μοίρα.

2026 Πυραμίδες αριθμών

Πιο εύκολα θα μπορέσεις να διακρίνεις τον κανόνα, αν βάλεις τις πυραμίδες σου σε σειρά:

π.χ.

```
   8          12           16
  3  5       5   7        7   9
 1  2  3   2   3   4    3   4   5
```

Ακολουθούν κάποιες υποδείξεις σχετικά με αυτό που μπορείς να διερευνήσεις:

- Να προβλέψεις τους αριθμούς στην κορυφή λαμβάνοντας υπόψη τους αριθμούς στη βάση.
- Να πάρεις 4 διαδοχικούς αριθμούς στη βάση, 5 διαδοχικούς αριθμούς,….
- Να αλλάξεις τον κανόνα που ισχύει για τους αριθμούς στη βάση.

2027 Όμοια τρίγωνα

Υπάρχουν 3 πιθανοί τρόποι καθορισμού όμοιων τριγώνων:

- Έχουν ίσες και τις 3 γωνίες.
- Το ένα αποτελεί μεγέθυνση του άλλου.
- Οι αναλογίες των αντίστοιχων πλευρών είναι ίσες.

Για να βρεις τις ομάδες όμοιων τριγώνων, μπορείς είτε να τα σχεδιάσεις με ακρίβεια είτε να χρησιμοποιήσεις το Πυθαγόρειο θεώρημα, για να βρεις την πλευρά που λείπει.

Ομάδα 1 A I E
Ομάδα 2 J D B
Ομάδα 3 F C H

Το τρίγωνο G είναι αυτό που διαφέρει.

2029 Σειρές

Μπορείς να περιγράψεις τη $\left[\frac{1}{3}n\right]$ σειρά 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, ……. ως μια 3, 3, 3,……….. κανονικότητα.

Με παρόμοιο τρόπο, μπορείς να πεις ότι η σειρά $\left[\frac{2}{3}n\right]$ ακολουθεί την 2, 1, 2,………. κανονικότητα.

Πώς συνεχίζει;

Ποιες είναι οι κανονικότητες για τη $\left[\frac{1}{4}n\right]$ σειρά;

Μπορείς να περιγράψεις αυτές τις κανονικότητες με τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορείς να τις προβλέπεις για οποιοδήποτε κλάσμα;

Τι συμβαίνει στις σειρές κλασμάτων όπου ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή; Π. χ. $\left[\frac{3}{2}n\right]$;

Μπορείς να προβλέψεις τον αριθμό των μηδέν (0);

2031 Σχέδια σε ελικοειδή τετράγωνα

Να περιγράψεις τον τρόπο με τον οποίο ξεκίνησες τη συγκεκριμένη δραστηριότητα. Τι μαθηματικά έπρεπε να χρησιμοποιήσεις;

Το επόμενο τετράγωνο θα είναι 8εκ x 8εκ. Μπορείς να διακρίνεις τη σχέση ανάμεσα στα μεγέθη των τετραγώνων;

Κάποια από τα σχήματα που βρήκαμε είχαν τη μορφή αιχμής βέλους, διαμαντιού και αστεριών με 12 κορυφές. Μπορείς να βρεις κάποια σχήματα ακόμη;

2032 Σκουλαρίκια

Διάμετρος (εκ)	Ακτίνα (εκ)	Εμβαδόν (τ.εκ.)
1	0,5	0,7853982 *
1,5	0,75	1,7671459 *
2	1	3,1415927 *
4	2	12,566371 *
5	2,5	19,634954 *

* Αυτές οι απαντήσεις προκύπτουν, αν χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο π στο κομπιουτεράκι. Αν χρησιμοποιήσεις το π=3,14, τότε οι απαντήσεις θα διαφέρουν λίγο.

Σκουλαρίκι Α	αποτελείται από	1 ασημένιο δίσκο διαμέτρου 1εκ + 1 ασημένιο δίσκο διαμέτρου 1,5 εκ + 1 ασημένιο δίσκο διαμέτρου 2 εκ
	Συνολική επιφάνεια του ενός σκουλαρικιού Αξία του ενός	= 5,6941368 τ.εκ. = 5,6941368 × 20 λεπτά = 113,88274 λ = (113,88274 λ × 2) + 10 λ
	Αξία του ενός ζευγαριού	=2,38 ευρώ
Σκουλαρίκι Β	αποτελείται από	1 ασημένιο δίσκο διαμέτρου 4 εκ +1 ασημένιο δίσκο διαμέτρου 1,5 εκ
	Αξία του ενός ζευγαριού	= 4,42 ευρώ
Σκουλαρίκι Γ	αποτελείται από	$\frac{1}{2}$ ασημένιου δίσκου διαμέτρου 2 εκ $+\frac{1}{2}$ ασημένιου δίσκου διαμέτρου 4 εκ
	Αξία του ενός ζευγαριού	= 3,24 ευρώ
Σκουλαρίκι Δ	αποτελείται από	$\frac{7}{36}$ ασημένιου δίσκου διαμέτρου 5 εκ $+\frac{2}{36}$ χάλκινου δίσκου διαμέτρου 5 εκ
	Αξία του ζευγαριού	=1,65 ευρώ
Σκουλαρίκι Ε	αποτελείται από	$\frac{1}{2}$ ασημένιου δίσκου διαμέτρου 4 εκ $+\frac{1}{2}$ χάλκινου δίσκου διαμέτρου 4 εκ
	Αξία του ζευγαριού	= 2,74 ευρώ

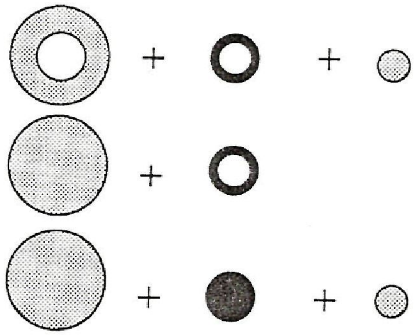
Αν είχες σκεφτεί να κολλήσεις μερικά κομμάτια χαλκού στην επιφάνεια ασημένιου δίσκου, τότε οι απαντήσεις σου μπορεί να διαφέρουν.

Το **Σκουλαρίκι Στ** μπορεί να κατασκευαστεί με διαφορετικούς τρόπους. Ανάλογα με τον τρόπο που χρησιμοποίησες, θα πάρεις μία από τις παρακάτω απαντήσεις:

Κόστος του ενός ζευγαριού = 4,60 €

ή 5,15 €

ή 5,90 €



Κόστος ενός ζευγαριού σκουλαρικιών Γ	=	3,24 €
120% κέρδος	=	3,89 €
Τιμή πώλησης	=	7,13 €

2033 Είναι αλήθεια;

Έχεις συλλέξει κάποιες πληροφορίες / δεδομένα;

Χρησιμοποίησες αυτές τις πληροφορίες / δεδομένα για να σχεδιάσεις μια γραφική παράσταση ή ένα διάγραμμα; (Παράδειγμα: κυκλικό διάγραμμα, γράφημα συχνοτήτων, ειδογράφημα, διάγραμμα διασποράς, ραβδόγραμμα;)

Προσπάθησε να πείσεις κάποιον από την τάξη σου ότι το συμπέρασμά σου είναι σωστό / λανθασμένο ή τίποτα από τα δύο.

2034 Πόσο πιθανό είναι;

Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Παρόλα αυτά, είναι **βέβαιο** ότι θα είσαι μεγαλύτερος/η και είναι **αδύνατο** να κάνεις μια μηλιά να βγάλει μπανάνες.

2039 Βρίσκω ισοδύναμα κλάσματα

1. $\frac{4}{10} = 4 : 10 = 0{,}4$

$\frac{6}{15} = 6 : 15 = 0{,}4$

Μερικές πιθανές απαντήσεις είναι: $\frac{8}{10}$ $\frac{10}{25}$ $\frac{12}{30}$ κ.λπ.

«Ισοδύναμο» σημαίνει «το ίδιο με» ή «ίσο με».

2.

(α) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \ldots = 0{,}5$

(β) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \ldots = 0{,}75$

(γ) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \ldots = 0{,}6666 = 0{,}\dot{6}$

Το $0{,}\dot{6}$ είναι η συντομογραφία του 0,6666 . . .

3. Πολλές πιθανές απαντήσεις. Ζήτησε από κάποιον άλλο να ελέγξει τις απαντήσεις σου.

2040 x^y πείραμα

Το κομπιουτεράκι δείχνει τον αριθμό 8.

Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις για άλλες τιμές των x και y που μπορεί να συμπεριλαμβάνουν:

$\boxed{4}\ \boxed{x^y}\boxed{3} = \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$\boxed{3}\ \boxed{x^y}\boxed{3} = \quad 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

$\boxed{3}\ \boxed{x^y}\boxed{4} = \quad 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$\boxed{4}\ \boxed{x^y}\boxed{-2} = \quad 4^{-2} = \frac{1}{4 \times 4} = 0{,}0625$

Τα παραπάνω παραδείγματα δείχνουν ότι:

$$x^y = \underbrace{x \times x \times x \times x \ldots x \times x}_{\text{y φορές}}$$

1. $$y^x = \underbrace{y \times y \times y \times \ldots \times y \times y \times y}_{\text{x φορές}}$$

2. Ίσως θα ήθελες να δοκιμάσεις κάποιες άλλες τιμές για τα x και y που να συμπεριλαμβάνουν αρνητικούς αριθμούς, δεκαδικούς και το μηδέν.

2041 Με επιστημονικό τρόπο

1. Σε κάποιο σημείο θα πρέπει να εμφανιστούν τα παρακάτω:

   0,0002 × 0,0003 = 6 - 08
   0,002 × 0,003 = 0,000006
   0,02 × 0,03 = 0,0006
   0,2 × 0,3 = 0,06
   2 × 3 = 6
   20 × 30 = 600
   200 × 300 = 60000
   2000 × 3000 = 6000000
   20000 × 30000 = 6 08

   Το κομπιουτεράκι σου μπορεί να γράψει το 6 08 ως 6^{08} ή 6, 08 ή 6,E08.
   Τα κομπιουτεράκια καταγράφουν πολύ μεγάλους και πολύ μικρούς αριθμούς, χρησιμοποιώντας την τυπική μορφή.
   Επομένως, το 6 08 στο κομπιουτεράκι σου σημαίνει

   $$6 \times 10^8 = 6 \times 100\,000\,000 = 600\,000\,000$$

   και το 6 -08 σημαίνει

   $$6 \times 10^{-8} = 6 \times 0{,}00000001 = 0{,}00000006$$

Αυτός ο τρόπος γραφής αριθμών ονομάζεται ΤΥΠΙΚΗ ΜΟΡΦΗ γιατί χρησιμοποιεί έναν καθορισμένο πρότυπο γραφής αριθμών:

$$a \times 10^n$$

όπου $1 \le a \le 10$ και ο n είναι ακέραιος.

2. Να ελέγξεις αν καταλαβαίνεις αυτό που εμφανίζει η οθόνη στο κομπιουτεράκι σου για τις τρεις ακολουθίες.
3. $700000 \times 2900000 = 2{,}03 \times 10^{12}$

   Γράφοντας όλη την ερώτηση σε τυπική μορφή προκύπτει:

   $$(7 \times 10^5) \times (2{,}9 \times 10^6) = 20{,}3 \times 10^{11} = 2{,}03 \times 10^{12}$$

2042 Ακολουθίες

0, 1, 2, 3, 4,…..
3, 7, 11, 15,…..
Ο ίδιος αριθμός προστίθεται στον προηγούμενο αριθμό.

0, -1, -2, -3,…..
1, -1, -3, -5,….

