



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Αλγόριθμοι Ανάλυσης και Επεξεργασίας
Αυτοστερεοσκοπικών Εικόνων

Ευθύμιος Θ. Κουφογιάννης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΑΘΗΝΑ

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2014

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Αλγόριθμοι Ανάλυσης και Επεξεργασίας Αυτοστερεοσκοπικών Εικόνων

Ευθύμιος Θ. Κουφογιάννης

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Εμμανουήλ Σαγκριώτης, Αν. Καθηγητής ΕΚΠΑ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ:

Εμμανουήλ Σαγκριώτης, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΚΠΑ

Δημήτριος Μαρούλης, Καθηγητής ΕΚΠΑ

Ιωάννης Έλληνας, Καθηγητής ΑΤΕΙ Πειραιώς

ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Ιωάννης Έλληνας

Καθηγητής ΑΤΕΙ Πειραιώς

Σεραφείμ Καραμπογιάς

Επίκουρος Καθηγητής ΕΚΠΑ

Σέργιος Θεοδωρίδης

Καθηγητής ΕΚΠΑ

Δημήτριος Μαρούλης

Καθηγητής ΕΚΠΑ

Θεοχάρης Θεοχάρης

Καθηγητής ΕΚΠΑ

Εμμανουήλ Σαγκριώτης

Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΚΠΑ

Διονύσιος Κάβουρας

Καθηγητής ΑΤΕΙ Αθηνών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι σημερινές μέθοδοι λήψης και απεικόνισης τρισδιάστατου (3Δ) περιεχομένου απαιτούν τη χρήση συσκευών εντοπισμού ή ειδικών γυαλιών. Υπάρχουν όμως τεχνικές οι οποίες παρέχουν τη δυνατότητα προβολής 3Δ περιεχομένου στο χρήστη χωρίς τη χρήση ειδικών διατάξεων. Αυτές ονομάζονται «αυτοστερεοσκοπικές» και οι αντίστοιχες εικόνες που προκύπτουν χαρακτηρίζονται «αυτοστερεοσκοπικές εικόνες».

Ένα ιδιαίτερα υποσχόμενο είδος αυτοστερεοσκοπικής 3Δ απεικόνισης ονομάζεται Ολοκληρωτική Απεικόνιση (ΟΑ). Η ΟΑ δίνει τη δυνατότητα λήψης Ολοκληρωτικών Εικόνων (ΟΕ) οι οποίες περιέχουν ενσωματωμένη την 3Δ πληροφορία και μπορούν μέσω κατάλληλων συσκευών να την μεταφέρουν στο θεατή χωρίς τη χρήση από αυτόν ειδικού εξοπλισμού.

Όμως η οποιαδήποτε απώλεια ευθυγράμμισης μεταξύ των μηχανικών τμημάτων της συσκευής λήψης έχει ως αποτέλεσμα γεωμετρικές παραμορφώσεις στη δομή της ληφθείσας ΟΕ. Το αποτέλεσμα είναι η απώλεια του 3Δ περιεχομένου καθώς και η ολοκληρωτική αποτυχία των αλγορίθμων ανάλυσης οι οποίοι βασίζονται στις καθορισμένες γεωμετρικές διαστάσεις της ληφθείσας ΟΕ.

Στην διδακτορική αυτή διατριβή αναπτύχθηκαν εύρωστες μέθοδοι επεξεργασίας εικόνας για την επιτυχή αντιμετώπιση των εν λόγω γεωμετρικών παραμορφώσεων. Χρησιμοποιώντας μεθόδους από το χώρο της τεχνητής όρασης μελετήθηκαν και επιλύθηκαν τα προβλήματα γεωμετρικών παραμορφώσεων ΟΕ οι οποίες προκύπτουν από συστοιχίες τετράγωνων, εξαγωνικών, τριγωνικών καθώς και κυκλικών φακών. Το αποτέλεσμα της μελέτης αυτής ήταν η δημιουργία ευέλικτων αλγορίθμων επεξεργασίας και επιδιόρθωσης ΟΕ.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Επεξεργασία εικόνας

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Τρισδιάστατη εικόνα, Αυτοστερεοσκοπική εικόνα, Ολοκληρωτική φωτογράφιση, Τεχνητή όραση, Προβολική παραμόρφωση

ABSTRACT

Nowadays, acquisition and display of three-dimensional (3D) images requires the use of special tracking devices or glasses. However specialized techniques provide the ability of 3D content delivery to end users without such limitations. These methods are called autostereoscopic and the resulting images are called autostereoscopic images.

A promising type of autostereoscopic imaging is called Integral Imaging (InI). InI provides the ability of capturing Integral Images (InIm) that contain embedded 3D information and are additionally able to display it to the end user without the need for specialized equipment.

But the existence of even slight misalignments between the optical components in the acquisition device results in geometrical aberrations in the structure of the acquired InIm. These result in total loss of the displayed 3D content as well as failure of all InIm analysis and processing algorithms that depend on pre-determined geometric dimensions of the acquired InIm.

In this doctoral dissertation robust image processing frameworks were developed in order to successfully correct these geometrical aberrations. In detail, using computer vision methodologies, the problems of geometrical aberrations in arrays of square, hexagonal and triangular lenses were extensively studied, resulting in the development of robust InIm processing and rectification algorithms.

SUBJECT AREA: Image processing

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Three dimensional image, Autostereoscopic image, Integral photography, Computer vision, Projective distortion

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διατριβή εκπονήθηκε στο τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, χρηματοδοτούμενη από το πρόγραμμα «Ηράκλειτος II» με προτεραιότητα στη βασική έρευνα (70/3/10897) του Υπουργείου Παιδείας και Θρησκευμάτων.

Ως σημαντικότερος αρωγός στην παραπάνω προσπάθεια στάθηκε ο Αναπληρωτής καθηγητής του Τμήματος Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών του Πανεπιστημίου Αθηνών και άμεσος επιβλέπων της διδακτορικής διατριβής κ. Εμ. Σαγκριώτης. Χάρη στις πολύτιμες γνώσεις του καθώς και την ιδιαίτερη ηθική του συμπαράσταση αποτέλεσε βασικό καταλύτη σε όλα τα στάδια την έρευνας.

Σημαντικότατο ρόλο επίσης διαδραμάτισε η εκτενής συνεισφορά του μεταδιδακτορικού συνεργάτη του τμήματος Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών καθώς και προσωπικού φίλου κ. Νικόλαου Σγούρου. Η ιδιαίτερη εμπειρία του στο χώρο της 3D εικόνας, σε επιστημονικά και τεχνικά θέματα, αλλά και η υποστήριξή του σε προσωπικό επίπεδο αποτέλεσαν σημαντικότερα παράγοντα κατά τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της διατριβής.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να εκφράσω τη βαθιά μου ευγνωμοσύνη στους γονείς μου και τον αδερφό μου οι οποίοι σε όλη μου τη ζωή με τη διαρκή τους υποστήριξη έκαναν πάντα ακόμη και τις πιο δύσκολες στιγμές να μοιάζουν ευκολότερες.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την σύζυγό μου η οποία συμπαραστάθηκε στις αγωνίες μου όλο αυτό το χρονικό διάστημα με την αγάπη, αφοσίωση και ανοχή της.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	27
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	29
1.1 Στόχοι της διατριβής	30
1.2 Δομή της διατριβής	30
2 ΑΝΘΡΩΠΙΝΗ ΟΡΑΣΗ - ΣΤΕΡΕΟΨΗ	33
2.1 Η ανθρώπινη όραση	33
2.1.1 Ανατομία οφθαλμού	33
2.1.2 Η διαδικασία της ανθρώπινης όρασης	34
2.1.3 Στερεοσκοπία	35
2.2 Στερέοψη	38
3 ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΗ ΦΩΤΟΓΡΑΦΗΣΗ	41
3.1 Εισαγωγή	41
3.2 Αναλογική ολοκληρωτική φωτογράφιση	41
3.3 Ψηφιακή ολοκληρωτική φωτογράφιση	43
4 ΤΕΧΝΗΤΗ ΟΡΑΣΗ - ΕΝΝΟΙΕΣ	45
4.1 Εισαγωγή	45
4.2 Προβολική Γεωμετρία	46
4.2.1 Η έννοια της προβολής	46
4.2.2 Συντεταγμένες σημείων	47
4.2.3 Ομογένεια μετασχηματισμών	48

4.2.4	Προβολές κάμερας	49
4.2.5	Η κάμερα σαν ένα σημείο	50
4.3	Το δισδιάστατο προβολικό επίπεδο	51
4.3.1	Διανύσματα γραμμών και στηλών	51
4.3.2	Ομογενής αναπαράσταση γραμμών	53
4.3.3	Ομογενής αναπαράσταση σημείων	53
4.3.4	Σημεία φυγής και η γραμμή στο άπειρο	55
4.3.5	Οι τύποι των μετασχηματισμών του επιπέδου	56
4.4	Προβολικές απεικονίσεις μεταξύ επιπέδων	57
4.4.1	Ο προβολικός 3×3 πίνακας	58
4.5	Επιδιόρθωση προβολικής παραμόρφωσης με χρήση σημείων	59
4.5.1	Περιγραφή	59
4.6	Επιδιόρθωση προβολικής παραμόρφωσης με γεωμετρικά κριτήρια	61
4.6.1	Ανάλυση σε ενδιάμεσους πίνακες	62
4.6.2	Αποκατάσταση παραλληλίας	64
4.6.3	Αποκατάσταση μετρικών ιδιοτήτων	64
4.7	Εύρεση σημείων φυγής	67
4.8	Αντίστροφη απεικόνιση εικονοστοιχείων	70
5	ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ	73
5.1	Ανίχνευση ακμών - εισαγωγικές έννοιες	73
5.2	Ο αλγόριθμος Canny	74
5.3	Ο αλγόριθμος LSD	75
5.3.1	Εισαγωγή	75
5.3.2	Σύνοψη μεθόδου	76

5.3.3	Υπολογισμός κλίσης	77
5.3.4	Παράμετροι	78
5.3.5	Ελάττωση μεγέθους εικόνας εισόδου	78
5.3.6	Σύγκριση με άλλες μεθόδους ανίχνευσης ακμών	80
6	ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΑΠΟ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΤΕΤΡΑΓΩ- ΝΩΝ ΦΑΚΩΝ	83
6.1	Περίληψη κεφαλαίου	83
6.2	Εισαγωγή	83
6.3	Ανακατασκευή γραμμών πλέγματος από ΣΕ	86
6.3.1	Ανίχνευση και καταγραφή ευθυγράμμων τμημάτων	87
6.3.2	Απομόνωση λαθών ανίχνευσης	88
6.3.3	Ομαδοποίηση συγγραμικών τμημάτων	90
6.4	Γεωμετρική επιδιόρθωση ΟΕ	92
6.4.1	Μαθηματικό μοντέλο	92
6.4.2	Λεπτομέρειες υλοποίησης	96
6.5	Πειράματα και αποτελέσματα	100
6.5.1	Σύνολο ΟΕ	101
6.5.2	Εκτίμηση παραμέτρων	102
6.5.3	Αποτελέσματα	102
6.5.4	Επικύρωση μεθόδου με οπτικά δεδομένα	107
6.6	Συμπεράσματα	108
7	ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΑΠΟ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΕΞΑΓΩΝΙ- ΚΩΝ ΦΑΚΩΝ	111
7.1	Περίληψη	111

7.2	Εισαγωγή	.111
7.3	Ανίχνευση ευθυγράμμων τμημάτων	.113
7.3.1	Εντοπισμός και απόρριψη λανθασμένων τμημάτων	.114
7.3.2	Ομαδοποίηση συγγραμικών τμημάτων	.115
7.4	Λεπτομέρειες υλοποίησης	.116
7.4.1	Εύρεση σημείων φυγής μέσω ελαχίστων τετραγώνων	.119
7.5	Πειράματα και αποτελέσματα	.120
7.5.1	Αποτελέσματα	.120
8	ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕ- ΤΡΑΓΩΝΩΝ	123
8.1	Περίληψη	.123
8.2	Εισαγωγή	.124
8.3	Θεωρία προβολικής επιδιόρθωσης	.126
8.4	Ανίχνευση ευθυγράμμων τμημάτων	.129
8.4.1	Αναγνώριση τύπου πλέγματος	.129
8.4.2	Ομαδοποίηση συγγραμικών τμημάτων	.131
8.5	Επιδιόρθωση μέσω ελαχίστων τετραγώνων	.133
8.5.1	Εφαρμογή σε τετραγωνικούς φακούς	.137
8.6	Πειράματα	.138
8.6.1	Πειραματικές εικόνες	.138
8.6.2	Μετρικές εκτίμησης	.139
8.7	Αποτελέσματα	.140
8.8	Συμπεράσματα	.142

9	ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΣΕ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΦΑΚΩΝ	145
9.1	Περίληψη	145
9.2	Εισαγωγή	146
9.3	Ανίχνευση κυκλικών ΣΕ	148
9.4	Εκτίμηση γωνίας περιστροφής	150
9.5	Ανακατασκευή πλέγματος	152
9.6	Πειράματα, αποτελέσματα και συμπεράσματα	155
9.6.1	Εικόνες	155
9.6.2	Μετρικές γεωμετρικής συνοχής	156
9.6.3	Αποτελέσματα	156
9.7	Συμπεράσματα	157
10	ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΠΡΟΒΟΛΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΦΑΚΩΝ	159
10.1	Περίληψη	159
10.2	Εισαγωγή	159
10.3	Μαθηματικό υπόβαθρο	162
10.3.1	Πίνακες προβολικής επιδιόρθωσης	162
10.3.2	Επιδιόρθωση χρησιμοποιώντας τις εικόνες των κυκλικών σημείων	164
10.3.3	Απόδειξη ιδιοτήτων των ΕΚΣ	167
10.3.4	Εκτίμηση παραμέτρων ελλείψεων	168
10.4	Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα	169
10.4.1	Εξαγωγή ελλειπτικών ακμών	169
10.4.2	Καταχώριση ακμών και υπολογισμός παραμέτρων ελλείψεων	169
10.4.3	Υπολογισμός παραμέτρων επιδιόρθωσης	171

10.5 Πειράματα και αποτελέσματα	.173
10.5.1 Κριτήρια εκτίμησης	.173
10.5.2 Αποτελέσματα	.175
10.6 Συμπεράσματα	.177
11 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ	179
11.1 Συμπεράσματα	.179
11.2 Μελλοντικοί στόχοι	.180
ΟΡΟΛΟΓΙΕΣ-ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ	181
ΑΝΑΦΟΡΕΣ	183

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

2.1 Ανατομία ανθρώπινου οφθαλμού	33
2.2 Σχηματισμός ειδώλου ενός αντικειμένου στο εσωτερικό του ανθρώπινου οφθαλμού.	34
2.3 Γραμμική Προοπτική	36
2.4 Διαβάθμιση υφής.	37
2.5 Συνδυασμένοι ψυχοοπτικοί παράγοντες.	37
2.6 Στερέωση	38
2.7 Οπτικό πεδίο	38
3.1 Αρχή λειτουργίας καταγραφικού συστήματος ΟΦ.	42
3.2 Αρχή λειτουργίας απεικονιστικού συστήματος ΟΦ.	42
3.3 Αρχή λειτουργίας συστήματος ψηφιακής ΟΦ.	43
4.1 Προοπτική παραμόρφωση γεωμετρικών ιδιοτήτων. (α) Τα τετράγωνα κελιά της σκακιέρας δεν μοιάζουν με τετράγωνα. (β) Τα CD αν και έχουν κυκλικό σχήμα απεικονίζονται σε ελλείψεις.	47
4.2 Το κέντρο της κάμερας είναι το σημείο προβολής. (α) Τα σημεία x_i είναι οι τομές ενός επιπέδου με τις αντίστοιχες ακτίνες. (β) Αν τα x_i είναι συνεπίπεδα τότε υπάρχει προβολικός μετασχηματισμός H μεταξύ των σημείων των δύο επιπέδων. (γ) Όλες οι εικόνες που αντιστοιχούν στο ίδιο σημείο προβολής εξαρτώνται από έναν προβολικό μετασχηματισμό 3×3 , ώστε $x'_i = Hx_i$. (δ) Αν αλλάξει το κέντρο της κάμερας τότε οι εικόνες δεν σχετίζονται απαραίτητα από προβολικό μετασχηματισμό εκτός εάν (ε) όλα τα σημεία που απεικονίζονται αρχικά ανήκαν στο ίδιο επίπεδο.	52
4.3 Τα σημεία φυγής δημιουργούν τη γραμμή στο άπειρο η οποία είναι η γνωστή μας έννοια του ορίζοντα.	55

4.4	Οπτική αναπαράσταση των βασικών γραμμικών μετασχηματισμών του επιπέδου.	58
4.5	Απεικόνιση σημείου από επίπεδο σε επίπεδο.	59
4.6	Επιδιόρθωση προβολικής παραμόρφωσης για την πρόσοψη ενός κτιρίου. . .	60
4.7	Διαδοχική επιδιόρθωση των γεωμετρικών ιδιοτήτων ενός προβολικά παραμορφωμένου επιπέδου.	63
4.8	Τα ευθύγραμμα τμήματα I_1 και I_2 έχουν γνωστό λόγο μήκους.	65
4.9	Διαδοχική εφαρμογή των επιμέρους πινάκων επιδιόρθωσης.	66
4.10	Δημιουργία δύο κύκλων στο επίπεδο α, β	67
4.11	(α) Στην ιδανική περίπτωση εξαιτίας της προοπτικής οι παράλληλες γραμμές τέμνονται σε ένα σημείο φυγής στον ορίζοντα. (β) Στην πραγματικότητα τα λάθη μετρήσεων έχουν ως αποτέλεσμα οι γραμμές να μην τέμνονται ακριβώς σε ένα σημείο.	68
5.1	(α) Αρχική εικόνα μίας μηχανικής βαλβίδας. (β) Εικόνα ακμών ύστερα από την εφαρμογή του αλγορίθμου Canny. Τα μαύρα pixels υποδηλώνουν την ύπαρξη ακμής.	74
5.2	Η κλίση καθώς και η αντίστοιχη κατακόρυφος	76
5.3	Περιοχές υποστήριξης γραμμών	76
5.4	Προσέγγιση περιοχής υποστήριξης γραμμών μέσω ορθογωνίου παραλληλογράμμου	77
5.5	Αποτελέσματα ανίχνευσης χωρίς αλλαγή μεγέθους στην εικόνα εισόδου. Εδώ οι ακμές εμφανίζουν αλλοιώσεις προκαλώντας το «μοτίβο σκάλας» (staircase effect). Στην (α) πραγματοποιείται επιτυχής ανίχνευση ενώ στο (β) όχι.	79
5.6	Με φιλτράρισμα και υποδειγματολήπτηση της εικόνας στο 80% του αρχικού μεγέθους τα προβλήματα της εικόνας 5.5 επιλύονται πλήρως.	79
5.7	Σύγκριση αποτελεσμάτων ανίχνευσης καθώς και χρόνου εκτέλεσης μεταξύ του LSD και άλλων αλγορίθμων ανίχνευσης τμημάτων.	81
6.1	Αρχή λειτουργίας καταγραφής ΟΕ.	84

6.2 Αρχή λειτουργίας απεικονιστικού συστήματος ΟΕ.	84
6.3 (α) Μία δισδιάστατη φωτογραφία ενός ζαριού. (β) Μία μη παραμορφωμένη ΟΕ I_{id} . (γ) Προβολικά παραμορφωμένη ΟΕ I_{ac} . Τα όρια της εικόνας καταδεικνύονται σκόπιμα με πράσινο χρώμα για να αναδείξουμε το πρόβλημα της γεωμετρικής παραμόρφωσης.	85
6.4 Ευθύγραμμα τμήματα ανιχνευμένα μέσω του LSD. Εναπομείναντα τμήματα μετά την απόρριψη των ανεπιθύμητων αποτελεσμάτων. Τμήματα γραμμών μετά την εφαρμογή ελαχίστων τετραγώνων στα ομαδοποιημένα συγγραμικά τμήματα.	88
6.5 Ιστόγραμμα γωνιών των ευθυγράμμων τμημάτων της ληφθείσας εικόνας.	89
6.6 (α) Γεωμετρικός προσδιορισμός του μέτρου ανομοιότητας μεταξύ των δύο ευθυγράμμων τμημάτων l_i, l_j . (β) Ιστόγραμμα των τιμών του μέτρου ανομοιότητας για τα ευθύγραμμα τμήματα της εικόνας.	91
6.7 Σταδιακός μετασχηματισμός της ληφθείσας εικόνας I_{ac} μέσω των πινάκων H_p, H_a, H_s	93
6.8 Η μέση αφινική ΣΕ.	97
6.9 (α)-(γ): Τα τρισδιάστατα αντικείμενα που χρησιμοποιήθηκαν στο ρονgray, (δ)-(ζ) οι δημιουργηθείσες ΟΕ με τις ανιχνευμένες γραμμές πλέγματος, (η)-(ι) οι γεωμετρικά επιδιορθωμένες ΟΕ με το ανακατασκευασμένο πλέγμα.	101
6.10 Το σφάλμα για τη μέση τιμή εσωτερικής γωνίας στο ανακατασκευασμένο τετραγωνικό πλέγμα.	105
6.11 Το σφάλμα για τη μέση τιμή κανονικοποιημένης πλευράς στο ανακατασκευασμένο τετραγωνικό πλέγμα.	106
6.12 Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου μας σε μία πραγματική ενός ενός ζαριού.	107
7.1 Οι διαφορετικού τύπου συστοιχίες φακών που χρησιμοποιούνται στην ΟΦ. (α) τετραγωνικοί, (β) εξαγωνικοί-τριγωνικοί, (γ) κυκλικοί φακοί.	112
7.2 (α) Διάταξη λήψης ΟΕ με ΣΣΦ αποτελούμενη από εξαγωνικούς φακούς. (β) Διάταξη αναπαραγωγής ΟΕ με ΣΣΦ αποτελούμενη από εξαγωνικούς φακούς	112

- 7.3 (α) Το αντικείμενο της λήψης, (β) ΟΕ που προκύπτει μέσω εξαγωνικών φακών, (γ) προβολικά παραμορφωμένη ΟΕ. 113
- 7.4 (α) Ευθύγραμμα τμήματα μετά την εφαρμογή του LSD, (β) Τμήματα μετά την αποβολή των λανθασμένων ανιχνεύσεων (γ) Τμήματα μετά τις διαδικασίες ομαδοποίησης και ελαχίστων τετραγώνων. 114
- 7.5 (α) Το ιστόγραμμα γωνιών για όλα τα ευθύγραμμα τμήματα του αλγορίθμου LSD, (β), (γ), (δ) επιμέρους ιστογράμματα γωνιών για τα αντίστοιχα διαστήματα $(-45^\circ, 135^\circ]$, $(0^\circ, 60^\circ]$ και $(60^\circ, 135^\circ]$ 114
- 7.6 Ο μετασχηματισμός ενός εξαγωνικού πλέγματος μέσω των πινάκων H_p, H_a, H_s . 117
- 7.7 (α) Ένα τέλεια ανιχνευμένο εξαγωνικό πλέγμα με τις γραμμές των ακμών του να τέμνονται στα αντίστοιχα V_1, V_2, V_3 . (β) Ένα εξαγωνικό πλέγμα στο οποίο δεν έχει πραγματοποιηθεί τέλεια ανίχνευση. Κάθε σεντ γραμμών τέμνεται σε μία περιοχή της γραμμής του απείρου. 117
- 7.8 Εφαρμογή του κριτηρίου γωνιών 118
- 7.9 (α) Υψηλής ανάλυσης ΟΕ ενός κυκλώματος με προβολική παραμόρφωση. (β) Μπροστινή 2Δ όψη. (γ) Επιδιορθωμένη ΟΕ χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη προσέγγιση. (δ) Μπροστινή 2Δ όψη για την επιδιορθωμένη ΟΕ. . . 122
- 8.1 (α) Υψηλής ανάλυσης ΟΕ ενός τεχνητού ζαριού με προβολική παραμόρφωση. (β) Επιδιορθωμένη ΟΕ χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη προσέγγιση. (γ) Μπροστινή 2Δ όψη για την παραμορφωμένη ΟΕ. (δ) Μπροστινή 2Δ όψη για την επιδιορθωμένη ΟΕ. 124
- 8.2 (α) Διάταξη λήψης ΟΕ. (β) Διάταξη αναπαραγωγής ΟΕ. (γ)-(ζ) ΣΣΦ με εξαγωνικούς, τριγωνικούς, τετραγωνικούς και κυκλικούς φακούς αντίστοιχα. . . 125
- 8.3 (α) Το ιστόγραμμα όλων των γωνιών για τα ανιχνευμένα ευθύγραμμα τμήματα. (β) (γ) και (δ) Επιμέρους ιστογράμματα για τις γωνίες $(-45^\circ, 0^\circ]$, $(0^\circ, 60^\circ]$ and $(60^\circ, 135^\circ]$ 129
- 8.4 (α) Γεωμετρικός προσδιορισμός του μέτρου ανομοιότητας μεταξύ των δύο ευθυγράμμων τμημάτων l_i, l_j . (β) Ιστόγραμμα των τιμών του μέτρου ανομοιότητας για τα ευθύγραμμα τμήματα της εικόνας. 131

- 8.5 (α) Ένα τέλεια ανιχνευμένο εξαγωνικό πλέγμα με τις γραμμές των ακμών του να τέμνονται στα αντίστοιχα V_1, V_2, V_3 . (β) Ένα εξαγωνικό πλέγμα στο οποίο δεν έχει πραγματοποιηθεί τέλεια ανίχνευση. Κάθε σετ γραμμών τέμνεται σε μία περιοχή της γραμμής του απείρου. 136
- 8.6 (α) «Εικονικό Ζάρι», (β) «Πραγματικό Ζάρι», (γ), (δ) οι αντίστοιχες παραμορφωμένες ΟΕ με τις καταγεγραμμένες παραμορφωμένες γραμμές, (ε), (ζ) Οι επιδιορθωμένες ΟΕ. 139
- 9.1 (α) Συστοιχία λήψης ΟΕ με κυκλικούς φακούς, (β) Συστοιχία αναπαραγωγής ΟΕ με κυκλικούς φακούς. 146
- 9.2 (α) Συστοιχία κυκλικών φακών με τετραγωνική διάταξη πλέγματος, (β) Συστοιχία κυκλικών φακών με εξαγωνική διάταξη πλέγματος. 146
- 9.3 (α) Σωστά περιστραμμένη ΟΕ χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο. (β) Περιστραμμένη ΟΕ λόγω λάθους στη διαδικασία λήψης. Το πλαίσιο στα (α), (β) υπάρχει για λόγους επεξήγησης της περιστροφής. (γ) Μπροστινή 2D όψη δημιουργηθείσα από την ΟΕ στο (α). (δ) Μπροστινή 2D όψη δημιουργηθείσα από την ΟΕ στο (β). 147
- 9.4 Οπτικά ληφθείσα ΟΕ από συστοιχία κυκλικών φακών με εμφανή την περιστροφική παραμόρφωση. Η σκοτεινή περιοχή ανάμεσα στις κυκλικές ΣΕ οφείλεται στην ενδιάμεση μάσκα η οποία χρησιμοποιείται κατά την κατασκευή της ΣΣΦ. 148
- 9.5 (α) Κάθε εικονοστοιχείο κυκλικής ακμής (x, y) της εικόνας εισόδου (αριστερά) απεικονίζεται σε έναν κύκλο στο χώρο του συσσωρευτή (δεξιά). Το σημείο τομής (κόκκινο) των κύκλων που σχηματίστηκαν στο συσσωρευτή αποτελεί το κέντρο του ανιχνευμένου κύκλου στην εικόνα εισόδου. (β) Η πληροφορία κλίσης για την εικόνα εισόδου περιορίζει το εύρος των κύκλων σε τόξα. . . . 149
- 9.6 (α) Τριγωνισμός Delaunay στα κέντρα των ανιχνευθέντων κύκλων, (β) Το ανακατασκευασμένο πλέγμα το οποίο διαχωρίζει τις ΣΕ. 151
- 9.7 Ιστόγραμμα για την ακολουθία $\{\theta_i\}$ η οποία περιέχει τις γωνίες των τμημάτων που προκύπτουν μετά τον τριγωνισμό Delaunay. 151
- 9.8 Προσαρμογή τετραγωνικού πλέγματος με με ενδοαποστάσεις γραμμών h ξεκινώντας από το σημείο (x_0, y_0) 153

9.9 Εικονικές ΟΕ: (α)-(β) είναι οι σκηνές του «Ζαριού» και των «3Δ Αντικειμένων» , (γ)-(δ) είναι οι αντίστοιχες περιστραμμένες ΟΕ, (ε)-(ζ) είναι οι σωστά περιστραμμένες ΟΕ με το αντίστοιχο τους τετραγωνικό πλέγμα.155
10.1(α) Συστοιχία λήψης ΟΕ με κυκλικούς φακούς, (β) Συστοιχία αναπαραγωγής ΟΕ με κυκλικούς φακούς.160
10.2(α) Συστοιχία κυκλικών φακών με τετραγωνική διάταξη πλέγματος, (β) Συστοιχία κυκλικών φακών με εξαγωνική διάταξη πλέγματος.160
10.3(α) Συνεπίπεδες κυκλικές ΣΕ χωρίς παραμόρφωση, (β) Προβολικά παραμορφωμένες κυκλικές ΣΕ. (γ) Συμβατική φωτογραφία ενός 3Δ ζαριού, (δ) ληφθείσα ΟΕ του ζαριού χωρίς παραμόρφωση, (ε) Προβολικά παραμορφωμένη ληφθείσα ΟΕ. Το πλαίσιο στα (δ), (ε) εμφανίζεται για λόγους αναπαράστασης.161
10.4(α) Συνεπίπεδες ελλείψεις οι οποίες αντιστοιχούν σε συνεπίπεδους κύκλους στο μη παραμορφωμένο πλέγμα, (β) το αφινικό επίπεδο ελλείψεων μετά την εφαρμογή του πίνακα H_p , (γ) οι μετρικά επιδιορθωμένες ελλείψεις μεταμορφωμένες σε κύκλους ύστερα από την εφαρμογή του H_a και (δ) το τελικό σετ ελλείψεων περιστραμμένο στις σωστές διαστάσεις.164
10.5(α) Κάθε ζεύγος συνεπίπεδων κύκλων επαληθεύει τα ΚΣ τα οποία φαίνονται στο (β). Μέσω της προβολικής παραμόρφωσης H^{-1} το ζεύγος των ελλείψεων στο (γ) το οποίο αντιστοιχεί σε κύκλους στο (α) επαληθεύει τις ΕΚΣ στο (δ).165
10.6(α) Παραμορφωμένη ληφθείσα ΟΕ, (β) Ακμές της εικόνας με τις καταγεγραμμένες ελλείψεις, (γ) Επιδιορθωμένη εικόνα και τριγωνισμός Delaunay στα κέντρα των κύκλων, (δ) Σωστά περιστραμμένη εικόνα με το καταγεγραμμένο πλέγμα.170
10.7 Ιστόγραμμα αποστάσεων των υποψήφιων γραμμών στο άπειρο από την αρχή των αξόνων. Ο λοβός αντιστοιχεί στις σωστές ΕΚΣ.171
10.8 Ιστόγραμμα γωνιών των τμημάτων τα οποία ενώνουν τα κέντρα των κύκλων μετά την γεωμετρική επιδιόρθωση.172

- 10.9Επιδιόρθωση μίας τεχνητής και μίας οπτικής ΟΕ: (α) “3Δ” αντικείμενα, (β) “Παιχνίδι”, (γ), (δ) οι αντίστοιχες ληφθείσες και παραμορφωμένες ΟΕ, (ε), (ζ) επιδιορθωμένες ΟΕ χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο.174
- 10.10(α), (β) Υποεικόνες οι οποίες δημιουργήθηκαν από τις ΟΕ “3Δ αντικείμενα” και “Παιχνίδι”, (γ),(δ) υποεικόνες οι οποίες προκύπτουν από τις αντίστοιχες παραμορφωμένες ΟΕ, (ε),(ζ) υποεικόνες οι οποίες προκύπτουν από τις επιδιορθωμένες αντίστοιχες ΟΕ.175
- 10.11Μέση τιμή και τυπική απόκλιση για την ακολουθία PSNR των επιδιορθωμένων ΣΕ της εικόνας 10.9(γ). Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζεται η ποιότητα της ΟΕ εισόδου ενώ στον κατακόρυφο εκτιμάται η ακολουθία PSNR των ΣΕ στην γεωμετρικά επιδιορθωμένη ΟΕ.176

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

4.1 Μετασχηματισμοί του επιπέδου	57
6.1 Ποσοστό λάθους στην εκτίμηση των παραμέτρων για την εικόνα τους σχήματος 6.9(η).	103
6.2 Ποσοστό λάθους στην εκτίμηση των παραμέτρων για την εικόνα τους σχήματος 6.9(θ).	103
6.3 Ποσοστό λάθους στην εκτίμηση των παραμέτρων για την εικόνα τους σχήματος 6.9(ι).	103
6.4 Εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για την ΟΕ της εικόνας 6.9(η).	104
6.5 Εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για την ΟΕ της εικόνας 6.9(θ).	104
6.6 Εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για την ΟΕ της εικόνας 6.9(ι).	104
6.7 Ποσοστά λάθους για την εκτίμηση των παραμέτρων επιδιόρθωσης της ΟΕ του σχήματος 6.12	107
6.8 Παράμετροι γεωμετρικής συνοχής για το σχήμα 6.12	107
7.1 Γεωμετρική συνοχή για το σύνολο των ΟΕ του οπτικού σετ χρησιμοποιώντας τις δύο μεθόδους ευρέσεως σημείων φυγής.	121
7.2 Μέσο σφάλμα εκτίμησης για το σετ συνθετικών εικόνων.	121
8.1 Συνολική γεωμετρική συνοχή για το σετ τεχνητών ΟΕ	140
8.2 Γεωμετρική συνοχή για το «Εικονικό Ζάρι»	141
8.3 Γεωμετρική συνοχή για όλο το σετ οπτικών ΟΕ.	141
8.4 Γεωμετρική συνοχή για το «Πραγματικό Ζάρι».	141
8.5 Μέσο σχετικό σφάλμα για τις παραμέτρους g_1, \dots, g_6 στις τεχνητές εικόνες χρησιμοποιώντας την ILSR	141

8.6 Μέσο σχετικό σφάλμα για τις παραμέτρους g_1, \dots, g_6 στις τεχνητές εικόνες χρησιμοποιώντας την IIPMR142
8.7 Μέσο σχετικό σφάλμα για τις παραμέτρους g_1, \dots, g_6 στο «Εικονικό Ζάρι» χρησιμοποιώντας την IILSR142
8.8 Μέσο σχετικό σφάλμα για τις παραμέτρους g_1, \dots, g_6 στο «Εικονικό Ζάρι» χρησιμοποιώντας την IIPMR142
9.1 Γεωμετρική συνοχή της πραγματικής ΟΕ157
9.2 Γεωμετρική συνοχή του «Ζαριού»157
9.3 Γεωμετρική συνοχή των «3Δ Αντικειμένων»157
10.1 Ποσοστά μέσου σχετικού σφάλματος των παραμέτρων επιδιόρθωσης για ολόκληρο το σετ τεχνητών εικόνων.176
10.2 Συνολικές τιμές παραμέτρων γεωμετρικής συνοχής για ολόκληρο το σετ των τεχνητών ΟΕ.176
10.3 Σχετικό σφάλμα των παραμέτρων επιδιόρθωσης για τα “3Δ αντικείμενα”.177
10.4 Γεωμετρική συνοχή για τα “3Δ αντικείμενα”.177
10.5 Συνολικά αποτελέσματα γεωμετρικής συνοχής για όλες τις οπτικά ληφθείσες ΟΕ.178
10.6 Αποτελέσματα γεωμετρικής συνοχής για το “Παιχνίδι”.178

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η έρευνα που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής αποτέλεσε την ευκαιρία για την ενασχόληση του συγγραφέα με το πεδίο της τρισδιάστατης εικόνας και πιο συγκεκριμένα με τον τομέα των ολοκληρωτικών εικόνων.

Κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διατριβής προέκυψε η ανάγκη μελέτης και επίλυσης ενός ευρύτατου πεδίου διαφορετικών προβλημάτων από το χώρο της επεξεργασίας εικόνας καθώς και του ευρύτερου χώρου της επεξεργασίας σήματος.

Πιο συγκεκριμένα απαιτήθηκε η εκτενής μελέτη ενός μεγάλου πλήθους ερευνητικών πεδίων από τις επιστήμες της Φυσικής και της Πληροφορικής, όπως η Οπτική, η Τεχνητή Όραση και η Επεξεργασία Σήματος, καθώς επίσης και ο συνδυασμός των.

Αθήνα 2014

Ευθύμιος Θ. Κουφογιάννης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η όραση είναι αναμφισβήτητη η κυριότερη και πιο σύνθετη αίσθηση του ανθρώπου. Ο τρόπος με τον οποίο είναι δομημένα τα αισθητήρια της όρασης επιτρέπει την τρισδιάστατη (3D) αντίληψη των αντικειμένων που βρίσκονται μέσα στο οπτικό πεδίο του ανθρώπου. Η στερεοσκοπία, δηλαδή η δυνατότητα της αντίληψης της τρίτης διάστασης με τη χρήση δύο ταυτόχρονων παρατηρήσεων, προσδίδει την αίσθηση της απόστασης μεταξύ των παρατηρούμενων αντικειμένων, όπως επίσης και της θέσης τους στο χώρο, δημιουργώντας μια ιδιαίτερα πραγματική αντίληψη για τα παρατηρούμενα αντικείμενα ή σκηνές.

Το πρώτο στερεοσκόπιο κατασκευάστηκε από τον Wheatstone το 1838, ο οποίος σε δύο εργασίες του [1, 2] προς την ακαδημία επιστημών του Λονδίνου, ανέλυσε τα βασικά χαρακτηριστικά της στερεοσκοπικής όρασης. Παρόλα αυτά τα κύρια μέσα παρατήρησης που χρησιμοποιούνται στις μέρες μας, όπως η τηλεόραση και άλλα μέσα οπτικής επικοινωνίας, στερούνται της παροχής 3D περιεχομένου στο χρήστη. Η δεδομένη ανάγκη του ανθρώπου για αυξημένο ρεαλισμό σε εφαρμογές οπτικής επικοινωνίας, έχει δημιουργήσει ένα χώρο έρευνας, που με βάση τις σύγχρονες τεχνολογικές εξελίξεις, έχει εξελίξει τεχνικές όπως το κλασσικό στερεοσκόπιο σε προϊόντα που προορίζονται για την παροχή 3D περιεχομένου στους χρήστες τους.