Ο ίδιος αριθμός αφαιρείται από τον προηγούμενο αριθμό.
Οι ακολουθίες θα έχουν την παρακάτω μορφή:
α, α + β, α +β + β ή α + 2β, α + 3β,…..α + nβ, όπου 0 ≤ n
και
α, α – β, α – 2β, α -3β,……α – nβ, όπου 0≤ n

1, 2, 4, 8, 16,….οι δυνάμεις του 2
1, 3, 9, 27, 81,….οι δυνάμεις του 3
Ακολουθεί ένα παράδειγμα: αν α = 3 και β = 2,

3, -1, 3, -1, 3, -1,………

1	EXE	ANS	+	2	EXE	EXE	EXE
4	EXE	ANS	–	2	EXE	EXE	EXE
1	EXE	11	ANS	EXE	EXE	EXE	
1	EXE	1	–	ANS	EXE	EXE	EXE

2043 Κανονικότητες μοναδιαίων κλασμάτων

Θα μπορούσες να ελέγξεις τις απαντήσεις σας, χρησιμοποιώντας ισοδύναμα κλάσματα.

Για παράδειγμα, για να υπολογίσεις $\frac{1}{7}+\frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{7} = \boxed{\frac{2}{14}} = \frac{3}{21} = \frac{4}{28} = ...$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \boxed{\frac{7}{14}} = \frac{8}{16} = ...$$

Επομένως, $\frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{2}{14} + \frac{7}{14} = \frac{9}{14}$

Με παρόμοιο τρόπο, αν

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = ...$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = ...$$

Μπορείς να εξηγήσεις γιατί $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$;

Είναι πιθανό να έχεις διακρίνει τον κανόνα.

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{9}{14} = \frac{7+2}{7\times 2}$$

Επομένως, για $\frac{1}{5} + \frac{1}{6}$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{5+6}{5\times 6} = \frac{11}{30}$$

Μη-μοναδιαία κλάσματα

Ο κανόνας δεν ισχύει σε αυτά.

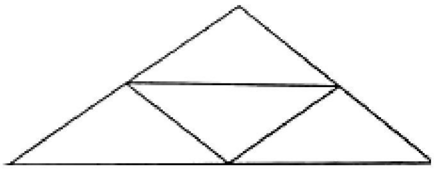
Για να υπολογίσεις $\frac{3}{7} + \frac{2}{5}$

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = \frac{(3\times 5)+(7\times 2)}{7\times 5} = \frac{15+14}{35} = \frac{29}{35}$$

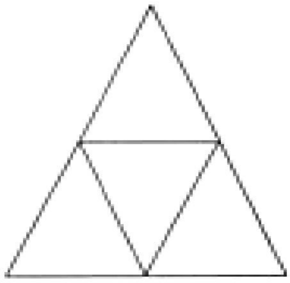
Αυτή η μέθοδος ισχύει για **οποιοδήποτε** ζεύγος κλασμάτων.

2046 Μεγέθυνση πενταγώνων-τριγώνων

Χρησιμοποιήθηκαν 4 τρίγωνα

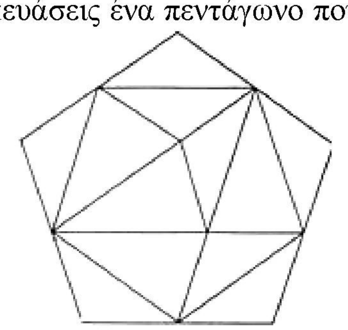


Χρησιμοποιήθηκαν 4 τρίγωνα

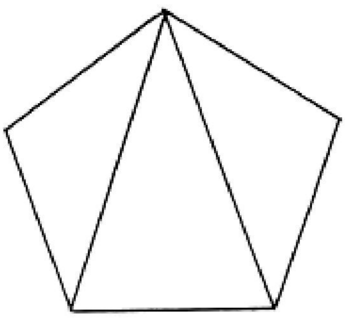


Μήκος πλευρών	Αριθμός τριγώνων
2	4
3	9
4	16
.	.
.	.
.	.

Υπάρχουν περισσότεροι από 1 τρόποι για να κατασκευάσεις ένα πεντάγωνο που έχει πλευρές διπλάσιες σε μήκος.
Παρακάτω, παρουσιάζεται ένας τρόπος.



Οποιονδήποτε τρόπο και αν βρεις, θα χρειαστείς 12 τρίγωνα.



× 4

2047 Καρφάκια σε τετράγωνα

1.	1+3+5+7+9	=	25	=	5^2	. . .
	1+3+5+7+9+11	=	36	=	6^2	. . .
	1+3+5+7+9+11+13	=	49	=	7^2	. . .
2.	4+12+20+28	=	64	=	8^2	. . .
	4+12+20+28+36	=	100	=	10^2	. . .
	4+12+20+28+36+44	=	144	=	12^2	. . .
3.	1+8+16+24	=	49	=	7^2	. . .
	1+8+16+24+32	=	81	=	9^2	. . .
	1+8+16+24+32+40	=	121	=	11^2	. . .
4.	1+2+3+4+3+2+1	=	16	=	4^2	. . .
	1+2+3+4+5+4+3+2+1	=	25	=	5^2	. . .
	1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1	=	36	=	6^2	. . .

2049 Απρόβλεπτες ομαλότητες

Παρατηρώντας την κανονικότητα, θα ήταν λογικό να περιμένει κανείς να ακολουθεί μια κανονικότητα διπλασιασμού. Αυτό ισχύει για 5 σημεία αλλά όχι για 6 σημεία. Είναι αδύνατο να βρεθούν 32 περιοχές με 6 σημεία. 31 περιοχές είναι ο μεγαλύτερος αριθμός περιοχών που προκύπτει.

Μπορεί να γίνει πρόβλεψη για περισσότερους όρους με τη χρήση διαφορών.

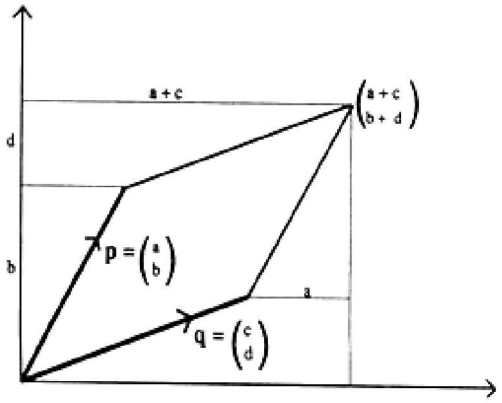
	1	2	4	8	16	31	57…
$1^η$ Διαφορά	1	2	4	8	15	26	….
$2^η$ Διαφορά	1	2	4	7	11	…	
$3^η$ Διαφορά	1	2	3	4	…		
$4^η$ Διαφορά	1	1	1	…			

Ίσως σε βοηθήσει να χρησιμοποιήσεις λογιστικό φύλλο.

2050 Διανυσματικά εμβαδά

1. α) Εμβαδόν παραλληλογράμμου = 12 τετραγωνικές μονάδες
   β) Εμβαδόν παραλληλογράμμου = 15 τετραγωνικές μονάδες
2. α) Εμβαδόν παραλληλογράμμου = 7 τετραγωνικές μονάδες
   β) Εμβαδόν παραλληλογράμμου = 11 τετραγωνικές μονάδες

3. Μπορείς να βρεις το εμβαδόν οποιουδήποτε παραλληλογράμμου, αν αφαιρέσεις το εμβαδόν των δύο ορθογώνιων τριγώνων και των δύο τραπεζίων από το μεγάλο ορθογώνιο.



Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου που σχηματίζεται από τα διανύσματα p και q, όπου

$p = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ και $q = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$

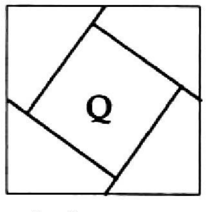
είναι bc – ad. Αν χρησιμοποίησες τα παρακάτω ως διανύσματα p και q,

$p = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ και $q = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

τότε το εμβαδόν είναι ad – bc.
Το εμβαδόν πρέπει να είναι πάντα θετικός αριθμός. Επομένως, παίρνουμε την απόλυτη τιμή του bc-ad. Αυτό γράφεται $|$ bc - ad $|$.

2052 Ο τεμαχισμός του Πυθαγόρα

Το διάγραμμα της εικόνας παρουσιάζει με ποιο τρόπο το τετράγωνο Q και τα τέσσερα τμήματα του τετραγώνου P θα τοποθετηθούν μέσα στο τετράγωνο R.



Ο λόγος του τεμαχισμού είναι σημαντικός. Δεν ισχύουν όλοι οι τεμαχισμοί.
Ο λόγος εξαρτάται από το μέσο όρο των δύο μικρότερων πλευρών του ορθογωνίου τριγώνου.

2053 Προσθέτω περιττούς αριθμούς

Υπάρχουν 6 τρόποι για να σχηματίσεις το 14 με 4 περιττούς αριθμούς.

1+1+1+11=14
1+1+3+ 9 =14
1+1+5+ 7 =14
1+3+3+ 7 =14
1+3+5+ 5 =14
3+3+3+ 5 =14

Υπάρχουν 4 τρόποι για να σχηματίσεις το 14 με 2 περιττούς αριθμούς. Τους βρήκες όλους;

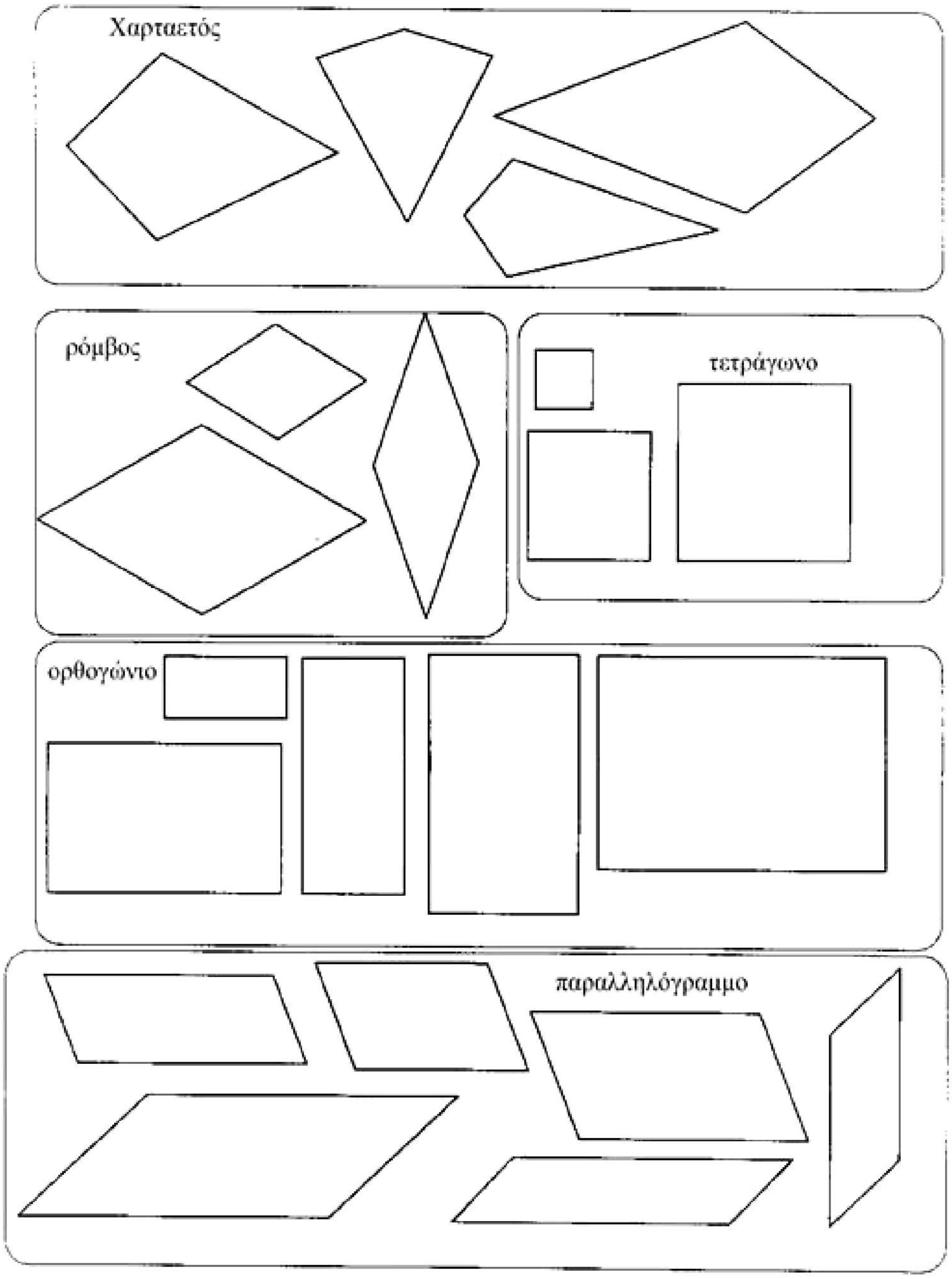
Είναι αδύνατο να σχηματίσεις το 14 με 3 περιττούς αριθμούς γιατί αν προστεθούν 3 περιττοί αριθμοί, θα δίνουν πάντα άθροισμα περιττό αριθμό.

Ίσως θα ήθελες να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου, χρησιμοποιώντας ένα διάγραμμα απεικόνισης.

Αριθμός περιττών αριθμών		Αριθμός τρόπων σχηματισμού του 14
2	→	4
3	→	0
4	→	6
5		.
6		.
.		.
.		.
.		.
14		.

Τι βρήκες για άλλους αριθμούς;

2054 4 πλευρές



2055 Ελλείψεις από αναδιπλώσεις

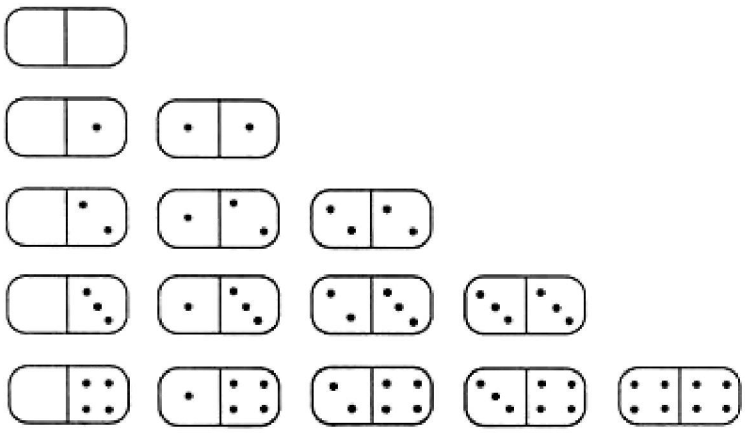
Όσο πιο κοντά είναι το σημείο προς το κέντρο του κύκλου τόσο περισσότερο θα μοιάζει η έλλειψη με κύκλο.
Όσο πιο κοντά στην περιφέρεια είναι το σημείο τόσο πιο στενή θα είναι η έλλειψή σου.
Τι παρατηρείς για την πιο μεγάλη σε μήκος γραμμή συμμετρίας;
Τι παρατηρείς για το μήκος του ευρύτερου τμήματος της έλλειψης και για τον αρχικό σου κύκλο;

2057 Βεντάλια

Ίσως είναι καλή ιδέα να παρουσιάσεις τα σχέδιά σου.

2059 Κανονικότητες με ντόμινο

1. Αυτό είναι ένα σετ του 4.



Έχει 15 ντόμινο.

2.

Σετ από ντόμινο		Αριθμός ντόμινο
0	→	1
1	→	3
2	→	6
3	→	10
4	→	15
5	→	21
6	→	28
7	→	36
8	→	45

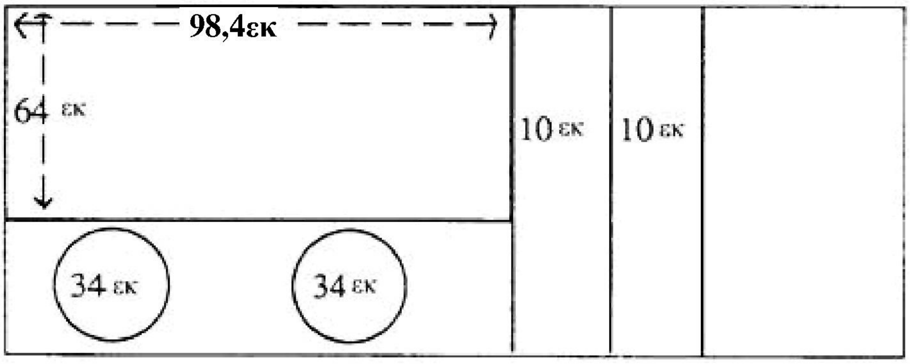
3. Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να περιγράψεις πώς μπορείς να βρεις τα ντόμινο σε ένα σετ από ντόμινο.

Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει αν η περιγραφή σου ισχύει και στις απαντήσεις που έδωσες για τα σετ των 10 και των 15 ντόμινο.

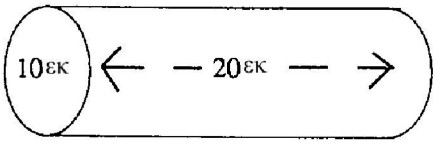
Μπορείς να βρεις ένα γενικό κανόνα που να ισχύσει για τον αριθμό των ντόμινο για οποιοδήποτε σετ;

2060 Ο σάκος

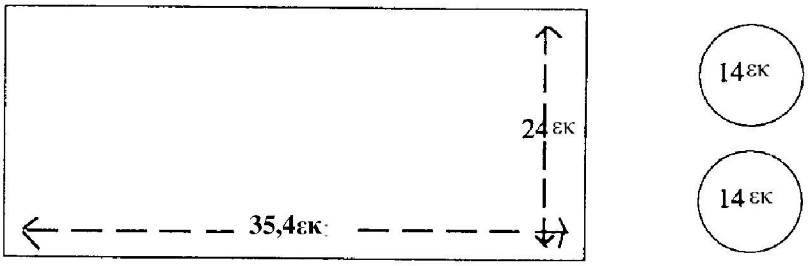
Ακολουθεί μια πιθανή λύση στην περίπτωση που θα επιλέξεις να χρησιμοποιήσεις τα ίδια υλικά για τα χερούλια.



Η συγκεκριμένη λύση απαιτεί 98εκ. αφήνοντας περιθώριο για χερούλια πλάτους τριών εκατοστών (3εκ). Μπορεί να αποφασίσεις να χρησιμοποιήσεις διαφορετικό υλικό για τα χερούλια ή να τα κάνεις πιο φαρδιά.
Παρακάτω, δίνονται οι διαστάσεις της μολυβοθήκης χωρίς λουριά.



Στη συνέχεια, δίνεται το σχέδιο χωρίς λουριά.



2061 Πειστικά επιχειρήματα!

Δεν παίρνεις **πάντα** ένα μεγαλύτερο αριθμό όταν πολλαπλασιάζεις μαζί δύο αριθμούς.
Δεν παίρνεις **πάντα** ένα μικρότερο αριθμό όταν διαιρείς δύο αριθμούς μεταξύ τους.
Χρησιμοποιώντας διάφορους αριθμούς θα πρέπει να έχεις καταλήξει ότι πάντα παίρνεις ένα μεγαλύτερο αριθμό όταν πολλαπλασιάζεις ….

….δύο θετικούς αριθμούς μεγαλύτερους από το 1 $12 \times 5 = 60$

….δύο αρνητικούς αριθμούς μεγαλύτερους από το 1 $-12 \times -5 = 60$

….δύο κοινά κλάσματα (μεγαλύτερα από το 1) $\frac{3}{2} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{10}$

Παίρνεις πάντα ένα μικρότερο αριθμό όταν πολλαπλασιάζεις …

…δύο κλάσματα μικρότερα από το 1 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

…δύο δεκαδικούς μικρότερους από το 1 $0,5 \times 0,5 = 0,25$

…έναν αρνητικό και ένα θετικό αριθμό $-2 \times 3 = -6$

Τι έχεις αποφασίσει για ….

…ένα αρνητικό και ένα θετικό κλάσμα $\frac{-1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{-1}{10}$

…έναν αρνητικό και ένα θετικό δεκαδικό $-0,5 \times 0,2 = -0,01$

….έναν αρνητικό αριθμό και ένα κλάσμα $-12 \times \frac{1}{2} = -6$

….έναν αρνητικό αριθμό και ένα δεκαδικό $-12 \times 0,5 = -6$

….ένα θετικό αριθμό και ένα κλάσμα $12 \times \frac{1}{2} = 6$;

Τι συμβαίνει, αν ένας από τους αριθμούς είναι 0 ή 1;
Ίσως αποφασίσεις να βάλεις όλες αυτές τις πληροφορίες σε έναν πίνακα ή σε μια αριθμογραμμή.

2062 Εγγεγραμμένες γωνίες

1. Η γωνία B πρέπει να είναι 90° (εγγεγραμμένη γωνία που καταλήγει σε ημικύκλιο)
   $x + 65° + 90° = 180°$ (οι γωνίες ενός τριγώνου έχουν άθροισμα 180°)
   $x = 25°$
2. $x = 16°$ Ισχύει ό,τι και στο προηγούμενο ερώτημα.
3. Η γωνία A πρέπει να είναι 90° (γωνία εγγεγραμμένη που καταλήγει σε ημικύκλιο)
   $x = y$ (το τρίγωνο είναι ισοσκελές)
   $x + y + 90° = 180°$
   $x + y = 90°$
   $x = y = 45°$
4. Στο τρίγωνο DEG
   $x + 70° + 40° = 180°$ (οι γωνίες ενός τριγώνου έχουν άθροισμα 180°)
   $x = 70°$
   $x = y$ (γωνίες που καταλήγουν στο ίδιο τόξο)
   $y = 70°$
5. $y = 90°$ (εγγεγραμμένη γωνία που καταλήγει σε ημικύκλιο)
   $x = 38°$ (γωνίες που καταλήγουν στο ίδιο τόξο QR)
   $x + y + z = 180°$ (οι γωνίες ενός τριγώνου έχουν άθροισμα 180°)
   $38° + 90° + z = 180°$
   $z = 52°$

Να εξηγήσεις με ποιο τρόπο κατέληξες στις παρακάτω απαντήσεις:

6.	$x = 52°$	$y = 64°$	$z = 64°$	
7.	$x = 44°$	$y = 44°$	$z = 46°$	
8.	$x = 55°$			
9.	$x = 84°$	$y = 48°$	$z = 42°$	
10.	$x = 120°$	$y = 30°$	$z = 60°$	
11.	$x = 110°$	$y = 110°$	$z = 70°$	$w = 110°$
12.	$x = 40°$	$y = 40°$	$z = 50°$	

2063 Ισλαμικά σχέδια

Ίσως θα ήθελες να παρουσιάσεις τα σχέδιά σου.

2064 Ρωσικός πολλαπλασιασμός

Η μέθοδος του Ρωσικού Πολλαπλασιασμού χρησιμοποιεί τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση με το 2 και την πρόσθεση των αριθμών που δεν έχουν διαγραφεί στο τέλος. Ακολουθούν κάποιες υποδείξεις, για να σε βοηθήσουν να κατανοήσεις τη μέθοδο.

Περιττός αριθμός	49×423		
(49 : 2 = 24 r 1)	~~24x846~~	(423×2)	
(24 : 2)	~~12x1692~~	(846×2)	
(12 : 2)	~~6x3384~~	(1692×2)	
Περιττός αριθμός	3×6768		
Περιττός αριθμός	$1 \times \underline{13536}$		
	20727	Σύνολο όλων των αριθμών που δεν έχουν διαγραφεί.	

32 x οποιονδήποτε αριθμό σού δίνει ένα Ρωσικό Πολλαπλασιασμό όπου όλοι οι αριθμοί εκτός από ένα ζεύγος αριθμών έχουν διαγραφεί. Μπορείς να βρεις κάποιους άλλους αριθμούς;
Δεν είναι δυνατόν να βρεις ένα Ρωσικό Πολλαπλασιασμό όπου όλοι οι αριθμοί έχουν διαγραφεί. Μπορείς να εξηγήσεις γιατί;

2065 Συρρικνώνοντας τη Γη

Είναι απαραίτητο να γνωρίζεις την ακτίνα της γης, το ύψος του όρους Έβερεστ και το βάθος της τάφρου Marianas.