Ένα πλήθος από ιατρικές, εκπαιδευτικές, βιομηχανικές, στρατιωτικές και ψυχαγωγικές εφαρμογές ωφελούνται καθημερινά από την 3D πληροφορία που παρέχεται χρησιμοποιώντας κλασσικά ή περισσότερο εξελιγμένα στερεοσκοπικά συστήματα [3, 4, 5]. Πολλές από τις παραπάνω τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί για τη χρήση σε συστήματα 3D παρατήρησης βασίζονται στην ιδιότητα που έχει ο ανθρώπινος εγκέφαλος να συνθέσει μια σκηνή από δύο διαφορετικές λήψεις οι οποίες διαφέρουν χωρικά. Τα κλασσικά ή πιο σύγχρονα συστήματα που βασίζονται σε αυτή την ιδιότητα του εγκεφάλου δεν παρέχουν πραγματική 3D αντίληψη, η οποία περιέχει μέσα της επιπλέον χαρακτηριστικά, όπως η παράλλαξη.

Μία καινοτόμος τεχνική που μπορεί να παράγει 3D εικόνες οι οποίες παρουσιάζουν συνεχή παράλλαξη είχε προταθεί αρχικά το 1908, από το Νομπελίστα φυσικό G. Lippmann [6] με το όνομα Ολοκληρωτική Φωτογράφιση (ΟΦ) (Integral Photography-IP). Στη συγκεκριμένη τεχνική, η 3D πληροφορία μιας σκηνής καταγράφεται σε μία επίπεδη επιφάνεια ως μία σειρά από στοιχειώδεις εικόνες (ΣΕ). Η διαδικασία σύλληψης της σκηνής είναι στιγ-

μιαία, όπως επίσης στιγμιαία μπορεί να παραχθεί η απεικόνιση της σκηνής στην περίπτωση που, πλέον, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά μέσα. Η αξία της μεθόδου έγκειται στο γεγονός ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή 3D περιεχομένου υψηλής ανάλυσης με τη δυνατότητα δισδιάστατης συνεχούς παράλλαξης, όπως επίσης και 3D κινούμενων εικόνων (Video). Η συγκεκριμένη τεχνική αν και προτάθηκε πολύ νωρίς αναπτύχθηκε ραγδαία με την έλευση της ψηφιακής τεχνολογίας στα μέσα σύλληψης και αναπαραγωγής εικόνων και την ανάπτυξη τεχνικών υψηλής ακριβείας για την κατασκευή των οπτικών μερών του συστήματος.

1.1 Στόχοι της διατριβής

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα τα οποία εμφανίζονται στα στάδια λήψης και αναπαραγωγής ΟΕ είναι η έλλειψη ευθυγράμμισης μεταξύ των οπτικών-μηχανικών τμημάτων της συσκευής λήψης. Το αποτέλεσμα είναι οι ληφθείσες εικόνες να παρουσιάζουν γεωμετρικές παραμορφώσεις οι οποίες καθιστούν αδύνατη τον ακριβή διαχωρισμό της ΟΕ σε στοιχειώδεις εικόνες (ΣΕ).

Η αδυναμία προσδιορισμού των ΣΕ καθιστά αδύνατη την 3D απεικόνιση των ληφθέντων εικόνων. Περαιτέρω όλοι οι αλγόριθμοι συμπίεσης ανάλυσης και επεξεργασίας των ΟΕ βασίζονται σε σαφείς γεωμετρικές διαστάσεις και ακριβείς τοποθεσίες των ΣΕ. Είναι εμφανές ότι ένα προεπεξεργαστικό αλγοριθμικό στάδιο πρέπει να εφαρμοστεί για την επιδιόρθωση των παραμορφώσεων αυτών.

Μία αρχική προσέγγιση αντιμετώπισης του προβλήματος αυτού πραγματοποιήθηκε το 2006 [7] όπου πραγματοποιήθηκε επιδιόρθωση της περιστροφικής παραμόρφωσης σε ΟΕ ληφθείσες από συστοιχίες τετραγωνικών φακών.

Στην διατριβή αυτή υλοποιήθηκε η πλήρης μελέτη και αντιμετώπιση όχι μόνο των περιστροφικών αλλά των προβολικών παραμορφώσεων οι οποίες προκύπτουν σε συστοιχίες με όλους τους κύριους τύπους φακών οι οποίοι χρησιμοποιούνται μέχρι και σήμερα.

1.2 Δομή της διατριβής

Η παρούσα εργασία είναι δομημένη σε 10 κεφάλαια. Στο παρόν εισαγωγικό κεφάλαιο παρουσιάστηκε συνοπτικά η ανάγκη που υπάρχει για χρήση συστημάτων στερεοσκοπικής παρατήρησης σε ένα πλήθος εφαρμογών καθώς και μία σύνοψη των προβλημάτων τα οποία επιλύθηκαν μέσω αυτής της διατριβής.

Το κεφάλαιο 2 συνοψίζει της βασικές ψυχοφυσιολογικές λειτουργικές αρχές που διέπουν

την ανθρώπινη όραση και στερέωση. Επιπλέον παρέχει μία σύνοψη των βασικών ψυχοοπτικών παραγόντων οι οποίοι κάνουν δυνατή την αίσθηση του βάθους κατά την παρατήρηση μίας 3D φυσικής σκηνής.

Το κεφάλαιο 3 αποτελεί μία ανασκόπηση και περιγραφή της μεθοδολογίας ΟΦ τόσο στην αναλογική όσο και στην ψηφιακή της μορφή ενώ το κεφάλαιο 4 περιγράφει την βασική θεωρία και τις μαθηματικές έννοιες οι οποίες χαρακτηρίζουν το προβολικό επίπεδο, αρχές αναγκαίες για την επιδιόρθωση των προβολικών παραμορφώσεων σε ΟΕ. Στο κεφάλαιο 5 πραγματοποιήθηκε μία ανασκόπηση των μεθόδων ανίχνευσης ακμών οι οποίες χρησιμοποιούνται σήμερα και παρουσιάστηκε μία συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου LSD [8] ο οποίος χρησιμοποιήθηκε εκτενέστατα σε ένα μεγάλο μέρος της έρευνας.

Στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζεται μία εύρωστη μέθοδος για την επιδιόρθωση της προβολικής παραμόρφωσης σε ΟΦ ληφθείσες από συστοιχίες τετράγωνων φακών. Η μέθοδος λειτουργεί στο σύνολο της εικόνας λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο των ανιχνευμένων ευθυγράμμων τμημάτων παρέχοντας αυξημένη αντοχή στο θόρυβο. Αντίστοιχα στο κεφάλαιο 7 παρουσιάζεται η γενίκευση της μεθόδου για πλέγματα εξαγωνικών φακών βασιζόμενη στο γεωμετρικό γεγονός ότι τα σημεία φυγής ενός προβολικά παραμορφωμένου εξαγωνικού πλέγματος είναι συγγραμμικά [9].

Το κεφάλαιο 8 ενσωματώνει τις δύο παραπάνω μεθόδους σε ένα ενιαίο σύστημα επιδιόρθωσης τριγωνικών-τετραγωνικών-εξαγωνικών φακών βασισμένο στη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, το οποίο ανιχνεύει αυτόματα τον χρησιμοποιούμενο τύπο φακού και παρακάμπτει πλήρως όλα τα στάδια υπολογισμού ενδιάμεσων πινάκων. Ως αποτέλεσμα παρατηρήθηκε μία σημαντική απλούστευση της υλοποίησης καθώς και την βελτίωση των αλγορίθμων επιδιόρθωσης στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Τα κεφάλαια 9 και 10 προτείνουν λύσεις για τα προβλήματα τα οποία εμφανίζονται σε συστοιχίες κυκλικών φακών. Στο κεφάλαιο 9 παρουσιάζεται μία αρχική προσέγγιση για την επιδιόρθωση της περιστροφικής παραμόρφωσης σε ΟΕ ληφθείσες από συστοιχίες κυκλικών φακών ενώ στο κεφάλαιο 10 για τις εικόνες του ίδιου τύπου αντιμετωπίζεται το γενικότερο πρόβλημα της προβολικής παραμόρφωσης. Για την επίλυση του προβλήματος αυτού γίνεται χρήση της έννοιας των λεγόμενων κυκλικών σημείων τα οποία παρουσιάζονται σε ιδιαίτερα προβλήματα στο χώρο της τεχνητής όρασης.

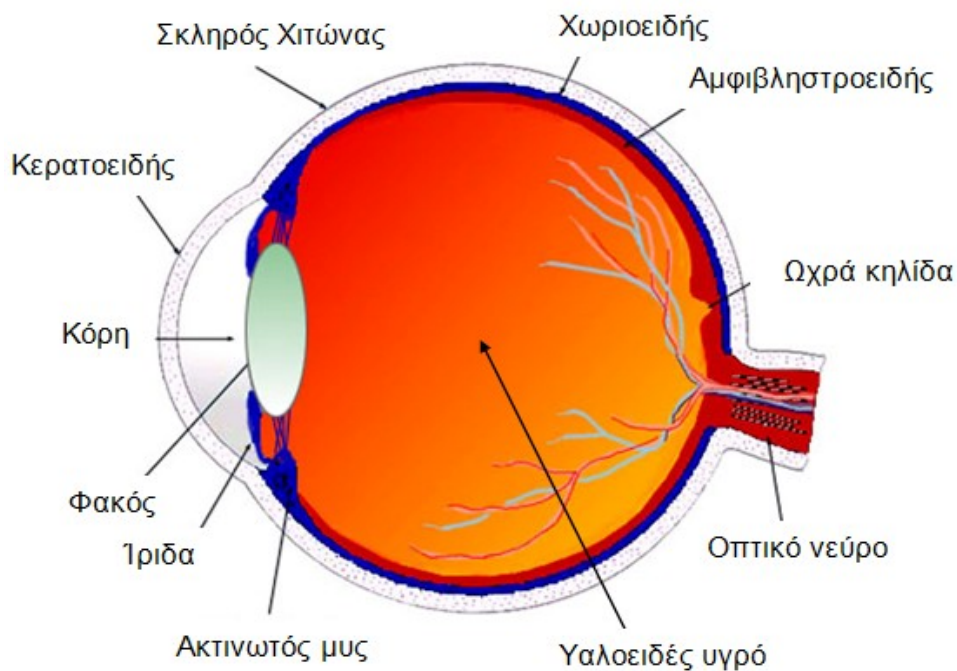
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΘΡΩΠΙΝΗ ΟΡΑΣΗ - ΣΤΕΡΕΟΨΗ

2.1 Η ανθρώπινη όραση

2.1.1 Ανατομία οφθαλμού

Το μεγαλύτερο μέρος των γνώσεων για τον περιβάλλοντα κόσμο μας παρέχεται μέσω των οφθαλμών. Οι οφθαλμοί μαζί με τα εκατομμύρια νευρικών ινών και τις οπτικές περιοχές του φλοιού του εγκεφάλου όπου αναδομείται η εικόνα-είδωλο του εξωτερικού κόσμου αποτελούν τις τρεις συνιστώσες της όρασης. Η ανατομία του ανθρώπινου οφθαλμού απεικονίζεται στην εικόνα 2.1.



Εικόνα 2.1: Ανατομία ανθρώπινου οφθαλμού

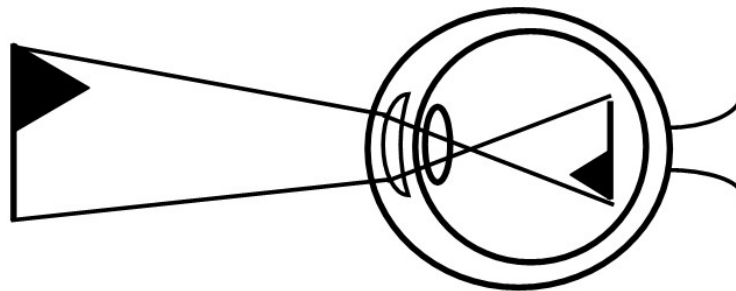
Ο οφθαλμός αποτελείται από τον κερατοειδή, ο οποίος είναι διαφανής και δρα σαν ένας συγκλίνων φακός για το φως που θα προσπέσει σε αυτόν και θα εισέλθει στην κόρη. Η κόρη, η οποία βρίσκεται ακριβώς πίσω από τον κερατοειδή, συνιστά ένα διάφραγμα για το φως, το οποίο τελικά εισέρχεται στον οφθαλμό. Η κόρη περιβάλλεται από έναν κυκλικό μυ, ο οποίος ονομάζεται ίριδα και μπορεί να διαστέλλεται και να συστέλλεται δημιουργώντας έτσι έναν εξελεγμένο φωτοφράχτη.

Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να ρυθμιστεί η ποσότητα του φωτός που εισέρχεται στον οφθαλμό. Στη συνέχεια της πορείας του, το φως διέρχεται μέσα από τον φακό του οφθαλμού, ο οποίος λειτουργεί ως ένας αμφίκυρτος συγκλίνων φακός. Η εστιακή απόσταση του φακού ρυθμίζεται κατάλληλα από τον ακτινωτό μυ κάθε οφθαλμού, επηρεάζοντας κατά συνέπεια και το σημείο στο οποίο εστιάζουν οι εισερχόμενες ακτίνες. Εάν θεωρήσουμε ένα φυσιολογικό οφθαλμό, οι ακτίνες εστιάζουν στον αμφιβληστροειδή, ο οποίος βρίσκεται στην οπίσθια εσωτερική περιοχή του οφθαλμικού βολβού.

Ο αμφιβληστροειδής με τη σειρά του περιέχει τους κατάλληλους φωτοϋποδοχείς και τους νευρώνες, που μετατρέπουν τελικά τα φωτεινά ερεθίσματα σε ηλεκτρικούς παλμούς. Εμβαθύνοντας στη φυσιολογία των φωτοϋποδοχέων μπορούμε να τους διαχωρίσουμε στα κωνία και στα ραβδία. Τα κωνία συγκεντρώνονται σε μια μικρή περιοχή του αμφιβληστροειδή, η οποία καλείται ωχρά κηλίδα και είναι υπεύθυνα για την παροχή της χρωματικής πληροφορίας και της οπτικής αντίληψης σε έντονες συνθήκες φωτισμού [10]. Τα ραβδία είναι φωτοϋποδοχείς υψηλής ευαισθησίας, χωρίς όμως να παρέχουν χρωματική πληροφορία.

2.1.2 Η διαδικασία της ανθρώπινης όρασης

Η όραση αποτελεί μία από τις σημαντικότερες αισθήσεις του ανθρώπου και χρησιμοποιείται σαν το κύριο μέσο για την αντίληψη του τρισδιάστατου χώρου. Κατά τη διαδικασία της



Εικόνα 2.2: Σχηματισμός ειδώλου ενός αντικειμένου στο εσωτερικό του ανθρώπινου οφθαλμού.

όρασης οι ακτίνες φωτός που ξεκινούν από κάποιο αντικείμενο, εισέρχονται στον οφθαλμό μέσω του κερατοειδή χιτώνα και έπειτα περνούν μέσα από την κόρη που είναι ένα κυκλικό άνοιγμα στην ίριδα. Τα κύματα φωτός συγκλίνουν πρώτα από τον κερατοειδή και έπειτα από τον κρυσταλλικό φακό ακριβώς πίσω από την επιφάνεια του κερατοειδή. Σε αυτό το σημείο το είδωλο είναι ανεστραμμένο όπως απεικονίζεται στην εικόνα 2.2.

2.1.3 Στερεοσκοπία

Με τον όρο στερεοσκοπία (Stereoscopy) ορίζουμε την «παρατήρηση των αντικειμένων» με τρισδιάστατο τρόπο και αυτό γίνεται με την πληροφορία βάθους που παίρνουμε από τα αντικείμενα του χώρου που μας περιβάλλει.

Οι βασικοί στερεοσκοπικοί παράγοντες που συντελούν στην ικανότητα μας να μπορούμε να αντιλαμβανόμαστε τα αντικείμενα του χώρου τρισδιάστατα, δηλαδή να μας παρέχουν ικανή πληροφορία βάθους, χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες.

Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τους παράγοντες εκείνους που σχετίζονται με την φυσιολογία του ανθρώπινου οπτικού συστήματος, ενώ η δεύτερη αφορά τους ψυχοοπτικούς παράγοντες, οι οποίοι είναι σε θέση να ενισχύσουν την αντιληπτική ικανότητα της τρίτης διάστασης (βάθος) ή να υποκαταστήσουν πολλούς από τους φυσιολογικούς μηχανισμούς σε παθολογικές καταστάσεις [11].

Οι ψυχοοπτικοί παράγοντες [12] είναι απαραίτητοι για την αντίληψη του βάθους στις οπτικές απεικονίσεις. Οι παράγοντες αυτοί δεν εξαρτώνται από τα φυσιολογικά χαρακτηριστικά του παρατηρητή αλλά από την εμπειρική γνώση για τα αντικείμενα του χώρου που τον περιβάλλει και λογικές υποθέσεις για τη σχετική θέση μεταξύ των παρατηρούμενων αντικειμένων. Δεδομένης της απλής υλοποίησής τους είναι σημαντικοί για τη δημιουργία 3D εικόνων σε όλο το φάσμα των στερεοσκοπικών εφαρμογών. Οι παραπάνω παράγοντες όταν συνδυαστούν κατάλληλα, μπορούν να έχουν σχεδόν το ίδιο αποτέλεσμα με την κλασικά νοούμενη στερεοσκοπική όραση, όσον αφορά στην αντίληψη του βάθους ενός αντικείμενου. Αναλυτικότερα, οι σημαντικότεροι ψυχοοπτικοί παράγοντες συνοψίζονται στις ακόλουθες παραγράφους.

Γραμμική προοπτική

Η γραμμική προοπτική είναι ένας από τους πιο σημαντικούς στερεοσκοπικούς παράγοντες. Αναφέρεται στην σταδιακή μείωση του μεγέθους των αντικειμένων με αύξηση της απόστασης από τον παρατηρητή. Όπως γίνεται άμεσα αντιληπτό και από την Εικόνα 2.3, το μέγεθος των δέντρων στην άκρη του δρόμου μειώνεται όσο αυτά απομακρύνονται από τον παρατηρητή, ενώ παράλληλα το πλάτος του απεικονιζόμενου δρόμου τείνει να μηδενιστεί, στο σημείο του ορίζοντα του παρατηρητή.



Εικόνα 2.3: Γραμμική Προοπτική

Διαβάθμιση υφής

Ο συγκεκριμένος παράγοντας οφείλει την ύπαρξη του στη λεπτομέρεια της υφής των αντικειμένων, την οποία μπορεί να διακρίνει ένας παρατηρητής σε σχέση με την απόσταση τους από αυτόν. Η υφή των κοντινών αντικειμένων στον παρατηρητή είναι περισσότερο ευδιάκριτη σε σχέση με τα αντικείμενα που βρίσκονται μακριά. Επιπρόσθετα, η πυκνότητα των αντικειμένων που είναι μακριά προκαλεί στον παρατηρητή την αίσθηση ότι είναι μεγαλύτερη από εκείνη αυτών που είναι πιο κοντά του. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα απεικονίζεται στην Εικόνα 2.4 στην οποία όσο μακρύτερα βρίσκονται τα λουλούδια από τον παρατηρητή τόσο λιγότερο γίνονται αντιληπτά.

Συνδυασμένοι ψυχοοπτικοί παράγοντες

Οι προηγούμενοι παράγοντες συντελούν στην διαισθητική 3D αντίληψη του ορατού κόσμου και αξιοποιούν λογικά συμπεράσματα που συνάγει ο εγκέφαλος βασιζόμενος στην παρατήρηση των αντικειμένων που περιβάλλουν ένα παρατηρητή, όπως επίσης και στην εμπειρία που διαθέτει αυτός. Η ύπαρξη ενός μεγάλου πλήθους από τους παραπάνω παράγοντες σε μία φυσική 3D σκηνή ή ο αποτελεσματικός συνδυασμός τους σε υπολογιστικά κατασκευασμένες 3D σκηνές συμβάλλει στη δημιουργία ορθής 3D αντίληψης στον παρατηρητή. Ένας συνδυασμός των παραπάνω παραγόντων, παρουσιάζεται στην Εικόνα 2.5.



Εικόνα 2.4: Διαβάθμιση υφής.

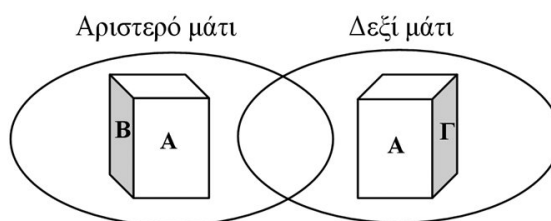


Εικόνα 2.5: Συνδυασμένοι ψυχοοπτικοί παράγοντες.

2.2 Στερέωση

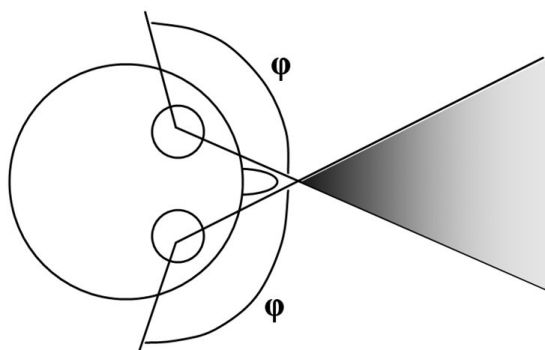
Όπως ήδη αναλύθηκε υπάρχουν δύο ειδών παράγοντες βάθους, οι ψυχοοπτικοί και οι φυσιολογικοί. Η τρισδιάστατη αντίληψη των αντικειμένων που μας περιβάλλουν είναι μια διαδικασία του εγκεφάλου η οποία λαμβάνει υπόψη της το σύνολο των παραπάνω παραγόντων και καλείται στερέωση.

Το ανθρώπινο οπτικό σύστημα έχει την ικανότητα να συγχωνεύει τις δύο διαφορετικές εικόνες, που λαμβάνονται στους αμφιβληστροειδείς των δύο οφθαλμών, σε μια στερεοσκοπική εικόνα στον εγκέφαλο. Στην Εικόνα 2.6 απεικονίζεται η διαδικασία, στην οποία οι δύο οφθαλμοί λαμβάνουν τις δύο διαφορετικές εικόνες ενός αντικειμένου.



Εικόνα 2.6: Στερέωση

Το οπτικό πεδίο του κάθε οφθαλμού προσδιορίζεται από τη γωνία ϕ . Όπως παρατηρούμε κάθε ένα από τα δύο πεδία ανταποκρίνεται σε διαφορετική περιοχή του χώρου, αλλά περιλαμβάνουν και μια κοινή περιοχή, όπως απεικονίζεται στο σκιασμένο τμήμα της Εικόνας 2.7. Η κοινή αυτή περιοχή αντιστοιχεί στην επιφάνεια Α του κύβου στην Εικόνα 2.6.



Εικόνα 2.7: Οπτικό πεδίο

Αναλυτικά στην Εικόνα 2.6 παρατηρούμε ότι το ίδιο αντικείμενο γίνεται αντιληπτό από τον παρατηρητή σαν δύο ελαφρώς διαφορετικές εικόνες [1].

Χαρακτηριστικά ενώ η πλευρά Α του κύβου είναι ορατή και από τους δύο οφθαλμούς, η πλευρά Β είναι αθέατη στον δεξιό οφθαλμό ενώ η πλευρά Γ είναι αθέατη στον αριστερό. Η

συγχώνευση των διαφορετικών αυτών εικόνων δίνει την απαραίτητη πληροφορία βάθους στον εγκέφαλο ώστε να μπορούμε να δούμε το αντικείμενο με τρισδιάστατο τρόπο.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η συγκεκριμένη διαδικασία εύρεσης ομόλογων σημείων στο ζεύγος εικόνων που ανακτάται από τους οφθαλμούς και σύνθεσης της τελικής 3D εικόνας λαμβάνει χώρα σε πραγματικό χρόνο και είναι ανεκτή σε λάθη που προέρχονται από ατέλειες του ανθρώπινου οπτικού συστήματος όπως επίσης και σε κινήσεις της κεφαλής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΗ ΦΩΤΟΓΡΑΦΗΣΗ

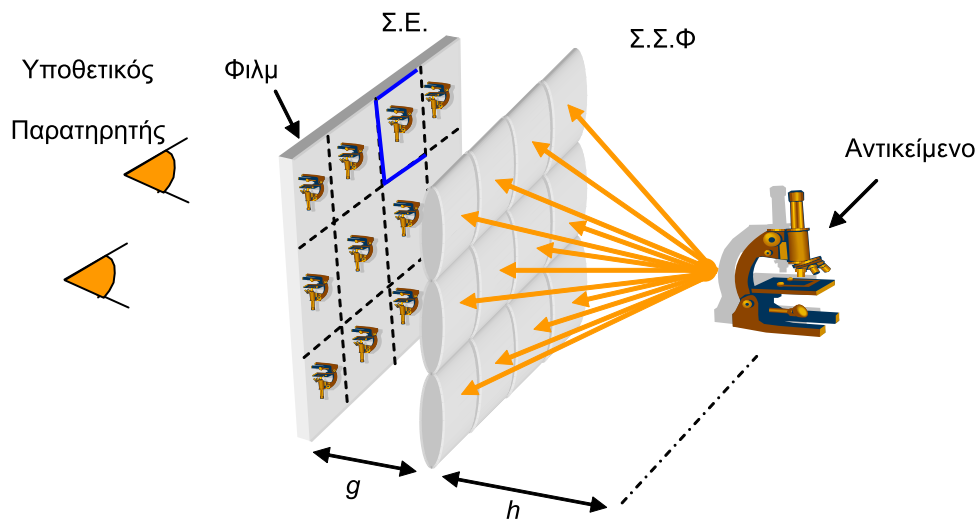
3.1 Εισαγωγή

Ένας παρατηρητής αναμένει από ένα σύστημα παρατήρησης την απόδοση της σκηνής που παρατηρεί με τη μεγαλύτερη δυνατή φυσικότητα. Για το λόγο αυτό προτιμά ένα σύστημα 3D παρατήρησης, το οποίο παρέχει μία φυσική αναπαράσταση του βάθους των αντικειμένων μιας σκηνής, σε σχέση με τα κλασσικά συστήματα δισδιάστατης παρατήρησης. Έτσι έχουν αναπτυχθεί διάφορες κλάσεις συστημάτων τρισδιάστατης παρατήρησης, από διάφορα ερευνητικά εργαστήρια και μεγάλες εταιρίες, που αφορούν εξειδικευμένες εφαρμογές ή γενικευμένα συστήματα τρισδιάστατης παρατήρησης. Το παρόν κεφάλαιο αποτελεί μία σύνοψη της αρχής λειτουργίας της καταγραφικής και απεικονιστικής διάταξης ενός συστήματος Ολοκληρωτικής Φωτογράφισης (ΟΦ). Η ΟΦ αποτελεί μία βασική αυτοστερεοσκοπική μέθοδο η απλότητα της οποίας παρέχει τη δυνατότητα άμεσης κατασκευής συσκευών λήψης και αναπαραγωγής 3D εικόνων χρησιμοποιώντας ήδη υπάρχουσες τεχνολογίες. Για το λόγο αυτό καθίσταται ως μία από τις πιο σημαντικές επερχόμενες μεθόδους στο χώρο της 3D απεικόνισης [13]. Η αρχή λειτουργίας είναι ίδια για τα αναλογικά, ψηφιακά και υβριδικά συστήματα ΟΦ. Ωστόσο η διεξόδυση των ψηφιακών τεχνικών στο χώρο της ΟΦ και η άμεση λήψη ψηφιακών εικόνων ΟΦ διευκολύνει την έρευνα στους τομείς της ανάλυσης, επεξεργασίας και κωδικοποίησης εικόνων ΟΦ.

3.2 Αναλογική ολοκληρωτική φωτογράφιση

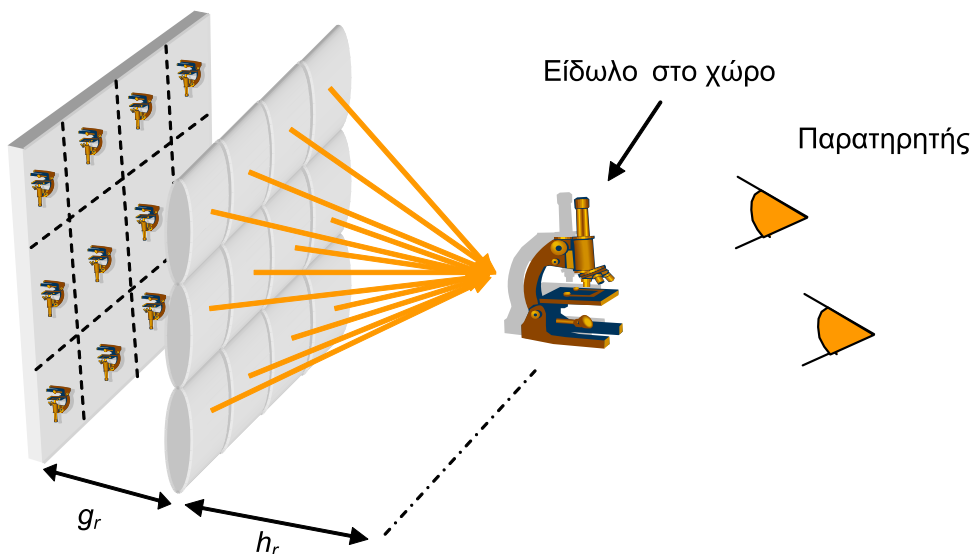
Η καταγραφή και αναπαράσταση πραγματικών 3D σκηνών με τη χρήση της τεχνικής της ΟΦ αναπτύχθηκε αρχικά από το νομπελίστα G.Lippmann [6]. Η αναλογική τεχνική χρησιμοποιεί μια 2D Συστοιχία Στερεοσκοπικών Φακών (ΣΣΦ) καταγράφοντας μια σειρά από στοιχειώδεις εικόνες (ΣΕ) που αντιστοιχούν σε τμήματα ενός τρισδιάστατου αντικειμένου σε ένα φιλμ, όπως απεικονίζεται στην εικόνα 3.1. Οι αποστάσεις που σημειώνονται στο σχήμα συνδέονται μεταξύ τους με την εξίσωση:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{h} = \frac{1}{f} \quad (3.1)$$



Εικόνα 3.1: Αρχή λειτουργίας καταγραφικού συστήματος ΟΦ.

όπου f η κοινή εστιακή απόσταση των φακών της ΣΣΦ. Για τη διαδικασία αναπαραγωγής μία αντίστοιχη ΣΣΦ τοποθετείται μπροστά από το επεξεργασμένο φιλμ το οποίο φωτίζεται κατάλληλα από διάχυτο φωτισμό, αναπαράγοντας το αρχικό αντικείμενο στο χώρο, όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 3.2.

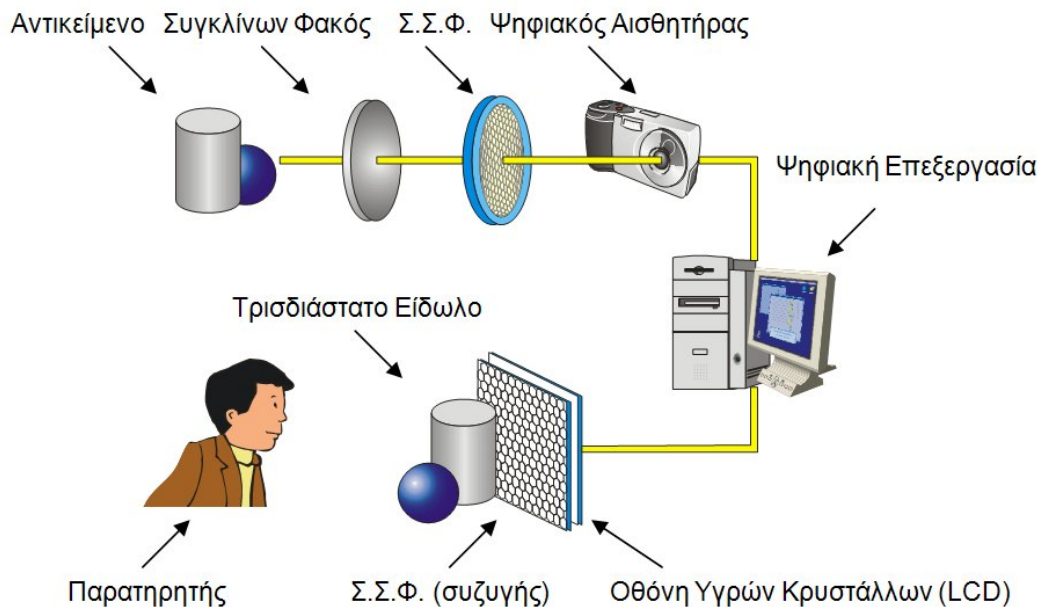


Εικόνα 3.2: Αρχή λειτουργίας απεικονιστικού συστήματος ΟΦ.

Αν χρησιμοποιηθεί η ίδια ΣΣΦ για την αναπαραγωγή και τοποθετηθεί σε απόσταση $g_r = g$ από την επιφάνεια του φιλμ τότε σχηματίζεται ένα είδωλο στο χώρο μεταξύ του παρατηρητή και της οθόνης προβολής σε απόσταση $h_r = h$. Πρέπει να σημειωθεί ότι το παραγόμενο είδωλο χαρακτηρίζεται πραγματικό όταν σχηματίζεται στο χώρο μεταξύ της οθόνης προβολής και του παρατηρητή ενώ χαρακτηρίζεται φανταστικό στην περίπτωση που σχηματίζεται πίσω από την οθόνη προβολής [14].

3.3 Ψηφιακή ολοκληρωτική φωτογράφιση

Η ψηφιακή ΟΦ μοιράζεται τις ίδιες αρχές με την αναλογική ΟΦ, με τη διαφορά ότι χρησιμοποιούνται ψηφιακοί αισθητήρες αντί για αναλογικό φιλμ. Η συνολική διαδικασία της ψηφιακής ΟΦ η οποία απεικονίζεται στην εικόνα 3.3, συνήθως περιλαμβάνει και ψηφιακές οθόνες προβολής, όπως οθόνες υγρών κρυστάλλων.



Εικόνα 3.3: Αρχή λειτουργίας συστήματος ψηφιακής ΟΦ.

Πρέπει να αναφερθεί ότι πολλές από τις οπτικές διαδικασίες, όπως η αναστροφή της ψευδοσκοπίας [15] ή η μετατροπή των φανταστικών σε πραγματικά είδωλα [16] μπορούν να υλοποιηθούν υπολογιστικά. Το κύριο πλεονέκτημα της ψηφιακής μεθόδου είναι ότι δεν υποβαθμίζει την ποιότητα του τελικού ειδώλου αφού δεν μεσολαβούν τα οπτικά μέρη τα οποία ήταν η αιτία για την υποβάθμιση αυτή.

Η ψηφιακή λήψη εικόνων ΟΦ μπορεί να πραγματοποιηθεί με συσκευές πολύ υψηλής ανάλυσης, όπως είναι οι κατάλληλα τροποποιημένες ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές λήψης στατικής και κινούμενης εικόνας με ιδιαίτερα μεγάλη πυκνότητα εικονοστοιχείων. Διάφορες υλοποιήσεις οι οποίες βασίζονται σε υψηλής ανάλυσης ψηφιακούς αισθητήρες οι οποίοι είναι εφοδιασμένοι με κατάλληλες ΣΣΦ έχουν προταθεί [17, 18] όπως επίσης και υλοποιήσεις οι οποίες βασίζονται στην παραγωγή υπολογιστικών εικόνων ΟΦ [19, 20].

Για την αναπαραγωγή των εικόνων ΟΦ μπορεί να χρησιμοποιηθεί το επεξεργασμένο, ή εκτυπωμένο φιλμ στην περίπτωση της αναλογικής φωτογραφίας, όπως επίσης οθόνες προβολής LCD ή εκτυπώσεις σε εκτυπωτές υψηλής ανάλυσης, για την περίπτωση της ψηφιακής ΟΦ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΤΕΧΝΗΤΗ ΟΡΑΣΗ - ΕΝΝΟΙΕΣ

4.1 Εισαγωγή

Η δυνατότητα ενός υπολογιστή να επεξεργαστεί και να αναλύσει με επιτυχία οπτικά δεδομένα θεωρείτο στη δεκαετία του 1960 σαν κάτι το οποίο θα ήταν πολύ απλό. Πέντε δεκαετίες αργότερα και το πρόβλημα της τεχνητής όρασης (ΤΟ) είναι ακόμη άλυτο. Σαν αποτέλεσμα αυτού του γεγονότος ένα ολόκληρο ερευνητικό πεδίο έχει δημιουργηθεί. Ο ερευνητικός αυτός τομέας έχει ισχυρούς δεσμούς με τα μαθηματικά και την επιστήμη των υπολογιστών και ταυτόχρονα παρουσιάζει μία μικρότερη συσχέτιση με τη φυσική και την ψυχολογία.

Υπάρχουν διάφοροι λόγοι για τους οποίους έσφαλε η αντίληψη ότι η ΤΟ θα ήταν ένα πεδίο εύκολο στην κατανόηση. Οι βασικότεροι είναι η έλλειψη επαρκούς γνώσης των βιολογικών μεθόδων με τον οποίο λειτουργεί η ανθρώπινη όραση καθώς και η αποτυχία αντικατάστασης της βιολογικής όρασης με ηλεκτρονικά-μηχανικά υποσυστήματα.

Παρά τα αρχικά λάθη οι ερευνητές στο χώρο της ΤΟ μέχρι σήμερα έχουν καταφέρει να πετύχουν εξαιρετικά αποτελέσματα τόσο θεωρητικής, όσο και εφαρμοσμένης φύσης. Σαν παράδειγμα των επιτευγμάτων της ΤΟ μπορούμε να αναφέρουμε τη δημιουργία αυτόνομων αυτοκινήτων χωρίς την ύπαρξη οδηγού τα οποία μετακινούνται με ασφάλεια αναγνωρίζοντας πλήρως την σήμανση των δρόμων. Σήμερα οι κατασκευαστές έχουν αρχίσει να ενσωματώνουν με αργό ρυθμό μερικά από αυτά τα χαρακτηριστικά.

Ως προς την θεωρητική θεμελίωση των μεθόδων της ΤΟ, η μεγάλη πρόοδος έχει επιτευχθεί στην κατανόηση και περαιτέρω ανάπτυξη και εφαρμογή της 3Δ γεωμετρίας. Αυτό περιλαμβάνει την πλήρη περιγραφή του τρόπου με τον οποίο αλλάζει το σχήμα των γεωμετρικών αντικειμένων όταν αυτά παρατηρούνται από διαφορετικά σημεία και με διαφορετικές κάμερες. Είναι εμφανές ότι η πρόοδος αυτή οφείλεται στη χρήση ιδιαίτερα εξεζητημένων μαθηματικών μεθόδων οι οποίες εκτείνονται σε όλες τις πτυχές της παλαιάς αλλά και νέας γεωμετρικής θεώρησης.

Ο καθορισμός του τρόπου με τον οποίο αλλάζει το σχήμα των αντικειμένων υπό διαφορετικά σημεία αναφοράς είναι ιδιαίτερα βασικός για όλες τις εφαρμογές της ΤΟ. Επίσης αποτελεί και ένα βασικό βήμα προς τον ζητούμενο σκοπό: Να δοθεί η δυνατότητα σε έναν

υπολογιστή να αποκτήσει όραση με τον τρόπο που την αντιλαμβανόμαστε στην καθημερινότητά μας.