Ακτίνα της γης	=	6350χμ = 6350000μ.
Ύψος του Έβερεστ	=	8848μ.
Βάθος της τάφρου Marianas	=	10843μ.
Ακτίνα μπάλας του γκολφ	=	22χιλ. = 0,022μ.

Υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να γίνει αυτό, εμείς επιλέξαμε τον παρακάτω τρόπο.
Ο λόγος του ύψους του Έβερεστ προς την ακτίνα της γης θα είναι ίσος με το ύψος του συρρικνωμένου βουνού Έβερεστ προς την ακτίνα της μπάλας του γκολφ.

$$\frac{\text{Ύψος Έβερεστ}}{\text{Ακτίνα γης}} = \frac{\text{Ύψος συρρικνωμένου Έβερεστ}}{\text{Ακτίνα μπάλας γκολφ}}$$

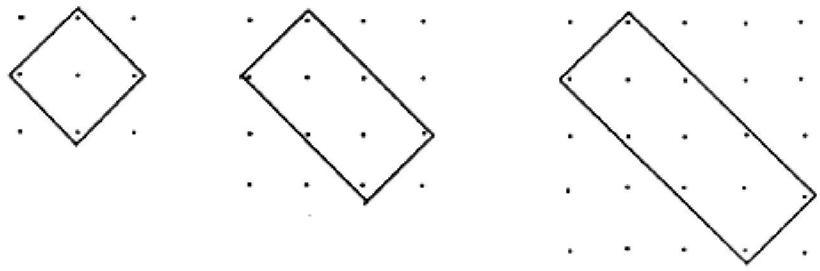
Επομένως, $$\frac{8848}{6350000} = \frac{\text{Ύψος συρρικνωμένου Έβερεστ}}{0,022}$$

Συνεπώς, το ύψος του συρρικνωμένου βουνού Έβερεστ είναι περίπου 0,03χιλ. Επομένως, θα μπορούσες να το νιώσεις;
Χρησιμοποιώντας την ίδια μέθοδο καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι η τάφρος Marianas θα μπορούσε να τοποθετηθεί στην μπάλα του γκολφ με βάθος 0,04χιλ.
Επομένως, θα μπορούσες να τη νιώσεις;

2066 Τελείες

Όταν κάνεις διερευνήσεις, να ξεκινάς πάντα με μερικά απλά παραδείγματα.

Πλάτος = 2 Μήκος = 4
Μήκος = 2 Πλάτος = 2
Πλάτος = 2 Μήκος = 3



5 τελείες 8 τελείες 11 τελείες

Θα ήταν χρήσιμο να παρουσιάσεις τα αποτελέσματά σου σε έναν πίνακα:
Με πλάτος = 2 τελείες

Πλάτος	2	3	4	. . . . .	n
Τελείες	5	8	11	. . . . .	;

Μπορείς να βρεις τον κανόνα;
Να κάνεις το ίδιο με 3 τελείες, με 4 τελείες, . . .
Μπορείς να βρεις το γενικό κανόνα;

2067 Τζιν παντελόνια

1. Το συγκεκριμένο λογιστικό φύλλο δημιουργήθηκε για να βρούμε (α) τη σωστή ποσότητα πρώτων υλών που είναι απαραίτητη και (β) να υπολογίσουμε το κόστος των πρώτων υλών για ένα τζιν παντελόνι.

	Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΤ	Ζ	Η
1	Υλικά	Υλικά για ένα παντελόνι	Υλικά για 5000 δωδεκάδες	Πρώτες ύλες πωλούνται	Τι να παραγ-γείλω	Κόστος μονάδας πρώτων υλών	Συνολικό κόστος για 5000 δωδεκάδες παντελόνια	Κόστος για ένα παντελόνι (€)
2	Ύφασμα	1,6	96000	100	960	250,00€	240000€	4,00€
3	Φόδρα	0,2	12000	100	120	106,00€	12720€	0,21€
4	Κλωστή	230	13800000	5000	2760	5,00€	13800€	0,23€
5	Ετικέτες	2	120000	1000	120	15,00€	1800€	0,03€
6	Καρφιά	5	300000	1000	300	20,00€	6000€	0,10€
7	Φερμουάρ	1	60000	100	600	12,50€	7500€	0,13€
8	Κουμπιά	1	60000	100	600	3,00€	1800€	0,03€

2. α) Από το λογιστικό φύλλο προκύπτει ότι μια αύξηση 5% στο κόστος του υφάσματος θα προκαλούσε αύξηση στην τιμή του παντελονιού κατά 20λ.
   β) Μια αύξηση στο κόστος του υφάσματος θα προκαλούσε αύξηση στην τιμή του παντελονιού κυρίως.

2069 Ανατροπή

Δεν χρειάζεται να αναποδογυρίσεις την κάρτα με το Ε. (Ξέρεις ότι τα Ε βρίσκονται στην πίσω πλευρά των καρτών με αριθμούς μεγαλύτερους από το 5. Αυτό, όμως, δεν σημαίνει ότι **δεν είναι δυνατό** να βρεις ένα Ε σε κάρτα, της οποίας ο αριθμός είναι 5 ή λιγότερο!)
Δεν χρειάζεται να αναποδογυρίσεις την κάρτα που είναι κενή. (Αν ο αριθμός που βρίσκεται στην άλλη πλευρά είναι μεγαλύτερος από 5, τότε η πρόταση δεν ισχύει.)
Πρέπει να αναποδογυρίσεις την κάρτα με το 7. (Αν δεν υπάρχει Ε, τότε η πρόταση δεν ισχύει.) Χρειάζεται να αναποδογυρίσεις την κάρτα με το 4; Είναι δυνατόν να υπάρχει αριθμός μεγαλύτερος από 5 στην άλλη πλευρά;
Επομένως, ο μικρότερος αριθμός καρτών που χρειάζεται να γυρίσεις είναι δύο κάρτες.

2070 Πύργοι από κάρτες

Θα χρειαστείς 5612 κάρτες για 61 επίπεδα. Το ύψος θα είναι περίπου 5 μέτρα. Ίσως είναι καλή ιδέα να ταξινομήσεις τα αποτελέσματά σου σε έναν πίνακα όμοιο με αυτόν που ακολουθεί για την έρευνά σου.

Επίπεδα	1	2	3	4	5	…
Κάρτες που χρησιμοποιήθηκαν	2	7	15	26	40	…

2071 Μισά κυβάκια

Με τα σχήματα α, β, ε, θ, η και κ μπορούν να σχηματιστούν κυβάκια.

2072 Αριθμοί Nepali

Οι αριθμοί που χρησιμοποιούνται στο Νεπάλ είναι γραμμένοι με τη γραφή Hindi.

1. Σε αυτό το μάθημα των μαθηματικών στο Νεπάλ, αφαιρείς το 4 ξανά και ξανά.

Η εικόνα των μαθητών που περπατούν σε τετράδες μπορεί να σε βοηθήσει.

40-4=36
36-4=32
32-4=28
28-4=24
.
.
.
4-4=0

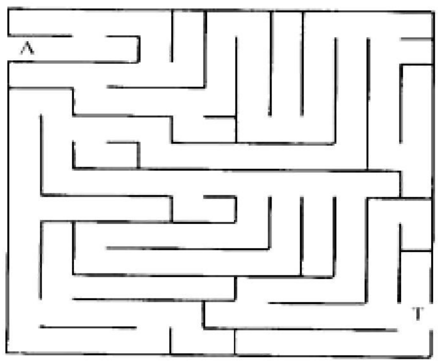
2. Ο πίνακας για τον αριθμό 2 θα μοιάζει με τον παρακάτω:

२०-२=१८
१८-२=१६
१६-२=१४
१४-२=१२
१२-२=१०
१०-२= ८
८-२= ६
६-२= ४
४-२= २
२-२= ०

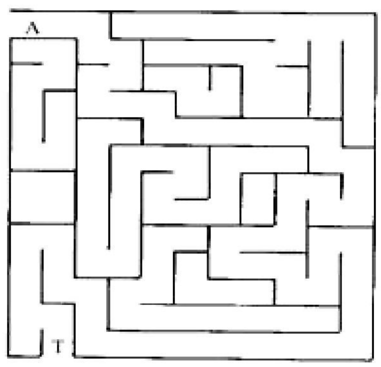
2081 Κατασκευάζοντας λαβύρινθους

Αυτά είναι δείγματα της εργασίας των μαθητών ενός σχολείου.

Γιάννης



Λητώ



2082 Απέναντι, προσκείμενη πλευρά και υποτείνουσα (ορθογώνια τρίγωνα)

Οι απαντήσεις στις τρεις πρώτες στήλες κάθε πίνακα εξαρτώνται από το μέγεθος των τριγώνων που σχεδίασες. Οι απαντήσεις σου στις τρεις τελευταίες στήλες του πίνακα πρέπει να είναι περίπου ίδιες.

Γωνία 40°

$\frac{\text{απέναντι}}{\text{υποτεινουσα}}$	$\frac{\text{προσκείμενη}}{\text{υποτεινουσα}}$	$\frac{\text{απέναντι}}{\text{προσκειμενη}}$
0,6	0,8	0,8
0,6	0,8	0,8
0,6	0,8	0,8

Γωνία 20°

$\frac{\text{απέναντι}}{\text{υποτεινουσα}}$	$\frac{\text{προσκείμενη}}{\text{υποτεινουσα}}$	$\frac{\text{απέναντι}}{\text{προσκειμενη}}$
0,3	0,9	0,4
0,3	0,9	0,4
0,3	0,9	0,4

Γωνία 60°

$\frac{\text{απέναντι}}{\text{υποτεινουσα}}$	$\frac{\text{προσκείμενη}}{\text{υποτεινουσα}}$	$\frac{\text{απέναντι}}{\text{προσκειμενη}}$
0,9	0,5	1,7
0,9	0,5	1,7
0,9	0,5	1,7

Αν οι απαντήσεις διαφέρουν σημαντικά, θα πρέπει να συζητήσεις τον τρόπο εργασίας σου με το δάσκαλό σου.

$\text{συν } 32° = \frac{α}{1}$	$\text{εφ}65° = \frac{β}{1}$	$\text{ημ } 42° = \frac{10}{c}$
$1\text{συν } 32° = α$	$1\text{εφ}65° = β$	$c\text{ημ}42° = 10$
$= 0{,}848048096$	$= 2{,}144506921$	$= 14{,}9447655$
$= 0{,}848$εκ	$= 2{,}145$εκ	$= 14{,}945$εκ

Είναι σημαντικό να παρουσιάσεις το συνολικό τρόπο εργασίας σου με παρόμοιο τρόπο.

d = 5,642 εκ   e = 4,275 εκ   f = 14,220 εκ   x = 12,833 εκ.

2084 Εμβαδόν Πολυγώνων

Εμβαδόν του Α = $6\frac{1}{2}$ τ.εκ. Εμβαδόν του Β = $5\frac{1}{2}$ τ.εκ. Εμβαδόν του Γ = 12τ.εκ.

Εμβαδόν του Δ = 9τ.εκ. Εμβαδόν του Ε = $8\frac{1}{2}$ τ.εκ. Εμβαδόν του ΣΤ = 6τ.εκ.

2087 Χωρίς να βλέπεις

Υπάρχουν 166 πιθανά σχήματα που μπορούν να προκύψουν από 6 κύβους. Επομένως, είναι λογικό να μην μπορέσεις να τα σχεδιάσεις όλα. Να ζητήσεις από το συμμαθητή σου να ελέγξει το σχέδιο που έκανες σε ισομετρικό χαρτί.

2090 Κανονικότητες με σκιασμένα και μη σκιασμένα τρίγωνα

Αν συμπεριλάβεις στον πίνακα με τα αποτελέσματα τις στρώσεις των τριγώνων, θα μπορέσεις να βρεις τον κανόνα.

Στρώσεις	Αριθμός μαύρων τριγώνων	Αριθμός κόκκινων τριγώνων	Σύνολο
1	1	0	1
2	3	1	4
3	6	3	9
4	10	6	16
5	15	10	25
6	21	15	36
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
10	;	;	;
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
100	;	;	;
	Αυτοί είναι	οι τριγωνικοί αριθμοί.	Ποιοι είναι αυτοί οι αριθμοί;

2091 Ορθογώνιο τρίγωνο ή όχι;

Εμβαδόν Α = 9τ.εκ. Εμβαδόν Β = 25τ.εκ. Εμβαδόν Γ = 23,04τ.εκ.
Εμβαδόν Δ = 16τ.εκ. Εμβαδόν Ε = 1,96τ.εκ. Εμβαδόν ΣΤ = 4τ.εκ.
Εμβαδόν Ζ = 36τ.εκ.

Τα τετράγωνα Α, Β και Δ ταιριάζουν ακριβώς γύρω από ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Το ίδιο ισχύει για τα τετράγωνα Γ, Ε και Β. Αυτό μπορείς να το ελέγξεις χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Πυθαγόρα.
Υπάρχουν μόνο δύο **ακριβείς** λύσεις για το μέγεθος του τετραγώνου Η.
Το τετράγωνο Η μπορεί είτε να είναι 5,2 × 5,2, οπότε τα Γ, ΣΤ και Η περιβάλλουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο, είτε το τετράγωνο Η μπορεί να είναι 3,6 × 3,6 οπότε τα Δ, Ζ και Η περιβάλλουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο.
Μπορείς να βρεις το εμβαδόν πολλών τετραγώνων, τα οποία θα μπορούσαν με 2 τετράγωνα από τα Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΣΤ και Ζ να φτιάξουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο αλλά δεν θα μπορούσες να υπολογίσεις το **ακριβές** μήκος των πλευρών του τετραγώνου.
Για παράδειγμα, τα τετράγωνα Α και Ε θα μπορούσαν να ταιριάσουν με ένα τετράγωνο που έχει εμβαδόν 10,96cm^2.
$\sqrt{10,96}$ = 3,310589071…..
Είναι αδύνατον να σχεδιαστεί **με ακρίβεια** η πλευρά αυτού του τετραγώνου.

2095 Τετράγωνα, κύβοι και ρίζες

1.

1	6		3
	4	9	
5			1
	1		2
1	3	3	1

2. Να δείξεις το δικό σου παζλ στο δάσκαλό σου.

2097 Οικογένειες κλασμάτων

Ποιες οικογένειες κλασμάτων βρήκες;

2099 Naksha

Να παρουσιάσεις τα σχέδιά σου.

2100 Δοκιμάζοντας

1. Η πρόταση είναι ψευδής.

	1	2	3	4	5	6
1	✗	✗	✗	✗	✗	✓
2	✗	✗	✗	✗	✗	✓
3	✗	✗	✗	✗	✗	✓
4	✗	✗	✗	✗	✗	✓
5	✗	✗	✗	✗	✗	✓
6	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Θα περίμενες να φέρεις 6, 11 φορές στις 36.
Θα περίμενες να φέρεις 6, 25 φορές στις 36.
Αν απάντησες «αληθής», πειραματίσου ξανά.

2. Η πρόταση είναι αληθής. Αν έχεις περισσότερα ζάρια, τότε έχεις περισσότερες πιθανότητες να φέρεις 6.

3. Αυτή η πρόταση είναι ψευδής.

Με δύο ζάρια

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Θα περίμενες να φέρεις άθροισμα 8 ή περισσότερο, 15 φορές στις 36 ρίψεις.
Δηλαδή, $\frac{15}{36}$.

Με τρία ζάρια τα πιθανά αθροίσματα είναι:
3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18

↑
Διάμεσος

Το διάμεσο άθροισμα είναι 10,5.
Θα περίμενες τα μισά αθροίσματα να είναι κάτω από 10,5 και τα υπόλοιπα πάνω από το 10,5. Όμως, είναι δυνατόν να έχουμε μόνο αθροίσματα ακέραιων αριθμών. Επομένως, η πιθανότητα να έχουμε αποτέλεσμα 11 ή περισσότερο είναι $\frac{1}{2}$.

Αφού $\frac{1}{2} = \frac{18}{36}$, το οποίο είναι μεγαλύτερο από το $\frac{15}{36}$, τότε η πρόταση δεν ισχύει.

4. Η πρόταση είναι ψευδής.
   Κάθε αριθμός στο ζάρι διαθέτει την ίδια πιθανότητα εμφάνισης με τους υπολοίπους.
   Η πιθανότητα να φέρουμε 6 είναι $\frac{1}{6}$. Ουσιαστικά, έχουμε την ίδια πιθανότητα να φέρουμε 1, 2 ή …

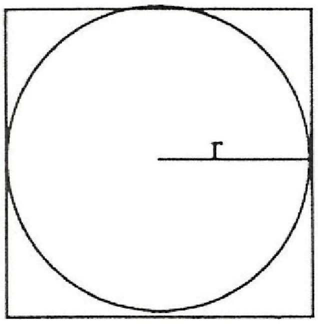
2102 Είναι τύχη . . . ή δεξιοτεχνία;

1.
(α) Ίσως έχεις σκεφτεί ένα παιχνίδι όπως το φιδάκι ή το μπίνγκο.
2. Ίσως έχεις σκεφτεί κάτι παρόμοιο με σκάκι ή κολύμπι . . .
3. Πολλές πιθανές απαντήσεις.

Αν παρουσιάσεις την εργασία της ομάδας σου, νομίζεις ότι οι υπόλοιποι συμμαθητές σου θα συμφωνήσουν;

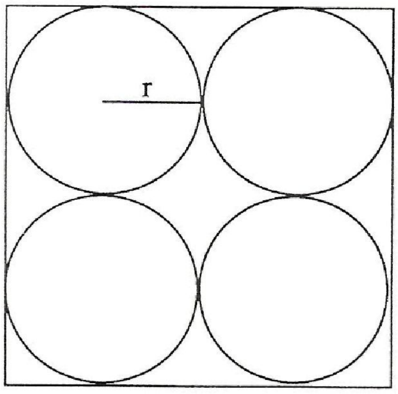
2103 Διευθέτηση κύκλων

1. <u>Χρησιμοποιώντας το πλήκτρο π</u>
   Οι απαντήσεις σου ίσως διαφέρουν, αν χρησιμοποιήσεις το π = 3,14.



Αν r είναι η ακτίνα, τότε:
Εμβαδόν τετραγώνου $= 2r \times 2r = 4r^2$
Εμβαδόν κύκλου $= \pi r^2$
Σκιασμένη περιοχή $= 4r^2 - \pi r^2$
$= (4 - \pi)\, r^2$
$= 0{,}858r^2$

$$\frac{\text{Σκιασμένη περιοχή}}{\text{Εμβαδόν τετραγώνου}} = \frac{0{,}858r^2}{4r^2}$$
$= 0{,}2146$
$= 21{,}460\%$



Εμβαδόν πρώτου κύκλου $= \pi r^2$
Εμβαδόν τεσσάρων κύκλων $= 4 \times \pi r^2$
Εμβαδόν τετραγώνου $= 4r \times 4r = 16r^2$
Σκιασμένη περιοχή $= 16r^2 - (\pi r^2 \times 4)$
$= (16 - 4\pi)\, r^2$
$= 3{,}433r^2$

$$\frac{\text{Σκιασμένη περιοχή}}{\text{Εμβαδόν τετραγώνου}} = \frac{3{,}433r^2}{16r^2}$$

$= 0{,}2146$
$= 21{,}460\%$

Θα πρέπει να βρεις ότι για κύκλους του ίδιου μεγέθους, τοποθετημένους σε οποιοδήποτε τετράγωνο, η απάντηση είναι 21,460%.

2. Υπάρχει ένας τρόπος τοποθέτησης κύκλων ίδιου μεγέθους, στον οποίο η απώλεια είναι τόσο μικρή όσο έως 9,3%. Το έχεις βρει;
   Τι θα συνέβαινε, αν χρησιμοποιούσες κύκλους με διαφορετικά μεγέθη;

2104 Κατά μέσο όρο

Η χρήση λογιστικού φύλλου ή κάποιου προγράμματος είναι σημαντική για τη συγκεκριμένη έρευνα. Υποδείξεις για τη χρήση του Excel ή για να γράψεις κάποιο πρόγραμμα σε γλώσσα Basic ή για το κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων δίνονται παρακάτω.

Λογιστικό φύλλο (Excel) $\frac{4+10}{2}$

Τι πρέπει να κάνεις	**Πώς να το κάνεις**
1. Να εισάγεις 4 στο πρώτο κελί (A1)	Πληκτρολόγησε 4 ↵ Κλικ στο A2
2. Να εισάγεις 10 στο δεύτερο κελί (A2)	Πληκτρολόγησε 10 ↵ Κλικ στο A3
3. Να εισάγεις έναν τύπο που να υπολογίζει την $\frac{4+10}{2}$	Πληκτρολόγησε $\boxed{=}$ για να εισάγεις έναν τύπο Πληκτρολόγησε $\boxed{(}$ Κλικ στο A1 Πληκτρολόγησε $\boxed{+}$ Κλικ στο A2 Πληκτρολόγησε $\boxed{)}$ $\boxed{/}$ $\boxed{2}$ ↵

Αυτό θα φανεί στο επάνω μέρος της οθόνης

	Α	Β	Γ	Δ	Ε
1	4				
2	10				
3	7				

4. Να αντιγράψεις τον τύπο σε όλο το φύλλο	Κλικ στο A3 Πήγαινε στο μενού ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ και επέλεξε ΑΝΤΙΓΡΑΦΗ Να μαρκάρεις 100 κελιά από το A4 και μετά πήγαινε στο μενού ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ και επέλεξε ΕΠΙΚΟΛΛΗΣΗ

Μπορείς να αλλάξεις τους δύο πρώτους αριθμούς κάνοντας κλικ στα A1 και A2 και εισάγοντας διαφορετικούς αριθμούς.
Αυτή η διαδικασία μπορεί εύκολα να προσαρμοστεί για τρεις ή περισσότερους αριθμούς.

Χρησιμοποιώντας γλώσσα προγραμματισμού BASIC

```
10      INPUT X
20      INPUT Y
25      FOR A=1 TO 100
30      Z=(X+Y)/2
40      PRINT Z
50      X=Y
60      Y=Z
70      GOTO 30
```

Αυτό εύκολα προσαρμόζεται σε $\frac{A+B+C}{3}$ ή $\frac{A+B+C+D}{4}$ κ.λπ.

Χρησιμοποιώντας κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων

Ένα πρόγραμμα για το Texas Instrument T1-81 κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων.

```
:       Input A
:       Input B
:       Lbl 1
:       (A+B)/2 → C
:       Disp C
:       B → A
:       C → B
:       Pause
:       Go to 1
:       End
```

Να συνεχίσεις να πιέζεις Enter όλη την ώρα που τρέχει το πρόγραμμα.

Ξεκινώντας με δύο αριθμούς

Ξεκινώντας με τους αριθμούς 4 και 10, το λογιστικό φύλλο δημιούργησε την ακολουθία:

	A
1	4
2	10
3	7
4	8,5
5	7,75
6	8,125
7	7,9375
8	8,03125
9	7,984375
10	8,0078125
11	7,99609375
12	8,00195313
13	7,99902344
14	8,00048828
15	7,99975586
16	8,00012207
17	7,99993896
18	8,00003052
19	7,99998474
20	8,00000763

Οι αριθμοί προσεγγίζουν το 8 όλο και περισσότερο. Ο αριθμός 8 ονομάζεται <u>όριο</u>.
Εξετάζοντας κάποιους άλλους αρχικούς αριθμούς.

Αρχικοί αριθμοί			Όριο
1,	1,	……	
1,	2,	……	Το όριο αυξάνεται κατά $0{,}6\dot{6}$ ή $\frac{2}{3}$
1,	3,	……	

…………………………………………………………………………………….........