Σήμερα η διαθέσιμη θεωρία καθώς και οι εφαρμογές αυτής έχουν φτάσει σε ένα σημείο ωριμότητας όπου εξαιρετικά αποτελέσματα μπορούν να επιτευχθούν για προβλήματα τα οποία μία δεκαετία πριν θεωρούνταν άλυτα. Αναφέρουμε τα βασικότερα από αυτά:

- Η επίτευξη αντιστοιχίας σημείων μεταξύ εικόνων για τις οποίες υπάρχει πλήρης απουσία οποιασδήποτε πληροφορίας.
- Η ανασύσταση του τρισδιάστατου μοντέλου του χώρου από τον οποίο προέρχονται οι ληφθείσες εικόνες.
- Ο πλήρης προσδιορισμός των εσωτερικών παραμέτρων μίας κάμερας από μία ακολουθία εικόνων του χώρου χωρίς την ύπαρξη πληροφορίας για το χώρο αυτό.

Το σημαντικότερο κοινό χαρακτηριστικό των αλγορίθμων αυτών είναι ότι δεν χρειάζονται βαθμονόμηση. Η εφαρμογή τους καθιστά δυνατό τον προσδιορισμό της γεωμετρίας μεταξύ διαφόρων σημείων φωτογράφισης καθώς και τη δημιουργία τρισδιάστατου μοντέλου από αντιστοιχίες σημείων.

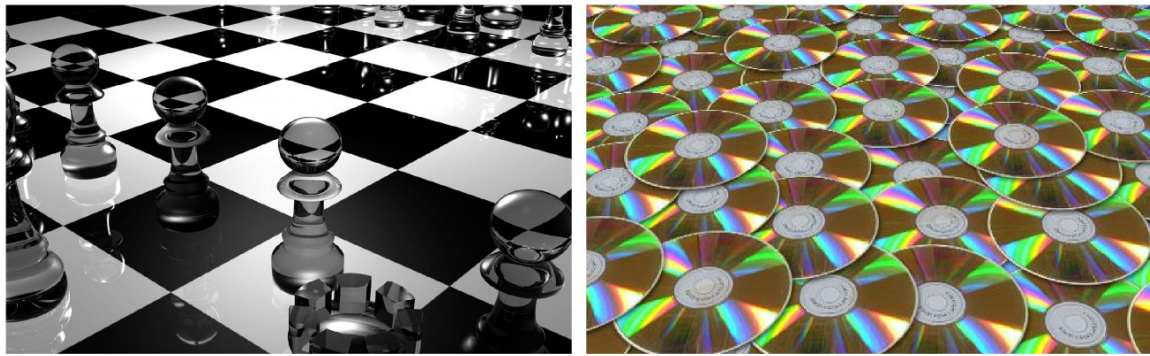
4.2 Προβολική Γεωμετρία

4.2.1 Η έννοια της προβολής

Στην καθημερινότητά μας συναντάμε συχνά τα οπτικά αποτελέσματα των λεγόμενων “προβολικών μετασχηματισμών”. Παρατηρώντας την εικόνα 4.1 βλέπουμε τετράγωνα τα οποία δεν έχουν τετραγωνικό σχήμα καθώς και κύκλους οι αντίστοιχα δεν έχουν κυκλικό σχήμα. Ο μετασχηματισμός που απεικονίζει 3D αντικείμενα στο επίπεδο μίας φωτογραφίας είναι ο λεγόμενος προβολικός μετασχηματισμός.

Μέσω ενός προβολικού μετασχηματισμού αρκετές ιδιότητες ενός επίπεδου αντικειμένου χάνονται. Το σχήμα δεν διατηρείται καθώς οι κύκλοι μετατρέπονται σε ελλείψεις. Επίσης δεν διατηρούνται τα μήκη, οι γωνίες καθώς και οι λόγοι αποστάσεων. Η μόνη διατηρητέα ιδιότητα είναι η συνευθειακότητα. Έτσι μπορούμε να ορίσουμε ως προβολικό τον μετασχηματισμό ο οποίος διατηρεί τα ευθύγραμμα τμήματα.

Για να δούμε το λόγο αναγκαιότητας της προβολικής γεωμετρίας θα ξεκινήσουμε από τις γνωστές αρχές της ευκλείδειας γεωμετρίας. Η ευκλείδεια γεωμετρία περιγράφει τις γωνίες και τα σχήματα των αντικειμένων αλλά είναι προβληματική σε ένα μόνο σημείο: Είναι συνε-



(α)

(β)

Εικόνα 4.1: Προοπτική παραμόρφωση γεωμετρικών ιδιοτήτων. (α) Τα τετράγωνα κελιά της σκακιέρας δεν μοιάζουν με τετράγωνα. (β) Τα CD αν και έχουν κυκλικό σχήμα απεικονίζονται σε ελλείψεις.

χώς απαραίτητο να γίνεται διάκριση μεταξύ παραλλήλων και τεμνόμενων ευθειών. Σε μία πρώτη προσέγγιση η διάκριση αυτή φαίνεται ότι δεν παρουσιάζει το παραμικρό πρόβλημα. Στην περίπτωση όμως που θέλουμε να μελετήσουμε απεικονίσεις μεταξύ αντικειμένων που βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα αυτή η διάκριση εισάγει σημαντικές δυσκολίες.

Έτσι πολλές φορές για να προσδιορίσουμε ότι δύο γραμμές είναι παράλληλες λέμε ότι “συναντιούνται στο άπειρο”. Καθώς όμως η έννοια του απείρου δεν ορίζεται, επαυξάνουμε τον ευκλείδειο χώρο προσθέτοντας τα σημεία στο άπειρο όπου δύο γραμμές υποθετικά τέμνονται και τα ονομάζουμε “σημεία φυγής”.

Μέσω αυτής της προσθήκης ο ευκλείδειος χώρος ενισχύεται και μετατρέπεται σε ένα νέο τύπο χώρου τον λεγόμενο προβολικό χώρο. Έτσι μπορούμε να διευκολύνουμε την μαθηματική μας θεώρηση καθώς οι γνωστές μας ιδιότητες και αντικείμενα όπως μήκη, γωνίες, σημεία ευθείες και τομές εμφανίζονται και στον προβολικό χώρο.

4.2.2 Συντεταγμένες σημείων

Ένα σημείο στον δισδιάστατο ευκλείδειο χώρο αναπαρίσταται από ένα διατεταγμένο ζεύγος πραγματικών αριθμών (x, y) . Μπορούμε να εισάγουμε μία ακόμη συντεταγμένη στο ζεύγος αυτό η οποία δίνει την τριάδα $(x, y, 1)$. Αυτό φαίνεται λογικό καθώς η αντιστοίχιση μεταξύ των δύο αναπαραστάσεων γίνεται πολύ εύκολα. Είναι εύλογο να αναρωτηθεί κανείς φυσικά για ποιο λόγο η τελευταία συντεταγμένη πρέπει να έχει την τιμή 1. Ο λόγος είναι ότι το σύνολο των τριάδων $\kappa(x, y, 1) = (\kappa x, \kappa y, \kappa)$ αναπαριστούν το σημείο $(x, y, 1)$ $\forall \kappa \neq 0$.

Με αυτό τον τρόπο το κάθε σημείο του ευκλείδειου επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα σύνολο σημείων του προβολικού χώρου τα οποία διαφέρουν μεταξύ τους κατά μία πολλαπλασια-

στική σταθερά k . Δημιουργείται φυσικά η απορία ποιο σημείο απεικονίζεται στην τριάδα $(x, y, 0)$. Αν προσπαθήσουμε να διαιρέσουμε με την τρίτη συντεταγμένη λαμβάνουμε το σημείο $(x/0, y/0, 0)$ το οποίο βρίσκεται στο άπειρο. Ακριβώς αυτός είναι και ο τρόπος με τον οποίο τα σημεία στο άπειρο δημιουργούνται καθώς η τελευταία συντεταγμένη τους ισούται με 0.

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο γενικεύεται η έννοια του προβολικού χώρου από το δισδιάστατο επίπεδο σε πολλές διαστάσεις. Αναπαριστώντας σημεία σαν ομογενή διανύσματα στα οποία η τελευταία συντεταγμένη ισούται με 1 επεκτείνουμε τον n -διάστατο ευκλείδειο χώρο \mathbb{R}^n στον n -διάστατο προβολικό χώρο \mathbb{P}^n . Τα σημεία στο άπειρο στον δισδιάστατο προβολικό χώρο σχηματίζουν μία γραμμή η οποία ονομάζεται η γραμμή στο άπειρο». Σε τρεις διαστάσεις ονομάζεται το «επίπεδο στο άπειρο».

4.2.3 Ομογένεια μετασχηματισμών

Από την θεώρηση της προβολικής γεωμετρίας τα σημεία στο άπειρο δεν διαφέρουν από τα υπόλοιπα. Ο προβολικός χώρος είναι ομοιόμορφος με τον ίδιο τρόπο με τον οποίο είναι και ο ευκλείδειος. Η ιδιότητα των σημείων στο άπειρο να έχουν την τελευταία συντεταγμένη τους ίση με 0 είναι απλά μία σύμπτωση και οφείλεται στην επιλογή του συστήματος αναφοράς.

Με τον ίδιο τρόπο με τον οποίο ορίζονται οι μετασχηματισμοί του ευκλείδειου χώρου μπορούν και ορίζονται οι «προβολικοί μετασχηματισμοί». Ένας γραμμικός μετασχηματισμός του ευκλείδειου χώρου \mathbb{R}^n αναπαρίσταται από πολλαπλασιασμό πινάκων με τις συντεταγμένες ενός σημείου. Με τον ίδιο τρόπο ένας προβολικός μετασχηματισμός του χώρου \mathbb{P}^n αναπαρίσταται από μία απεικόνιση διανυσμάτων όπου ο πίνακας μετασχηματισμού είναι μη ιδιάζων.

Έτσι μέσω ενός γραμμικού προβολικού μετασχηματισμού τα σημεία στο άπειρο (των οποίων η τελευταία συντεταγμένη είναι μηδέν) απεικονίζονται σε άλλα σημεία και δεν διατηρούνται. Συνεπώς ένας προβολικός μετασχηματισμός του χώρου \mathbb{P}^n μπορεί να αναπαρασταθεί από την εξίσωση γραμμικού μετασχηματισμού

$$\mathbf{x}' = H_{(n+1) \times (n+1)} \mathbf{x} \quad (4.1)$$

Στα προβλήματα ΤΟ ο προβολικός χώρος χρησιμοποιείται σαν ένας εύκολος τρόπος αναπαράστασης του πραγματικού τρισδιάστατου (3Δ) κόσμου, επεκτείνοντας τον στον τρισδιάστατο προβολικό χώρο. Ακολουθώντας παρόμοια μεθοδολογία, οι φωτογραφίες οι οποίες δημιουργούνται προβάλλοντας τον 3Δ κόσμο σε μία δισδιάστατη αναπαρά-

σταση θεωρούμε ότι ανήκουν στον δισδιάστατο προβολικό χώρο. Ο πραγματικός 3D κόσμος φυσικά δεν περιέχει σημεία στο άπειρο και πρέπει συνεχώς να θεωρούμε τα σημεία φυγής σαν «ειδικά σημεία». Αυτή η θεώρηση απλουστεύει πρακτικά προβλήματα καθώς θεωρούμε όλα τα σημεία του προβολικού χώρου σαν ισότιμα και σε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις εξαιρούμε τα σημεία φυγής από τη διαδικασία επίλυσης κάποιου προβλήματος.

4.2.4 Προβολές κάμερας

Το βασικότερο σημείο στις πρακτικές εφαρμογές της ΤΟ είναι η ανάλυση και εξαγωγή παραμέτρων και μεγεθών τα οποία προκύπτουν από φωτογραφίες του πραγματικού κόσμου. Μέσω φωτογραφιών και χρησιμοποιώντας μεθόδους της ΤΟ μπορεί να εξαχθεί μετρική πληροφορία για την τρισδιάστατη δομή των εικονιζόμενων αντικειμένων.

Η ελάττωση διαστάσεων κατά τη φωτογράφιση σημαίνει ότι ο τρισδιάστατος κόσμος απεικονίζεται σε μία δισδιάστατη εικόνα. Έτσι με τη συγκεκριμένη διαδικασία προβολής η τελική διάσταση ελαττώνεται κατά 1. Η φυσική διαδικασία που υλοποιεί αυτή τη μεταβολή είναι η λεγόμενη κεντρική προβολή στην οποία μία ακτίνα φωτός από ένα σημείο του τρισδιάστατου χώρου χαράσσεται προς ένα σταθερό σημείο, το λεγόμενο κέντρο προβολής. Η ακτίνα θα συναντήσει ένα συγκεκριμένο επίπεδο το οποίο ονομάζουμε επίπεδο εικόνας και η τομή της με το επίπεδο αυτό δημιουργεί ένα σημείο εικόνας. Η ελάττωση διαστάσεων φυσικά δεν θα συμβεί σε περίπτωση που η απεικόνιση αυτή γίνεται μεταξύ δύο επιπέδων.

Το μαθηματικό αυτό μοντέλο βρίσκεται σε πλήρη αντιστοιχία με το βασικό μοντέλο μίας κάμερας όπου μία ακτίνα φωτός από ένα σημείο στον χώρο περνά μέσα από το φακό και αποτυπώνεται στο φιλμ ή σε έναν αισθητήρα παράγοντας την αντίστοιχη του προβολή. Αγνοώντας παραμέτρους όπως το υλικό και το πάχος του φακού θεωρούμε ότι όλες οι ακτίνες περνάνε από ένα κοινό σημείο, το κέντρο του φακού.

Εφαρμόζοντας τις αρχές της προβολικής γεωμετρίας στη διαδικασία απεικόνισης μέσω κάμερας είθισται να μοντελοποιούμε τον κόσμο σαν ένα ένα τρισδιάστατο προβολικό χώρο ίσο με τον \mathbb{R}^3 συν τα σημεία φυγής. Με παρόμοιο τρόπο μοντελοποιούμε τον χώρο της αποτυπωμένης εικόνας σαν το δισδιάστατο προβολικό επίπεδο \mathbb{P}^2 καθώς η προβολή μέσω κεντρικού σημείου αποτελεί απλά μία απεικόνιση $\mathbb{P}^3 \rightarrow \mathbb{P}^2$. Αν θεωρήσουμε ότι όλα τα σημεία του \mathbb{P}^3 είναι γραμμένα με τη μορφή ομογενών συντεταγμένων $(X, Y, Z, T)^T$ τότε παρατηρούμε ότι μεταβάλλοντας το T σχηματίζουν μία ακτίνα η οποία περνάει από το κέντρο προβολής $(0, 0, 0, 1)$.

Συνεπώς η απεικόνιση από τον τρισδιάστατο ευκλείδειο χώρο στο επίπεδο της φωτογραφίας μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα γραμμικό μετασχηματισμό (πίνακα) ο οποίος απεικονίζει διανύσματα τεσσάρων συντεταγμένων σε διανύσματα τριών. Η απεικόνιση αυτή αναπαρίσταται με την εξίσωση:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} = P_{3 \times 4} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ T \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Αντίστοιχα εάν έχουμε απεικόνιση σημείων από ένα επίπεδο αντικείμενο σε ένα άλλο επίπεδο ο παραπάνω μετασχηματισμός ελαττώνεται κατά μία διάσταση και δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} = H_{3 \times 3} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ T \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Τα διανύσματα $(x, y, w)^T$ και $(X, Y, T)^T$ αναπαριστούν ομογενή σημεία με συντεταγμένες ως προς τα αντίστοιχα τους επίπεδα. Ο τύπος αυτός των μετασχηματισμών θα μας απασχολήσει ιδιαίτερα στις επόμενες ενότητες καθώς καθιστά δυνατή την ανακατασκευή δισδιάστατων αντικειμένων τα οποία έχουν παραμορφωθεί λόγω προοπτικής.

4.2.5 Η κάμερα σαν ένα σημείο

Σε μία κεντρική προβολή, τα σημεία του \mathbb{P}^3 απεικονίζονται στο \mathbb{P}^3 καθώς όλα τα σημεία που βρίσκονται πάνω σε μία ακτίνα περνάνε από το σημείο προβολής και καταλήγουν στο ίδιο σημείο στην δισδιάστατη εικόνα. Με αυτό τον τρόπο όλα τα σημεία επάνω σε μία ακτίνα του τρισδιάστατου προβολικού χώρου θεωρούνται ίσα.

Μπορούμε να προχωρήσουμε περαιτέρω και να σκεφτούμε ότι μία συγκεκριμένη ακτίνα που περνάει από το σημείο προβολής αναπαριστά ένα σημείο που έχει αποτυπωθεί πάνω στην φωτογραφία. Συνεπώς το σύνολο των σημείων της εικόνας είναι ισοδύναμο με το σύνολο των ακτίνων οι οποίες περνάνε από το σημείο προβολής. Δηλαδή αναπαριστώντας την ακτίνα από το $(0, 0, 0, 1)^T$ έως το σημείο $(X, Y, Z, T)^T$ του προβολικού τρισδιάστατου χώρου με τις τρεις πρώτες συντεταγμένες του σημείου $(X, Y, Z)^T$, είναι εύκολο να παρατηρήσουμε ότι για κάθε σταθερά κ το γινόμενο $\kappa(X, Y, Z)^T$ αναπαριστά την ίδια ακτίνα.

Συνεπώς οι έννοιες σημεία και ακτίνες στον προβολικό χώρο είναι συνώνυμες και εξαιτίας αυτού και οι ακτίνες αναπαρίστανται από ομογενείς συντεταγμένες. Στην πραγματικότητα

ο δισδιάστατος χώρος σημείων της φωτογραφίας είναι ισοδύναμος με τον δισδιάστατο χώρο που δημιουργούν οι ακτίνες τις οποίες τώρα πια μπορούμε να θεωρήσουμε σαν μία αναπαράσταση του προβολικού χώρου της εικόνας \mathbb{P}^2 .

Μέσω αυτής της αναπαράστασης το σημαντικότερο στοιχείο είναι το κέντρο προβολής της κάμερας καθώς αυτό και μόνο καθορίζει το σύνολο των ακτίνων οι οποίες σχηματίζουν την εικόνα. Διαφορετικοί πίνακες μετασχηματισμού κάμερας οι οποίοι αναπαριστούν την δημιουργία εικόνας από το ίδιο κέντρο προβολής απλά αλλάζουν το σύστημα αναφοράς συντεταγμένων για τις ακτίνες οι οποίες δημιουργούν την εικόνα. Συνεπώς δύο εικόνες οι οποίες έχουν ληφθεί από το ίδιο σημείο (προβολής) στο χώρο είναι προβολικά ισοδύναμες.

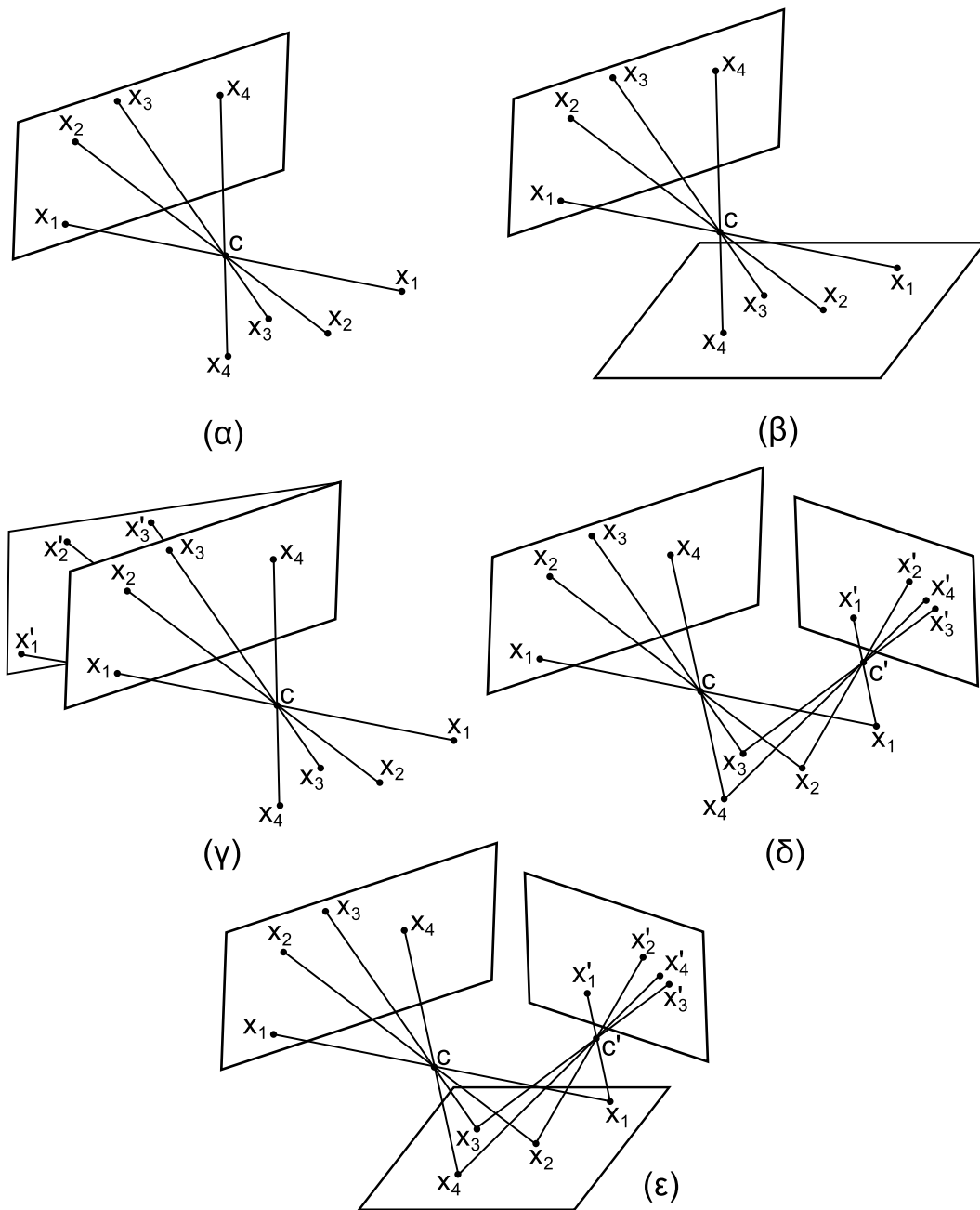
Ο ορισμός συστήματος συντεταγμένων για μία εικόνα είναι απαραίτητος μόνο εάν αρχίσουμε να αναπαριστάμε με συντεταγμένες τα σημεία της εικόνας. Όλες οι εικόνες οι οποίες λαμβάνονται από το ίδιο κέντρο προβολής με την ίδια κάμερα είναι ισοδύναμες. Μπορούν να απεικονιστούν η μία επί της άλλης μέσω ενός προβολικού μετασχηματισμού χωρίς καμία πληροφορία για τα τρισδιάστατα σημεία από τα οποία προήλθαν ή το κέντρο προβολής. Στην εικόνα 4.2 παρατηρούμε αυτές τις ιδιότητες.

4.3 Το δισδιάστατο προβολικό επίπεδο

Όπως γνωρίζουμε ένα σημείο στο επίπεδο αναπαρίσταται από το ζεύγος συντεταγμένων $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Γι αυτό είναι κοινότυπο να αναπαριστάμε ένα επίπεδο με το \mathbb{R}^2 . Θεωρώντας ότι το \mathbb{R}^2 είναι ένας διανυσματικός χώρος κάθε σημείο (x, y) είναι και ένα διάνυσμα. Σε αυτή την ενότητα θα εισαχθούν οι ορισμοί της ομογενούς αναπαράστασης σημείων ευθειών καθώς και κωνικών τομών.

4.3.1 Διανύσματα γραμμών και στηλών

Από τώρα και στη συνέχεια θα πραγματοποιούμε γραμμικές απεικονίσεις μεταξύ διανυσματικών χώρων τις οποίες και θα αναπαριστάμε με τη βοήθεια πινάκων. Με την κλασική θεώρηση το γινόμενο ενός πίνακα και ενός διανύσματος (στήλης) απεικονίζεται σε ένα διάνυσμα το οποίο περιέχει συντεταγμένες σημείου της εικόνας που απεικονίζουμε. Με αυτό τον τρόπο ένα σημείο του επιπέδου αναπαρίσταται με το διάνυσμα στήλης $(x, y)^T$ το οποίο θα συμβολίζουμε με **bold** γραμματοσειρά σαν \mathbf{x} .



Εικόνα 4.2: Το κέντρο της κάμερας είναι το σημείο προβολής. (α) Τα σημεία x_i είναι οι τομές ενός επιπέδου με τις αντίστοιχες ακτίνες. (β) Αν τα x_i είναι συνεπίπεδα τότε υπάρχει προβολικός μετασχηματισμός H μεταξύ των σημείων των δύο επιπέδων. (γ) Όλες οι εικόνες που αντιστοιχούν στο ίδιο σημείο προβολής εξαρτώνται από έναν προβολικό μετασχηματισμό 3×3 , ώστε $x'_i = Hx_i$. (δ) Αν αλλάξει το κέντρο της κάμερας τότε οι εικόνες δεν σχετίζονται απαραίτητα από προβολικό μετασχηματισμό εκτός εάν (ε) όλα τα σημεία που απεικονίζονται αρχικά ανήκαν στο ίδιο επίπεδο.

4.3.2 Ομογενής αναπαράσταση γραμμών

Μία γραμμή του επιπέδου αναπαρίσταται από μία εξίσωση γραμμής η οποία έχει τη μορφή

$$ax + by + c = 0 \quad (4.4)$$

όπου διαφορετικοί συνδυασμοί των a, b δημιουργούν διαφορετικές γραμμές. Συνεπώς μία γραμμή μπορεί να αναπαρασταθεί από το διάνυσμα $(a, b, c)^T$. Όμως η αντιστοιχία μεταξύ γραμμών και των διανυσμάτων $(a, b, c)^T$ δεν είναι ένα προς ένα καθώς οι γραμμές $ax + by + c = 0$ και $(\kappa a)x + (\kappa b)y + (\kappa c) = 0$ είναι ίσες και συμπίπτουν για οποιαδήποτε σταθερά $\kappa \neq 0$. Συνεπώς τα διανύσματα $(a, b, c)^T$ και $\kappa(a, b, c)^T$ αναπαριστούν την ίδια γραμμή για κάθε $\kappa \neq 0$.

Στην ουσία δύο διανύσματα τα οποία σχετίζονται με ένα πολλαπλασιαστικό παράγοντα μεγέθυνσης ή σμίκρυνσης θεωρούνται ισοδύναμα. Μία ολόκληρη κλάση ισοδυναμίας η οποία δημιουργείται από τον πολλαπλασιαστικό παράγοντα ονομάζεται ομογενές διάνυσμα. Ένα μεμονωμένο διάνυσμα της κλάσης θεωρείται αντιπρόσωπος της κλάσης ισοδυναμίας και το σετ των κλάσεων ομογενών διανυσμάτων $\mathbb{R}^3 - (0, 0, 0)^T$ δημιουργεί τον προβολικό χώρο \mathbb{P}^2 .

4.3.3 Ομογενής αναπαράσταση σημείων

Ένα σημείο $(x, y)^T$ ανήκει σε μία γραμμή $l = (a, b, c)^T$ αν και μόνο αν $ax + by + c = 0$. Μπορούμε λοιπόν να ξαναγράψουμε αυτή την σχέση σαν ένα εσωτερικό γινόμενο

$$(x, y, 1)(a, b, c)^T = 0 \quad (4.5)$$

στην οποία φαίνεται ξεκάθαρα ότι το σημείο αναπαρίσταται σαν ένα τρισδιάστατο διάνυσμα με την προσθήκη της τελευταίας συντεταγμένης 1. Συνεπώς για κάθε μία σταθερά $\kappa \neq 0$ η εξίσωση $(\kappa x, \kappa y, \kappa)l = 0$ αν και μόνο αν $(x, y, 1)l = 0$. Είναι φυσικό λοιπόν να θεωρήσουμε το σετ των διανυσμάτων $(\kappa x, \kappa y, \kappa)^T$ για διάφορες τιμές του κ σαν μία αναπαράσταση του σημείου $(x, y)^T \in \mathbb{R}^2$. Με αυτό τον τρόπο λοιπόν ακριβώς όπως και με τις γραμμές, τα σημεία αναπαρίστανται από ομογενή διανύσματα.

Ένα τυχαίο ομογενές διάνυσμα έχει την μορφή $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ και αναπαριστά το σημείο $(x_1/x_3, x_2/x_3)^T \in \mathbb{R}^2$. Συνεπώς τα σημεία σαν ομογενή διανύσματα είναι επίσης στοιχεία του \mathbb{P}^2 και για να διαπιστώσουμε αν ένα σημείο ανήκει σε μία ευθεία πρέπει να επαληθεύεται η εξίσωση:

$$\mathbf{x} \in \mathbf{l} \Leftrightarrow \mathbf{x}^T \mathbf{l} = 0 \quad (4.6)$$

Η προηγούμενη σχέση είναι ένα απλό εσωτερικό γινόμενο μεταξύ των διανυσμάτων \mathbf{x} , \mathbf{l} και εύκολα παρατηρούμε ότι ισχύει

$$\mathbf{x}^T \mathbf{l} = \mathbf{l}^T \mathbf{x} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{l} \quad (4.7)$$

Πάντοτε θα πραγματοποιούμε διάκριση μεταξύ των ομογενών συντεταγμένων $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ ενός σημείου το οποίο είναι τρισδιάστατο διάνυσμα και των απλών συνταγμένων επιπέδου $(x, y)^T$ το οποίο είναι δισδιάστατο διάνυσμα.

Εξαιτίας των παρατηρήσεων αυτών μπορούμε να συνάγουμε τα επόμενα σημαντικά αποτελέσματα σχετικά με τη σχέση γραμμών και σημείων στο προβολικό επίπεδο.

Βαθμοί ελευθερίας

Είναι φανερό ότι για να προσδιορίσουμε ένα σημείο είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε δύο τιμές, την συνιστώσα x και τη συνιστώσα y . Με παρόμοιο τρόπο μία γραμμή $ax + by + c = 0$ προσδιορίζεται από δύο παραμέτρους οι οποίες είναι οι ανεξάρτητοι λόγοι $\{a : b : c\}$ άρα χαρακτηρίζεται από δύο βαθμούς ελευθερίας. Για παράδειγμα σε μία μη ομογενή αναπαράσταση αυτές οι δύο παράμετροι θα μπορούσαν να επιλεγούν σαν ο συντελεστής διεύθυνσης και η οριζόντια μετατόπιση της γραμμής.

Τομές γραμμών

Δεδομένων δύο γραμμών $\mathbf{l} = (a, b, c)^T$ και $\mathbf{l}' = (a', b', c')^T$ για να βρούμε την τομή τους ορίζουμε το διάνυσμα $\mathbf{x} = \mathbf{l} \times \mathbf{l}'$ όπου με την πράξη \times αναπαριστούμε το εξωτερικό γινόμενο μεταξύ δύο διανυσμάτων. Από την γνωστή ταυτότητα

$$\mathbf{l} \cdot (\mathbf{l} \times \mathbf{l}') = \mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} \times \mathbf{l}') = 0 \quad (4.8)$$

παρατηρούμε ότι

$$\mathbf{l}^T \mathbf{x} = \mathbf{l}'^T \mathbf{x} = 0 \quad (4.9)$$

Άρα το \mathbf{x} ανήκει και στις δύο γραμμές \mathbf{l}, \mathbf{l}' άρα είναι η τομή τους. Με ακριβώς τον ίδιο τρόπο παρατηρούμε ότι η τομή δύο γραμμών \mathbf{l}, \mathbf{l}' είναι το σημείο

$$\mathbf{x} = \mathbf{l} \times \mathbf{l}' \quad (4.10)$$

Η απλότητα αυτή στον υπολογισμό τομών γραμμών καθώς και της γραμμής που ορίζεται από δύο σημεία οφείλεται αποκλειστικά στη χρήση της ομογενούς αναπαράστασης. Έτσι

μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η ευθεία που ορίζεται από δύο σημεία δίνεται από τη σχέση

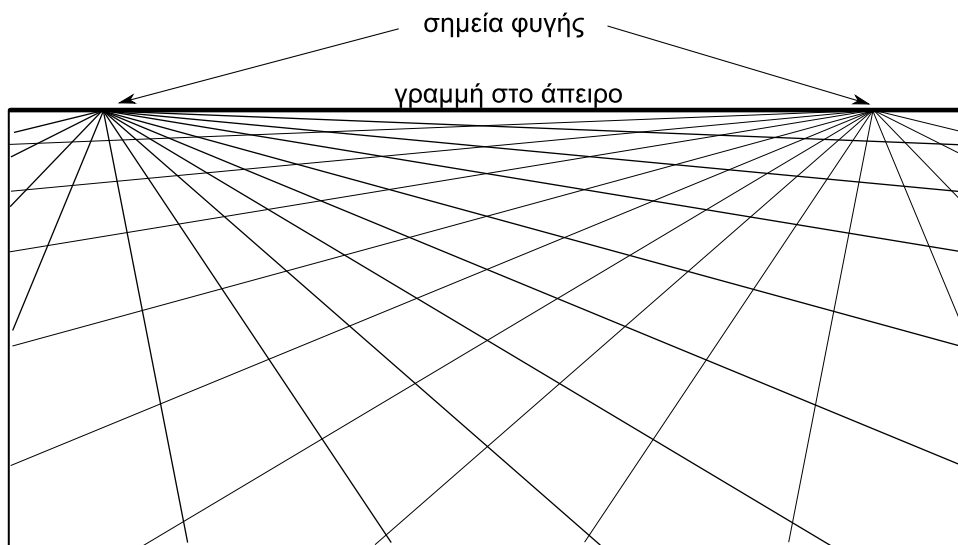
$$\mathbf{l} = \mathbf{x} \times \mathbf{x}' \quad (4.11)$$

4.3.4 Σημεία φυγής και η γραμμή στο άπειρο

Είδαμε ότι τα ομογενή διανύσματα (x_1, x_2, x_3) για τα οποία ισχύει $x_3 \neq 0$ αντιστοιχούν σε πεπερασμένα σημεία του \mathbb{R}^2 . Μπορούμε να επαυξήσουμε το \mathbb{R}^2 με την προσθήκη σημείων στα οποία η τρίτη συντεταγμένη είναι 0. Ο χώρος που προκύπτει είναι το σύνολο όλων των ομογενών διανυσμάτων (x_1, x_2, x_3) , ο οποίος είναι ο προβολικός χώρος \mathbb{P}^2 .

Τα σημεία του προβολικού χώρου \mathbb{P}^2 με την τελευταία συντεταγμένη $x_3 = 0$ είναι γνωστά σαν σημεία φυγής και βρίσκονται στο άπειρο. Το σύνολο όλων των σημείων φυγής μπορεί να γραφεί σαν $(x_1, x_2, 0)$ με ένα συγκεκριμένο σημείο να προσδιορίζεται από το λόγο $x_1 : x_2$. Αυτό το σύνολο βρίσκεται πάνω σε μία γραμμή, τη γραμμή στο άπειρο η οποία δίνεται από το διάνυσμα \mathbf{l}_∞ . Πράγματι επαληθεύουμε ότι $(0, 0, 1)(x_1, x_2, 0)^T = 0$.

Η γραμμή στο άπειρο αναπαριστά την έννοια που στην καθημερινότητα μας αντιλαμβανόμαστε σαν τη γραμμή του ορίζοντα όπως φαίνεται και στην εικόνα 4.3.



Εικόνα 4.3: Τα σημεία φυγής δημιουργούν τη γραμμή στο άπειρο η οποία είναι η γνωστή μας έννοια του ορίζοντα.

Χρησιμοποιώντας τους ορισμούς της προηγούμενης ενότητας μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η γραμμή $\mathbf{l} = (a, b, c)^T$ τέμνει τη γραμμή στο άπειρο \mathbf{l}_∞ στο σημείο φυγής $(b, -a, 0)^T$ ανεξάρτητα από την τιμή του c' . Σε μη ομογενή αναπαράσταση το σημείο που δίνεται από $(b, -a)^T$ είναι ένα διάνυσμα κάθετο στη γραμμή και αναπαριστά τη διεύθυνση της. Καθώς η διεύθυνση της γραμμής μεταβάλλεται, με τον ίδιο τρόπο μεταβάλλεται και η

θέση του σημείου φυγής πάνω στο I_∞ . Για αυτό τον λόγο η γραμμή στο άπειρο μπορεί να θεωρηθεί σαν το σύνολο των διευθύνσεων γραμμών ενός επιπέδου.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι η εισαγωγή της έννοιας των σημείων φυγής χρησιμεύει για να απλουστεύσει τις ιδιότητες τομής των σημείων και ευθειών. Στο \mathbb{P}^2 λοιπόν ισχύει ότι δύο διακριτές γραμμές τέμνονται σε ένα διακριτό σημείο και δύο διακριτά σημεία ανήκουν σε μία μεμονωμένη γραμμή. Αυτό δεν ισχύει στην κλασική Ευκλείδεια γεωμετρία του \mathbb{R}^2 στην οποία οι παράλληλες γραμμές αποτελούν ειδική περίπτωση.

Η σπουδή και μελέτη της γεωμετρίας του \mathbb{P}^2 είναι γνωστή σαν προβολική γεωμετρία. Σε μία χωρίς συντεταγμένες θεώρηση η οποία είναι αυστηρά γεωμετρική και καθόλου αλγεβρική δεν διαφοροποιούνται τα σημεία φυγής από τα υπόλοιπα. Για τους σκοπούς μας όμως και εξαιτίας της εισαγωγής αλγεβρικών αναπαραστάσεων των εννοιών του προβολικού επιπέδου οι έννοιες αυτές θα αντιμετωπίζονται διαφορετικά και η γραμμή στο άπειρο θα θεωρείται μία ξεχωριστή γραμμή στον προβολικό χώρο.

Ένα μοντέλο για τον προβολικό χώρο

Ένας παραστατικός τρόπος να σκεφτόμαστε το \mathbb{P}^2 είναι σαν ένα σετ ακτίνων του \mathbb{R}^3 . Το σετ όλων των διανυσμάτων $\kappa(x_1, x_2, x_3)^T$ καθώς το κ μεταβάλλεται σχηματίζει μία ακτίνα που περνάει από την αρχή των αξόνων.

Μία τέτοια ακτίνα θεωρούμε ότι αναπαριστά ένα μεμονωμένο σημείο στο \mathbb{P}^2 . Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, οι γραμμές στο \mathbb{P}^2 είναι επίπεδα τα οποία τέμνουν την αρχή των αξόνων. Μπορεί να επιβεβαιωθεί ότι δύο μη ταυτόσημες γραμμές βρίσκονται ακριβώς σε ένα επίπεδο και ότι δύο επίπεδα τέμνονται σε μία ακτίνα. Αυτό είναι το αντίστοιχο ανάλογο της έννοιας ότι μία γραμμή σχηματίζεται από δύο σημεία και ότι δύο γραμμές τέμνονται σε ένα σημείο.

4.3.5 Οι τύποι των μετασχηματισμών του επιπέδου

Ανάλογα με την επίδρασή τους στις ιδιότητες αντικειμένων του επιπέδου μπορούμε να χωρίσουμε τους μετασχηματισμούς του επιπέδου στις κάτωθι βασικές κατηγορίες

- Ευκλείδριοι μετασχηματισμοί. Διατηρούν τα μήκη και τα εμβαδά των αντικειμένων του επιπέδου και χαρακτηρίζονται από 3 βαθμούς ελευθερίας (BE). Στην ουσία πρόκειται για μετασχηματισμούς που εισάγουν περιστροφή ή/και μετατόπιση.
- Μετασχηματισμοί ομοιότητας. Διατηρούν τους λόγους γωνιών καθώς και λόγους μή-

Τύπος μετασχηματισμού	Πίνακας	Αμετάβλητες ιδιότητες
Προβολικός	$\begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{33} & 1 \end{pmatrix}$	Συγγραμικότητα, εφαπτομένες, σειρά τομών
Αφινικός (affine)	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	Παραλληλία, λόγοι γωνιών
Ομοιότητα	$\begin{pmatrix} sr_{11} & sr_{12} & t_x \\ sr_{21} & sr_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	Γωνίες, λόγοι μήκους
Ευκλείδιος	$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	Μήκος, εμβαδό

Πίνακας 4.1: Μετασχηματισμοί του επιπέδου

κους και χαρακτηρίζονται από 4 βαθμούς ελευθερίας.

- Αφινικοί μετασχηματισμοί. Διατηρούν τις παραλληλίες, τους λόγους εμβαδών και τους λόγους μήκους σε συγγραμικές ή παράλληλες γραμμές και χαρακτηρίζονται από 6 βαθμούς ελευθερίας.
- Προβολικοί μετασχηματισμοί. Διατηρούν τη συγγραμικότητα, τη σειρά με την οποία ευθείες τέμνονται καθώς και τις εφαπτομένες. Χαρακτηρίζονται από 8 βαθμούς ελευθερίας.

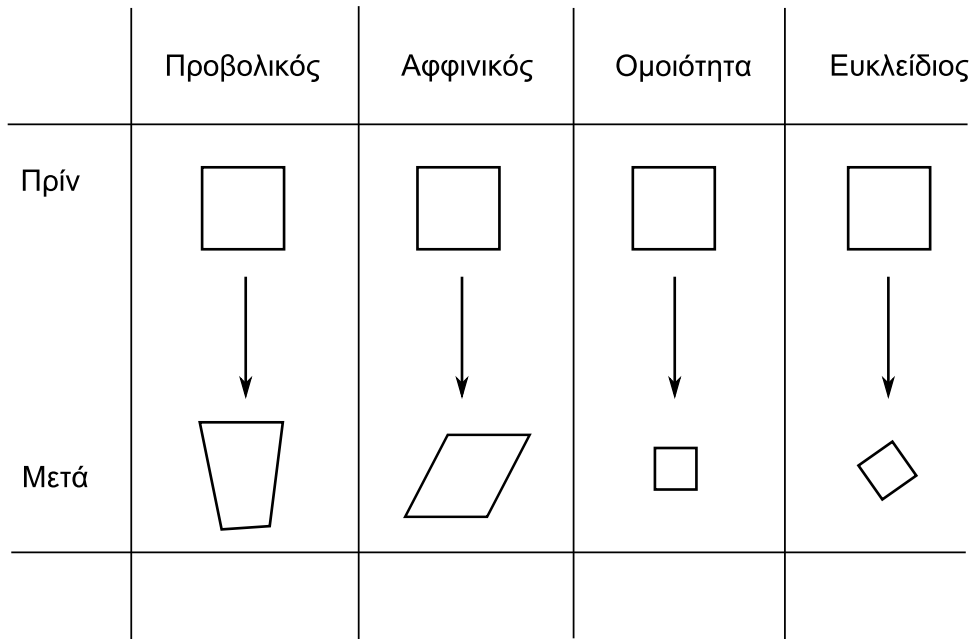
Αναλυτικά μπορούμε να δούμε τη μορφή των μετασχηματισμών αυτών στον πίνακα 4.1 και την μορφή των γεωμετρικών αλλαγών που επιφέρουν σε δισδιάστατα αντικείμενα στην εικόνα 4.4.

4.4 Προβολικές απεικονίσεις μεταξύ επιπέδων

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, ένα δισδιάστατο σημείο του προβολικού χώρου \mathbb{P}^2 αναπαρίσταται με τη χρήση τριών ομογενών συντεταγμένων σαν $(x, y, z)^T$. Επομένως είναι αναμενόμενο ότι οι γραμμικοί μετασχηματισμοί οι οποίοι θα επιδρούν πάνω σε αυτά τα σημεία είναι πραγματικοί 3×3 πίνακες.

Το βασικότερο χαρακτηριστικό των προβολικών μετασχηματισμών είναι η διατήρηση των συνευθειακών σημείων. Πράγματι αν θεωρήσουμε τα σημεία

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \in \mathbf{l} \tag{4.12}$$



Εικόνα 4.4: Οπτική αναπαράσταση των βασικών γραμμικών μετασχηματισμών του επιπέδου.

τότε

$$\mathbf{l}^T \mathbf{x}_i = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.13)$$

εφόσον τα σημεία ανήκουν στη γραμμή \mathbf{l} . Θεωρώντας έναν 3×3 πίνακα H ο οποίος είναι μη ιδιάζων παρατηρούμε ότι

$$(\mathbf{l}^T H^{-1})(H\mathbf{x}_i) = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.14)$$

το οποίο αποδεικνύει ότι τα μετασχηματισμένα σημεία $H\mathbf{x}_i$ συνεχίζουν να ανήκουν στην αντίστοιχη μετασχηματισμένη ευθεία $H^{-T}\mathbf{l}$.

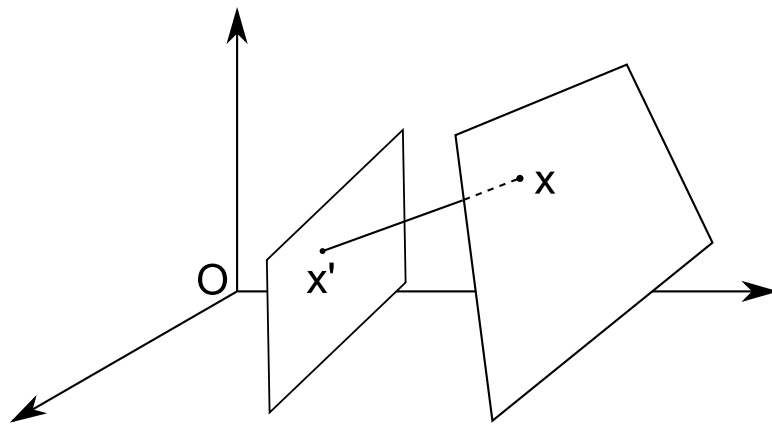
4.4.1 Ο προβολικός 3×3 πίνακας

Ορίζουμε ως επίπεδο προβολικό μετασχηματισμό τον πίνακα ο οποίος απεικονίζει σημεία από επίπεδο σε επίπεδο. Πρόκειται για ένα γραμμικό μετασχηματισμό ο οποίος επιδρά σε ομογενή τρισδιάστατα διανύσματα και αναπαρίσταται από τη σχέση

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

ή πιο απλά

$$\mathbf{x}' = H\mathbf{x} \quad (4.16)$$



Εικόνα 4.5: Απεικόνιση σημείου από επίπεδο σε επίπεδο.

Ο πίνακας που ορίζεται από την προηγούμενη σχέση μπορεί να πολλαπλασιαστεί με έναν οποιοδήποτε μη μηδενικό παράγοντα χωρίς να αλλάξει ο μετασχηματισμός προβολής. Συνεπώς χαρακτηρίζουμε τον H σαν ομογενή πίνακα, καθώς όπως και με την ομογενή αναπαράσταση ενός σημείου μόνο οι λόγοι των στοιχείων του πίνακα είναι σημαντικοί. Καθώς υπάρχουν εννέα στοιχεία στον H το μόνο που έχει σημασία είναι οι αναλογίες τους. Εφόσον εννέα στοιχεία ορίζουν οκτώ ανεξάρτητες αναλογίες συμπεραίνουμε ότι ένας επίπεδος προβολικός μετασχηματισμός έχει οκτώ βαθμούς ελευθερίας.

Ένα παράδειγμα του επίπεδου προβολικού μετασχηματισμού μπορούμε να δούμε στην εικόνα 4.5. Η προβολή κατά μήκος μίας ακτίνας ορίζει μία απεικόνιση από το ένα επίπεδο στο άλλο. Είναι εμφανές ότι αυτός ο μετασχηματισμός σημείων διατηρεί τις συνευθειακότητες καθώς όπως ήδη έχει αποδειχθεί οι γραμμές του ενός επιπέδου απεικονίζονται σε γραμμές στο άλλο.

Εάν ορίσουμε ένα σύστημα συντεταγμένων για το κάθε επίπεδο και τα σημεία τους τα αναπαράστησουμε με τη βοήθεια ομογενών συντεταγμένων τότε η προβολή αναπαρίσταται από την γνωστή σχέση $x' = Hx$ όπου H μη ιδιάζων 3×3 πίνακας.

4.5 Επιδιόρθωση προβολικής παραμόρφωσης με χρήση σημείων

4.5.1 Περιγραφή

Όπως ήδη έχει αναφερθεί τα σχήματα του επιπέδου παραμορφώνονται εξαιτίας των ιδιοτήτων της προοπτικής. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα του φαινομένου αυτού μπορούμε να παρατηρήσουμε στην αριστερή πλευρά της εικόνας 4.6. Το κτίριο έχει φωτογραφηθεί υπό γωνία με αποτέλεσμα τα παράθυρα να μην απεικονίζονται ως ορθογώνια.

Η κεντρική προβολή των σημείων ενός επιπέδου σε μία φωτογραφία σχετίζεται με το αρ-



Εικόνα 4.6: Επιδιόρθωση προβολικής παραμόρφωσης για την πρόσοψη ενός κτιρίου.

χικό επίπεδο μέσω ενός προβολικού μετασχηματισμού με αποτέλεσμα η φωτογραφία να αποτελεί μία προβολική παραμόρφωση του αρχικού επιπέδου. Η διαδικασία αυτή μπορεί να αντιστραφεί υπολογίζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό και εφαρμόζοντας τον πάνω στην παραμορφωμένη εικόνα.

Το αποτέλεσμα είναι μία νέα εικόνα στην οποία τα συνεπίπεδα αντικείμενα έχουν επανακτήσει τις γεωμετρικές τους ιδιότητες. Αυτό είναι εμφανές στην δεξιά φωτογραφία της εικόνας 4.6 όπου τα παράθυρα του κτιρίου έχουν ανακτήσει τις αρχικές τους γωνίες.

Ο υπολογισμός ενός προβολικού μετασχηματισμού από αντιστοιχίες τεσσάρων σημείων για την εικόνα 4.6 υπολογίζεται ως εξής:

Θεωρούμε τα σημεία A, B, Γ, Δ πάνω στην παραμορφωμένη εικόνα και τα αντίστοιχα τα A', B', Γ', Δ' πάνω στην επισκευασμένη. Για κάθε ένα από αυτά εργαζόμαστε ως εξής:

Θεωρούμε την αντιστοιχία σημείων μεταξύ αντικειμένου και φωτογραφικής πλάκας

$$\mathbf{x} = (x, y) = (x_1, x_2, x_3)^T \rightarrow \mathbf{x}' = (x', y') = (x'_1, x'_2, x'_3)^T \quad (4.17)$$

για την οποία ισχύει

$$x' = \frac{x'_1}{x'_3} = \frac{h_{11}x + h_{12}y + h_{13}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}} \quad (4.18)$$

και

$$y' = \frac{x'_2}{x'_3} = \frac{h_{21}x + h_{22}y + h_{23}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}} \quad (4.19)$$

Συνεπώς κάθε αντιστοιχία δημιουργεί δύο εξισώσεις στις οποίες άγνωστοι όροι είναι τα στοιχεία του πίνακα H . Αφού κάνουμε τις πράξεις καταλήγουμε

$$\begin{aligned} x'(h_{31}x + h_{32}y + h_{33}) &= h_{11}x + h_{12}y + h_{13} \\ y'(h_{31}x + h_{32}y + h_{33}) &= h_{21}x + h_{22}y + h_{23} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Ο πίνακας H έχει οκτώ αγνώστους άρα χρειαζόμαστε $4 \times 2 = 8$ σχέσεις οι οποίες ανά δύο για την εικόνα 4.6 δημιουργούνται από τα τέσσερα ζεύγη σημείων (A, A') , (B, B') , (Γ, Γ') , (Δ, Δ') . Για να έχει νόημα η παραπάνω προσέγγιση δεν θα πρέπει τα σημεία να είναι ανά τρία συγγραμικά.

Από τα προηγούμενα μπορούμε να εξάγουμε ορισμένα αρκετά σημαντικά συμπεράσματα:

- Ο υπολογισμός του μετασχηματισμού προβολικής επιδιόρθωσης δεν απαιτεί γνώση καμίας από τις εσωτερικές παραμέτρους της κάμερας ή προσανατολισμού μεταξύ επιπέδων.
- Στην περίπτωση ασάφειας μεταξύ των αντιστοιχιών θα μπορούσαμε να εξάγουμε τον προβολικό πίνακα χρησιμοποιώντας περισσότερα σημεία δημιουργώντας έτσι ένα υπερπροσδιορισμένο σύστημα.
- Δυστυχώς υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες αντιστοιχίες μεταξύ σημείων είναι δύσκολο ή και αδύνατο να σχηματιστούν. Για αυτά τα προβλήματα ακολουθείται μία ριζικά διαφορετική προσέγγιση η οποία θα περιγραφεί στη συνέχεια.

4.6 Επιδιόρθωση προβολικής παραμόρφωσης με γεωμετρικά κριτήρια

Όπως είδαμε ο προβολικός μετασχηματισμός H μπορεί να υπολογιστεί απευθείας με τη χρήση τεσσάρων αντιστοιχιών μεταξύ σημείων στην παραμορφωμένη και στην επιδιόρθωμένη εικόνα αντίστοιχα.

Η χρήση του μετασχηματισμού αυτού έχει πολλές εφαρμογές καθώς χρησιμοποιείται σε αρκετούς τομείς της ΤΟ όπως αναγνώριση επίπεδων αντικειμένων [21] και φωτογραμμετρία [22].

Αφού επιτευχθεί ο υπολογισμός των παραμέτρων του μετασχηματισμού και στη συνέχεια εφαρμοστεί ο μετασχηματισμός στην παραμορφωμένη εικόνα μπορούμε να πραγματοποιήσουμε ευκλείδειες μετρήσεις μεγεθών όπως γωνίες και μήκη. Μάλιστα η εικόνα που προκύπτει μετά την επιδιόρθωση έχει τις γεωμετρικές ιδιότητες της εικόνας που θα προέκυπτε από μία εμπρόσθια λήψη με το επίπεδο της κάμερας παράλληλο στο επίπεδο του φωτογραφιζόμενου επιπέδου αντικειμένου.

Οι αντιστοιχίες σημείων δεν είναι απαραίτητες. Όπως θα δούμε σε αυτή την ενότητα ιδιότητες γεωμετρικές στο αρχικό επίπεδο όπως αναλογίες μηκών καθώς και γωνίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν άμεσα ώστε να υπολογιστεί ο προβολικός επίπεδος μετασχηματισμός. Η θεώρηση αυτή δίνει τη δυνατότητα να πραγματοποιήσουμε προβολική επιδιόρ-

θωση επιπέδων γνωρίζοντας πολύ λιγότερη πληροφορία για τις αρχικές ιδιότητες από ότι αν χρησιμοποιούσαμε αντιστοιχίες σημείων.

Οι Collins και Beveridge [23] πραγματοποίησαν πολύ σημαντική πρόοδο δείχνοντας ότι από τη στιγμή που εντοπιστεί η γραμμή στο άπειρο ο μετασχηματισμός ελαττώνεται σε αφινικό και το αποτέλεσμα αυτό το χρησιμοποίησαν για την επεξεργασία δορυφορικών εικόνων. Αυτό σημαίνει ότι εφόσον βρεθούν οι παράμετροι της γραμμής στο άπειρο η οποία απεικονίζεται μέσα στην παραμορφωμένη εικόνα μπορούμε με χρήση μόνο αυτών των παραμέτρων να πραγματοποιήσουμε επιδιόρθωση ώστε οι παράλληλες γραμμές να διατηρούνται. Το επόμενο στάδιο για την ολοκλήρωση της μετρικής επεξεργασίας θα είναι η εφαρμογή ενός αφινικού πίνακα ο οποίος θα επιδιορθώσει τις σχέσεις γωνιών.

Το σημαντικό γεγονός εδώ είναι η δυνατότητα περαιτέρω επιδιόρθωσης της αφινικής εικόνας που προκύπτει μετά την εφαρμογή των παραμέτρων της γραμμής του ορίζοντα. Ορίζονται τρία κριτήρια για αυτό το σκοπό: γνωστή γωνία, δύο ίσες άγνωστες γωνίες και γνωστός λόγος μηκών. Κάθε ένα από αυτά τα κριτήρια δημιουργεί έναν κύκλο. Λαμβάνοντας δύο κύκλους και επιλέγοντας τις τομές τους εξάγουμε τις πλήρεις παραμέτρους επιδιόρθωσης. Οι λεπτομέρειες υλοποίησης αυτής της μεθόδου καθώς και ο τρόπος εφαρμογής των κριτηρίων κύκλων περιγράφονται αναλυτικότερα στις ακόλουθες ενότητες.

Πρέπει να αναφερθεί ότι σε εικόνες οι οποίες προέρχονται από ανθρώπινες κατασκευές δεσπόζουν χαρακτηριστικά όπως οι ορθές ή γνωστές γωνίες καθώς και ένα πλήθος ευθειών με γνωστά χαρακτηριστικά τα οποία προσφέρονται ιδιαίτερα για την εφαρμογή της μεθόδου αυτής.

4.6.1 Ανάλυση σε ενδιάμεσους πίνακες

Όπως έχει περιγραφεί από τους Koenderink [24] και Faugeras [25] η αποκατάσταση της μετρικής πληροφορίας μπορεί να πραγματοποιηθεί σε ενδιάμεσους πίνακες.

Ένα σημείο \mathbf{x} το οποίο ανήκει σε μία προβολικά παραμορφωμένη εικόνα σχετίζεται με το αντίστοιχο σημείο \mathbf{x}' στην αρχική εικόνα με το μετασχηματισμό

$$\mathbf{x}' = H\mathbf{x} \quad (4.21)$$

όπου τα \mathbf{x} , \mathbf{x}' είναι ομογενή διανύσματα τριών συντεταγμένων. Ο προβολικός μετασχηματισμός H μπορεί να αναλυθεί με μοναδικό τρόπο στο γινόμενο των τριών πινάκων H_s, H_a, H_p ώστε

$$H = H_s H_a H_p \quad (4.22)$$

Όπου

$$H_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

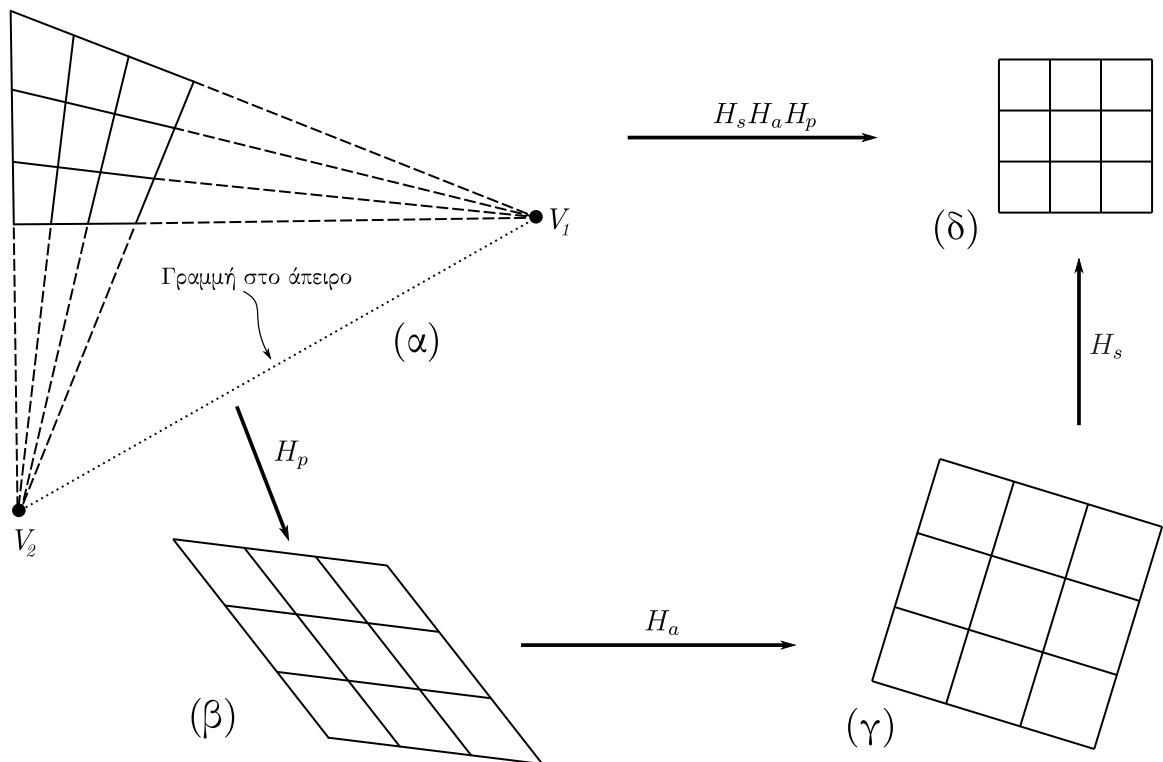
$$H_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & \frac{-\alpha}{\beta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$H_s = \begin{bmatrix} sR & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Οι παράμετροι l_1, l_2, l_3 του πίνακα H_p είναι οι παράμετροι που προσδιορίζουν τη γραμμή στο άπειρο $l_1x + l_2y + l_3 = 0$, η οποία μπορεί να προσδιοριστεί με μετρήσεις σημείων τα οποία βρίσκονται μέσα στην παραμορφωμένη εικόνα.

Οι παράμετροι α, β είναι οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης η εύρεση των οποίων αποκαθιστά τις αναλογίες μηκών και γωνιών.

Ο τελικός πίνακας H_s είναι ένας πίνακας ομοιότητας ο οποίος πραγματοποιεί περιστροφή μέσω του R και μετατόπιση μέσω του διανύσματος \mathbf{t} . Η συνολική διαδικασία μετρικής επιδιόρθωσης μαζί με τα ενδιάμεσα της στάδια απεικονίζεται στην εικόνα 4.7.



Εικόνα 4.7: Διαδοχική επιδιόρθωση των γεωμετρικών ιδιοτήτων ενός προβολικά παραμορφωμένου επιπέδου.

4.6.2 Αποκατάσταση παραλληλίας

Το πρώτο και ιδιαίτερα σημαντικό στάδιο είναι η εύρεση της γραμμής στο άπειρο. Είναι γνωστό ότι στην παραμορφωμένη εικόνα η γραμμή στο άπειρο δημιουργείται από τα σημεία φυγής.

Τα σημεία φυγής προσδιορίζονται μέσω των τομών ευθειών οι οποίες ήταν παράλληλες στην αρχική (μη παραμορφωμένη) εικόνα. Η γραμμή που τα ενώνει είναι η γραμμή στο άπειρο και οι παράμετροι της σχηματίζουν τον πίνακα H_p ο οποίος αποκαθιστά τις παραλληλίες όπως φαίνεται και στην εικόνα 4.7(α).

4.6.3 Αποκατάσταση μετρικών ιδιοτήτων

Αφού οι παραλληλίες έχουν αποκατασταθεί μέσω της εφαρμογής του πίνακα H_p όπως φαίνεται και στην εικόνα Εικ. 4.7(β) η αποκατάσταση των μετρικών ιδιοτήτων του επιπέδου απαιτεί τον υπολογισμό του αφινικού πίνακα H_a ο οποίος θα ανακατασκευάσει τις αναλογίες μηκών και γωνιών για όλα τα ευθύγραμμα τμήματα.

Υπάρχουν τρία κριτήρια τα οποία εφαρμόζονται για τον υπολογισμό των α, β . Αυτά είναι;

1. Γνωστή γωνία μεταξύ γραμμών.
2. Ισότητα άγνωστων γωνιών.
3. Γνωστός λόγος μήκους.

Πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη σημασία στο γεγονός ότι τα κριτήρια αυτά λειτουργούν με συντεταγμένες οι οποίες ήδη έχουν μετασχηματιστεί εφαρμόζοντας τον πίνακα H_p .

Εφαρμογή οποιουδήποτε από αυτά τα κριτήρια δημιουργεί έναν κύκλο στο καρτεσιανό επίπεδο (α, β) . Συνδυασμός δύο κριτηρίων δημιουργεί δύο κύκλους η τομή των οποίων δίνει τις επιθυμητές παραμέτρους. Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή των κριτηρίων αυτών.

Γνωστή γωνία

Ας υποθέσουμε ότι θ είναι η γωνία μεταξύ δύο γραμμών $\mathbf{l}_a, \mathbf{l}_b$ στο μη παραμορφωμένο επίπεδο όπου οι γραμμές δίνονται σαν τρισδιάστατα ομογενή διανύσματα.

Τότε οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης α, β βρίσκονται πάνω στον κύκλο με κέντρο

$$(c_\alpha, c_\beta) = \left(\frac{a+b}{2}, \frac{a-b}{2} \cot \theta \right) \quad (4.26)$$

και ακτίνα

$$r = \left| \frac{a-b}{2 \sin \theta} \right| \quad (4.27)$$

όπου

$$a = \frac{-\mathbf{I}_a(2)}{\mathbf{I}_a(1)}, \quad b = \frac{-\mathbf{I}_b(2)}{\mathbf{I}_b(1)}, \quad (4.28)$$

οι συντελεστές διεύθυνσης των δύο ευθειών. Σε περίπτωση που $\theta = \pi/2$ το κέντρο του κύκλου είναι πάνω στον άξονα α .

Ίσες και άγνωστες γωνίες

Έστω ότι η γωνία στο μη παραμορφωμένο επίπεδο μεταξύ δύο γραμμών με αντίστοιχους συντελεστές διεύθυνσης a_a, b_1 είναι ίδια με τη γωνία μεταξύ δύο γραμμών με συντελεστές διεύθυνσης a_2, b_2 . Τότε ισχύει ότι οι παράμετροι α, β βρίσκονται στον κύκλο με κέντρο στον άξονα των α

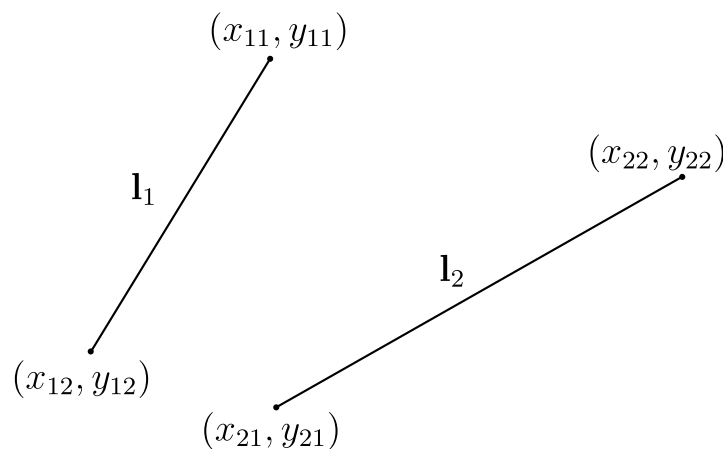
$$(c_\alpha, c_\beta) = \left(\frac{a_1 b_2 - b_1 a_2}{a_1 - b_1 - a_2 + b_2}, 0 \right) \quad (4.29)$$

και το τετράγωνο της ακτίνας δίνεται από τη σχέση

$$r^2 = \left(\frac{a_1 b_2 - b_1 a_2}{a_1 - b_1 - a_2 + b_2} \right)^2 + \frac{(a_1 - b_1)(a_1 b_1 - a_2 b_2)}{a_1 - b_1 - a_2 + b_2} - a_1 b_1 \quad (4.30)$$

Λόγοι ευθυγράμμων τμημάτων

Αν υποθέσουμε ότι σε μία μη παραμορφωμένη εικόνα ο λόγος μήκους μεταξύ δύο ευθυγράμμων τμημάτων είναι s και ότι τα ευθύγραμμα τμήματα απεικονίζονται όπως στην εικόνα 4.8.



Εικόνα 4.8: Τα ευθύγραμμα τμήματα I_1 και I_2 έχουν γνωστό λόγο μήκους.

Θέτουμε

$$\Delta x_n = x_{n1} - x_{n2}, \quad n = 1, 2 \quad (4.31)$$

και

$$\Delta y_n = y_{n1} - y_{n2}, \quad n = 1, 2 \quad (4.32)$$

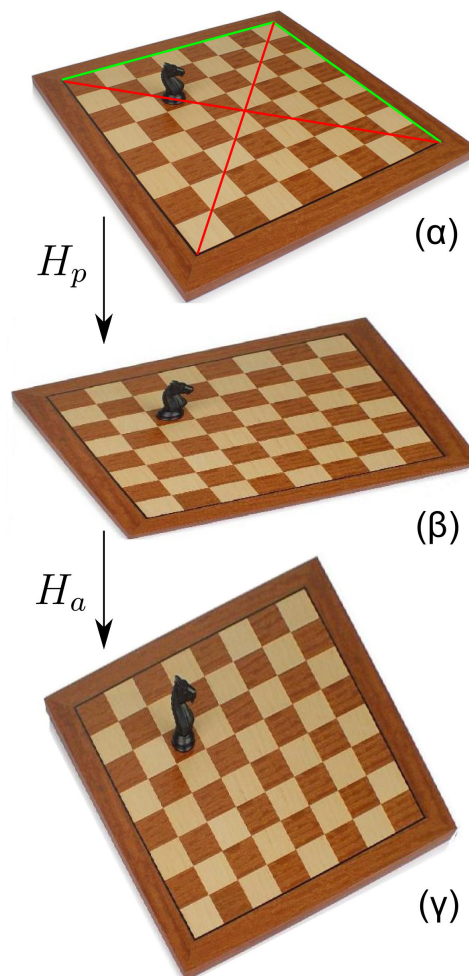
Τότε ισχύει ότι τα α και β βρίσκονται πάνω στον κύκλο με κέντρο στον άξονα των α

$$(c_\alpha, c_\beta) = \left(\frac{\Delta x_1 \Delta y_1 - s^2 \Delta x_2 \Delta y_2}{\Delta y_1^2 - s^2 \Delta y_2^2}, 0 \right) \quad (4.33)$$

και ακτίνα

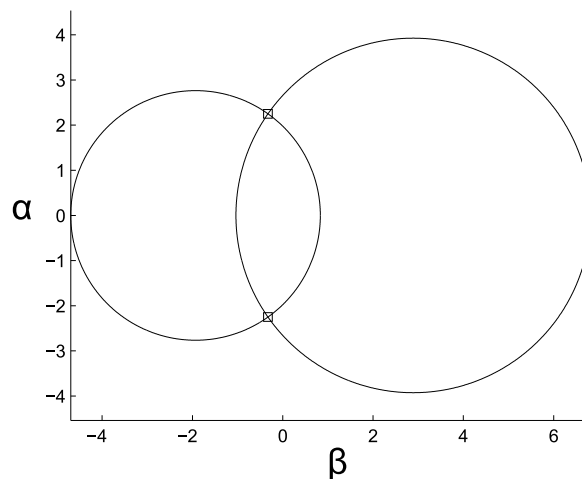
$$r = \left| \frac{s(\Delta x_1 \Delta y_1 - s^2 \Delta x_2 \Delta y_2)}{\Delta y_1^2 - s^2 \Delta y_2^2} \right| \quad (4.34)$$

Εφαρμογή των κριτηρίων



Εικόνα 4.9: Διαδοχική εφαρμογή των επιμέρους πινάκων επιδιόρθωσης.

Στην ενότητα αυτή παραθέτουμε μία χαρακτηριστική εφαρμογή για την επιδιόρθωση των



Εικόνα 4.10: Δημιουργία δύο κύκλων στο επίπεδο α, β .

γεωμετρικών ιδιοτήτων μίας σκακιέρας η οποία έχει φωτογραφηθεί υπό γωνία όπως φαίνεται στο σχήμα 4.9(α).

Επιζητούμε την εύρεση των παραμέτρων μετρικής επιδιόρθωσης α, β . Εφαρμόζοντας δύο από τα προηγούμενα τρία κριτήρια είναι αρκετό για να υπολογιστούν οι συγκεκριμένες παράμετροι. Συγκεκριμένα εφαρμόζουμε το κριτήριο ίσου μήκους δύο φορές. Μία για τις δύο κάθετες πλευρές και μία για τις διαγωνίους.

Το βασικότερο στοιχείο που λαμβάνουμε υπόψη είναι κατά την επιλογή των γραμμών ή γωνιών είναι να μην χρησιμοποιούνται οι ίδιες διευθύνσεις σε παραπάνω από ένα κριτήριο. Έτσι εφαρμογή δύο κριτηρίων δημιουργεί δύο κύκλους η τομή των οποίων εξάγει τις παραμέτρους α, β όπως φαίνεται από το διάγραμμα της εικόνας 4.10.

Γενικά οι πιο πολλές κλασσικές εφαρμογές των μετρικών κριτηρίων έχουν να κάνουν με ορθές γωνίες καθώς είναι πολύ κοινότυπες σαν χαρακτηριστικά σε κτίρια και σε ανθρώπινες κατασκευές.

Στην εικόνα 4.9 μπορούμε να δούμε ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μετρικής επιδιόρθωσης των γεωμετρικών ιδιοτήτων μίας σκακιέρας η οποία έχει φωτογραφηθεί με προοπτική. Χρησιμοποιήθηκε το κριτήριο ίσου μήκους δύο φορές για την εξαγωγή δύο κύκλων από τους οποίους λαμβάνουμε την τομή στην οποία $\beta > 0$.

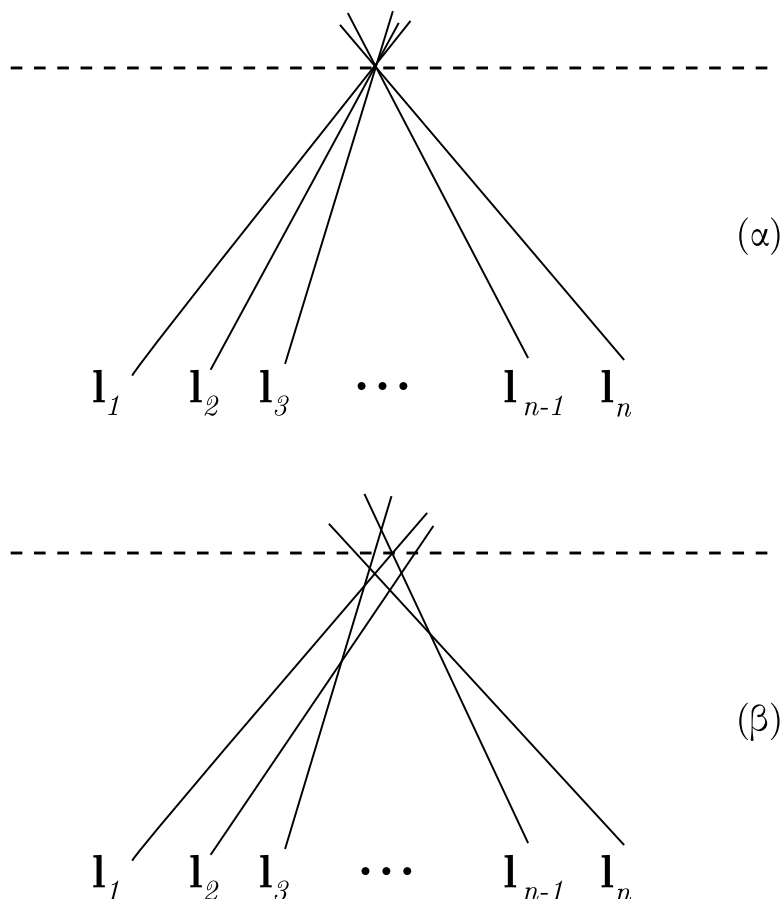
4.7 Εύρεση σημείων φυγής

Τα σημεία φυγής δημιουργούνται εξαιτίας του φαινομένου της προοπτικής: Ευθείες οι οποίες είναι παράλληλες στον πραγματικό κόσμο απεικονίζονται σε μία φωτογραφική πλάκα σαν γραμμές οι οποίες τέμνονται σε κάποιο σημείο στον ορίζοντα.

Ο υπολογισμός των συντεταγμένων για τα σημεία φυγής τα οποία αντιστοιχούν σε μία φωτογραφία έχει ως απαραίτητη προϋπόθεση την γνώση των εξισώσεων για τις ευθείες του προοπτικά παραμορφωμένου επιπέδου. Στην παρούσα ενότητα δεδομένου των εξισώσεων αυτών θα παρουσιάσουμε μία ευρύτατα χρησιμοποιούμενη μέθοδο υπολογισμού του σημείου φυγής από τις αντίστοιχες ευθείες που του αντιστοιχούν.

Για τον υπολογισμό των σημείων φυγής υπάρχουν διάφορες προσεγγίσεις οι οποίες παρέχουν και διαφορετική ευελιξία ανάλογα με το εκάστοτε πρόβλημα. Μία απλή προσέγγιση του προβλήματος είναι η εύρεση του σημείου τομής που αντιστοιχεί σε κάθε ζεύγος ευθειών και ο υπολογισμός του σημείου φυγής να πραγματοποιηθεί σαν ένας μέσος όρος των συντεταγμένων των υπολογισθέντων σημείων [26].

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζουμε έναν βέλτιστο τρόπο. Έστω ότι έχουμε ένα σύνολο n ευθειών $\mathbf{l}_i, i = 1, \dots, n$ οι οποίες τέμνονται σε ένα συγκεκριμένο σημείο φυγής \mathbf{v} το οποίο βρίσκεται στον ορίζοντα και χαρακτηρίζεται από τις ομογενείς συντεταγμένες $\mathbf{v} = (a, b, c)^T$. Στην ιδανική περίπτωση όπως βλέπουμε στην εικόνα 4.11(α) το σημείο φυγής επαληθεύει



Εικόνα 4.11: (α) Στην ιδανική περίπτωση εξαιτίας της προοπτικής οι παράλληλες γραμμές τέμνονται σε ένα σημείο φυγής στον ορίζοντα. (β) Στην πραγματικότητα τα λάθη μετρήσεων έχουν ως αποτέλεσμα οι γραμμές να μην τέμνονται ακριβώς σε ένα σημείο.