……………………………………………………………………………………..

6,	1	……	Ποιο είναι το όριο για αυτούς τους αριθμούς;
6,	2,	……	

Τι συμβαίνει όταν οι δύο αρχικοί αριθμοί είναι οι ίδιοι;
Μπορείς να προβλέψεις το όριο για κάθε ακολουθία;
Υπάρχει κάποιος γενικός κανόνας για τον υπολογισμό του ορίου;

Ξεκινώντας με τρεις αριθμούς

Σε ένα λογιστικό φύλλο, οι αριθμοί 3, 18, 5 δημιουργούν την ακολουθία που έχει όριο το 9.

	A
1	3
2	18
3	5
4	8,66666667
5	10,5555556
6	8,07407407
7	9,09876543
8	9,24279835
9	8,80521262
10	9,04892547
11	9,03231215
12	8,96215008
13	9,01446256
14	9,00297493
15	8,99319586
16	9,00354445
17	8,99990508
18	8,9988818
19	9,00077711
20	8,99985466

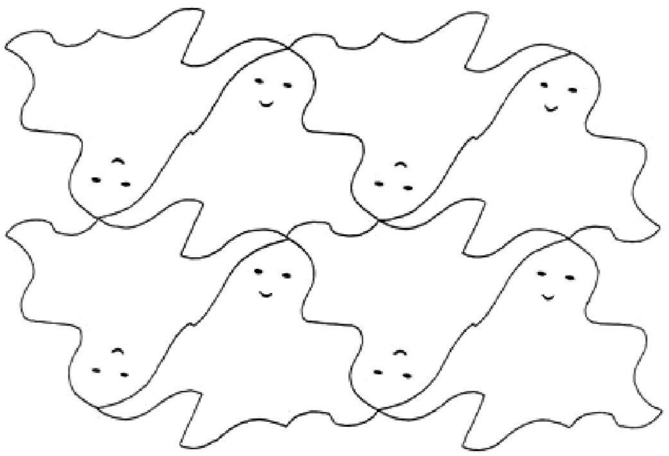
Μπορείς να προβλέψεις το όριο για κάθε ακολουθία;
Υπάρχει κάποιος γενικός κανόνας υπολογισμού του ορίου για τρεις αριθμούς;
Υπάρχει κάποιος γενικός κανόνας για τον υπολογισμό του ορίου για «n» αριθμούς;

2105 Ζεύγη ίσων κλασμάτων

Να κάνεις έναν κατάλογο με τα ζεύγη ίσων κλασμάτων που έχεις συγκεντρώσει.

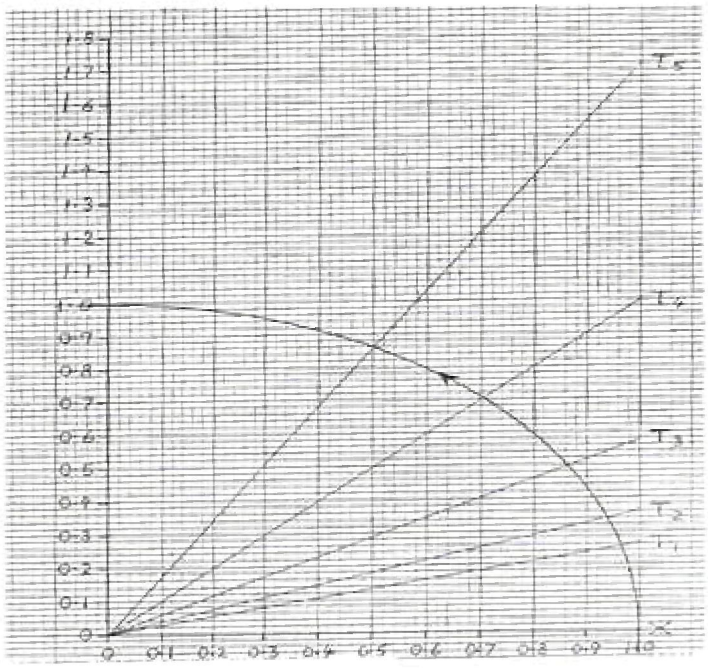
2108 Κινούμενα σχέδια

Αν μετακινήσεις 2 από τα διαδοχικά κομμάτια από τη μία πλευρά στην άλλη, θα σχηματιστεί ένα μωσαϊκό. Αν τα μετακινήσεις τυχαία, ίσως να μη σχηματίζεται μωσαϊκό.
Να σχηματίσεις ένα κυματιστό μωσαϊκό από ένα τρίγωνο. Μπορείς;
Αυτό το μωσαϊκό είναι φτιαγμένο από ένα εξάγωνο.



Παρατήρησε ότι όλες οι κυματιστές γραμμές συναντιούνται στο ίδιο σημείο.

2109 Μια άλλη τριγωνομετρική γραμμή

1. 

δ) Απόσταση XT

15° → 0,26
20° → 0,36
30° → 0,58
45° → 1,0
60° → 1,72

2. Καθώς η γωνία πλησιάζει τις 90°, η απόσταση XT ολοένα μεγαλώνει. Όταν η γωνία είναι 90°, η απόσταση XT δεν είναι δυνατόν να μετρηθεί.
3. εφ35 = 0,7002075 = 0,700 με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων.
4. 15° → εφ15 = 0,2679492 = 0,268
   20° → εφ20 = 0,3639702 = 0,364
   30° → εφ30 = 0,5773503 = 0,577
   45° → εφ45 = 1
   60° → εφ60 = 1,7320508 = 1,732
5. α) 0,510 β) 1,327 γ) 1,150
   δ) 1,664 ε) 0,754 στ) 0,344
6. α) 1,963 β) 0,404
7. 0,728
8. α) 1,154 β) 8,391 γ) 9,602
   δ) 10,898 ε) 15,012 στ) 4,898

2111 Jigsaws – Περιστροφική συμμετρία

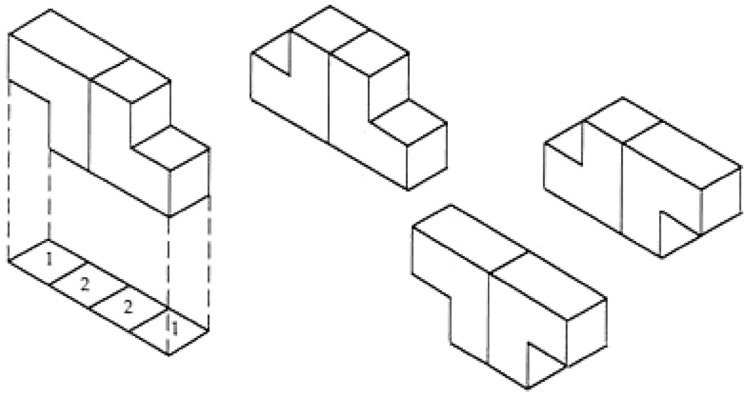
Αυτό είναι ένα σχέδιο που μπορεί να σχηματιστεί από το Jigsaw α. Υπάρχει συμμετρία εκ περιστροφής της τάξης του 6.

Αυτό είναι ένα σχέδιο που μπορεί να σχηματιστεί από το Jigsaw β. Η συμμετρία εκ περιστροφής είναι της τάξης του 3.

Αυτό είναι ένα σχέδιο που μπορεί να σχηματιστεί από το Jigsaw γ. Η περιστροφική του συμμετρία είναι της τάξης του 6.

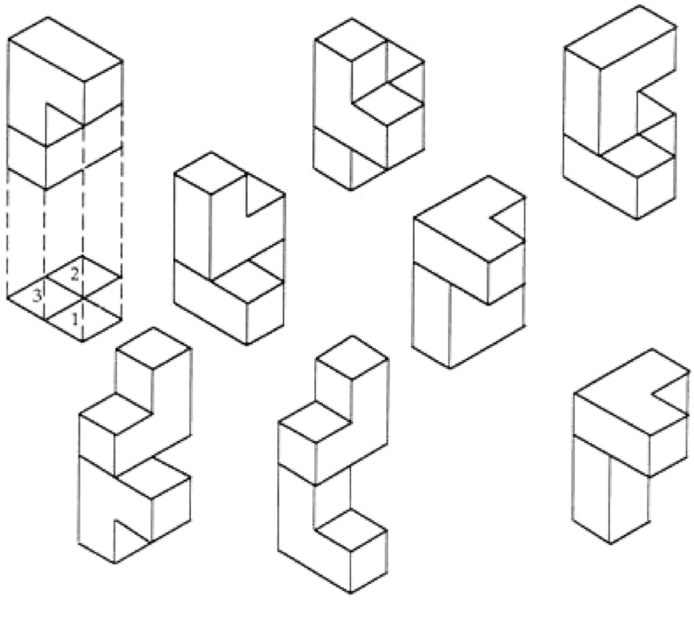
2127 Κώδικες των τριπλών κύβων

1. Υπάρχουν τέσσερα διαφορετικά στερεά.



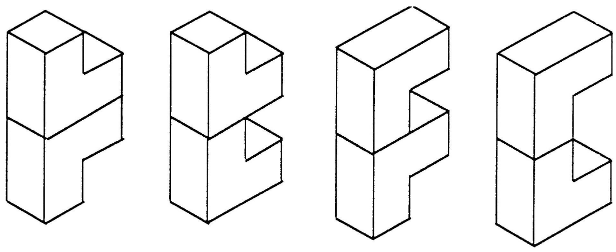
2. Υπάρχουν πολλοί κώδικες αποτύπωσης αλλά ο κώδικας σου πρέπει να συμπεριλαμβάνει αριθμούς που έχουν άθροισμα 6. Γιατί;

3. α) Υπάρχουν οκτώ πιθανές λύσεις.



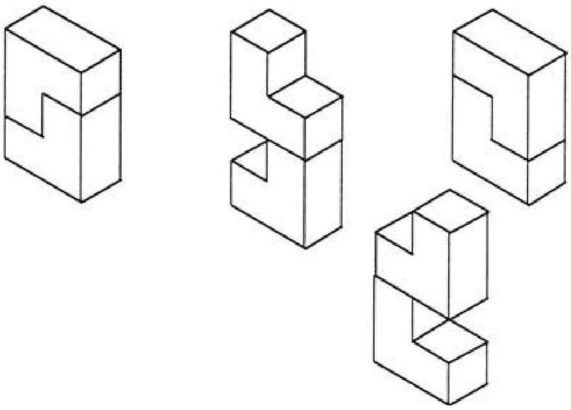
4.

β) Υπάρχουν τέσσερις πιθανές λύσεις.

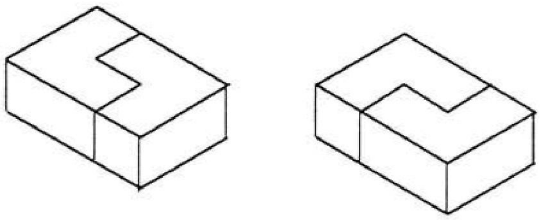


γ) Αδύνατο.

δ) Υπάρχουν τέσσερις πιθανές λύσεις.



ε) Υπάρχουν δύο πιθανές λύσεις.



2132 Κόβοντας γωνίες

Μπορείς να προσεγγίσεις τη συγκεκριμένη έρευνα με πολλούς τρόπους. Παρακάτω παρουσιάζονται τρεις πιθανοί τρόποι.

1. Μπορείς να ομαδοποιήσεις διαφορετικά είδη στερεών σχημάτων: Πρίσματα, Πυραμίδες, κ.λπ.
2. Μετά από οποιαδήποτε τομή, να εξετάζεις τον αριθμό των Εδρών, Κορυφών και Ακμών που δημιουργούνται και χάνονται, π.χ. σε κάποιο στερεό το κόψιμο μιας γωνίας δημιουργεί:
   3 νέες Ακμές
   1 νέα Έδρα και
   3 νέες Κορυφές αλλά χάνει 1 Κορυφή.
   Επομένως, μετά το κόψιμο κάθε γωνίας δημιουργούνται οι ακόλουθες Ακμές, Έδρες και Κορυφές:

   $8 \times 3 = 24$ νέες Ακμές
   $8 \times 1 = 8$ νέες Έδρες
   $8 \times (3 - 1) = 16$ νέες Κορυφές
3. Ξεκίνησε με ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο $E = 6$, $K = 8$, $A = 12$

   Να κόψεις κάθε γωνία $E = 14$, $K = 24$, $A = 36$

   Να κόψεις κάθε γωνία ξανά …. και ξανά.
   Αλλάζει κάτι η γωνία κοπής;
   Το μέγεθος του κοψίματος;

2134 Όμοια παραλληλόγραμμα

2. Ένα σύνολο όμοιων ορθογωνίων παραλληλογράμμων συμπεριλαμβάνει τα ορθογώνια Γ, Ζ και Θ. Το άλλο σύνολο συμπεριλαμβάνει τα ορθογώνια Δ, Ε και Η.

3.

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο	Μεγάλη πλευρά	Μικρή πλευρά	Αναλογία Μεγάλη πλευρά : Μικρή πλευρά
Γ	6	4	6 : 4 = 3 : 2
Ζ	9	6	9 : 6 = 3 : 2
Θ	3	2	3 : 2

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο	Μεγάλη πλευρά	Μικρή πλευρά	Αναλογία Μεγάλη πλευρά : Μικρή πλευρά
Δ	8	6	8 : 6 = 4 : 3
Ε	12	9	12 : 9 = 4 : 3
Η	4	3	4 : 3

4. Όταν κόψεις τα δύο δικά σου ορθογώνια παραλληλόγραμμα, οι διαγώνιοι του ενός πρέπει να συμπίπτουν με τις διαγωνίους των ορθογωνίων Γ, Ζ και Η. Οι διαγώνιοι του άλλου ορθογωνίου θα συμπίπτουν με τις διαγωνίους των ορθογωνίων Δ, Ε και Η.

Ένας άλλος τρόπος για να ελέγξεις αν τα ορθογώνιά σου είναι όμοια είναι να εξετάσεις το λόγο:

Μεγάλη πλευρά : Μικρή πλευρά.

Ο λόγος για το ένα από τα ορθογώνιά σου πρέπει να είναι 3 : 2 μετά από την απλοποίηση των όρων του σε πρώτους παράγοντες. Ο λόγος για το άλλο ορθογώνιο θα πρέπει να είναι 4 : 3 μετά από την απλοποίηση των όρων του σε πρώτους παράγοντες.

2136 Ποιες θα μπορούσαν να είναι οι τιμές του x;

1.

Προβλέψεις για το x	x^2	3x	x^2 - 3x	= 18
-1	1	-3	$1 - {}^{-}3 = 4$	Πολύ μικρό
-2	4	-6	$4 - {}^{-}6 = 10$	Πολύ μικρό
-3	9	-9	$9 - {}^{-}9 = 18$	✓

Οι δύο λύσεις για την $x^2 – 3x = 18$ είναι x = 6 ή x = -3.

2. x = -2 x = 5
3. x = 2 x = -4
4. x = 1 x = 7
5. x = -3 x = -10
6. x = -4
7. x = -1 x = 4
8. x = 1,5 x = -2,5
9. $x = \frac{1}{3}$ x = -4
10. x = + 4,583 x = - 4,583 με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων.

2137 Ημίτονο-συνημίτονο 1

1. Η υποτείνουσα είναι 5
   Η απέναντι πλευρά είναι 5 ημθ°
   Η προσκείμενη πλευρά είναι 5συνθ°
2. Η υποτείνουσα είναι 4,5
   Η απέναντι πλευρά είναι 4,5ημθ°
   Η προσκείμενη πλευρά είναι 4,5 συνθ°

   a = 4 ημ33° ≈ 2,179
   b = 4 συν33° ≈ 3,355
   c = 10 ημ65° ≈ 9,063
   d = 10 συν65° ≈ 4.226
   e = 84 ημ 67,5° ≈ 77,606
   f = 84 συν67,5° ≈ 32,145
   g = 7,7 ημ 10° ≈ 1,337
   h = 7,7 συν10° ≈ 7,583
   i = 3 ημ 18° ≈ 0,927
   j = 3 συν 18° ≈ 2,853
   k = 8 ημ 70° ≈ 7,518
   m = 8 συν 70° ≈ 2,736

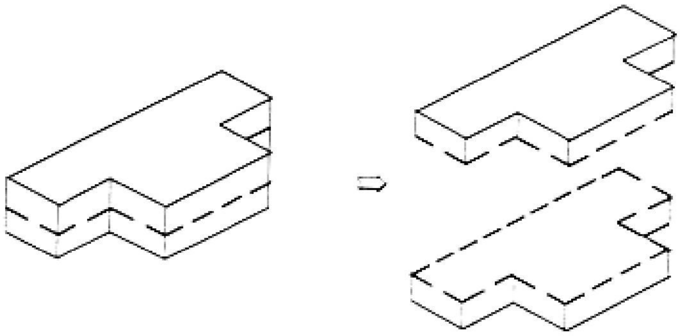
   $m \times συν\ 37° = 8$ $\qquad$ $m \approx 10,017$

   $m = \dfrac{8}{συν37^0}$ $\qquad$ $p = 10,017\ συν\ 37° \approx 6,028$

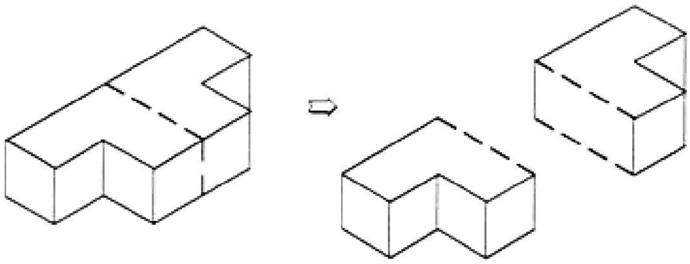
2138 Ποιο χέρι δουλεύει πιο σκληρά;

Ποιο γράμμα εμφανίστηκε περισσότερες φορές;
Με ποιον τρόπο παρουσίασες τα αποτελέσματά σου;

2139 Συμμετρία των τριπλών κύβων

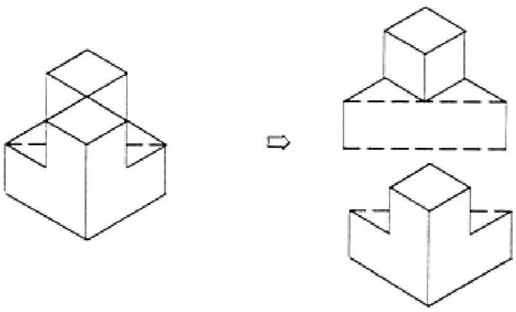


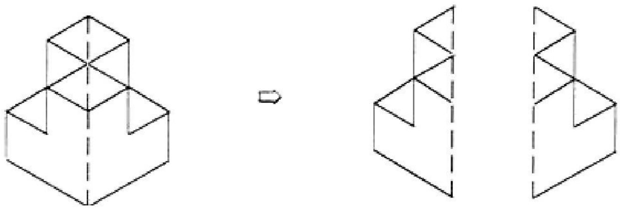
1. Έχει 1 οριζόντιο επίπεδο συμμετρίας



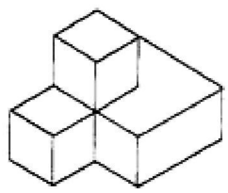
Έχει 1 κάθετο επίπεδο συμμετρίας

2. Το παρακάτω σχήμα έχει δύο επίπεδα συμμετρίας





Αυτό είναι ένα παράδειγμα στερεού που δεν έχει επίπεδα συμμετρίας.



Έχεις βρει κάποιο σχήμα με 3 επίπεδα συμμετρίας;
Υπάρχουν πολλές πιθανές λύσεις. Μια περίπτωση στην οποία χρησιμοποιήσαμε 4 τριπλούς κύβους είχε 5 επίπεδα συμμετρίας και όταν χρησιμοποιήσαμε 9 τριπλούς κύβους είχαμε 9 επίπεδα συμμετρίας.

2142 Σχηματίζοντας κύκλους

2. Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικά αποτελέσματα.

Περιφέρεια κύκλου	Διάμετρος	Π : Δ
20 εκ.	6,5 εκ.	3,076923
18 εκ.	6 εκ.	3
16 εκ.	5 εκ.	3,2
24 εκ.	7,5 εκ.	3,2

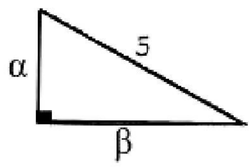
Στη στήλη Π : Δ οι απαντήσεις είναι 3 με προσέγγιση ενός ψηφίου.

- Σε ένα κομπιουτεράκι που εμφανίζει 8 ψηφία το π=3,1415927 με προσέγγιση 8 ψηφίων
- Σε ένα κομπιουτεράκι που εμφανίζει 10 ψηφία το π=3,141592654 με προσέγγιση 10 ψηφίων

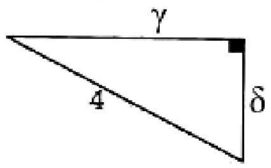
3. Απαντήσεις με π=3,14	Απαντήσεις με το κουμπί π
(α) Π×Δ =3,14×3,2 εκ.	Π×Δ=Π×3,2 εκ.
= 10,048 εκ.	=10,053096 εκ.
10,0 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)	=10,1 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)
(β) 3,14×5,1 εκ.=16,014 εκ.=16,0 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)	16,022123 εκ.=16,0 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)
(γ) 3,14×4,0 εκ.=12,56 εκ.=12,6 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)	12,566371 εκ.=12,6 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)
(δ) 3,14×6,3 εκ.=19,782 εκ.=19,8 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)	19,792034 εκ.=19,8 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)
(ε) 3,14×4,6 εκ.=14,444 εκ.=14,4 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)	14,451326 εκ.=14,5 εκ. (προσέγγιση 3 ψηφίων)

2144 Με τη χρήση του ημιτόνου και του συνημιτόνου

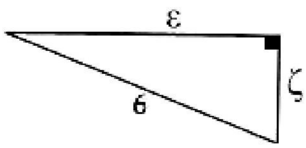
Αν οι απαντήσεις σου διαφέρουν λίγο από τις απαντήσεις που δίνονται, αυτό οφείλεται ίσως στο γεγονός ότι έχεις στρογγυλοποιήσει τις τιμές πολύ νωρίς.
Στους υπολογισμούς σου δεν πρέπει να χρησιμοποιήσεις στρογγυλοποιημένες τιμές.
Η στρογγυλοποίηση μέχρι 3 δεκαδικά ψηφία θα πρέπει να γίνει **μόνο** στο τέλος των υπολογισμών σου.
Εξυπηρετεί καλύτερα, αν ονοματίσεις τις πλευρές.
Όλες οι απαντήσεις έχουν δοθεί με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων, όπου αυτό είναι απαραίτητο.

1. 

α = 5ημ30 = 2,5β = 5 συν30 = 4, 330127 = 4,33

2. 

γ = 2,571 δ = 3,064

3. 

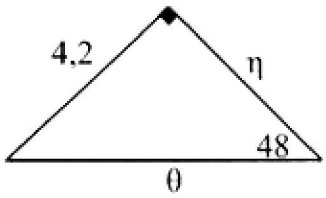
ε = 5,438 ζ = 2,536

4. Η ακτίνα r = 8,1213462
Τρίτη πλευρά = r συν 38
= 8,1213464 × 0,7880108
= 6,3997081
= 6,4

5. $r = \dfrac{7}{\text{ημ}40}$
= 10,890067
= 10,890
Τρίτη πλευρά = r συν 40
= 10,890067 × 0,7660444
= 8,3422752
= 8,342

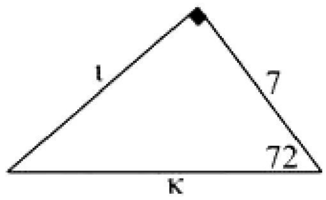
6. $r = \dfrac{7{,}5}{\text{ημ}20}$
= 21,928533
= 21,929
Τρίτη πλευρά = r συν 20
= 21,928533 × 0,9396926
= 20,606081
= 20,606

7.