την εξίσωση κάθε ευθείας και θα ισχύει:

$$\mathbf{l}_i^T \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.35)$$

Συνδυάζοντας τις n ευθείες η προηγούμενη εξίσωση γράφεται αναλυτικότερα ως το γραμμικό $n \times 3$ υπερπροσδιορισμένο σύστημα

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1(1) & \mathbf{l}_1(2) & \mathbf{l}_1(3) \\ \mathbf{l}_2(1) & \mathbf{l}_2(2) & \mathbf{l}_2(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{l}_n(1) & \mathbf{l}_n(2) & \mathbf{l}_n(3) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

ή

$$A\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (4.37)$$

όπου A είναι ο $n \times 3$ πίνακας που περιέχει τους συντελεστές των ευθειών, ενώ με $\mathbf{0}$ συμβολίζουμε το $n \times 1$ μηδενικό διάνυσμα στήλη. Υποθέτουμε ότι ο αριθμός των γραμμών του πίνακα είναι $\gg 3$.

Προφανώς το σύστημα έχει την τετριμμένη λύση $(a, b, c)^T = (0, 0, 0)^T$ η οποία δεν μας εξυπηρετεί. Επιπλέον όπως βλέπουμε στην εικόνα 4.11(β) στην πραγματικότητα οι γραμμές λόγω πιθανών λαθών ανίχνευσης στις παραμέτρους τους δεν θα τέμνονται σε ένα ακριβώς σημείο αλλά σε μία περιοχή του ορίζοντα.

Συνεπώς ενδιαφερόμαστε για τη λύση η οποία θα παρέχει την καλύτερη δυνατή αλγεβρική προσέγγιση στο παραπάνω ομογενές σύστημα. Το μη μηδενικό διάνυσμα της λύσης \mathbf{v} πολλαπλασιαζόμενο με οποιοδήποτε αριθμό θα συνεχίζει να επαληθεύει το ομογενές σύστημα. Γι αυτό τον λόγο περιορίζουμε το διάνυσμα \mathbf{v} ώστε

$$\|\mathbf{v}\|^2 = 1 \quad (4.38)$$

Η πιο εύρωστη αριθμητικά μέθοδος για την επίλυση του υπερπροσδιορισμένου ομογενούς συστήματος χρησιμοποιεί την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών του πίνακα A (SVD). Με εφαρμογή της SVD ο πίνακας αναλύεται σε δύο ορθογώνιους πίνακες U, V και σε έναν διαγώνιο D σύμφωνα με τη σχέση

$$A = UDV \quad (4.39)$$

Οι τιμές της διαγωνίου του πίνακα D αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές του πίνακα $A^T A$. Η βέλ-

τιστη λύση του συστήματος δίνεται από τη στήλη του πίνακα V η οποία αντιστοιχεί στο μικρότερο κατά τιμή στοιχείο της διαγωνίου του πίνακα D .

Με αυτό τον τρόπο μπορούμε από ένα σύνολο ευθειών το οποίο τέμνεται σε μία περιοχή του ορίζοντα να εξάγουμε μία ικανοποιητική σε ακρίβεια λύση για το σημείο φυγής.

4.8 Αντίστροφη απεικόνιση εικονοστοιχείων

Η αναπαράσταση των ευκλείδειων αλλά και των προβολικών μετασχηματισμών με τη χρήση πολλαπλασιασμών πινάκων με διανύσματα συντεταγμένων εισάγει ιδιαίτερα μεγάλη μαθηματική ευελιξία.

Πράγματι οποιαδήποτε στροφή, μεγέθυνση, σμίκρυνση και προβολική παραμόρφωση-επιδιόρθωση μπορεί να υλοποιηθεί με τη χρήση πινάκων χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες του κάθε εικονοστοιχείου της εικόνας.

Η υλοποίηση όμως των πράξεων αυτών πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας τον αντίστροφο πίνακα του επιθυμητού μετασχηματισμού και μία αντίστροφη διαδικασία απεικόνισης εικονοστοιχείων ξεκινώντας από το αποτέλεσμα και φτάνοντας πίσω στην αρχική εικόνα [27]. Η διαδικασία αυτή περιγράφεται αναλυτικότερα ως εξής:

Έστω ο αντιστρέψιμος μετασχηματισμός H ο οποίος επιδρά στις συντεταγμένες του διανύσματος \mathbf{x} το οποίο αναπαριστά την θέση ενός εικονοστοιχείου στην αρχική εικόνα. Εφαρμογή του H έχει ως αποτέλεσμα τις νέες συντεταγμένες \mathbf{x}' :

$$H\mathbf{x} = \mathbf{x}' \quad (4.40)$$

Ως γνωστόν οι συντεταγμένες του \mathbf{x} λαμβάνουν ακέραιες τιμές. Μετασχηματίζοντας τις όμως μέσω του H προκύπτουν μη ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι δεν μπορούν να απεικονιστούν σε ένα διακριτό πλέγμα εικόνας χωρίς σημαντική απώλεια δεδομένων. Γι αυτό το λόγο εργαζόμαστε ως εξής:

- Δεσμεύουμε χώρο μνήμης για την εικόνα προορισμού.
- Για τις (ακέραιες) συντεταγμένες \mathbf{x}' του κάθε ενός από τα εικονοστοιχεία της αρχικά άδειας (χωρίς τιμές χρώματος) εικόνας προορισμού υπολογίζουμε τις συντεταγμένες του εικονοστοιχείου της αρχικής από την οποία προήλθε μέσω του μετασχηματισμού $\mathbf{x} = H^{-1}\mathbf{x}'$.
- Προφανώς οι συντεταγμένες του \mathbf{x} θα είναι μη ακέραιες. Εντοπίζουμε τα πλησιέ-

στερα σε αυτό εικονοστοιχεία και με χρήση παρεμβολής υπολογίζουμε μία μέση τιμή χρώματος. Συνήθως χρησιμοποιούμε διγραμμική παρεμβολή.

- Αναθέτουμε την υπολογισθείσα τιμή χρώματος στο αντίστοιχο εικονοστοιχείο x' της εικόνας προορισμού.

Με τη συγκεκριμένη διαδικασία οπισθοδρόμησης και παρεμβολής υλοποιούνται προγραμματιστικά όλοι οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί, ευκλείδιοι και μη. Στα σύγχρονα ολοκληρωμένα προγραμματιστικά περιβάλλοντα επεξεργασίας εικόνας υπάρχει ένα πλήθος έτοιμων μεθόδων οι οποίες καλύπτουν σχεδόν όλα τα ερευνητικά πεδία. Οι λεπτομέρειες υλοποίησης όμως είναι ιδιαίτερης σημασίας καθώς παρέχουν δυνατότητα περαιτέρω κατανόησης των δυνατοτήτων και περιορισμών που παρέχονται από έναν μετασχηματισμό εικόνας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

5.1 Ανίχνευση ακμών - εισαγωγικές έννοιες

Με τον όρο ανίχνευση ακμών εννοούμε το σύνολο των μαθηματικών μεθόδων οι οποίες αποσκοπούν στον εντοπισμό σημείων σε μία εικόνα όπου ο φωτισμός των εικονοστοιχείων παρουσιάζει ασυνέχειες.

Το σύνολο των σημείων στα οποία παρατηρείται αυτή η αλλαγή αποκαλούνται ακμές. Με παρόμοιο τρόπο πραγματοποιείται η αναζήτηση ασυνεχειών σε μονοδιάστατα σήματα. Η ανίχνευση ακμών είναι ένα βασικό μαθηματικό εργαλείο στην επεξεργασία εικόνας αλλά και στην τεχνητή όραση για την εξαγωγή γεωμετρικών μορφών καθώς και την αναγνώριση χαρακτηριστικών.

Η ανίχνευση των απότομων αλλαγών στη φωτεινότητα μίας εικόνας αποσκοπεί στην καταγραφή σημαντικών γεγονότων καθώς και ιδιοτήτων του φυσικού κόσμου. Μπορούμε γενικά να θεωρήσουμε [28], [29] ότι οι αλλαγές στη φωτεινότητα σε μία εικόνα είναι πιθανό να αντιστοιχούν σε:

- Ασυνέχειες στο βάθος του χώρου
- Ασυνέχειες στον προσανατολισμό επιφανειών
- Αλλαγές στις ιδιότητες των αντικειμένων
- Διακυμάνσεις στο φωτισμό μίας σκηνής.

Στην ιδανική περίπτωση θα επιθυμούσαμε να εφαρμόσουμε έναν ανιχνευτή ακμών σε μία οποιαδήποτε εικόνα και άμεσα να λάβουμε ένα σύνολο από συνδεδεμένες καμπύλες οι οποίες θα καταδεικνύουν τα όρια μεταξύ διαφορετικών περιοχών. Αυτό αποσκοπεί στην ελάττωση του συνολικού αριθμού των δεδομένων προς επεξεργασία καθώς με έναν ανιχνευτή ακμών απορρίπτεται η πληροφορία υψής και παραμένει η πληροφορία των ακμών οι οποίες χαρακτηρίζουν τα όρια των αντικειμένων.

Σε περίπτωση που ο ανιχνευτής ακμών είναι ιδανικός το επακόλουθο βήμα ερμηνείας των δομικών και γεωμετρικών πληροφοριών της εικόνας εξαπλουστεύεται. Στην πραγματικότητα όμως αυτό δεν ισχύει και το πρόβλημα της αποτελεσματικής καταγραφής ακμών από

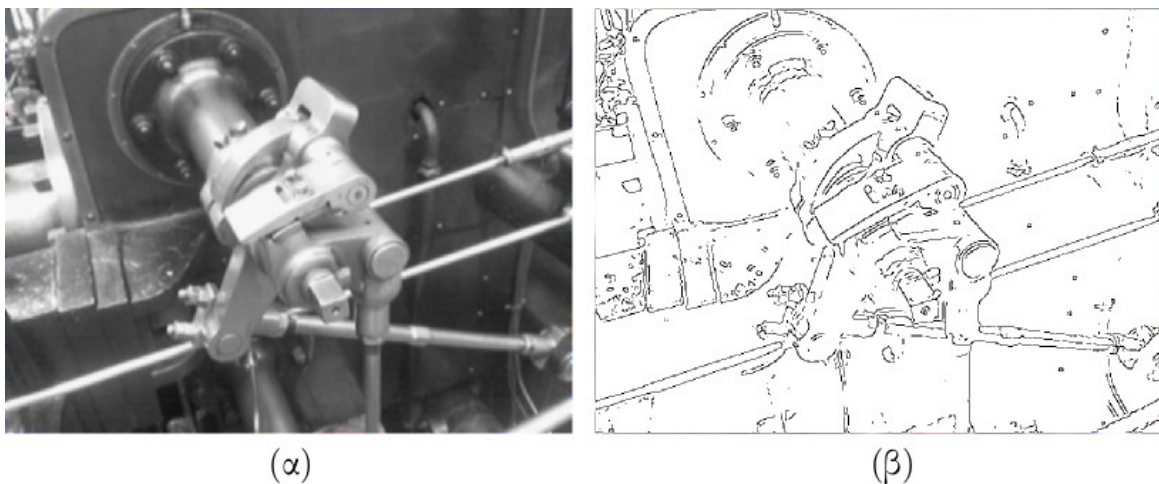
πραγματικές εικόνες δεν είναι καθόλου απλό καθώς δεν υπάρχει τέλειος ανιχνευτής ακμών.

Οι ακμές που καταγράφονται σε πραγματικές και πολύπλοκες εικόνες είναι διασπασμένες και μη συνδεδεμένες γεγονός το οποίο σημαίνει ότι μεγάλο μέρος της σημαντικής πληροφορίας έχει χαθεί. Επίσης σχεδόν σε όλους τους ανιχνευτές ακμών εμφανίζονται ψευδή αποτελέσματα ανίχνευσης τα οποία εισάγουν ακόμη μεγαλύτερα προβλήματα στο πρόβλημα της αποτελεσματικής αναγνώρισης αντικειμένων και δομών.

5.2 Ο αλγόριθμος Canny

Λαμβάνοντας υπόψη την προηγούμενη ενότητα συμπεραίνουμε ότι η σωστή ανίχνευση και καταγραφή ακμών είναι ένα από τα βασικότερα στοιχεία σε όλα τα προβλήματα της επεξεργασίας εικόνας, αναγνώρισης προτύπων καθώς και σε όλες τις τεχνικές τεχνητής όρασης. Ο πιο αντιπροσωπευτικός ανιχνευτής ακμών είναι ο αλγόριθμος του Canny [30] ο οποίος αναπτύχθηκε το 1986 και μέχρι και σήμερα θεωρείται εξαιρετικά ευέλικτος με εφαρμογές σε ένα μεγάλο πλήθος προβλημάτων επεξεργασίας εικόνας.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής του αλγορίθμου του Canny μπορούμε να δούμε στην εικόνα 5.1.



Εικόνα 5.1: (α) Αρχική εικόνα μίας μηχανικής βαλβίδας. (β) Εικόνα ακμών ύστερα από την εφαρμογή του αλγορίθμου Canny. Τα μαύρα pixels υποδηλώνουν την ύπαρξη ακμής.

Ο αλγόριθμος χαρακτηρίζεται από ιδιαίτερα ικανοποιητικά αποτελέσματα ανίχνευσης σε μία πληθώρα προβλημάτων. Περαιτέρω οι ακμές βρίσκονται πολύ κοντά στις πραγματικές ακμές της αρχικής εικόνας και επιπλέον δεν παρουσιάζονται ιδιαίτερα προβλήματα ως προς την εμφάνιση διπλών ακμών. Συνοπτικά τα βήματα που ακολουθεί ο αλγόριθμος είναι:

- Ελάττωση θορύβου. Για το σκοπό αυτό συνήθως χρησιμοποιείται ένα Gaussian φίλτρο.
- Εύρεση των διανυσμάτων κλίσης για τις οριζόντιες, κάθετες και διαγώνιες ακμές της εικόνας.
- Μηδενισμός των μη μεγίστων. Πραγματοποιείται αναζήτηση για τα τοπικά μέγιστα και pixels που δεν ανήκουν σε αυτά μηδενίζονται.
- Κατωφλίωση της εικόνας βασισμένη στην πληροφορία μεγίστων. Για μεγαλύτερη ευελιξία ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί κατωφλίωση με υστέρηση το οποίο σημαίνει ότι χρησιμοποιεί δύο κατώφλια.

Το τελικό αποτέλεσμα όπως φαίνεται στην εικόνα 5.1(β) αναθέτει την τιμή 1 (μαύρο) στα pixels των ανιχθευθέντων ακμών και την τιμή 0 (άσπρο) στα υπόλοιπα. Η εικόνα αυτή περιέχει σαφώς λιγότερο ποσό πληροφορίας προς επεξεργασία. Χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες των σημείων ακμών μπορούμε περαιτέρω με χρήση κατάλληλων αλγορίθμων να ανιχνεύσουμε γεωμετρικά χαρακτηριστικά, όπως ευθείες, ευθύγραμμα τμήματα, κύκλους αλλά και να διαχωρίσουμε τις δομικές περιοχές της εικόνας σε τμήματα.

Σήμερα επικεντρώνεται ιδιαίτερα μεγάλη έρευνα σε αλγορίθμους οι οποίοι ανιχνεύουν χαρακτηριστικά απευθείας χωρίς την ενδιάμεση εφαρμογή ενός ανιχνευτή ακμών. Ένας χαρακτηριστικός αλγόριθμος τον οποίο θα περιγράψουμε αναλυτικά στη συνέχεια είναι ο LSD (Line Segment Detector) των Grombone, Jakubowicz, Morell και Randall [8].

5.3 Ο αλγόριθμος LSD

5.3.1 Εισαγωγή

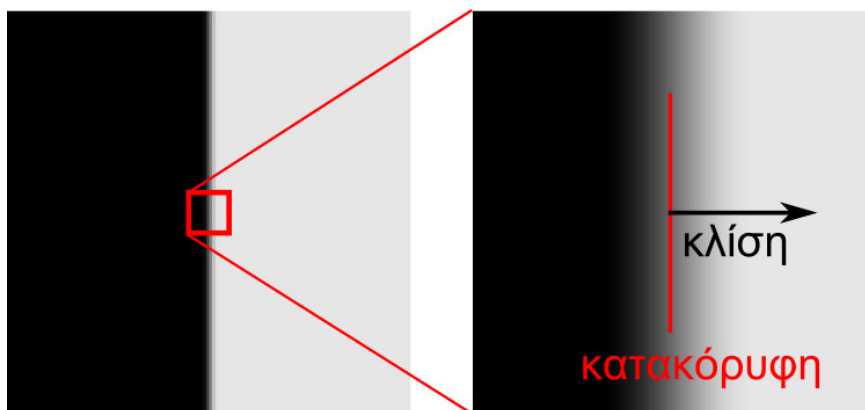
Σε αυτή την ενότητα περιγράψουμε συνοπτικά τον αλγόριθμο LSD (Line Segment Detector). Πρόκειται για έναν ιδιαίτερα ευέλικτο και εύρωστο αλγόριθμο ανίχνευσης ευθυγράμμων τμημάτων ο οποίος παρέχει αποτελέσματα με ακρίβεια υποπίξελ (subpixel accuracy). Έχει σχεδιαστεί για να επεξεργάζεται επιτυχώς οποιαδήποτε εικόνα χωρίς να χρειάζεται καμία εκ των προτέρων ρύθμιση παραμέτρων.

Ο αλγόριθμος χρησιμοποιώντας μία στατιστική προσέγγιση για το διαχωρισμό του υποβάθρου ελέγχει τον αριθμό των εσφαλμένων ανιχνεύσεων. Επιτρέπει μόνο μία εσφαλμένη ανίχνευση ανά εικόνα [8]. Η μέθοδος βασίζεται στην μέθοδο των Burns, Hanson και Riseman [31] και χρησιμοποιεί μία *a contrario* προσέγγιση η οποία είναι η μεθοδολογία της επικύρωσης μέσω αντιθέσεως η οποία αναπτύχθηκε και περιγράφηκε αναλυτικά από

τους Desolneux, Moisan, και Morel στα [32, 33]. Η προσέγγιση *a contrario* βασίζεται στη αρχή Helmholtz [33] και μία συνοπτική περιγραφή της δίδεται στη συνέχεια.

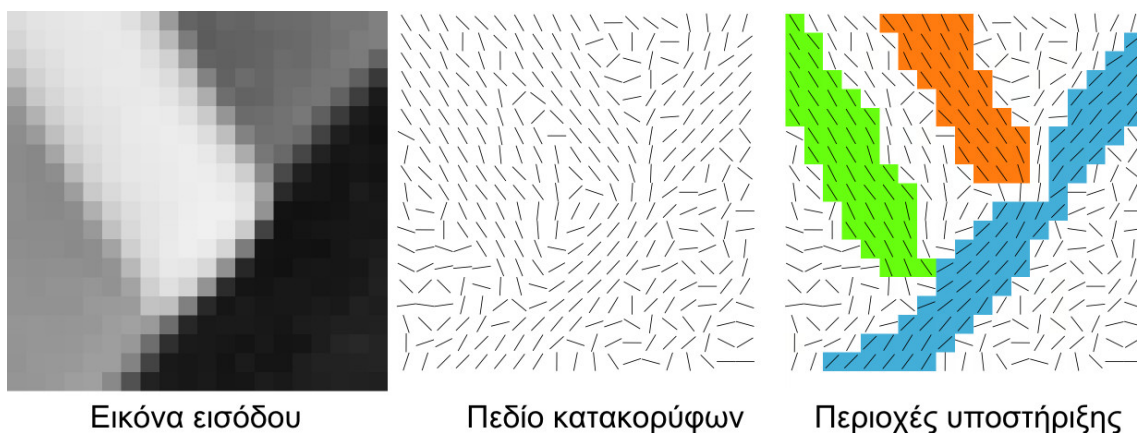
5.3.2 Σύνοψη μεθόδου

Ο LSD αποσκοπεί στην ανίχνευση τοπικά ευθύγραμμων περιοχών εικονοστοιχείων σε ψηφιακές εικόνες. Αυτές οι περιοχές είναι τα λεγόμενα ευθύγραμμα τμήματα και χαρακτηρίζονται από έντονες χρωματικές αλλαγές. Άρα τα δύο βασικά διανύσματα τα οποία χαρακτηρίζουν τα δομικά στοιχεία μίας περιοχής είναι η κλίση (gradient) καθώς και η κατακόρυφος (level line) τα οποία μπορούμε να δούμε στην εικόνα 5.2.



Εικόνα 5.2: Η κλίση καθώς και η αντίστοιχη κατακόρυφος

Ο αλγόριθμος ξεκινά υπολογίζοντας την κατακόρυφο κάθε εικονοστοιχείου ώστε να δημιουργήσει ένα διανυσματικό πεδίο κατακορύφων. Στη συνέχεια το πεδίο αυτό διαχωρίζεται σε συνδεδεμένες περιοχές εικονοστοιχείων οι οποίες μοιράζονται στην ίδια γωνία κατακορύφου έως μία ανοχή r . Οι συνδεδεμένες περιοχές ονομάζονται περιοχές υποστήριξης γραμμής όπως βλέπουμε στην εικόνα 5.3.



Εικόνα 5.3: Περιοχές υποστήριξης γραμμών

Κάθε περιοχή υποστήριξης γραμμής στην ουσία είναι ένα σύνολο εικονοστοιχείων το οποίο αποτελεί υποψήφιο ευθύγραμμο τμήμα προς επικύρωση. Κάθε ευθύγραμμο τμήμα το οποίο ανιχνεύεται αναπαρίσταται από ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το οποίο περιέχει τα εικονοστοιχεία της περιοχής υποστήριξης όπως βλέπουμε στην εικόνα 5.4.



Εικόνα 5.4: Προσέγγιση περιοχής υποστήριξης γραμμών μέσω ορθογωνίου παραλληλόγραμμου

Τα σχηματιζόμενα παραλληλόγραμμο υπόκεινται μία διεργασία επικύρωσης. Τα εικονοστοιχεία στο παραλληλόγραμμο των οποίων οι κατακόρυφες αντιστοιχούν σε μία ανοχή γωνίας μέχρι r αποκαλούνται ευθυγραμμισμένα σημεία. Στη συνέχεια το σύνολο των εικονοστοιχείων n και το σύνολο των ευθυγραμμισμένων σημείων k συγκρίνονται μέσω μίας διαδικασίας επικύρωσης για το αν το παραλληλόγραμμο θα γίνει αποδεκτό ως ευθύγραμμο τμήμα.

Το μοντέλο επικύρωσης το οποίο εφαρμόζεται, βασίζεται στην αρχή Helmholtz σύμφωνα με την οποία δεν θα πρέπει να πραγματοποιηθεί καμία επιτυχής ανίχνευση σε εικόνα η οποία περιέχει μόνο θόρυβο. Το μοντέλο *a contrario* στο οποίο βασίζεται ο LSD αποτελεί μία εφαρμογή της αρχής Helmholtz σύμφωνα με την οποία μελετάται η κατανομή γωνιών της εικόνας ώστε να πραγματοποιηθεί διαχωρισμός του υποβάθρου (του οποίου οι γωνίες pixels θα είναι τυχαίες) από τις περιοχές υποστήριξης οι οποίες θα περιέχουν εικονοστοιχεία με παρόμοιες γωνίες.

5.3.3 Υπολογισμός κλίσης

Ο υπολογισμός της κλίσης για κάθε pixel πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας μία 2×2 μάσκα:

...	⋮	⋮	...
...	$i(x, y)$	$i(x + 1, y)$...
...	$i(x, y + 1)$	$i(x + 1, y + 1)$...
...	⋮	⋮	...

όπου $i(x, y)$ είναι η τιμή διαβάθμισης του γκρι για το pixel στη θέση (x, y) και η κλίση υπολογίζεται σαν:

$$g_x(x, y) = \frac{i(x + 1, y) + i(x + 1, y + 1) - i(x, y) - i(x, y + 1)}{2} \quad (5.1)$$

$$g_y(x, y) = \frac{i(x + 1, y) + i(x, y + 1) - i(x, y) - i(x + 1, y + 1)}{2}$$

Η κατακόρυφη γραμμή υπολογίζεται ως

$$\arctan\left(\frac{g_x(x, y)}{-g_y(x, y)}\right) \quad (5.2)$$

και το μέτρο της κλίσης υπολογίζεται σύμφωνα με

$$G(x, y) = \sqrt{g_x^2(x, y) + g_y^2(x, y)} \quad (5.3)$$

5.3.4 Παράμετροι

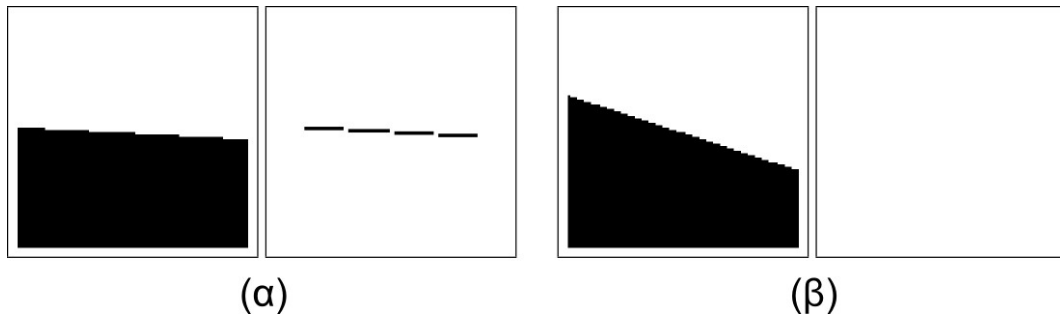
Ο αλγόριθμος λαμβάνει ως είσοδο μία εικόνα διαβαθμίσεων του γκρι και επιστρέφει μία λίστα από ευθύγραμμα τμήματα. Όπως προαναφέρθηκε ο αλγόριθμος δεν εξαρτάται από επιπλέον παραμέτρους. Παρόλα αυτά υπάρχει ένα σύνολο εσωτερικών μεταβλητών στις οποίες βασίζεται οι οποίες έχουν επιλεχθεί προσεκτικά ώστε να μπορούν να λειτουργούν επιτυχώς σε όλες τις δυνατές εικόνες. Γι αυτό το λόγο οι τιμές τους δεν μπορούν να αλλάχουν από το χρήστη καθώς κάτι τέτοιο θα σήμαινε την πλήρη αλλαγή του αλγορίθμου.

5.3.5 Ελάττωση μεγέθους εικόνας εισόδου

Τα αποτελέσματα ανίχνευσης του αλγορίθμου LSD διαφέρουν όταν η εικόνα αναλύεται σε διαφορετικά επίπεδα εστίασης ή όταν ο αλγόριθμος εφαρμόζεται σε μία μικρή περιοχή της εικόνας. Αυτό είναι λογικό και οφείλεται στο διαφορετικό αριθμό λεπτομερειών τις οποίες μπορεί να παρατηρήσει κάποιος όταν βλέπει μία εικόνα από απόσταση ή όταν εστιάσει την προσοχή σε ένα συγκεκριμένο τμήμα της. Συνεπώς και σύμφωνα με την *a contrario* προσέγγιση ο αλγόριθμος προσαρμόζεται στο συνολικό μέγεθος της εικόνας προς ανάλυση. Φυσικά ο χρήστης μπορεί να επηρεάσει τη διαδικασία περικρίνοντας τμήμα της εικόνας

ή αλλάζοντας τις διαστάσεις της.

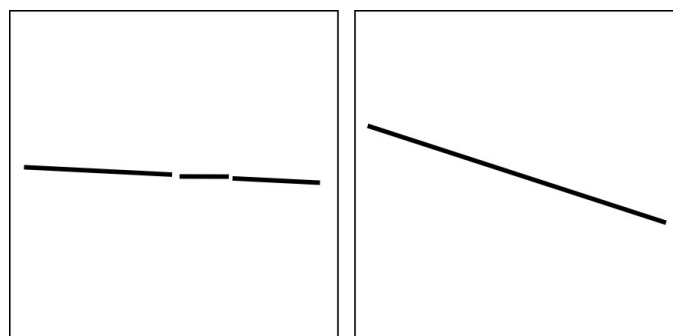
Ανεξάρτητα από τα παραπάνω το πρώτο βήμα του αλγορίθμου είναι η σμίκρυνση της εικόνας εισόδου στο 80% του αρχικού της μεγέθους. Η σμίκρυνση βοηθάει με την τα προβλήματα κβάντισης και αλλοίωσης (aliasing) όπως το χαρακτηριστικό «μοτίβο σκάλας» (staircase effect) το οποίο μπορούμε να δούμε στην εικόνα 5.5(α). Αν απλώς φιλτράραμε



Εικόνα 5.5: Αποτελέσματα ανίχνευσης χωρίς αλλαγή μεγέθους στην εικόνα εισόδου. Εδώ οι ακμές εμφανίζουν αλλοιώσεις προκαλώντας το «μοτίβο σκάλας» (staircase effect). Στην (α) πραγματοποιείται επιτυχής ανίχνευση ενώ στο (β) όχι.

την εικόνα εισόδου θα είχαμε ένα παρόμοιο βοηθητικό αποτέλεσμα αλλά θα δημιουργούσαμε πρόβλημα στο μοντέλο a contrario καθώς θα δημιουργούνταν μερικές άμορφες αλλά ανιχνεύσιμες δομές.

Η βελτίωση των αποτελεσμάτων ανίχνευσης μετά από φιλτράρισμα και ελάττωση μεγέθους είναι εμφανής στην εικόνα 5.6(α). Αναλυτικότερα αναφέρουμε ότι η διεργασία πραγ-



Εικόνα 5.6: Με φιλτράρισμα και υποδειγματολήπτηση της εικόνας στο 80% του αρχικού μεγέθους τα προβλήματα της εικόνας 5.5 επιλύονται πλήρως.

ματοποιείται με Gaussian υποδειγματολήπτηση: η εικόνα συνελίσσεται με ένα Gaussian πυρήνα για την αποφυγή αλλοίωσης και στη συνέχεια υποδειγματοληπτείται. Η τυπική απόκλιση του πυρήνα συνέλιξης δίνεται από $\sigma = \Sigma/S$, όπου S είναι ο παράγοντας σμίκρυνσης. Η τιμή του Σ τίθεται ίση με 0.6 το οποίο δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα τόσο από την αποφυγή της αλλοίωσης όσο και του φαινομένου “staircase effect”.

5.3.6 Σύγκριση με άλλες μεθόδους ανίχνευσης ακμών

Στην ενότητα αυτή γίνεται μία παρουσίαση των αποτελεσμάτων ανίχνευσης ευθυγράμμων τμημάτων τόσο για τον LSD όσο και για ορισμένους άλλους βασικούς αλγόριθμους. Ο αλγόριθμος του Canny δεν παρέχει ευθύγραμμα τμήματα. Αντίθετα παρέχει την ενδιάμεση πληροφορία την οποία απαιτεί ο αλγόριθμος Hough [34] και οι παραλλαγές του για να λειτουργήσει.

Η μέθοδος του Etemadi [35] αποτελεί μία κλασσική μέθοδο ανίχνευσης. Δεν απαιτεί την προρύθμιση παραμέτρων και παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Πρέπει να αναφερθεί ότι είναι ένας από τους λίγους αλγόριθμους ο οποίος ανιχνεύει ταυτόχρονα ευθύγραμμα τμήματα καθώς και τόξα κύκλων.

Οι Burns, Hanson και Riseman [31] εισήγαγαν έναν ανιχνευτή γραμμικού χρόνου ο οποίος δεν απαιτεί σημεία ακμών για την εκκίνησή του αλλά εργάζεται απευθείας και μόνο με τις τιμές των διανυσμάτων κατεύθυνσης.

Η μέθοδος Desolneux [32] καθώς και η πολυτμηματική ανίχνευση [36] βασίζονται στην ριζικά επαναστατική ιδέα της αρχής Helmholtz. Το πρόβλημά τους είναι ο απαιτούμενος χρόνος εκτέλεσης καθώς οι πολυπλοκότητες τους είναι $O(N^4)$ και $O(N^5)$ αντίστοιχα. Ο αλγόριθμος LSD επίσης βασίζεται στην αρχή Helmholtz αλλά προσφέρει γραμμικό χρόνο εκτέλεσης.

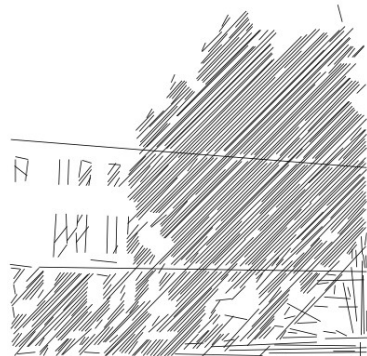
Τα αποτελέσματα ανίχνευσης για τους αλγόριθμους αυτούς είναι εμφανή στην εικόνα 5.7.



Αρχική εικόνα
(400x400)



Αλγόριθμος
Canny



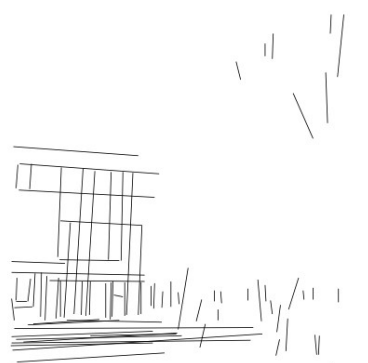
Μετασχηματισμός Hough
35 δευτ



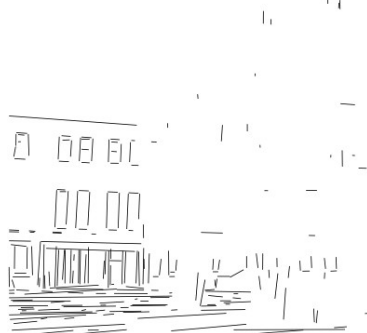
Μέθοδος του Etemadi
0.6 δευτ



Μέθοδος Burns
0.7 δευτ



Μέθοδος Desolneux
4 λ 16 δευτ



Πολυτμηματική ανίχνευση
10 λ 56 δευτ



LSD
0,4 δευτ

Εικόνα 5.7: Σύγκριση αποτελεσμάτων ανίχνευσης καθώς και χρόνου εκτέλεσης μεταξύ του LSD και άλλων αλγορίθμων ανίχνευσης τμημάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΑΠΟ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΦΑΚΩΝ

6.1 Περίληψη κεφαλαίου

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος η οποία δημοσιεύτηκε στο [37] και η οποία υλοποιήθηκε με σκοπό την επεξεργασία και επιδιόρθωση των γεωμετρικών παραμορφώσεων σε ολοκληρωτικές εικόνες (ΟΕ) ληφθείσες από συστοιχίες τετράγωνων φακών. Είναι γνωστό ότι για την επιτυχή επεξεργασία ΟΕ είναι απαραίτητη η ακριβής γνώση των διαστάσεων των στοιχειωδών εικόνων (ΣΕ) οι οποίες είναι τοποθετημένες σε μορφή συστοιχίας και απαρτίζουν ένα τετραγωνικό πλέγμα.

Αναπτύχθηκε ένα ευέλικτο σύστημα επιδιόρθωσης βασισμένο στην χρήση της στατιστικής ενός μεγάλου συνόλου ανιχνευμένων ευθυγράμμων τμημάτων (ΕΤ). Η χρήση πολλαπλών ΕΤ αυξάνει την αποτελεσματικότητα και ευρωστία της μεθόδου και χρησιμοποιείται για την αυτόματη επιδιόρθωση των μετρικών χαρακτηριστικών σε ΟΕ χωρίς την παρέμβαση του χρήστη. Η αλγόριθμος επιδιόρθωσης εφαρμόστηκε επιτυχώς σε ένα χαρακτηριστικό σύνολο ΟΕ οι οποίες περιείχαν πολύπλοκες σκηνές καθώς και υφές αντικειμένων.

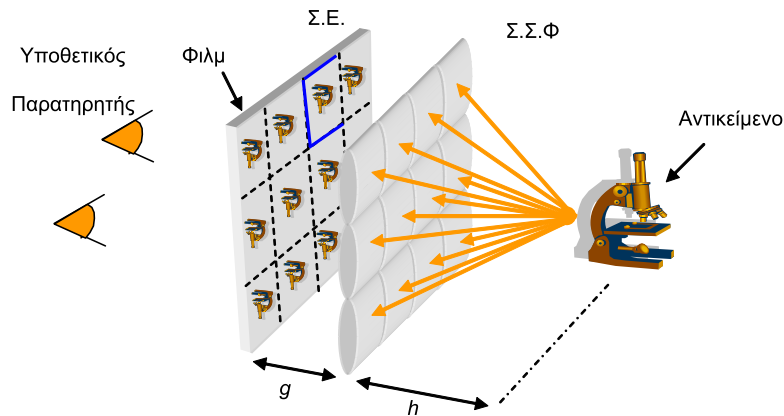
6.2 Εισαγωγή

Η τεχνολογική πρόοδος στην δημιουργία αισθητήρων και οθονών καθώς και η ευελιξία στο σχεδιασμό και κατασκευή οπτικών υλικών έχουν δώσει τη δυνατότητα για τη δημιουργία συσκευών τρισδιάστατης (3Δ) λήψης και αναπαραστάσης φωτογραφιών και βίντεο. Σήμερα αυτές οι συσκευές έχουν αρχίσει και εισχωρούν στην εμπορική αγορά συνεπώς είναι απαραίτητη η βελτίωση της ευελιξίας τους.

Η αρχή της ολοκληρωτικής εικόνας (ΟΕ) προτάθηκε από τον κάτοχο Νόμπελ G. Lippman [6] το 1908 και θεωρείται σαν μία από τις πιο υποσχόμενες τεχνικές για την λήψη και αναπαραγωγή 3Δ περιεχομένου με πλήρες χρώμα, ικανοποιητικό επίπεδο λεπτομέρειας και βάθους και υποστήριξη για πολλαπλούς θεατές την ίδια στιγμή [38].

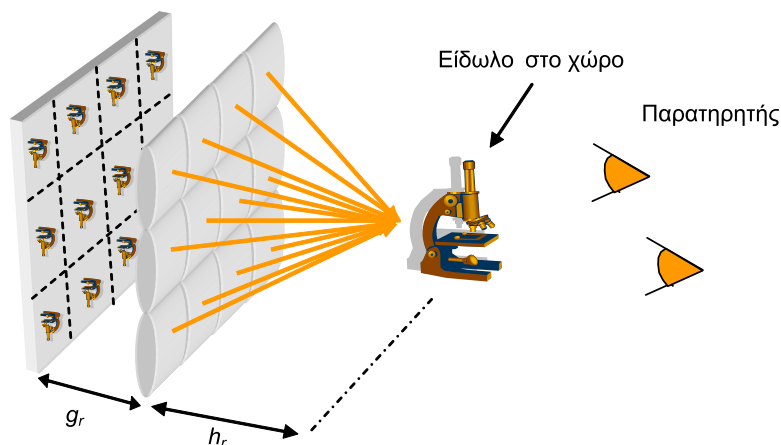
Ένα βασικό σύστημα καταγραφής ΟΕ βασισμένο σε τετράγωνους φακούς μπορούμε να δούμε στην εικόνα 6.1. Το σύστημα αποτελείται από μία συστοιχία στερεοσκοπικών φακών

(ΣΣΦ) καθώς και ένα αισθητήρα CCD.