η = 5,652   θ = 3,782

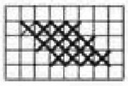
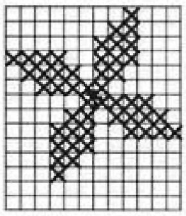
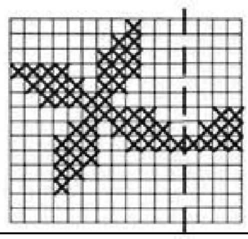
8.

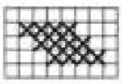
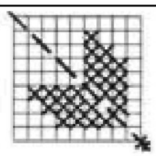
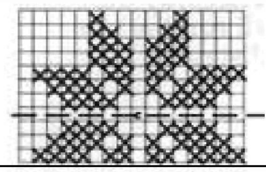


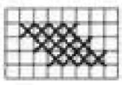
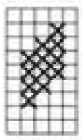
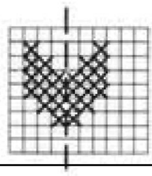
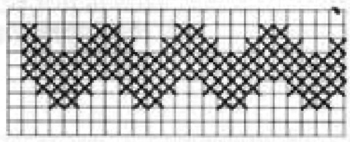
ι = 22,652   κ = 21,544

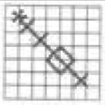
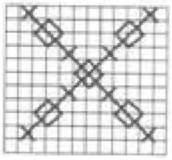
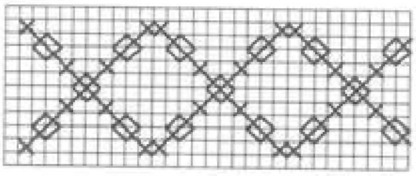
2145 Σταυροβελονιά

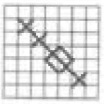
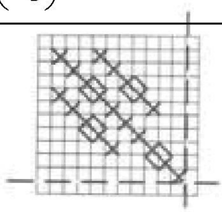
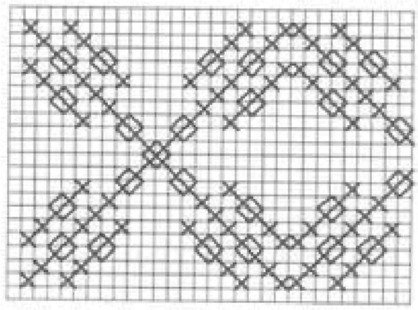
Ακολουθεί περιγραφή του τρόπου με τον οποίο τα μοτίβα κεντήματος τροποποιήθηκαν για να δημιουργήσουν το κάθε σχέδιο χωριστά. Να συζητήσεις με το δάσκαλό σου αν η περιγραφή σου είναι διαφορετική.

Το μοτίβο…	περιστρέφεται κατά περίπου* 90°, 180° και 270°.	Στη συνέχεια, δημιουργείται το συμμετρικό του ως προς την ευθεία …	Στο τέλος, ολόκληρο το σχήμα που δημιουργήθηκε μεταφέρεται κατά το διάνυσμα $\begin{pmatrix}24\\0\end{pmatrix}$.
			

Το μοτίβο…	απεικονίζεται συμμετρικά ως προς τη συγκεκριμένη διαγώνιο….	Στη συνέχεια, περιστρέφεται κατά περίπου* 90° προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού….	Στη συνέχεια, ολόκληρο το σχήμα απεικονίζεται συμμετρικά ως προς την οριζόντια και την κάθετη ευθεία.
			

Το μοτίβο…	αρχικά περιστρέφεται κατά 90°….	Στη συνέχεια, απεικονίζεται συμμετρικά…	Στη συνέχεια, ολόκληρο το σχήμα που προκύπτει μεταφέρεται κατ' επανάληψη κατά το διάνυσμα $\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}$.
			

Το μοτίβο…	περιστρέφεται κατά περίπου* 90°, 180° και 270°.	Στη συνέχεια, ολόκληρο το σχήμα που προκύπτει επανειλημμένα απεικονίζεται συμμετρικά.
		

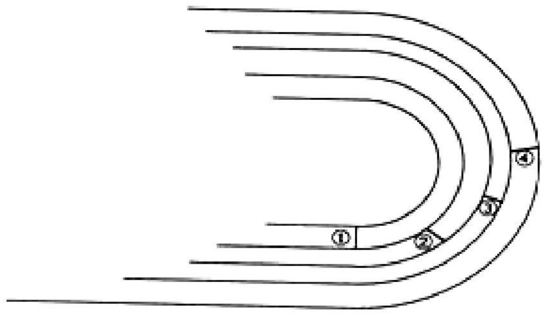
Το μοτίβο…	χρησιμοποιείται για να δημιουργηθεί ένα καινούργιο μοτίβο με τη χρήση των διανυσμάτων $\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ και $\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$.	Το νέο μοτίβο, στη συνέχεια, απεικονίζεται συμμετρικά ως προς τις οριζόντιες και τις κάθετες ευθείες και μετά μεταφέρεται επανειλημμένα κατά το διάνυσμα $\begin{pmatrix}20\\0\end{pmatrix}$.
		

2146 Δεν είναι δίκαιο

1.

Αριθμός διαδρόμων	Μήκος διαδρόμων (Οι απαντήσεις σου θα πρέπει να είναι μεταξύ αυτών των τιμών.)
1	390-410 μ.
2	420-440 μ.
3	450-480 μ.
4	480-510 μ.

2. Για να είναι δίκαιος ο αγώνας, κάθε αθλήτρια θα πρέπει να ξεκινήσει από διαφορετική θέση. Με αυτόν τον τρόπο, οι αθλήτριες θα διανύσουν την ίδια απόσταση.



3. Το πλάτος είναι 5 μ. Στην πραγματικότητα, είναι πολύ πλατύ.

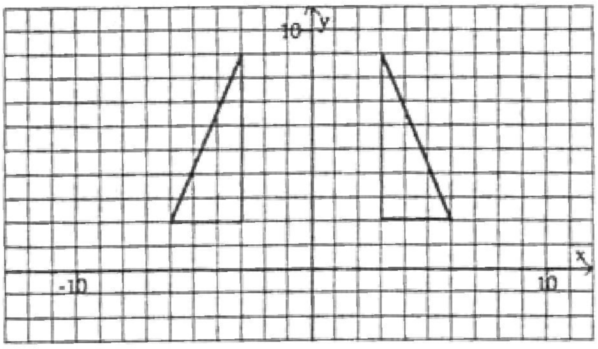
Γιατί πιστεύεις ότι το φύλλο εργασίας σχεδιάστηκε με αυτόν τον τρόπο;

2148 Μετασχηματισμός τριγώνων

1. Η απεικόνιση $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$ απλώς σημαίνει ότι αλλάζεις το πρόσημο της συντεταγμένης x.

   Οι τρεις κορυφές του τριγώνου γίνονται (-3, 2), (-6, 2) και (-3, 9).

   Το ακόλουθο σχεδιάγραμμα δείχνει το μετασχηματισμό.



   Ο μετασχηματισμός είναι η συμμετρία ως προς τον άξονα y ή ως προς την ευθεία x = 0.

   Η απεικόνιση με την οποία το τροποποιημένο τρίγωνο επιστρέφει στην αρχική του θέση ονομάζεται αντίστροφη απεικόνιση.

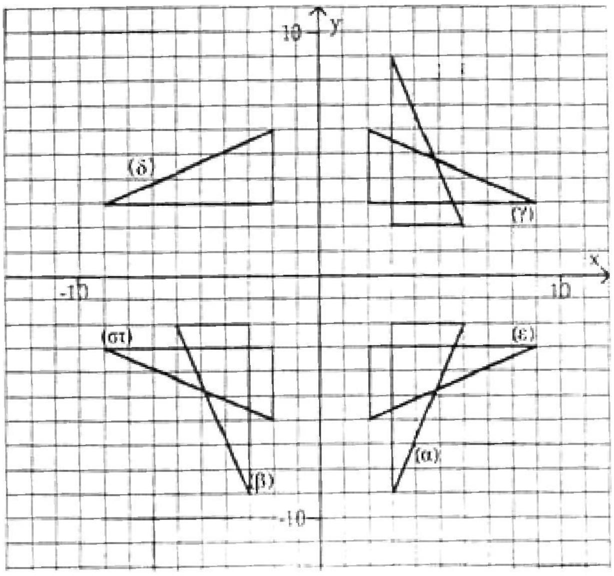
   Τα σημεία του νέου τριγώνου μπορούμε τώρα να τα εκφράσουμε ως $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

   Η αντίστροφη απεικόνιση θα πρέπει να αλλάξει τα σημεία (-3, 2) (-6, 2) (-3, 9) σε (3, 2) (6, 2) και (3, 9).

   Η απεικόνιση $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$ προκαλεί αυτές τις αλλαγές.

   Όταν η απεικόνιση και η αντίστροφή της είναι ίδιες, τότε ονομάζεται αυτοαντίστροφη απεικόνιση.

2.



Μετατροπή	Περιγραφή απεικόνισης	Αντίστροφη
(α)	Συμμετρία ως προς τον άξονα x ή την ευθεία y = 0	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$
(β)	Περιστροφή 180° γύρω από το σημείο (0,0)	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$
(γ)	Συμμετρία ως προς την ευθεία y = x	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$
(δ)	Περιστροφή 90° γύρω από το σημείο (0,0) αντίθετα της φοράς των δεικτών του ρολογιού	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$
(ε)	Περιστροφή 90° στο σημείο (0,0) κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού	
(στ)	Συμμετρία ως προς την ευθεία y = -x	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$

<u>2149 Κυκλική κάλυψη</u>

Η τιμή που δείχνει το κομπιουτεράκι για το π είναι 3,1415927. Η συγκεκριμένη τιμή είναι η κατά προσέγγιση τιμή του π με ακρίβεια 7 δεκαδικών ψηφίων.

1.

	Ακτίνα	Εμβαδόν με τη χρήση του π = 3,142	Εμβαδόν με τη χρήση του πλήκτρου π στο κομπιουτεράκι με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων
	2εκ	12,568τ.εκ.	12,566 τ.εκ.
	3εκ	28,278 τ.εκ.	28,274 τ.εκ.
2	4εκ	50,272 τ.εκ.	50,265 τ.εκ.
	5εκ	78,55 τ.εκ.	78,540 τ.εκ.
	6εκ	113,112 τ.εκ.	113,097 τ.εκ.
	7εκ	153,958 τ.εκ.	153,938 τ.εκ.
	8εκ	201,088 τ.εκ.	201,062 τ.εκ.
	9εκ	254,502 τ.εκ.	254,469 τ.εκ.

3. Ο διπλασιασμός της ακτίνας δεν σημαίνει ότι διπλασιάζεται το εμβαδόν του κύκλου. Όταν διπλασιάζεται η ακτίνα, το εμβαδόν είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερο.
4. Το εμβαδόν ενός κύκλου με ακτίνα 18εκ = 1018,008 τ.εκ. (όταν π = 3,142) ή
   = 1017,876 τ.εκ.
   (Με το πλήκτρο π με ακρίβεια τριών δεκαδικών ψηφίων.)

Ένας άλλος τρόπος για να βρεις το εμβαδόν είναι να χρησιμοποιήσεις το εμβαδόν του κύκλου με ακτίνα 9εκ. Όταν διπλασιαστεί η ακτίνα, τότε το εμβαδόν είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερο.

Εμβαδόν κύκλου με ακτίνα 9εκ = 254,502 τ.εκ. (όταν π = 3,142)

Εμβαδόν κύκλου με ακτίνα 18εκ = 254,502 τ.εκ. × 4 = 1018,008 τ.εκ.

4. Εμβαδόν κύκλου με ακτίνα 0,5εκ = 0,786 τ.εκ. (με το π = 3,14) ή
   = 0,785 τ.εκ.
   (Με το πλήκτρο π με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων.)