Εικόνα 6.1: Αρχή λειτουργίας καταγραφής ΟΕ.

Αντίστοιχα το σύστημα αναπαραγωγής ΑΕ αποτελείται από μία οθόνη υγρών κρυστάλλων (LCD) και την αντίστοιχη ΣΣΦ όπως βλέπουμε στην εικόνα 6.2.

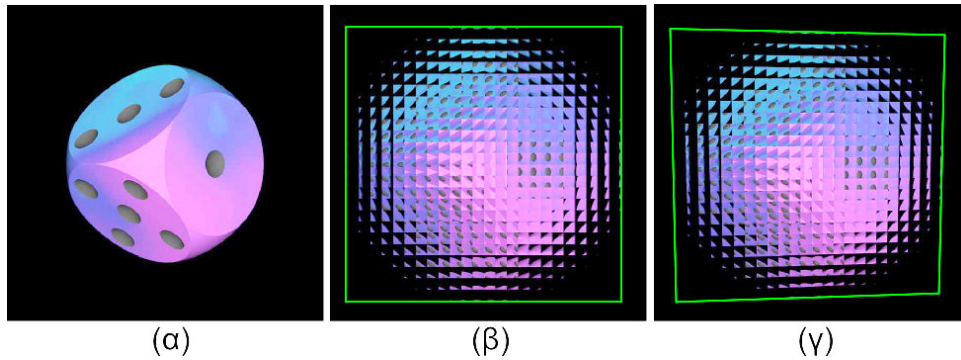


Εικόνα 6.2: Αρχή λειτουργίας απεικονιστικού συστήματος ΟΕ.

Κάθε ένας από τους φακούς στη ΣΣΦ δημιουργεί μία ΣΕ στον αισθητήρα η οποία αποτελεί μικρογραφία ενός μέρους της ληφθείσας σκηνής. Η προβολή των ΣΕ μέσω της ΣΣΦ στην συσκευή απεικόνισης προκαλεί ολοκλήρωση των ΣΕ στο χώρο μεταξύ της οθόνης και του θεατή αναπαράγοντας την αρχική 3D σκηνή.

Εξαιτίας της απώλειας ευθυγράμμισης η οποία μπορεί να προκύψει όταν το επίπεδο της ΣΣΦ τοποθετείται μπροστά από το επίπεδο του αισθητήρα CCD εισάγεται προβολική παραμόρφωση στο πλέγμα των ΣΕ με αποτέλεσμα οι τετράγωνες ΣΕ να μετατρέπονται σε τετράπλευρα χωρίς ενιαίες μετρικές ιδιότητες. Στην εικόνα 6.3(α) βλέπουμε την δισδιάστατη εικόνα ενός ζαριού ενώ η εικόνα 6.3(β) δείχνει την ιδανική ΟΕ I_{id} όπου δεν εμφανίζεται καμία απώλεια ευθυγράμμισης. Η απουσία παραλληλίας μεταξύ των επιπέδων έχει ως αποτέλεσμα τη γεωμετρική παραμόρφωση της ληφθείσας εικόνας I_{ac} όπως φαίνεται

στην εικόνα 6.3(γ).



Εικόνα 6.3: (α) Μία δισδιάστατη φωτογραφία ενός ζαριού. (β) Μία μη παραμορφωμένη ΟΕ I_{id} . (γ) Προβολικά παραμορφωμένη ΟΕ I_{ac} . Τα όρια της εικόνας καταδεικνύονται σκόπιμα με πράσινο χρώμα για να αναδείξουμε το πρόβλημα της γεωμετρικής παραμόρφωσης.

Οι γεωμετρικές παραμορφώσεις στις διαστάσεις των ΣΕ έχουν ως αποτέλεσμα μία φτωχή 3D αναπαράσταση μέσω μίας απεικονιστικής συσκευής ή την παραμόρφωση του 3D ανακατασκευασμένου αντικειμένου αφού εφαρμοστεί η μέθοδος ανακατασκευής που προτάθηκε στο [39]. Αυτό σημαίνει ότι είναι απαραίτητο ένα στάδιο γεωμετρικής επιδιόρθωσης [9] για την επισκευή αυτών των παραμορφώσεων στην ληφθείσα εικόνα.

Η ανάγκη αυτή εντοπίστηκε 2006 [7] και προτάθηκε μία επιτυχής λύση για τις περιστροφικές παραμορφώσεις που προέρχονται από μία ΣΣΦ παράλληλη στο επίπεδο του αισθητήρα. Μία πιο γενική μέθοδος προτάθηκε [40] για την επιδιόρθωση της προβολικής παραμόρφωσης.

Η δουλειά που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο είναι μία εναλλακτική προσέγγιση του προβλήματος που αντιμετωπίστηκε στο [40] η οποία επιπρόσθετα είναι πλήρως αυτοματοποιημένη, προσφέρει αυξημένη αντοχή στα λάθη και προσφέρει μία στατιστική προσέγγιση βασισμένη στα συνολικά χαρακτηριστικά της ΟΕ. Η βασική προσέγγιση του προτεινόμενου συστήματος είναι η χρήση των ευθυγράμμων τμημάτων που ορίζουν τα όρια των ΣΕ σαν ένα συνολικό χαρακτηριστικό το οποίο οριοθετεί ένα ορθογώνιο πλέγμα στην δομή της ΟΕ. Αυτή η διαδικασία αυξάνει την αξιοπιστία του αλγορίθμου λαμβάνοντας υπόψη όχι απλά ένα τετράπλευρο [40] αλλά ολόκληρα τα δομικά χαρακτηριστικά της ΟΕ.

Η μέθοδος που προτείνεται χρησιμοποιεί έναν εύρωστο αλγόριθμο ανίχνευσης ακμών (LSD) [8] για την ανίχνευση και καταγραφή ευθυγράμμων τμημάτων στην ΟΕ τα οποία οριοθετούν τις ΣΕ. Ακολούθως τα καταγεγραμμένα τμήματα ομαδοποιούνται με βάση τη συνευθειακότητά τους. Η μέθοδος της ομαδοποίησης με βάση τη συνευθειακότητα χρησιμοποιείται για την αποβολή των ευθυγράμμων τμημάτων τα οποία δεν αντιστοιχούν σε άκρες των ΣΕ. Οι ομάδες των τμημάτων που απομένουν χρησιμοποιούνται σε μία διαδι-

κασία ελαχίστων τετραγώνων η οποία ανακατασκευάζει τις γραμμές του πλέγματος στην παραμορφωμένη ΟΕ. Οι ανακατασκευασμένες γραμμές ομαδοποιούνται σε δύο σετ τα οποία συγκλίνουν στα αντίστοιχα τους σημεία φυγής.

Η περιγραφόμενη προσέγγιση είναι προτιμότερη από τις κλασσικές μεθόδους οι οποίες συνδυάζουν έναν ανιχνευτή ακμών και τον μετασχηματισμό Hough τόσο σε ακρίβεια ανίχνευσης αλλά και σε ταχύτητα. Θα πρέπει να τονιστεί ότι η ακρίβεια της επιδιόρθωσης ΟΕ βελτιώνεται ακόμα περισσότερο εξαιτίας του γεγονότος ότι η εξαγωγή παραμέτρων γίνεται με στατιστική προσέγγιση σε ολόκληρη την ΟΕ. Περαιτέρω καθώς το σύστημα δεν χρειάζεται καμία προρύθμιση παραμέτρων, η διαδικασία της προβολικής επιδιόρθωσης πραγματοποιείται χωρίς την διαμεσολάβηση του χρήστη.

Το κεφάλαιο είναι οργανωμένο σε τέσσερις ενότητες. Στην ενότητα 6.3 παρουσιάζονται μερικές βασικές λεπτομέρειες για τον αλγόριθμο LSD καθώς και την μέθοδο ομαδοποίησης που χρησιμοποιήθηκε για την απόρριψη μη έγκυρων ευθυγράμμων τμημάτων. Στην ίδια ενότητα πραγματοποιείται και η επιλογή των δύο έγκυρων σετ γραμμών. Στην ενότητα 6.4 αναλύονται οι βασικές αρχές της διαδικασίας προβολικής επιδιόρθωσης και προτείνονται συγκεκριμένες προσθήκες για περαιτέρω αύξηση της απόδοσης του αλγορίθμου σε αληθινές εφαρμογές. Στην ενότητα 6.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου σε ένα σετ διαφορετικών εικόνων για την εκτίμηση της ακρίβειας και ευρωστίας σε ενθόρυβες εικόνες. Η ενότητα 6.6 αποτελείται από συμπεράσματα πάνω στο σύνολο του κεφαλαίου και τονίζει τα βασικά αποτελέσματα της ερευνητικής αυτής εργασίας.

6.3 Ανακατασκευή γραμμών πλέγματος από ΣΕ

Σε αυτή την ενότητα αναλύεται η διαδικασία η οποία εφαρμόζεται στην ληφθείσα ΟΕ I_{ac} , η οποία φαίνεται στην εικόνα 6.3(γ) για την ανίχνευση και καταγραφή του πλέγματος γραμμών οι οποίες δημιουργούνται από τα όρια των ΣΕ. Η διαδικασία αυτή είναι ένα βασικό βήμα απαραίτητο για την ακριβή επιδιόρθωση ΟΕ η οποία περιγράφεται στην ενότητα 6.4 και διαιρείται σε τρία διαφορετικά βήματα τα οποία περιγράφονται περαιτέρω.

- Ανίχνευση και καταγραφή των ευθυγράμμων τμημάτων της ΟΕ με σκοπό την ανακατασκευή γραμμών παραμορφωμένου πλέγματος.
- Απόρριψη της πλειοψηφίας των τμημάτων που δεν ανήκουν σε όρια ΣΕ.
- Ομαδοποίηση των τμημάτων που έχουν μείνει σε ομάδες με βάση την συγγραμμικότητά τους και εκτίμηση της γραμμής που αντιπροσωπεύει το κάθε γκρουπ.

6.3.1 Ανίχνευση και καταγραφή ευθυγράμμων τμημάτων

Το πρώτο βήμα προς την αναδημιουργία γραμμών του παραμορφωμένου πλέγματος είναι η ανίχνευση και καταγραφή ευθυγράμμων τμημάτων τα οποία ανήκουν διαχωρίζουν τις ΣΕ μέσα στην ΟΕ I_{ac} . Ο αλγόριθμος LSD χρησιμοποιείται για αυτό το σκοπό διότι κατέχει ένα σύνολο ισχυρών χαρακτηριστικών καθώς δεν απαιτεί προεπιλογή καμίας παραμέτρου και δεν λαμβάνει υπόψη το τυχαίο περιεχόμενο υφής [8] μέσα στις ΣΕ.

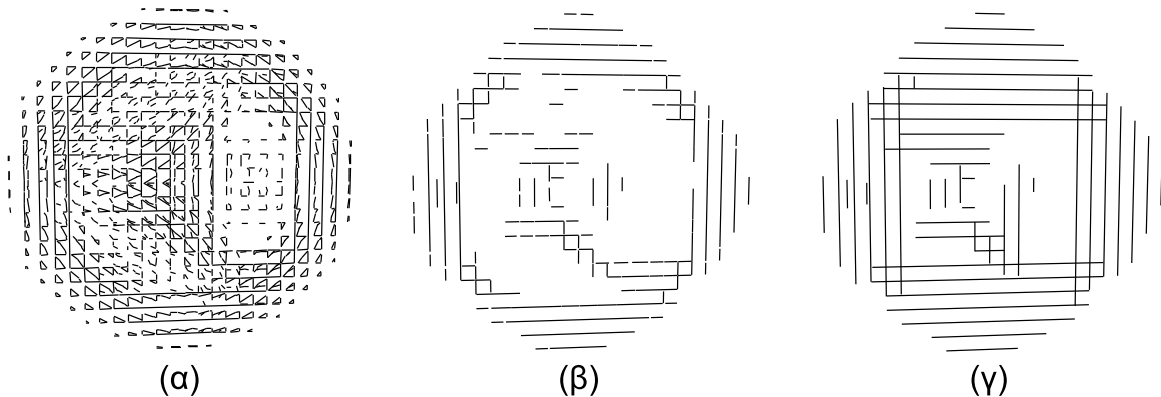
Περαιτέρω ο LSD χαρακτηρίζεται από γραμμικό χρόνο εκτέλεσης κάτι ιδιαίτερα επιθυμητό για τη δημιουργία ενός γρήγορου συστήματος γεωμετρικής επιδιόρθωσης ΟΕ. Συνοπτικά μπορούμε να αναφέρουμε ότι: Χρησιμοποιεί μία διεργασία ανάπτυξης περιοχών και στη συνέχεια ακολουθεί μία εκτίμηση της περιοχής υποστήριξης γραμμής για κάθε ένα ευθύγραμμο τμήμα. Τέλος για την επικύρωση του κάθε τμήματος παρέχεται μία τροποποίηση της μεθόδου της Desolneux [41] η οποία χρησιμοποιείται για την επικύρωση του κάθε ευθυγράμμου τμήματος. Η προσέγγιση αυτή περιγράφεται ως εξής:

- Η διεργασία ανάπτυξης περιοχής χρησιμοποιεί σαν χαρακτηριστικό την γωνία μεταξύ της κάθετης διεύθυνσης στην κλίση του κάθε pixel και την οριζόντια γραμμή για να σχηματίσει περιοχές υποστήριξης γραμμών. Τα pixels που αντιστοιχίζονται σε κάθε περιοχή υποστήριξης έχουν κοινές τις ίδιες γωνίες σε σχέση με την οριζόντιο μέχρι μία συγκεκριμένη ακρίβεια.
- Τα ευθύγραμμο τμήματα σχηματίζονται χρησιμοποιώντας τα pixel των περιοχών υποστήριξης. Το μέτρο της κλίσης για κάθε pixel χρησιμοποιείται σαν μέτρο μάζας του pixel και κάθε περιοχή υποστήριξης αναπαρίσταται από ένα ορθογώνιο το οποίο αναπαριστά το ευθύγραμμο τμήμα. Το μέγεθος του ορθογωνίου ρυθμίζεται ώστε να περιέχει όλα τα pixels της περιοχής.
- Κάθε ένα από τα ορθογώνια που δημιουργήθηκαν φιλτράρεται χρησιμοποιώντας την προσέγγιση του Αριθμού Ψευδών Συναγερμών (ΑΨΜ). Η προσέγγιση για κάθε περιοχή υποστήριξης γραμμής είναι αυτή με τον μικρότερο ΑΨΜ.

Ο αλγόριθμος παράγει μία ακολουθία ευθυγράμμων τμημάτων $\{l_i\}$ όπου κάθε τμήμα l_i καθορίζεται από τα σημεία αρχής (start) και τέλους (end) (s_i, e_i) τα οποία περιέχουν τις αντίστοιχες συντεταγμένες (x_{s_i}, y_{s_i}) και (x_{e_i}, y_{e_i}) αντίστοιχα.

6.3.2 Απομόνωση λαθών ανίχνευσης

Τα ανιχνευμένα και καταγεγραμμένα ευθύγραμμα τμήματα μετά την εφαρμογή του LSD μπορούμε να δούμε στην εικόνα 6.4(α). Όπως φαίνεται στην ίδια εικόνα η ακολουθία



Εικόνα 6.4: Ευθύγραμμα τμήματα ανιχνευμένα μέσω του LSD. Εναπομείναντα τμήματα μετά την απόρριψη των ανεπιθύμητων αποτελεσμάτων. Τμήματα γραμμών μετά την εφαρμογή ελαχίστων τετραγώνων στα ομαδοποιημένα συγγραμικά τμήματα.

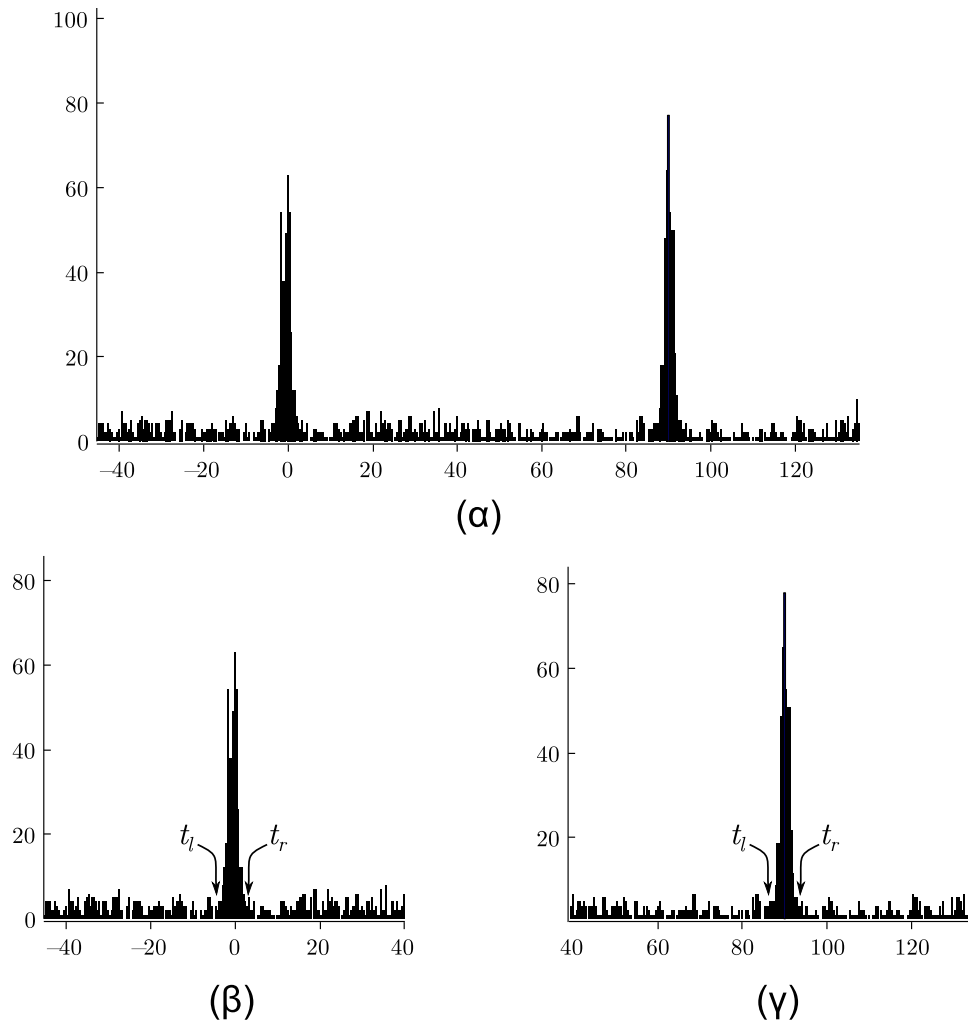
$\{l_i\}$ περιέχει τμήματα που ανήκουν σε γραμμές του πλέγματος, αλλά ταυτόχρονα περιέχει και τμήματα που ανήκουν στο περιεχόμενο των ΣΕ. Μία προσεκτική εξέταση της εικόνας 6.4(α) δείχνει ότι οι γωνίες διευθύνσεως των τμημάτων που ανήκουν σε γραμμές πλέγματος σχηματίζουν δύο πληθυσμούς διαχωριζόμενους από γωνιακή απόσταση περίπου 90° ενώ τα υπόλοιπα τμήματα παρουσιάζουν τυχαίες γωνίες.

Αυτό το χαρακτηριστικό χρησιμοποιείται για την απόρριψη των ανεπιθύμητων τμημάτων. Λεπτομερέστερα, υπολογίζεται η γωνία κάθε τμήματος στην $\{l_i\}$ και στη συνέχεια το ιστόγραμμα των τιμών της γωνίας υπολογίζεται στο διάστημα $(-45^\circ, 135^\circ]$ για την αποφυγή αναδίπλωσης γύρω από την τιμή των 90° όπως βλέπουμε στην εικόνα 6.5(α).

Κάθε ένας από τους δύο λοβούς στο ιστόγραμμα 6.4(α) αντιστοιχεί σε τμήματα παράλληλα με τις γραμμές του πλέγματος. Το υπόλοιπο μέρος του ιστογράμματος περιέχει μικρούς πληθυσμούς τμημάτων τα οποία αναπαριστούν το περιεχόμενο υφής μέσα στις ΣΕ. Λαμβάνοντας υπόψη ότι πρόκειται για σχετικά μικρή προβολική παραμόρφωση ονομάζουμε h τον πληθυσμό πλησιέστερα στις 0° ο οποίος αντιστοιχεί στις οριζόντιες γραμμές του I_{id} και αντίστοιχα ονομάζουμε ως v τον πληθυσμό πλησιέστερα στις 90° ο οποίος αντιστοιχεί στις κάθετες γραμμές του I_{id} .

Για να διαχωριστούν αυτόματα τα δύο γκρουπ ευθυγράμμων τμημάτων h, v από τα τμήματα που ανήκουν στην υφή των ΣΕ αναπτύχθηκε η ακόλουθη μέθοδος:

1. Χρησιμοποιήθηκε ένας Αλγόριθμο Βέλτιστου Κατωφλίου (ABK) [42] για να χωριστεί



Εικόνα 6.5: Ιστόγραμμα γωνιών των ευθυγράμμων τμημάτων της ληφθείσας εικόνας.

το ιστόγραμμα σε δύο σετ συνεχόμενων τιμών με τρόπο ώστε η διαχωρισιμότητα των πληθυσμών $\{l_{hi}\}$ και $\{l_{vi}\}$ να μεγιστοποιείται.

2. Για κάθε πληθυσμό σχηματίστηκε ένα νέο ιστόγραμμα και υπολογίστηκε η τιμή με τη μεγαλύτερη συχνότητα. Ο κάθε πληθυσμός ξαναδιαχωρίζεται με βάση την μέγιστη τιμή όπως φαίνεται στις εικόνες 6.4(β),(γ).
3. Σε κάθε ένα από τους πληθυσμούς του βήματος 2 ξαναεφαρμόζεται ο ABK για τον υπολογισμό δύο κατωφλίων t_l, t_r για κάθε ένα από τους πληθυσμούς $\{l_{hi}\}$ και $\{l_{vi}\}$ τα οποία διαχωρίζουν τους πληθυσμούς από τα ανεπιθύμητα ευθύγραμμα τμήματα.
4. Τέλος απορρίπτονται όλα τα τμήματα με μήκη μικρότερα από το 0.1 του μεγίστου μήκους τμήματος για να ελαχιστοποιηθεί ο θόρυβος που εισάγουν τα πολύ μικρά τμήματα.

Τα δύο γκρουπ των τμημάτων S_h, S_v που προκύπτουν ύστερα από την παραπάνω διαδικασία φαίνονται στην εικόνα 6.5(β). Παρατηρούμε ότι μέσω αυτής της διεργασίας αποβάλλεται το σημαντικότερο μέρος των προβληματικών ευθυγράμμων τμημάτων. Από αυτά μένει ακόμη ένας μικρός αριθμός ο οποίος θα ελαττωθεί ακόμη περισσότερο στα επόμενα στάδια.

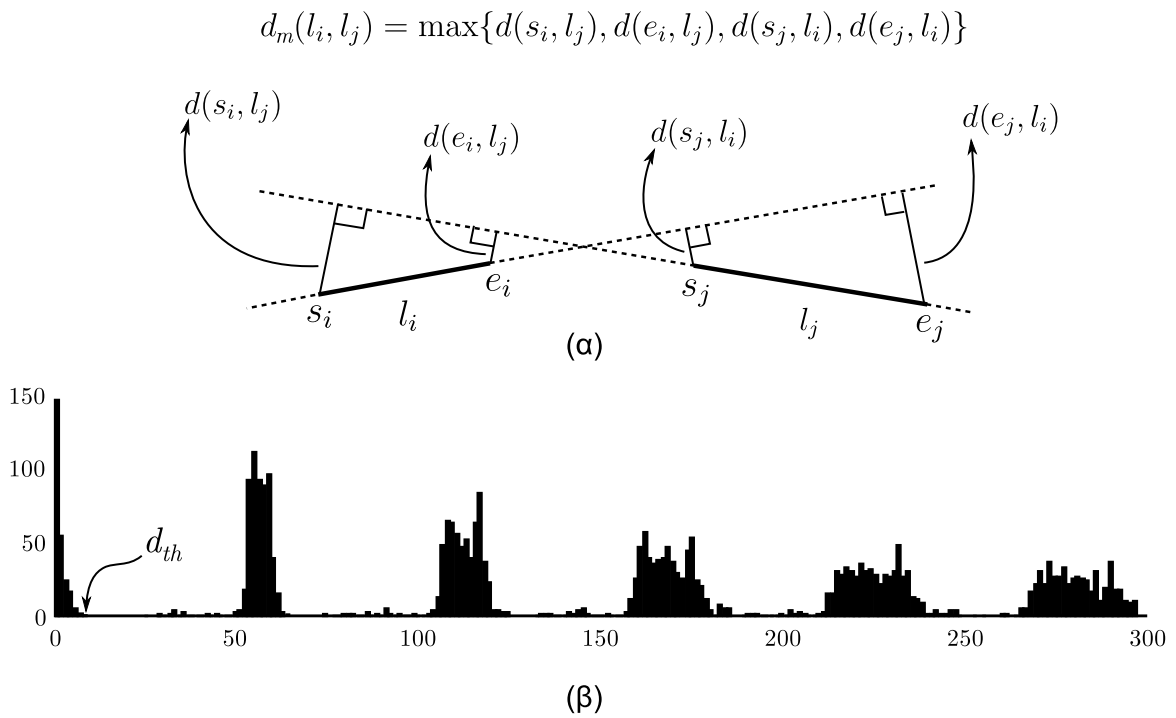
6.3.3 Ομαδοποίηση συγγραμικών τμημάτων

Για την περαιτέρω ελάττωση πιθανών λαθών ανίχνευσης τα οποία έχουν παραμείνει από το προηγούμενα στάδια ομαδοποιούνται τα συγγραμικά ευθύγραμμα τμήματα και κάθε ομάδα αντικαθίσταται από την αντίστοιχη ευθεία ελαχίστων τετραγώνων που τους αντιστοιχεί.

Αναλυτικότερα χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος ιεραρχικής ομαδοποίησης ώστε αυτόματα να κατηγοριοποιηθούν τα ευθύγραμμα τμήματα σε συγγραμικές ομάδες. Για αυτό το σκοπό ορίζεται ένα μέτρο συμμετρική ανομοιότητας $d_m(l_i, l_j)$ για κάθε ζεύγος τμημάτων (l_i, l_j) όπως φαίνεται στην εικόνα 6.6(α). Έστω (s_i, e_i) και (s_j, e_j) τα σημεία αρχής και τέλους των συγκεκριμένων τμημάτων. Τότε η $d_m(l_i, l_j)$ ορίζεται ως

$$d_m(l_i, l_j) = \max\{d(s_i, l_j), d(e_i, l_j), d(s_j, l_i), d(e_j, l_i)\} \quad (6.1)$$

όπου $d(p, l)$ αναπαριστά την απόσταση του σημείου p από το ευθύγραμμο τμήμα l . Επιπλέον ο ορισμός του $d_m(l_i, l_j)$ εκτείνεται στο μέτρο ανομοιότητας μεταξύ δύο ομάδων



Εικόνα 6.6: (α) Γεωμετρικός προσδιορισμός του μέτρου ανομοιότητας μεταξύ των δύο ευθυγράμμων τμημάτων l_i, l_j . (β) Ιστόγραμμα των τιμών του μέτρου ανομοιότητας για τα ευθύγραμμα τμήματα της εικόνας.

συγγραμμικών τμημάτων C_p και C_q ως

$$d_m(C_q, C_p) = \min\{d_m(l, l')\}, l \in C_p, l' \in C_q \quad (6.2)$$

Χρησιμοποιήθηκε μία παραλλαγή της τεχνικής ιεραρχικής ομαδοποίησης την ομαδοποίηση ενιαίας σύνδεσης (single linkage clustering) [43] η οποία χρησιμοποιείται για τον σχηματισμό των ομάδων. Η διεργασία ομαδοποίησης τερματίζεται μόλις το μέτρο ελάχιστης ανομοιότητας ξεπεράσει την τιμή κατωφλίου d_{th} . Η τιμή του d_{th} υπολογίζεται αυτόματα μέσω της ακόλουθης διεργασίας :

1. Υπολογίζεται το μέτρο ανομοιότητας για κάθε ζεύγος καταγεγραμμένων τμημάτων και το ιστόγραμμα της ακολουθίας $\{d_s(n)\}$ που προκύπτει δημιουργείται όπως φαίνεται στην εικόνα 6.6(α).
2. Εντοπίζεται η πρώτη μηδενική τιμή του ιστογράμματος και η τιμή του d_{th} τίθεται ίση με την τιμή του προηγούμενου κελιού.

Αυτή η επιλογή για το κατώφλι d_{th} δικαιολογείται μέσω του γεγονότος ότι το μέτρο ανομοιότητας μεταξύ συγγραμμικών και μή συγγραμμικών τμημάτων παρουσιάζει σημαντικές διαφορές στις τιμές του. Συνεπώς αναμένεται ότι το ιστόγραμμα της εικόνας 6.6(β) θα χα-

ρακτηρίζεται από την ύπαρξη μεγάλων κενών περιοχών με μηδενικές τιμές στα κελιά μεταξύ διαφορετικών λοβών της ακολουθίας $\{d_s(n)\}$. Μετά την ολοκλήρωση της ομαδοποίησης, για κάθε ομάδα δημιουργείται μία ευθεία γραμμή ελαχίστων τετραγώνων, η οποία ελαχιστοποιεί τις αποστάσεις από τα σημεία αρχής και τέλους των αντιστοίχων τμημάτων.

Στην εικόνα 6.4(γ) μπορούμε να δούμε τις γραμμές ελαχίστων τετραγώνων που αντιστοιχούν στις σχηματισμένες ομάδες. Οι γραμμές περιορίζονται σε μήκος ως προς την έκταση των τμημάτων τα οποία έχουν αντικαταστήσει. Σε αυτό το σημείο της διαδικασίας δύο ομάδες εξισώσεων γραμμών έχουν σχηματιστεί τις οποίες ονομάζουμε L_h και L_v οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για τη διαδικασία της γεωμετρικής επιδιόρθωσης.

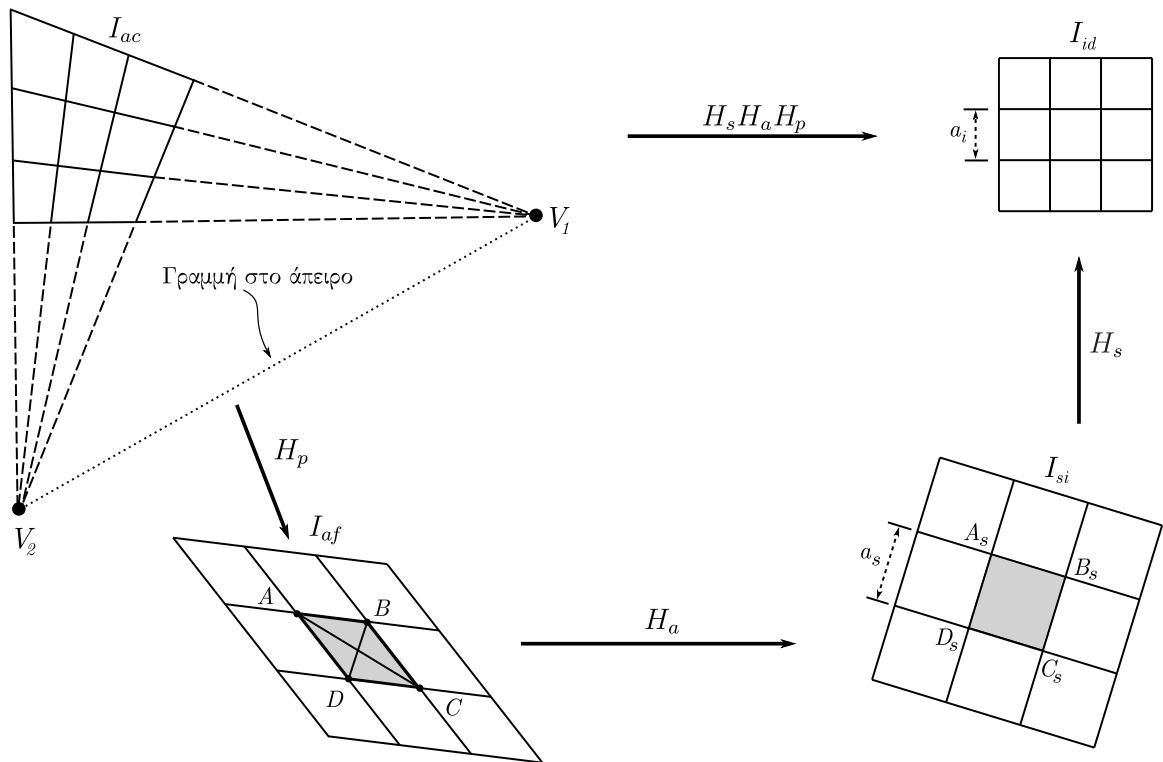
6.4 Γεωμετρική επιδιόρθωση ΟΕ

Σε αυτή την ενότητα εισάγεται το μαθηματικό μοντέλο το οποίο χρησιμοποιήθηκε για τον φορμαλισμό της διαδικασίας επιδιόρθωσης. Επιπλέον παρέχονται όλες τις απαραίτητες λεπτομέρειες υλοποίησης. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος ανακατασκευάζει μία εικόνα με βέλτιστες γεωμετρικές ιδιότητες χρησιμοποιώντας την ληφθείσα ΟΕ I_{ac} και τα δύο γκρουπ των εκτιμηθέντων γραμμών L_h, L_v τα οποία έχουν ήδη σχηματιστεί από τη διαδικασία που περιγράψαμε στην ενότητα 6.3.

6.4.1 Μαθηματικό μοντέλο

Όπως ήδη αναφέρθηκε στο εισαγωγικό κομμάτι αυτής της ενότητας η ιδανική εικόνα I_{id} και η ληφθείσα εικόνα I_{ac} συνδέονται μέσω ενός προβολικού μετασχηματισμού προοπτικής. Ας υποθέσουμε ότι οι γραμμές πλέγματος του I_{ac} έχουν ανιχνευτεί με ακρίβεια το οποίο βλέπουμε στην εικόνα 6.7. Αυτή η εικόνα δείχνει τον τρόπο με τον οποίο οι γραμμές αυτές μετασχηματίζονται μέσω μίας ακολουθίας μετασχηματισμών, καταλήγοντας σε ένα τετράγωνο πλέγμα με οριζόντιες και κάθετες γραμμές στο I_{id} . Θα πρέπει να αναφερθεί ότι στην εικόνα 6.7 το I_{ac} έχει σχεδιαστεί με την προβολική παραμόρφωση ιδιαίτερα τονισμένη ώστε να γίνουν εμφανείς κάποιες σημαντικές ιδιότητες του παραμορφωμένου πλέγματος.

Σύμφωνα με την υπάρχουσα θεωρία [9] κάθε γκρουπ παράλληλων γραμμών του τετραγωνικού πλέγματος στο I_{id} έχει μετασχηματιστεί σε ένα γκρούπ τεμνόμενων γραμμών στο I_{ac} οι οποίες τέμνονται σε ένα σημείο φυγής. Τα δύο σημεία φυγής V_1 και V_2 επίσης φαίνονται στην εικόνα 6.7. Η γραμμή του ορίζοντα καθορίζεται από τα δύο σημεία φυγής και φαίνεται στο ίδιο σχήμα. Επειδή το I_{id} αποτελεί μετασχηματισμό ομοιότητας του I_{si} και το I_{si} αποτελεί αφινικό μετασχηματισμό του I_{af} τότε το I_{si} χαρακτηρίζεται από ένα τετραγω-



Εικόνα 6.7: Σταδιακός μετασχηματισμός της ληφθείσας εικόνας I_{ac} μέσω των πινάκων H_p, H_a, H_s .

νικό πλέγμα όπως το I_{id} , ενώ το πλέγμα του I_{af} αποτελείται από παραλληλόγραμμα.

Ο προβολικός μετασχηματισμός ο οποίος απεικονίζει ένα σημείο του I_{ac} σε ένα σημείο του I_{id} δίνεται από την εξίσωση

$$\mathbf{x} = H\tilde{\mathbf{x}} \quad (6.3)$$

όπου H είναι ένας 3×3 πραγματικός πίνακας ο οποίος υλοποιεί τον προβολικό μετασχηματισμό, ενώ με $\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}$ συμβολίζουμε τα ομογενή διανύσματα συντεταγμένων για δύο αντίστοιχα σημεία στα I_{id}, I_{ac} .

Σύμφωνα με τον Liebowitz [44] ο προβολικός μετασχηματισμός H μπορεί να θεωρηθεί σαν το γινόμενο τριών πινάκων του ίδιου μεγέθους οι οποίοι δίνονται από την εξίσωση

$$H = H_s H_a H_p \quad (6.4)$$

όπου H_p, H_a και H_s είναι αντίστοιχα ένας προβολικός ένας αφινικός και ένας μετασχηματισμός ομοιότητας αντίστοιχα. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το I_{id} προκύπτει αφού υπολογίσουμε σειριακά δύο ενδιάμεσες εικόνες I_{af} και I_{si} εφαρμόζοντας τους μετασχηματισμούς H_p, H_a and H_s όπως φαίνεται στην εικόνα 6.7.

Αυτή η μεθοδολογία διαδοχικών μετασχηματισμών αποτελεί μία απλή προσέγγιση για τον

υπολογισμό του τελικού πίνακα επιδιόρθωσης H υπολογίζοντας ξεχωριστά κάθε ενδιάμεσο πίνακα χρησιμοποιώντας εκ των προτέρων γνωστές γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ των αντιστοιχών εικόνων.

Σύμφωνα με το [44] ο προβολικός μετασχηματισμός δίνεται από την εξίσωση

$$H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

όπου l_1, l_2, l_3 είναι οι παράμετροι που καθορίζουν τη γραμμή του ορίζοντα οι οποίες έχουν μετρηθεί στον I_{ac} .

Αντίστοιχα ο αφινικός πίνακας H_a δίνεται από την εξίσωση

$$H_a = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\alpha}{\beta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

όπου οι παράμετροι α και β υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες των ευθυγράμμων τμημάτων στο πλέγμα του I_{af} και των λόγο μηκών των αντίστοιχων τμημάτων στο I_{si} .

Λεπτομερέστερα έστω ότι $ABCD$ είναι ένα παραλληλόγραμμο στο πλέγμα του I_{af} το οποίο απεικονίζεται στο τετράγωνο $A_s B_s C_s D_s$ μετά την εφαρμογή του αφινικού μετασχηματισμού H_a όπως φαίνεται στην εικόνα 6.7. Τότε οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης α και β δίνονται από τις συντεταγμένες των σημείων τομής των κύκλων με κέντρα (c_{x1}, c_{y1}) , (c_{x2}, c_{y2}) και ακτίνες r_1, r_2 από τις κάτωθι εξισώσεις:

$$(c_{x1}, c_{y1}) = \left(\frac{x_{AB}y_{AB} - s_1^2 x_{BC}y_{BC}}{y_{AB}^2 - s_1^2 y_{BC}^2}, 0 \right) = \left(\frac{x_{AB}y_{AB} - x_{BC}y_{BC}}{y_{AB}^2 - y_{BC}^2}, 0 \right) \quad (6.7)$$

$$r_1 = \left| \frac{s_1 (x_{BC}y_{AB} - x_{AB}y_{BC})}{y_{AB}^2 - s_1^2 y_{BC}^2} \right| = \left| \frac{(x_{BC}y_{AB} - x_{AB}y_{BC})}{y_{AB}^2 - y_{BC}^2} \right| \quad (6.8)$$

και

$$(c_{x2}, c_{y2}) = \left(\frac{x_{AC}y_{AC} - s_2^2 x_{BD}y_{BD}}{y_{AC}^2 - s_2^2 y_{BD}^2}, 0 \right) = \left(\frac{x_{AC}y_{AC} - x_{BD}y_{BD}}{y_{AC}^2 - y_{BD}^2}, 0 \right) \quad (6.9)$$

$$r_2 = \left| \frac{s_2 (x_{BD}y_{AC} - x_{AC}y_{BD})}{y_{AC}^2 - s_2^2 y_{BD}^2} \right| = \left| \frac{(x_{BD}y_{AC} - x_{AC}y_{BD})}{y_{AC}^2 - y_{BD}^2} \right| \quad (6.10)$$

όπου $(x_{AB}, y_{AB})^T = \overrightarrow{AB}$, $(x_{BC}, y_{BC})^T = \overrightarrow{BC}$, $(x_{AC}, y_{AC})^T = \overrightarrow{AC}$, $(x_{BD}, y_{BD})^T = \overrightarrow{BD}$, $s_1 = \frac{A_s B_s}{B_s C_s} = 1$ και $s_2 = \frac{A_s C_s}{B_s D_s} = 1$.

Καθώς η y -συνιστώσα του κέντρου των δύο κύκλων είναι μηδέν, τα δύο σημεία τομής έχουν τις ίδιες τιμές για το α και αντίθετες τιμές για το β οι οποίες δίνονται από:

$$\alpha = \frac{c_{x2} + c_{x1}}{2} + \frac{(r_1^2 - r_2^2)}{2(c_{x2} - c_{x1})} \quad (6.11)$$

$$\beta = \pm \frac{1}{2(c_{x2} - c_{x1})} \sqrt{[(r_1 + r_2)^2 - (c_{x2} - c_{x1})^2][(c_{x2} - c_{x1})^2 - (r_2 - r_1)^2]} \quad (6.12)$$

Ο πίνακας H_a σχηματίζεται χρησιμοποιώντας μόνο τις μη αρνητικές τιμές για το β value [44] γεγονός που οδηγεί σε απλούστερη υλοποίηση.

Τελικά ο πίνακας H_s ο οποίος καθορίζει τον μετασχηματισμό ομοιότητας μεταξύ των I_{si} , I_{id} δίνεται από την εξίσωση:

$$H_s = \begin{pmatrix} R & x_0 \\ & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

όπου c είναι ένας παράγοντας πολλαπλασιασμού, $(x_0, y_0)^T$ είναι ένα διάνυσμα μετατόπισης και R είναι ένας 2×2 πίνακας περιστροφής:

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

Η πολλαπλασιαστική σταθερά c υπολογίζεται σαν $c = a_i / a_s$ όπου a_s, a_i είναι τα μήκη των πλευρών των ΣΕ όπως έχουν απεικονιστεί στα I_{si} και I_{id} αντίστοιχα όπως φαίνεται στην εικόνα 6.7

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η παράμετρος c χρειάζεται μόνο στην περίπτωση όπου η εικόνα I_{si} χρειάζεται να προβληθεί μέσω μίας αυτοστερεοσκοπικής οθόνης. Τότε το a_i μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας μόνο τα μεγέθη που χαρακτηρίζουν την ΣΣΦ και την οθόνη. Σε περίπτωση που δεν χρειάζεται τροποποίηση διαστάσεων $c = 1$. Αντίστοιχα η παράμετρος θ υπολογίζεται έτσι ώστε οι γραμμές του πλέγματος I_{si} να ευθυγραμμιστούν με τις γραμμές πλέγματος του I_{id} . Για τους τρέχοντες σκοπούς τέθηκε $(x_0, y_0)^T = \mathbf{0}$.

6.4.2 Λεπτομέρειες υλοποίησης

Το θεωρητικό μαθηματικό μοντέλο το οποίο περιγράφηκε δεν μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα. Στην πραγματικότητα χρειάζονται συγκεκριμένες προσθήκες και αλλαγές για την αντιμετώπιση των λαθών τα οποία εισάγονται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας ανίχνευσης γραμμών. Αυτά τα λάθη εισάγουν αποκλίσεις στις τιμές των ιδανικών παραμέτρων του πλέγματος στο I_{ac} οι οποίες στη συνέχεια συγκλίνουν σε μία περιοχή αντί να τέμνονται ακριβώς σε ένα σημείο.

Περαιτέρω τα λάθη στην εύρεση των συντεταγμένων των σωστών σημείων φυγής V_1, V_2 θα μεταδοθούν στις παραμέτρους l_1, l_2, l_3 και θα επηρεάσουν αρνητικά την γεωμετρική ποιότητα του πλέγματος στο I_{af} . Τελικά λόγω αυτών των λαθών τα παραλληλόγραμμα στο I_{af} μετασχηματίζονται σε τετράπλευρα με σημαντικές γεωμετρικές αποκλίσεις από τις ιδανικές διαστάσεις καθώς δεν ανιχνεύονται όλες οι γραμμές του πλέγματος.

Για την αντιμετώπιση των προβλημάτων αυτών υπολογίζεται το σημείο τομής για κάθε ζεύγος παράλληλων γραμμών και χρησιμοποιείται ως σημείο φυγής ο αριθμητικός μέσος των συντεταγμένων τομής του κάθε ζεύγους ευθειών. Η χρήση του αριθμητικού μέσου ισχυροποιεί την ευρωστία στον υπολογισμό των συντεταγμένων του σημείου φυγής καθώς ελαττώνει σημαντικά την επιρροή των εσφαλμένων ευθειών στην όλη διαδικασία. Στη συνέχεια οι συντεταγμένες των δύο ευρεθέντων σημείων φυγής χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της γραμμής του ορίζοντα σύμφωνα με τη σχέση:

$$l_1 \cdot x + l_2 \cdot y + l_3 = 0 \quad (6.15)$$

όπου τα $l_1, l_2, l_3 \in \mathbb{R}$ χρησιμοποιούνται για τον σχηματισμό του H_p . Ο πίνακας μετασχηματισμού H_p που προκύπτει εφαρμόζεται στα δύο σετ ευθειών L_h και L_v δημιουργώντας τα σετ L_{hn} και L_{vn} .

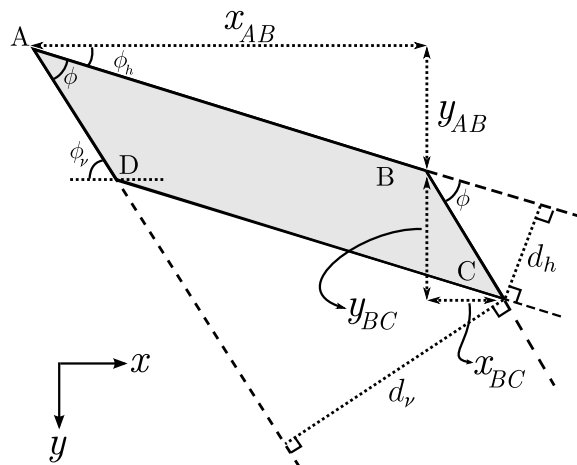
Στην ιδανική περίπτωση κάθε ένα από τα παραγόμενα σετ L_{hn} και L_{vn} θα έπρεπε να περιέχει γραμμές με ίσες κλίσεις και διαδοχικές ενδοαποστάσεις. Επίσης θα έπρεπε να δημιουργεί ένα τέλειο παραλληλόγραμμο πλέγμα όπως φαίνεται στο I_{af} του σχήματος 6.7. Κάθε παραλληλόγραμμο αυτού του πλέγματος χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του πίνακα H_a ο οποίος δίνεται από την εξίσωση 6.13.

Στην πραγματικότητα όμως μικρές αποκλίσεις στην κλίση καθώς και στις τιμές των ενδοαποστάσεων έχουν ως αποτέλεσμα ένα πλέγμα το οποίο δεν περιέχει τέλεια παραλληλόγραμμα. Επίσης μερικές γραμμές λείπουν με αποτέλεσμα το πλέγμα να μην είναι πλήρες. Εξαιτίας αυτών των λόγων υπολογίζεται η μέση αφινική ΣΕ για τον υπολογισμό του H_a .

Για τον υπολογισμό του μέσου παραλληλόγραμμου εφαρμόζονται τα κάτωθι βήματα σε κάθε ένα από τα σετ γραμμών L_{hn} και L_{vn} :

1. Ταξινομούνται οι γραμμές σύμφωνα με την τιμή του x -intercept για τις L_{hn} ή την τιμή του y -intercept για τις L_{vn} .
2. Υπολογίζεται η απόσταση μεταξύ διαδοχικών γραμμών στο κάθε σετ και δημιουργείται η ακολουθία $\{d_n\}$ των ενδοαποστάσεων μεταξύ των γραμμών.
3. Υπολογίζεται ο αριθμητικός μέσος για την ακολουθία $\{d_n\}$ και ο ονομάζεται d_h ή αντίστοιχα d_v .
4. Υπολογίζεται ο αριθμητικός μέσος της κλίσης του κάθε σετ γραμμών και ονομάζεται s_h ή s_v αντίστοιχα.

Τελικά χρησιμοποιούνται δύο ζεύγη παράλληλων γραμμών με αντίστοιχες αποστάσεις d_h και d_v και κλίσεις s_h και s_v , όπως φαίνεται στο σχήμα 6.8.



Εικόνα 6.8: Η μέση αφινική ΣΕ.

Οι τομές αυτών των γραμμών καθορίζουν το μέσο παραλληλόγραμμο $ABCD$ το οποίο αντιστοιχεί στο $ABCD$ του I_{af} στην εικόνα 6.7. Για να υπολογιστεί ο αφινικός πίνακας H_a που δίνεται από την εξίσωση 6.6 ορίζεται $\phi_h = \arctan(s_h)$, $\phi_v = \arctan(s_v)$ και ϕ όπως φαίνεται στην εικόνα 6.8.

Στη συνέχεια υπολογίζονται τα AB και BC σαν

$$AB = \frac{d_v}{\sin \phi} \quad \text{και} \quad BC = \frac{d_h}{\sin \phi} \quad (6.16)$$

Έπειτα γνωρίζοντας ότι $\vec{AB} = (x_{AB}, y_{AB})^T$ και $\vec{BC} = (x_{BC}, y_{BC})^T$ δημιουργούνται οι εξισώσεις:

$$x_{AB} = AB \cos \phi_h = \frac{d_v}{\sin \phi} \cos \phi_h \quad (6.17)$$

$$y_{AB} = AB \sin \phi_h = \frac{d_v}{\sin \phi} \sin \phi_h \quad (6.18)$$

$$x_{BC} = BC \cos \phi_v = \frac{d_h}{\sin \phi} \cos \phi_v \quad (6.19)$$

$$y_{BC} = BC \sin \phi_v = \frac{d_h}{\sin \phi} \sin \phi_v \quad (6.20)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις 6.17-6.20 στις 6.7 και 6.8 συμπεραίνουμε ότι:

$$\begin{aligned} (c_{x1}, c_{y1}) &= \left(\frac{d_v^2 \cos \phi_h \sin \phi_h - d_h^2 \cos \phi_v \sin \phi_v}{d_v^2 \sin^2 \phi_h - d_h^2 \sin^2 \phi_v}, 0 \right) = \\ &= \left(\frac{d_v^2 \sin 2\phi_h - d_h^2 \sin 2\phi_v}{d_v^2 (1 - \cos 2\phi_h) - d_h^2 (1 - \cos 2\phi_v)}, 0 \right) \end{aligned} \quad (6.21)$$

και

$$\begin{aligned} r_1 &= \left| \frac{d_v d_h \cos \phi_v \sin \phi_h - d_h d_v \cos \phi_h \sin \phi_v}{(d_h \sin \phi_h)^2 - (d_v \sin \phi_v)^2} \right| \\ &= \frac{d_v d_h |\sin(\phi_h - \phi_v)|}{\left| (d_h^2 (1 - \cos 2\phi_h) - d_v^2 (1 - \cos 2\phi_v)) \right|} \end{aligned} \quad (6.22)$$

Επίσης από το σχήμα 6.8 παρατηρούμε ότι $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$ και $\vec{BD} = \vec{BC} - \vec{AB}$, άρα $x_{AC} = x_{AB} + x_{BC}$, $y_{AC} = y_{AB} + y_{BC}$, $x_{BD} = x_{BC} - x_{AB}$ και $y_{BD} = y_{BC} - y_{AB}$. Με αυτό τον τρόπο αντικαθιστώντας τις 6.17-6.20 στην 6.9 και 6.9 παρόμοια συμπεραίνουμε ότι

$$(c_{x2}, c_{y2}) = \left(\frac{s_v + s_h}{2s_v s_h}, 0 \right) \quad (6.23)$$

και

$$r_2 = \frac{|s_v - s_h|}{2s_v s_h} \quad (6.24)$$

Βασιζόμενοι στους υπολογισμούς αυτούς εξάγονται οι τιμές για τα α και β τα οποία χρησιμοποιούνται στην εύρεση του πίνακα H_a .

Τελικά υπολογίζεται ο πίνακας ομοιότητας H_s που δίνεται από την εξίσωση 6.13. Για να υπολογιστούν οι τιμές του περιστροφικού πίνακα R ο οποίος περιστρέφει το I_{si} ώστε να

ευθυγραμμιστούν οι πλευρές του με τις πλευρές του I_{id} καθορίζονται δύο μοναδιαία διανύσματα $\hat{\mathbf{v}}_{sh}$ και $\hat{\mathbf{v}}_{sv}$, παράλληλα στο $\overrightarrow{A_s B_s}$ και στο $\overrightarrow{C_s B_s}$ αντίστοιχα.

Ο υπολογισμός των διανυσμάτων $\hat{\mathbf{v}}_{sh}$ and $\hat{\mathbf{v}}_{sv}$ έχει ως αποτέλεσμα:

$$\hat{\mathbf{v}}_{sh} = \frac{\overrightarrow{A_s B_s}}{\|\overrightarrow{A_s B_s}\|} = \frac{H_{\alpha\beta}(1, s_h)^T}{|H_{\alpha\beta}(1, s_h)^T|} = \frac{(1 - \alpha s_h, \beta s_h)^T}{\sqrt{(1 - \alpha s_h)^2 + \beta^2 s_h^2}} \quad (6.25)$$

και

$$\hat{\mathbf{v}}_{sv} = \frac{(1 - \alpha s_v, \beta s_v)^T}{\sqrt{(1 - \alpha s_v)^2 + \beta^2 s_v^2}} \quad (6.26)$$

Χρησιμοποιώντας τα $\hat{\mathbf{v}}_{sh}$ και $\hat{\mathbf{v}}_{sv}$, καθώς και το γεγονός ότι $\hat{\mathbf{v}}_{sh} \perp \hat{\mathbf{v}}_{sv}$ ξαναγράφουμε την εξίσωση 6.14 στη μορφή:

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{sh}^T \\ \hat{\mathbf{v}}_{sv}^T \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{sh}^T \\ \hat{\mathbf{v}}_{sv}^T \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{sh} & \hat{\mathbf{v}}_{sv} \end{pmatrix} \quad (6.27)$$

Σε περίπτωση που δεν χρειάζεται αλλαγή κλίμακας ισχύει ότι $c = 1$ και ο πίνακας H_s παίρνει τη μορφή:

$$H_s = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{sh} & \hat{\mathbf{v}}_{sv} \end{pmatrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{pmatrix} \quad (6.28)$$

Αν όμως η αλλαγή κλίμακας είναι απαραίτητη τότε υπολογίζεται ο πολλαπλασιαστικός παράγοντας c χρησιμοποιώντας τις τιμές των a_i τα οποία υπολογίζονται από τις τιμές μεγεθών που χαρακτηρίζουν την ΣΣΦ και την οθόνη LCD μαζί με την τιμή του a_s το οποίο είναι το μήκος της πλευράς του $A_s B_s C_s D_s$. Είναι φανερό από το σχήμα 6.7 ότι το a_s γράφεται σαν:

$$a_s^2 = \|\overrightarrow{A_s B_s}\|^2 = \|H_{\alpha\beta} \overrightarrow{AB}\|^2 \quad (6.29)$$

όπου $H_{\alpha\beta}$ δίνεται από την εξίσωση:

$$H_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 1/\beta & -\alpha/\beta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Αντικαθιστώντας $H_{\alpha\beta}$ και $\overrightarrow{A_s B_s} = (x_{AB}, y_{AB})^T$ στην εξίσωση 6.29 λαμβάνουμε το a_s :

$$a_s^2 = \frac{d_v^2(s_v^2 + 1)[(1 - as_h)^2 + \beta^2 s_h^2]}{\beta^2(s_v - s_h)^2} \quad (6.31)$$

Τελικά η πλήρης εξίσωση περιγραφής του πίνακα H_s είναι

$$H_s = \begin{pmatrix} \left(\begin{matrix} \hat{v}_{sh} & \hat{v}_{sv} \end{matrix} \right) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.32)$$

Αντικαθιστώντας τους πίνακες H_p , H_a και H_s στην εξίσωση 6.4 λαμβάνεται ο συνολικός μετασχηματιστικός πίνακας H ο οποίος εφαρμόζεται στην εικόνα I_{ac} για να εκτιμηθεί η I_{id} την οποία συμβολίζουμε ως \hat{I}_{id} .

Κάνοντας έναν απολογισμό αυτής της ενότητας θα πρέπει να αναφέρουμε ότι καθώς ανιχνεύεται ένα υποσύνολο των γραμμών, εγείρονται μερικά ζητήματα κατά τη διάρκεια των περαιτέρω σταδίων επεξεργασίας τα οποία απαιτούν γνώση του μεγέθους και θέσης για την κάθε ΣΕ. Για αυτό το σκοπό εισάγουμε εισάγουμε μία μέθοδο η οποία αφαιρεί ένα μικρό αριθμό λανθασμένων γραμμών και εισάγει αυτές που λείπουν.

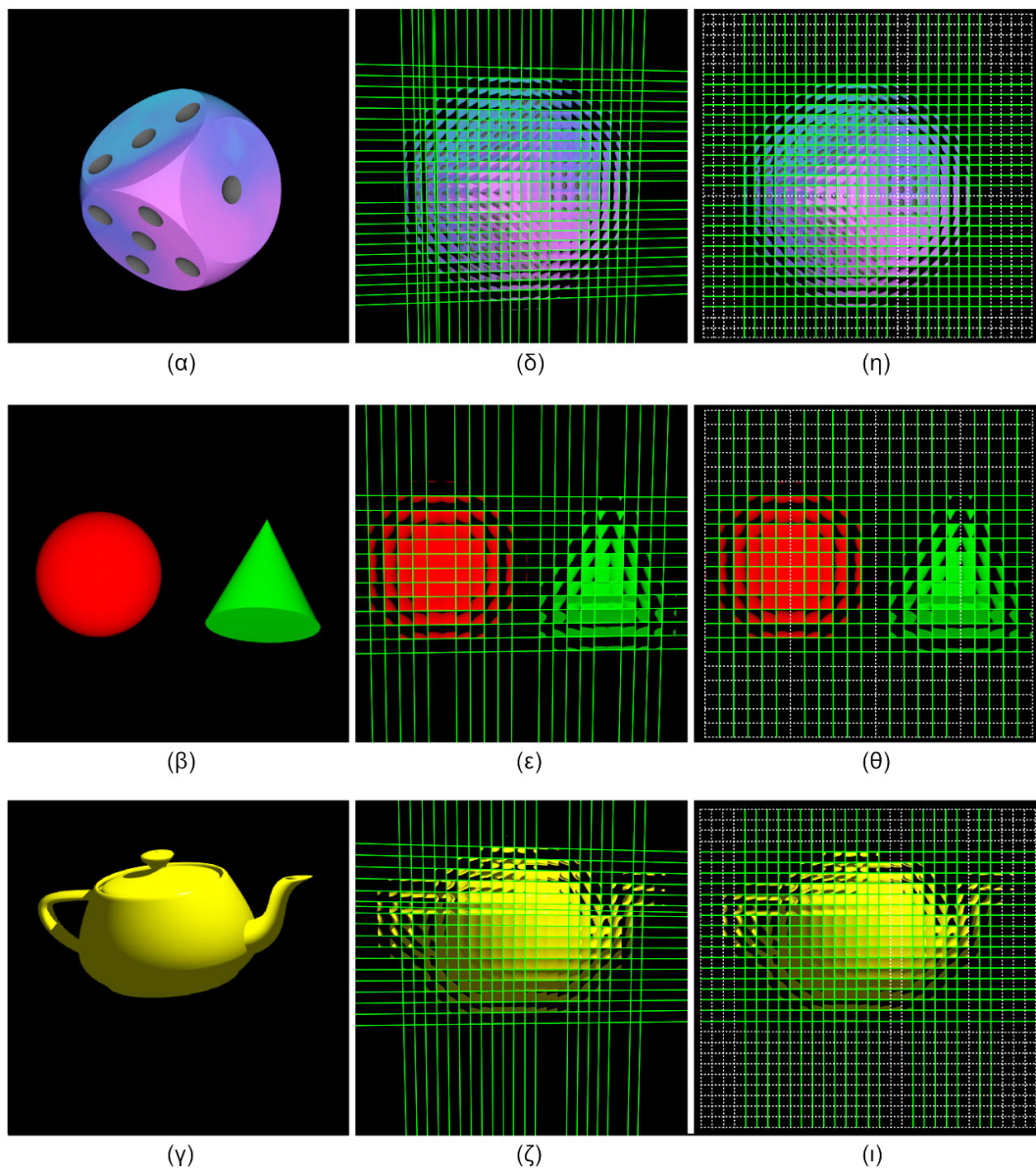
Λεπτομερέστερα αφού μετασχηματιστούν οι L_h και L_v από το I_{ac} στο \hat{I}_{id} χρησιμοποιούνται οι αποστάσεις από τον άξονα x ή y αντίστοιχα για να υπολογιστούν οι ενδοαποστάσεις τους. Για κάθε γραμμή υπολογίζονται οι αποστάσεις από όλες τις υπόλοιπες παράλληλες γραμμές του σετ και αποθηκεύονται οι τιμές αυτές στην ακολουθία $\{D_i\}$. Αν περισσότερα από τα μισά μέλη της ακολουθίας $\{D_i\}$ είναι ίσα με έναν ακέραιο με απόκλιση $0.1 \cdot a_i$ θεωρούμε την γραμμή αυτή κομμάτι του πλέγματος. Αφού εντοπιστούν οι έγκυρες γραμμές πλέγματος εισάγονται αυτές που λείπουν σε ενδοαποστάσεις a_i αναδημιουργώντας τις έγκυρες γραμμές πλέγματος. Το ανακατασκευασμένο πλέγμα φαίνεται στην εικόνα 6.9(η)-6.9(ι).

6.5 Πειράματα και αποτελέσματα

Για να εκτιμήσουμε την απόδοση του προτεινόμενου αλγορίθμου υπολογίστηκε το σφάλμα στην εκτίμηση των παραμέτρων επιδιόρθωσης $l_1, l_2, l_3, \alpha, \beta, \theta$. Επιπρόσθετα εκτιμήθηκε η γεωμετρική συνοχή των επιδιορθωμένων ΟΕ με μεθόδους οι οποίες αναλύονται εκτενέστερα στο υπόλοιπο μέρος αυτής της ενότητας.

6.5.1 Σύνολο ΟΕ

Δημιουργήθηκε ένα αντιπροσωπευτικό σύνολο από διαφορετικές ΟΕ με την μέθοδο ανίχνευσης ακτίνας (ray tracing) χρησιμοποιώντας την τεχνική η οποία περιγράφεται στο [45] εισάγοντας ένα πλήθος από διαφορετικές σκηνές, μεγέθη ΣΕ, διαφορετικές υφές και χρώματα. Χρησιμοποιήσαμε διαφορετικά επίπεδα θορύβου καθώς και διαφορετικές γωνίες παραμόρφωσης για την εκτίμηση της ευρωστίας του αλγορίθμου.



Εικόνα 6.9: (α)-(γ): Τα τρισδιάστατα αντικείμενα που χρησιμοποιήθηκαν στο ronray, (δ)-(ζ) οι δημιουργηθείσες ΟΕ με τις ανιχνευμένες γραμμές πλέγματος, (η)-(ι) οι γεωμετρικά επιδιορθωμένες ΟΕ με το ανακατασκευασμένο πλέγμα.

Οι εικόνες υπέστησαν σκόπιμα παραμόρφωση προοπτικής με γνωστούς προβολικούς πίνακες ώστε οι προς υπολογισμό παράμετροι να είναι εκ των προτέρων γνωστές. Επιπλέον προστέθηκαν τρία επίπεδα θορύβου σε κάθε μία από τις εικόνες ώστε να εκτιμηθεί αντι-

κειμενικά η ποιότητα του επιδιορθωμένου πλέγματος για το εύρος εισαγόμενου θορύβου 20 – 30dB.

Η εν λόγω προσέγγιση παρέχει πλήρη έλεγχο τόσο στην εισαγόμενη παραμόρφωση του πλέγματος όσο στην εκ των προτέρων γνώση των παραμέτρων επιδιόρθωσης. Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι σε αυτό το κομμάτι της υπολογιστικής προσομοίωσης δεν λαμβάνονται υπόψη μη γραμμικές παραμορφώσεις τις οποίες εισάγει ένας μη τέλειος φακός.

6.5.2 Εκτίμηση παραμέτρων

Όπως ήδη αναφέρθηκε το παρόν σύστημα επιδιόρθωσης υπολογίζει τις παραμέτρους l_1, l_2, α, β , και θ οι οποίες είναι απαραίτητες για την γεωμετρική επιδιόρθωση των ΟΕ. Οι παράμετροι l_1, l_2 αναπαριστούν τη γραμμή του ορίζοντα σε ομογενείς συντεταγμένες, ενώ α, β , είναι οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης και θ είναι η τελική γωνία περιστροφής.

Για την εκτίμηση της γεωμετρικής συνοχής του επιδιορθωμένου πλέγματος εισήχθησαν δύο επιπρόσθετες παράμετροι εκτίμησης οι οποίες μπορούν να μετρηθούν αλγοριθμικά στο πλέγμα. Αυτές είναι ο γωνίες των διαδοχικών πλευρών των ΣΕ και ο λόγος πλευρών για κάθε ΣΕ.

Λεπτομερέστερα μετρήθηκαν τα εξής:

1. Όλες οι τέσσερις εσωτερικές γωνίες για κάθε ΣΕ. Σχηματίστηκε η ακολουθία $\{\omega_i\}$ όλων των διαδοχικών γωνιών για όλες τις ΣΕ στο επιδιορθωμένο πλέγμα.
2. Οι τέσσερις λόγοι πλευρών οι οποίοι σχηματίστηκαν λαμβάνοντας κάθε ζεύγος διαδοχικών πλευρών της ΣΕ. Σχηματίστηκε η ακολουθία $\{\lambda_i\}$ των διαδοχικών λόγων πλευρών στο επιδιορθωμένο πλέγμα.

Καθώς όλες οι ΟΕ που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα είχαν τετραγωνική δομή ΣΕ, οι ιδανικές τιμές για τις γεωμετρικές παραμέτρους που ορίστηκαν είναι $\omega_{id} = 90^\circ$ και $\lambda_{id} = 1$. Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η υπολογισθείσα μέση τιμή καθώς και την τυπική απόκλιση για όλες τις γωνίες και λόγους πλευρών σε κάθε ΟΕ.

6.5.3 Αποτελέσματα

Οι υπολογισθείσες παράμετροι οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν στους πίνακες επιδιόρθωσης εκτιμήθηκαν στο πλήρες σετ των τεχνητών εικόνων τις οποίες αναφέραμε προηγουμένως. Εδώ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εκτίμησης για τρεις χαρακτηριστικές σκηνές για τις οποίες οι απεικονίσεις τους φαίνονται στις εικόνες 6.9(α)-6.9(γ).

	l_1	l_2	α	β	θ
noiseless	0.2295%	0.4590%	0.6771%	0.0112%	0.3817%
30dB	0.4812%	0.0210%	0.5834%	0.0376%	0.5273%
25dB	0.3966%	0.1782%	0.5795%	0.0170%	0.6057%
20dB	1.1237%	3.9952%	1.0681%	0.0810%	1.1398%

Πίνακας 6.1: Ποσοστό λάθους στην εκτίμηση των παραμέτρων για την εικόνα τους σχήματος 6.9(η).

	l_1	l_2	α	β	θ
noiseless	0.3698%	1.0473%	1.8463%	0.0104%	0.1234%
30dB	0.5664%	1.1408%	0.6657%	0.0158%	0.3419%
25dB	0.3006%	1.3307%	0.4325%	0.0467%	0.7342%
20dB	3.8497%	0.9162%	0.6294%	0.2491%	2.4567%

Πίνακας 6.2: Ποσοστό λάθους στην εκτίμηση των παραμέτρων για την εικόνα τους σχήματος 6.9(θ).

Στις εικόνες 6.9(δ)-6.9(ζ) επίσης φαίνεται η αντίστοιχη ΟΕ μαζί με τις καταγεγραμμένες γραμμές του πλέγματος όπως έχουν υπολογιστεί ύστερα από την διαδικασία της ομαδοποίησης ευθυγράμμων τμημάτων στα αρχικά στάδια επεξεργασίας. Στις εικόνες 6.9(η)-6.9(ι) φαίνονται οι επιδιορθωμένες ΟΕ μαζί με το ανακατασκευασμένο πλέγμα το οποίο δημιουργήθηκε με τις μεθόδους της ενότητας 6.4.

Για κάθε μία από αυτές τις ΟΕ προστέθηκαν διαφορετικά επίπεδα θορύβου και υπολογίστηκαν τα απόλυτα ποσοστά λάθους για τις παραμέτρους εκτίμησης. Τα αποτελέσματα για τις τρεις σκηνές συνοψίστηκαν στους πίνακες 6.1-6.3.

Όπως φαίνεται σε αυτούς τους πίνακες το σφάλμα για όλες τις παραμέτρους οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν στην διαδικασία επιδιόρθωσης δεν ξεπέρασε το 4% για την χειρότερη περίπτωση όπου οι ΟΕ περιείχαν υψηλά επίπεδα θορύβου της τάξης των 20dB.

Για μεσαία επίπεδα θορύβου και ποιότητα ΟΕ γύρω στα 25dB καμία παράμετρος δεν ξεπέρασε το μέγιστο απόλυτο σφάλμα του 3% ενώ για χαμηλά επίπεδα θορύβου και ποιότητα ΟΕ στα 30dB το μέγιστο απόλυτο σφάλμα για όλες τις παραμέτρους δεν ξεπέρασε

	l_1	l_2	α	β	θ
noiseless	1.1759%	0.6608%	1.6784%	0.0123%	0.1374%
30dB	0.3683%	1.1985%	0.5588%	0.1109%	0.3831%
25dB	0.1038%	2.9553%	0.0585%	0.0456%	0.4179%
20dB	1.3484%	1.9558%	1.7878%	0.3300%	0.4517%

Πίνακας 6.3: Ποσοστό λάθους στην εκτίμηση των παραμέτρων για την εικόνα τους σχήματος 6.9(ι).

	$\overline{\omega_i} \pm \sigma_{\omega_i}$	$\overline{\lambda_i} \pm \sigma_{\lambda_i}$
noiseless	$90.000^\circ \pm 0.049^\circ$	1.005 ± 0.010
30dB	$90.000^\circ \pm 0.050^\circ$	0.999 ± 0.011
25dB	$90.000^\circ \pm 0.052^\circ$	1.009 ± 0.012
20dB	$90.000^\circ \pm 0.070^\circ$	1.010 ± 0.014

Πίνακας 6.4: Εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για την ΟΕ της εικόνας 6.9(η).

	$\overline{\omega_i} \pm \sigma_{\omega_i}$	$\overline{\lambda_i} \pm \sigma_{\lambda_i}$
noiseless	$90.000^\circ \pm 0.097^\circ$	1.0070 ± 0.0066
30dB	$90.00^\circ \pm 0.11^\circ$	1.010 ± 0.010
25dB	$90.00^\circ \pm 0.19^\circ$	0.999 ± 0.016
20dB	$90.00^\circ \pm 0.21^\circ$	1.019 ± 0.019

Πίνακας 6.5: Εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για την ΟΕ της εικόνας 6.9(θ).

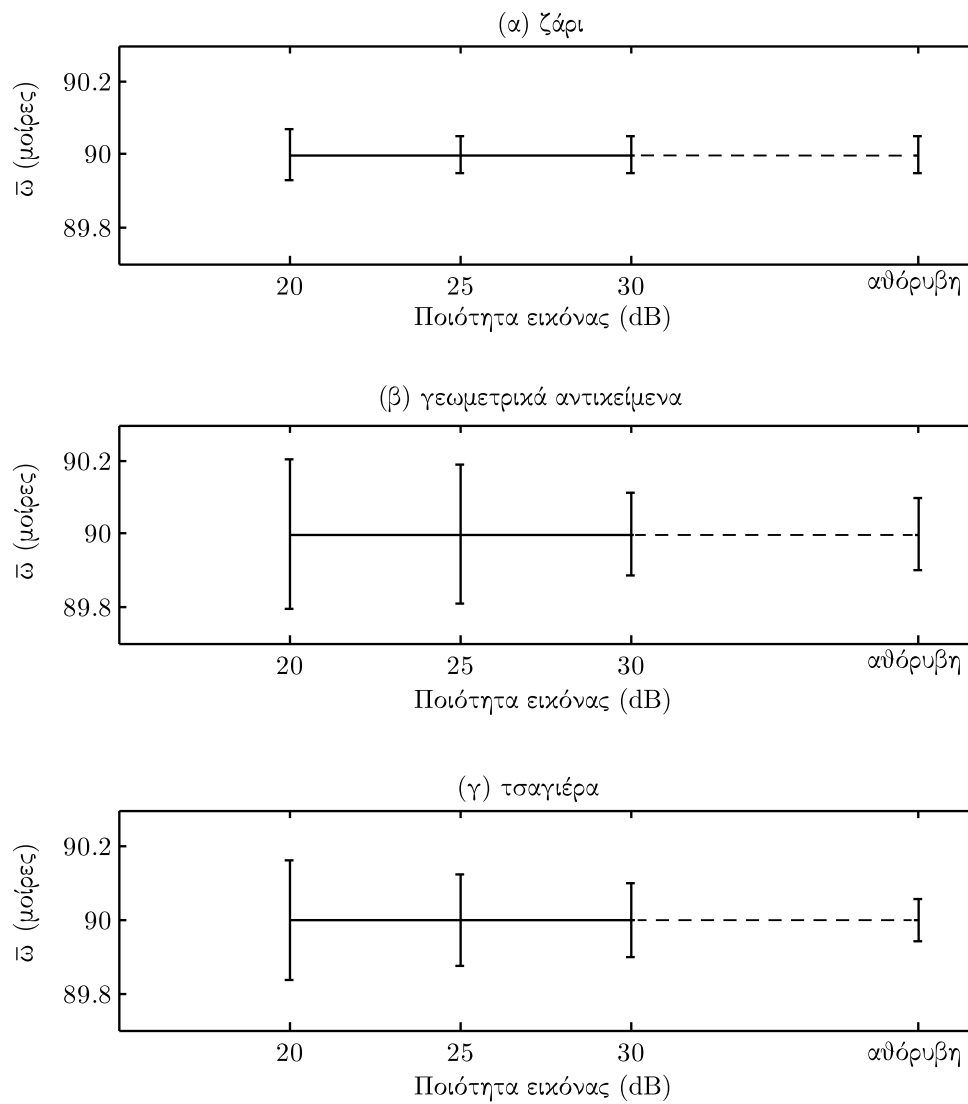
το 1.2%. Βέβαια θα πρέπει να αναφερθεί ότι καθώς δεν έχουν όλες οι παράμετροι τον ίδιο αντίκτυπο στο σφάλμα το οποίο εισάγουν στην τελική επιδιορθωμένη εικόνα, τα ποσοστά αυτά δεν παρέχουν μία λεπτομερή αναπαράσταση του τελικού σφάλματος επιδιόρθωσης.

Γι' αυτό το σκοπό υπολογίστηκε η γεωμετρική ποιότητα των επιδιορθωμένων γραμμών πλέγματος εκτιμώντας τις αποκλίσεις των λόγων πλευρών και των εσωτερικών γωνιών των επιδιορθωμένων ΣΕ. Τα αποτελέσματα για αυτές τις μετρήσεις φαίνονται για κάθε εικόνα στους πίνακες 6.4-6.6. Αυτά δείχνουν ότι η υπολογισθείσα μέση εσωτερική γωνία είναι 90° ανεξάρτητα από τα επίπεδα θορύβου. Επιπλέον η τιμή της τυπικής απόκλισης σ_{ω_i} σε όλες τις περιπτώσεις και για όλα τα διαφορετικά επίπεδα θορύβου δεν ξεπέρασε τις 0.21° . Το σφάλμα για την μέση τιμή εσωτερικής γωνίας φαίνεται στην εικόνα 6.10.

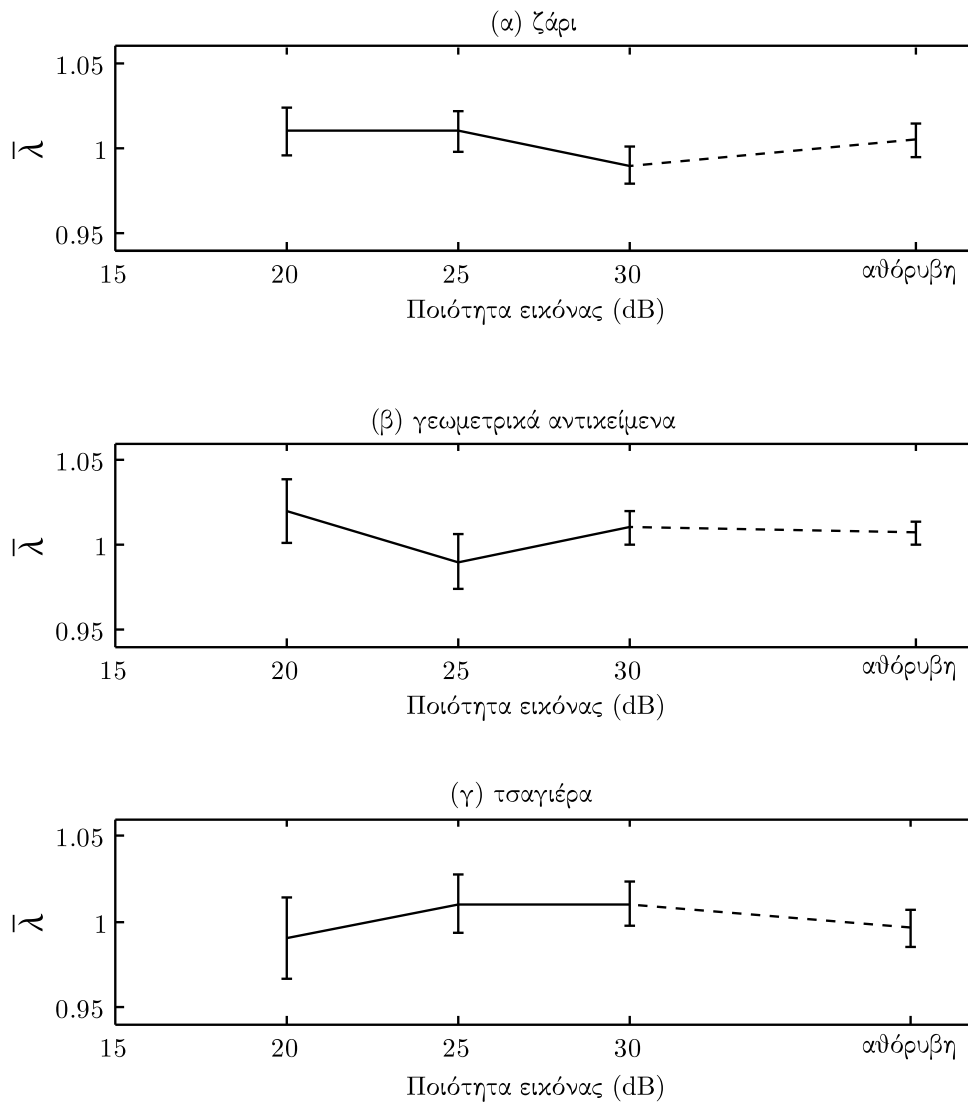
Ολοκληρώνοντας, παρατηρούμε ότι οι μέσοι λόγοι πλευρών $\overline{\lambda_i}$ για τις ΣΕ βρίσκονται σε όλες τις περιπτώσεις εντός ενός πολύ μικρού εύρους γύρω από την ιδανική τιμή λ_{id} με μία μικρή τυπική απόκλιση σ_{λ_i} η οποία στην χειρότερη περίπτωση ήταν $24 \cdot 10^{-3}$. Το σφάλμα για το μέσο λόγο πλευρών φαίνεται στην εικόνα 6.11.

	$\overline{\omega_i} \pm \sigma_{\omega_i}$	$\overline{\lambda_i} \pm \sigma_{\lambda_i}$
noiseless	$90.000^\circ \pm 0.060^\circ$	0.996 ± 0.011
30dB	$90.00^\circ \pm 0.10^\circ$	1.009 ± 0.013
25dB	$90.00^\circ \pm 0.12^\circ$	1.009 ± 0.017
20dB	$90.00^\circ \pm 0.16^\circ$	0.999 ± 0.024

Πίνακας 6.6: Εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για την ΟΕ της εικόνας 6.9(ι).



Εικόνα 6.10: Το σφάλμα για τη μέση τιμή εσωτερικής γωνίας στο ανακατασκευασμένο τετραγωνικό πλέγμα.



Εικόνα 6.11: Το σφάλμα για τη μέση τιμή κανονικοποιημένης πλευράς στο ανακατασκευασμένο τετραγωνικό πλέγμα.

l_1	l_2	α	β	θ
0.3267%	0.0264%	0.564%	0.0204%	0.324%

Πίνακας 6.7: Ποσοστά λάθους για την εκτίμηση των παραμέτρων επιδιόρθωσης της ΟΕ του σχήματος 6.12

$\overline{\omega_i} \pm \sigma_{\omega_i}$	$\overline{\lambda_i} \pm \sigma_{\lambda_i}$
$90.000^\circ \pm 0.055^\circ$	1.006 ± 0.010

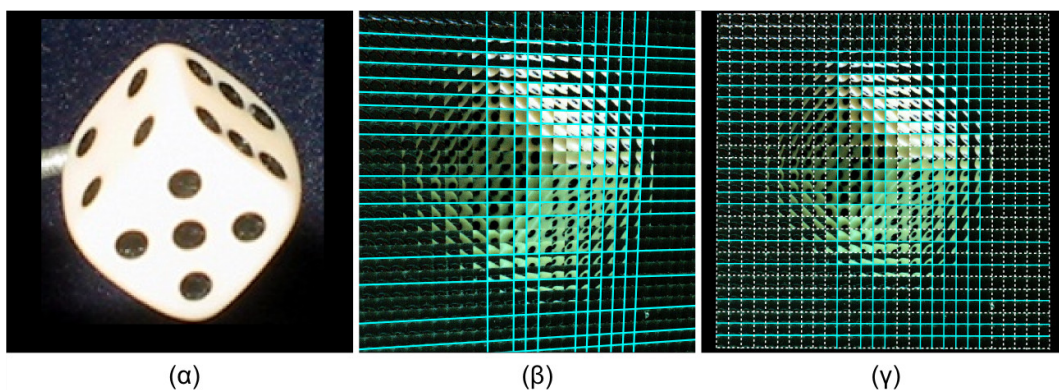
Πίνακας 6.8: Παράμετροι γεωμετρικής συνοχής για το σχήμα 6.12

6.5.4 Επικύρωση μεθόδου με οπτικά δεδομένα

Για την πλήρη επικύρωση της μεθόδου επιδιόρθωσης σε αληθινές συνθήκες χρησιμοποιήθηκε ένα επιπλέον σετ ΟΕ για να αναδειχθεί η ευρωστία της μεθόδου σε πραγματικά δεδομένα. Για τις οπτικές εικόνες ακολουθήθηκε η ίδια μεθοδολογία λήψης με το [40] και οι ίδιες συνθήκες παραμόρφωσης.

Οι μη γραμμικές παραμορφώσεις τις οποίες εισάγει ο φακός διορθώθηκαν αυτόματα από το ενσωματωμένο λογισμικό της φωτογραφικής μηχανής μας Canon EOS-500D η οποία χρησιμοποιήθηκε για τα πειράματα. Συνεπώς δεν λαμβάνονται υπόψη οι παραμορφώσεις αυτές στην όλη διαδικασία.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι σήμερα, όταν είναι γνωστά τα χαρακτηριστικά μεγέθη του φακού και ο τύπος της κάμερας η παραμόρφωση του φακού μπορεί να αφαιρεθεί με ένα πλήθος μεθόδων έτοιμου λογισμικού όπως πραγματοποιήθηκε στο [40].



Εικόνα 6.12: Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου μας σε μία πραγματική ενός ενός ζαριού.

Εδώ παραθέτονται τα αποτελέσματα για την πραγματική φωτογραφία ενός ζαριού όπως φαίνεται στην εικόνα 6.12. Η ληφθείσα ΟΕ με το πλέγμα της φαίνεται στην εικόνα 6.12(β) ενώ η επιδιορθωμένη ΟΕ με το ανακατασκευασμένο πλέγμα φαίνεται στην εικόνα 6.12(γ).

Οι τιμές των παραμέτρων οι οποίες συνοψίζονται στους πίνακες 6.7-6.8 δείχνουν ότι τα αποτελέσματα του αλγορίθμου μας για οπτικά δεδομένα συμβαδίζουν με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης σε τεχνητά δεδομένα.

6.6 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκε ένα πλήρες σύστημα το οποίο πραγματοποιεί αυτόματη επιδιόρθωση ΟΕ για την αντιμετώπιση των καταστάσεων όπου έλλειψη ευθυγράμμισης έχει ως αποτέλεσμα τα επίπεδα της ΣΣΦ και του αισθητήρα CCD να μην είναι παράλληλα.

Ένα από τα ισχυρά χαρακτηριστικά του προτεινόμενου συστήματος είναι η ελαχιστοποίηση των συνολικών παραμέτρων οι οποίες θα πρέπει να είναι εκ των προτέρων γνωστές από το σύστημα. Γνωρίζουμε ότι οι απαιτούμενες παράμετροι είναι τα χαρακτηριστικά μεγέθη της ΣΣΦ και της οθόνης LCD. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι αυτές οι παράμετροι χρειάζονται μόνο στην περίπτωση όπου είναι απαραίτητη η αλλαγή κλίμακας σε μία συσκευή αναπαραγωγής.

Η ακρίβεια της μεθόδου επικυρώθηκε μέσω της γεωμετρικής συνοχής των επιδιορθωμένων πλεγμάτων ΟΕ μέσω ενός σετ τεχνητών αλλά και πραγματικών ΟΕ με διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας τόσο ως προς την υφή αλλά και ως προς τα αντικείμενα που φωτογραφήθηκαν. Τα αποτελέσματα δείχνουν μόνο μικρές αποκλίσεις από τις ιδανικές τιμές γωνιών ενώ η μέση τιμή τους είναι πάντα ίση με ω_{id} .

Συγκεκριμένα πρέπει να αναφερθεί ότι η περιγραφείσα μέθοδος διαφέρει από τις προηγούμενες λύσεις που προτάθηκαν [40] καθώς χρησιμοποιεί όλα τα καταγεγραμμένα ευθύγραμμα τμήματα της ΟΕ για την διαδικασία της γεωμετρικής επιδιόρθωσης. Ο μεγάλος αριθμός ευθυγράμμων τμημάτων τα οποία ανιχνεύονται μέσω του αλγορίθμου LSD παρέχει ισχυρή στατιστική υποστήριξη στην εύρεση των γραμμών του πλέγματος μέσω της διαδικασίας στατιστικής ομαδοποίησης.

Αυτή η στατιστική προσέγγιση ελαττώνει δραστικά τον αριθμό των λαθών ανίχνευσης και πρακτικά ελαχιστοποιεί το εισαγόμενο σφάλμα στα μετέπειτα στάδια του προτεινόμενου συστήματος. Η ακρίβεια της μεθόδου αυξάνεται ακόμη περισσότερο μέσω της διαδικασίας με την οποία βρίσκονται τα σημεία φυγής. Χρησιμοποιώντας περισσότερα από ένα ζεύγη τεμνόμενων γραμμών ελαττώνεται το λάθος εύρεσης των συντεταγμένων των ΣΦ. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι ακόμη και μικρά λάθη στον υπολογισμό των ΣΦ μεταδίδονται στους επόμενους πίνακες της διαδικασίας γεωμετρικής επιδιόρθωσης.

Η ευρωστία του προτεινόμενου συστήματος επικυρώνεται επιπλέον μέσω του γεγονότος ότι η ακρίβεια των επιδιορθωμένων πλεγμάτων παραμένει σχεδόν αμετάβλητη ανεξάρτητα από τη χρήση διαφορετικών επιπέδων πολυπλοκότητας στο περιεχόμενο των ΟΕ. Επιπλέον η δημιουργία και χρήση ενός μόνο πίνακα αντί για την ακολουθιακή εφαρμογή των πινάκων H_p, H_a, H_s μειώνει δραστικά το χρόνο εκτέλεσης. Περαιτέρω βέλτιστος χρόνος εκτέλεσης παρέχεται μέσω της χρήσης του αλγορίθμου LSD ο οποίος χρησιμοποιείται για την ανίχνευση ευθυγράμμων τμημάτων.

Λόγω των παραπάνω, η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί να αποτελέσει ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για όλες τις διεργασίες που απαιτούν γεωμετρική επεξεργασία και επιδιόρθωση των ΟΕ, παρέχοντας ακριβή και εύρωστα αποτελέσματα επιδιόρθωσης χωρίς την παρέμβαση του χρήστη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΑΠΟ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΕΞΑΓΩΝΙΚΩΝ ΦΑΚΩΝ

7.1 Περίληψη

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μία αναφορά στον τρόπο λειτουργίας ενός συστήματος λήψης και αναπαραγωγής ΟΕ βασιζόμενο σε τετράγωνους φακούς, καθώς η παρουσίαση μίας μεθόδου για την επιδιόρθωση γεωμετρικών παραμορφώσεων που προκύπτουν από ελλείψεις ευθυγράμμισης μεταξύ των τμημάτων της συσκευής λήψης.

Σε αυτό το κεφάλαιο προτείνεται μία μέθοδος επιδιόρθωσης παραμορφώσεων για ΟΕ οι οποίες λαμβάνονται από συστοιχίες εξαγωνικών φακών. Για την επίτευξη αυτού εφαρμόστηκε η γενική θεωρία προβολικής επιδιόρθωσης επιπέδων λαμβάνοντας υπόψη τα ιδιαίτερα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των προοπτικά παραμορφωμένων εξαγωνικών πλεγμάτων.

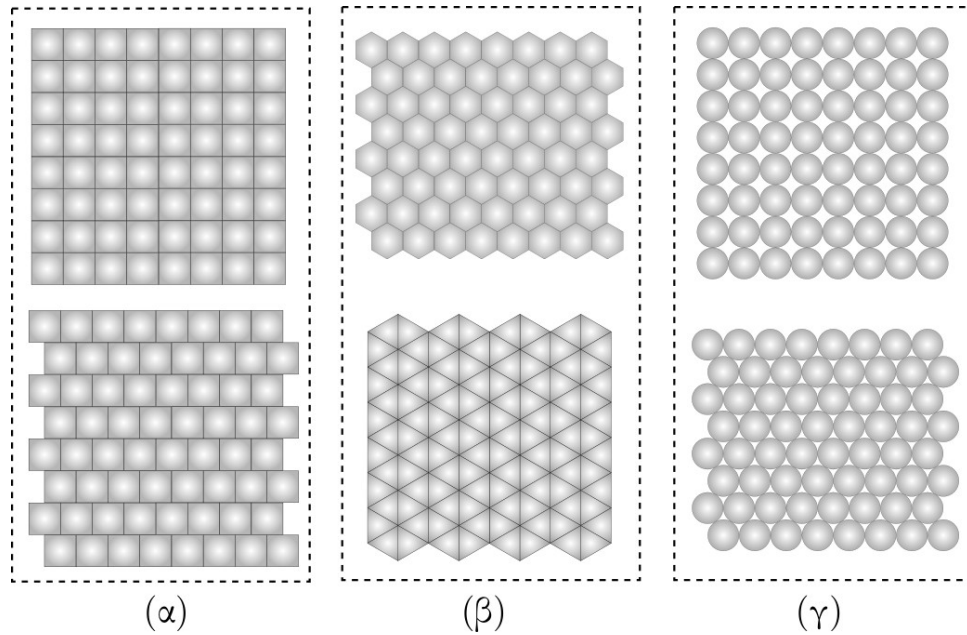
7.2 Εισαγωγή

Οι διάφοροι τύποι φακών οι οποίοι χρησιμοποιούνται στην ΟΦ, έχουν συγκεκριμένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά καθώς και διαφορετικά πλεονεκτήματα-μειονεκτήματα. Τις συστοιχίες οι οποίες είναι διαδεδομένες σήμερα μπορούμε να δούμε στην εικόνα 7.1.

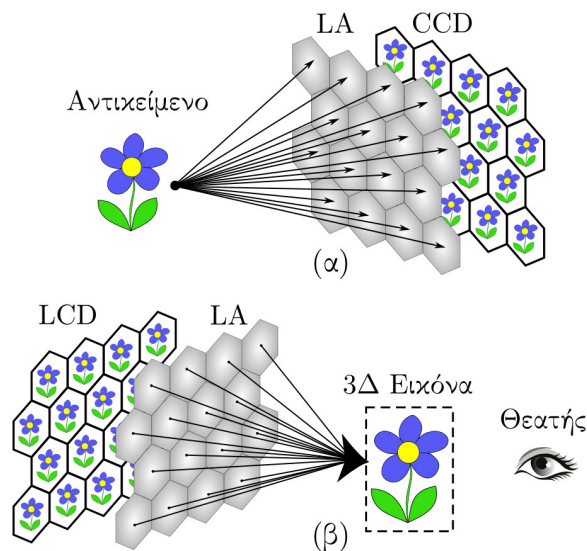
Η γνωστή διαδικασία λήψης και αναπαραγωγής ΟΕ αλλάζει μόνο ως προς τον τύπο της συστοιχίας φακών και μία σχηματική της αναπαράσταση μπορούμε να δούμε στην εικόνα 7.2.

Ένα εύλογο ερώτημα το οποίο θα μπορούσε να τεθεί εδώ είναι η χρησιμότητα των πλεγμάτων εξαγωνικών φακών στην λήψη και αναπαραγωγή ΟΕ. Όπως φαίνεται και από την εικόνα 7.1(γ) οι λιγότερο αποδοτικοί φακοί ως προς την εκμετάλλευση επιφάνειας αισθητήρα είναι οι κυκλικοί καθώς αφήνουν σημαντικά κενά ανάμεσά τους. Σύμφωνα με την υπάρχουσα βιβλιογραφία η μέγιστη εκμετάλλευση της επιφάνειας του αισθητήρα πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας εξαγωνικούς φακούς καθώς αυτοί παρέχουν τον βέλτιστο συνδυασμό σφαιρικής όψης αλλά και αξιοποίησης επιφάνειας αισθητήρα CCD [46, 47].

Γίνεται έτσι προφανές ότι θα πρέπει να προταθεί μία ευέλικτη μέθοδος επιδιόρθωσης των

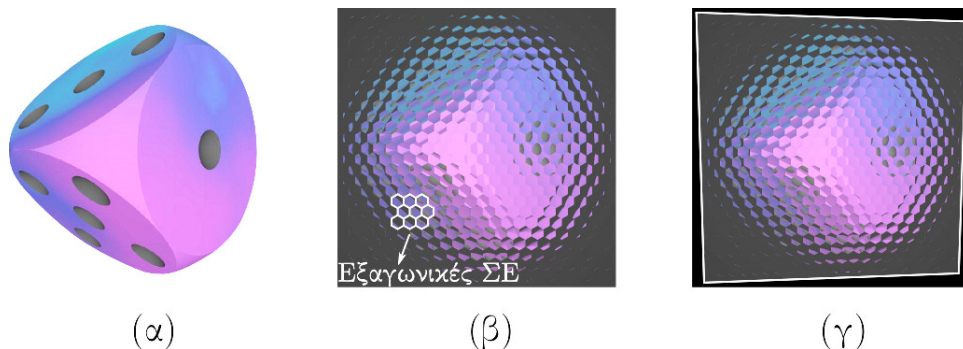


Εικόνα 7.1: Οι διαφορετικού τύπου συστοιχίες φακών που χρησιμοποιούνται στην ΟΦ. (α) τετραγωνικοί, (β) εξαγωνικοί-τριγωνικοί, (γ) κυκλικοί φακοί.



Εικόνα 7.2: (α) Διάταξη λήψης ΟΕ με ΣΣΦ αποτελούμενη από εξαγωνικούς φακούς. (β) Διάταξη αναπαραγωγής ΟΕ με ΣΣΦ αποτελούμενη από εξαγωνικούς φακούς

αντίστοιχων ΟΕ. Οι σχετικές εργασίες που έχουν ήδη παρουσιαστεί στον τομέα της επιδιόρθωσης ΟΕ επικεντρώνονται αποκλειστικά σε τετραγωνικούς φακούς [7, 40, 37]. Η μέθοδος που θα παρουσιαστεί είναι προσαρμοσμένη σε εξαγωνικά πλέγματα και βασίζεται στη μέθοδο επιδιόρθωσης η οποία παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.



Εικόνα 7.3: (α) Το αντικείμενο της λήψης, (β) ΟΕ που προκύπτει μέσω εξαγωνικών φακών, (γ) προβολικά παραμορφωμένη ΟΕ.

Στην εικόνα 7.3 μπορούμε να δούμε μία χαρακτηριστική σκηνή καθώς και τις ΟΕ που προκύπτουν από αυτήν για ευθυγραμμισμένα αλλά και μη ευθυγραμμισμένα επίπεδα ΣΣΦ-αισθητήρα.

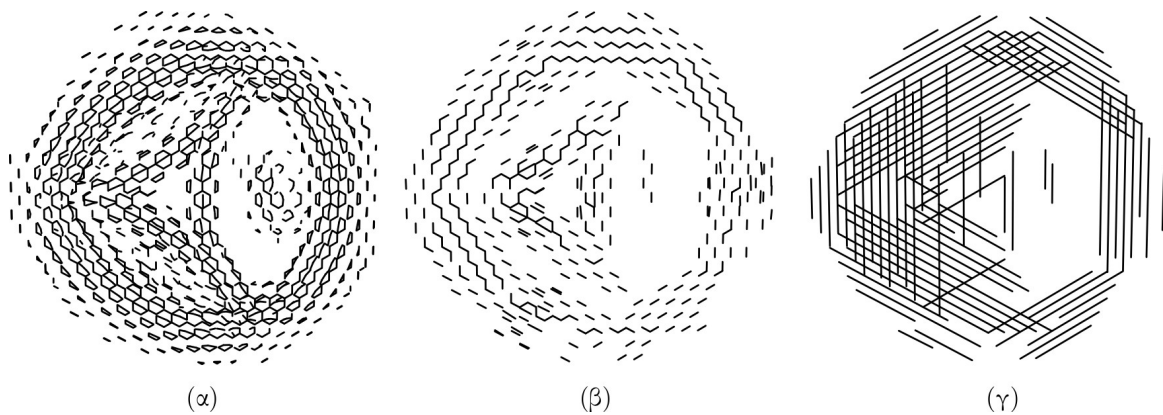
Όπως και προηγουμένως η βασική ιδέα του προτεινόμενου συστήματος είναι η χρήση όλων των ανιχνευμένων ακμών οι οποίες διαχωρίζουν τους εξαγωνικούς φακούς του πλέγματος. Αυτή η προσέγγιση μεγιστοποιεί την αξιοπιστία και αποτελεσματικότητα της γεωμετρικής επιδιόρθωσης λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο των δομικών χαρακτηριστικών του εξαγωνικού πλέγματος.

7.3 Ανίχνευση ευθυγράμμων τμημάτων

Το βασικό και πρωταρχικό βήμα σε όλες τις μεθόδους γεωμετρικής επιδιόρθωσης είναι η ανίχνευση τμημάτων τα οποία καθορίζουν τις ακμές των φακών. Γι αυτό το λόγο χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος LSD [8] λόγω του γεγονότος ότι δεν απαιτεί προεπιλογή παραμέτρων και δεν πραγματοποιεί λάθη εξαιτίας του τυχαίου περιεχομένου της υφής μέσα στις ΣΕ.

Ο αλγόριθμος δημιουργεί μία ακολουθία από ευθύγραμμα τμήματα $\{l_i\}$ στα οποία το καθένα περιγράφεται από τα σημεία αρχής και τέλους, για τα οποία οι συντεταγμένες τους είναι αντίστοιχα (x_{s_i}, y_{s_i}) και (x_{e_i}, y_{e_i}) . Τα ευθύγραμμα τμήματα τα οποία ανιχνεύονται φαίνονται στην εικόνα 7.4(α). Έτσι στην ακολουθία $\{l_i\}$ θα περιέχονται τόσο τμήματα τα οποία αντιστοιχούν σε ακμές πλέγματος αλλά και σε λανθασμένες ανιχνεύσεις.

Επίσης όπως εύκολα μπορούμε να παρατηρήσουμε από την ίδια εικόνα οι γωνίες που

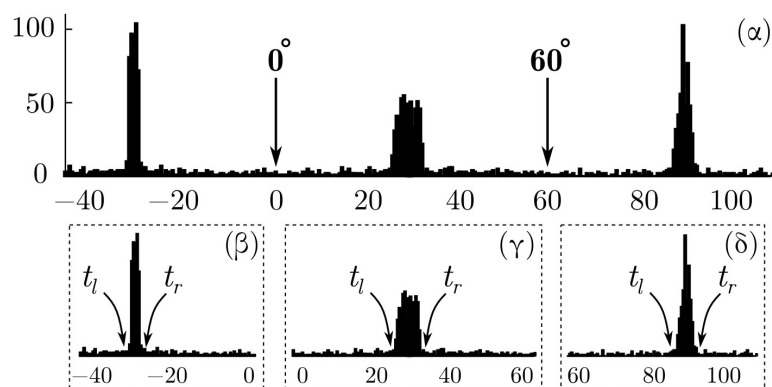


Εικόνα 7.4: (α) Ευθύγραμμα τμήματα μετά την εφαρμογή του LSD, (β) Τμήματα μετά την αποβολή των λανθασμένων ανιχνεύσεων (γ) Τμήματα μετά τις διαδικασίες ομαδοποίησης και ελαχίστων τετραγώνων.

χαρακτηρίζουν τις διευθύνσεις των τμημάτων που έχουν ανιχνευθεί, σχηματίζουν τρεις πληθυσμούς οι οποίοι διαχωρίζονται από μία γωνιακή απόσταση 60° , ενώ τα υπόλοιπα τμήματα παρουσιάζουν τυχαίες γωνίες. Καθώς λοιπόν το σχήμα μίας τέλει ΣΕ είναι ένα κανονικό εξάγωνο, οι διευθύνσεις των τριών ζευγών γραμμών οι οποίες σχηματίζουν τις πλευρές του θα πρέπει να σχηματίζουν γωνίες $-30^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ με τον x -άξονα. Στην πραγματικότητα όμως στην παραμορφωμένη ΟΕ οι τιμές αυτές θα παρουσιάζουν κάποιες μικρές αποκλίσεις.

7.3.1 Εντοπισμός και απόρριψη λανθασμένων τμημάτων

Για να εντοπιστούν και να αποβληθούν το σύνολο των λανθασμένα ανιχνευμένων ευθύγραμμων τμημάτων υπολογίζεται η ακολουθία γωνιών διευθύνσεων για την $\{l_i\}$ και στη συνέχεια υπολογίζεται το ιστόγραμμα των γωνιών για το εύρος $(-45^\circ, 135^\circ]$ όπως φαίνεται στην εικόνα 7.5. Η επιλογή του εύρους αυτού γίνεται για να αποφύγουμε την αναδίπλωση γωνιών γύρω από τις 90° .



Εικόνα 7.5: (α) Το ιστόγραμμα γωνιών για όλα τα ευθύγραμμα τμήματα του αλγορίθμου LSD, (β), (γ), (δ) επιμέρους ιστογράμματα γωνιών για τα αντίστοιχα διαστήματα $(-45^\circ, 135^\circ]$, $(0^\circ, 60^\circ]$ και $(60^\circ, 135^\circ]$

Κάθε ένας από τους τρεις λοβούς οι οποίοι ξεκάθαρα σχηματίζονται στο σχήμα 7.5(α) αντιστοιχεί στην πλειοψηφία του σε τμήματα τα οποία απαρτίζουν το πλέγμα των ΣΕ. Οι τρεις λοβοί δεικτοδοτούνται με βάση την κεντρική τους γωνία ως -30° , 30° , 90° . Τα υπόλοιπα κελιά του ιστογράμματος περιέχουν μικρούς πληθυσμούς τυχαίων τμημάτων τα οποία αντιστοιχούν στην υφή η οποία περιέχεται μέσα στις ΣΕ.

Χρησιμοποιώντας την διεργασία η οποία ακολουθεί απομονώνονται αυτόματα οι πληθυσμοί των τριών αυτών βασικών διευθύνσεων:

1. Το ιστόγραμμα διαχωρίζεται χρησιμοποιώντας τα σημεία μεταξύ των λοβών σχηματίζοντας έτσι τρία διαφορετικά ιστογράμματα τα οποία περιέχουν το καθένα από ένα λοβό.
2. Για κάθε ένα από τα τρία ιστογράμματα εντοπίζεται το κελί το οποίο παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή. Ξαναδιαχωρίζεται το ιστόγραμμα με βάση τη μέγιστη τιμή όπως φαίνεται στις εικόνες 7.5(α), 7.5(β), 7.5(γ).
3. Εφαρμόζεται τον Αλγόριθμο Βέλτιστου Κατωφλίου (ABK) [42] σε κάθε ένα από τους διαχωρισμένους πληθυσμούς του προηγούμενου βήματος για τον υπολογισμό δύο κατωφλίων t_l , t_r . Αυτά διαχωρίζουν τους πληθυσμούς των λοβών από τις λανθασμένες ανιχνεύσεις.
4. Τελικά αγνοούνται όλα τα τμήματα με μήκος μικρότερο από 10% του μέγιστου μήκους για να ελαχιστοποιηθεί η απροσδιοριστία που εισάγουν μικροσκοπικά, λάθος ανιχνευμένα τμήματα.

Αφού συγκριθεί η εικόνα 7.5(α) με την εικόνα 7.5(β) μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το μεγαλύτερο πλήθος των λανθασμένων ανιχνεύσεων οι οποίες δεν αναπαριστούν ακμές πλέγματος, έχει απορριφθεί. Μένει ακόμη ένα μικρό πλήθος λαθών ανίχνευσης τα οποία θα ελαττωθούν περαιτέρω στα μετέπειτα στάδια του αλγορίθμου.

7.3.2 Ομαδοποίηση συγγραμικών τμημάτων

Στην ενότητα αυτή χρησιμοποιείται η τεχνική ομαδοποίησης ευθυγράμμων τμημάτων η οποία έχει αναλυθεί λεπτομερώς στην ενότητα 6.3.3. Χρησιμοποιούμε το μέτρο συμμετρικής ανομοιότητας

$$d_m(l_i, l_j) = \max\{d(s_i, l_j), d(e_i, l_j), d(s_j, l_i), d(e_j, l_i)\} \quad (7.1)$$

όπου $d(p, l)$ αναπαριστά την απόσταση του σημείου p από το ευθύγραμμο τμήμα l . Επιπλέον ο ορισμός του $d_m(l_i, l_j)$ εκτείνεται στο μέτρο ανομοιότητας μεταξύ δύο ομάδων συγγραμμικών τμημάτων C_p και C_q ως

$$d_m(C_q, C_p) = \min\{d_m(l, l')\}, l \in C_p, l' \in C_q \quad (7.2)$$

Χρησιμοποιείται μία παραλλαγή της τεχνικής ιεραρχικής ομαδοποίησης η ομαδοποίηση ενιαίας σύνδεσης (single linkage clustering) [43] η οποία χρησιμοποιείται για τον σχηματισμό των ομάδων. Η διεργασία ομαδοποίησης τερματίζεται μόλις το μέτρο ελάχιστης ανομοιότητας ξεπεράσει την τιμή κατωφλίου d_{th} [37].

Αφού ολοκληρωθεί η ομαδοποίηση σχηματίζεται η αντίστοιχη γραμμή ελαχίστων τετραγώνων για τα σημεία που ορίζουν τις άκρες των ευθυγράμμων τμημάτων κάθε ομάδας. Στην εικόνα 7.2(γ) βλέπουμε τις γραμμές αυτές. Το μήκος τους το περιορίζουμε στο συνολικό εύρος των τμημάτων κάθε ομάδας. Σε αυτό το σημείο έχουν σχηματιστεί τρεις ομάδες εξισώσεων γραμμών οι οποίες ονομάζονται L_{-30° , L_{30° , L_{90° και οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια της διαδικασίας γεωμετρικής επιδιόρθωσης.

7.4 Λεπτομέρειες υλοποίησης

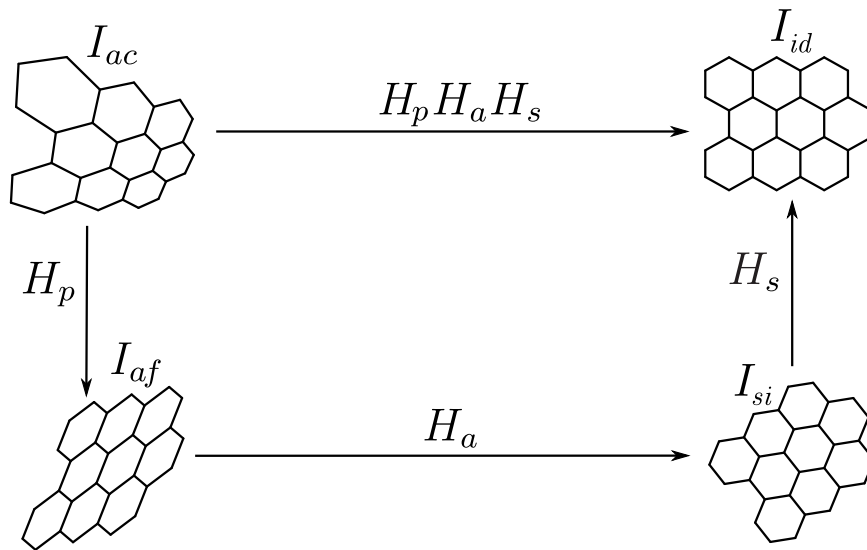
Όπως είναι ήδη γνωστό από την θεωρία προβολικής επιδιόρθωσης επιπέδων η μη παραμορφωμένη εικόνα I_{id} σχετίζεται με την παραμορφωμένη εικόνα I_{ac} μέσω ενός προβολικού μετασχηματισμού H .

Ο πίνακας H γράφεται σαν το γινόμενο $H_p H_a H_s$ όπου ο H_p είναι προβολικός πίνακας, ο H_a είναι αφινικός και επιδιορθώνει τις μετρικές ιδιότητες και ο H_s στην περίπτωση μας είναι ένας απλός περιστροφικός πίνακας καθώς στο εν λόγω πρόβλημα δεν μας απασχολούν η μετατόπιση καθώς και η αλλαγή κλίμακας.

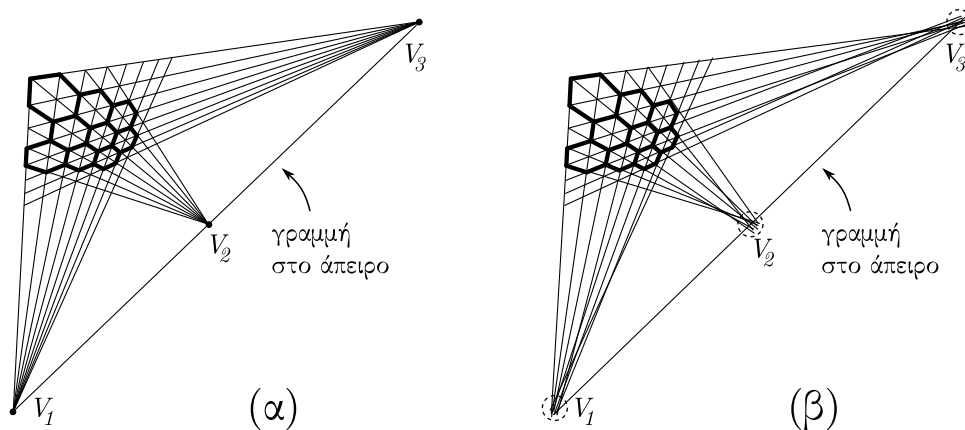
Οι πίνακες επιδιόρθωσης δίνονται από τις σχέσεις:

$$H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{pmatrix}, H_a = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\alpha}{\beta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, H_s = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.3)$$

όπου l_1, l_2, l_3 είναι οι παράμετροι της γραμμής στο άπειρο [9] και α, β οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης. Η διαδοχική εφαρμογή των πινάκων αυτών σε ένα προβολικά παραμορφωμένο εξαγωνικό πλέγμα φαίνεται στην εικόνα 7.6.



Εικόνα 7.6: Ο μετασχηματισμός ενός εξαγωνικού πλέγματος μέσω των πινάκων H_p, H_a, H_s .



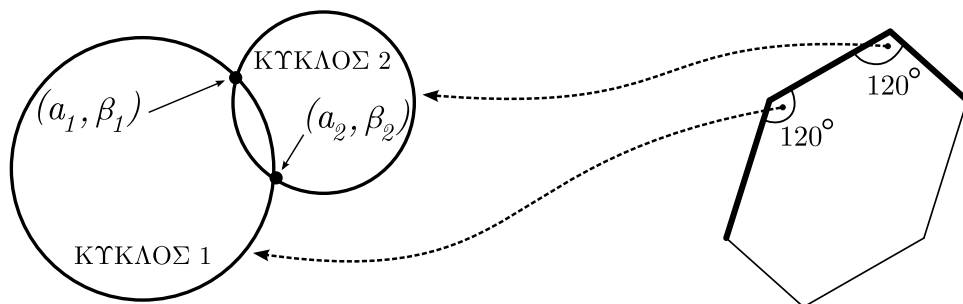
Εικόνα 7.7: (α) Ένα τέλεια ανιχνευμένο εξαγωνικό πλέγμα με τις γραμμές των ακμών του να τέμνονται στα αντίστοιχα V_1, V_2, V_3 . (β) Ένα εξαγωνικό πλέγμα στο οποίο δεν έχει πραγματοποιηθεί τέλεια ανίχνευση. Κάθε σέτ γραμμών τέμνεται σε μία περιοχή της γραμμής του απείρου.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφερθεί ένα βασικό στοιχείο της προβολικής γεωμετρίας το οποίο και εφαρμόζεται στην παρούσα εργασία για την περίπτωση των εξαγωνικών πλεγμάτων. Κάθε επίπεδο έχει μόνο μία γραμμή στο άπειρο. Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι κάθε σετ παράλληλων γραμμών έχει το αντίστοιχό του σημείο φυγής, συμπεραίνουμε ότι στην περίπτωση μας υπάρχουν τρία σημεία φυγής τα οποία συμβολίζουμε με V_1, V_2, V_3 . Αυτά βρίσκονται πάνω στη γραμμή του απείρου κάτι το οποίο μπορούμε να παρατηρήσουμε στην εικόνα 7.7(α).

Εξαιτίας όμως των λαθών ανίχνευσης τα τρία σετ γραμμών δεν θα τέμνονται σε τρία μεμονωμένα σημεία αλλά σε τρεις περιοχές τις οποίες μπορούμε να δούμε στο σχήμα 7.7(β). Για να αντιμετωπιστεί αυτό το ζήτημα υπολογίζεται ο αριθμητικός μέσος των συντεταγμένων για τα σημεία τομής στην κάθε περιοχή. Με αυτό τον τρόπο συνάγεται μία εκτίμηση των συντεταγμένων των τριών σημείων φυγής. Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζεται ένας πιο βελτιστοποιημένος τρόπος για τον προσδιορισμό του αντιπροσώπου σημείου το οποίο αντιστοιχεί στις τομές πολλαπλών ευθειών.

Αφού εξαχθεί ο πίνακας H_p εφαρμόζεται στα τρία σετ εξισώσεων γραμμών $L_{-30^\circ}, L_{30^\circ}, L_{90^\circ}$ παράγοντας τρία νέα σετ γραμμών στα οποία το καθένα έχει τις γραμμές του σχεδόν παράλληλες εφόσον ο πολλαπλασιασμός με τον πίνακα H_p μετασχηματίζει το παραμορφωμένο επίπεδο σε αφινικό. Σε αυτή τη φάση του αλγορίθμου έχει ανακτηθεί η παραλληλία των γραμμών αλλά οι λόγοι μήκους καθώς και γωνιών είναι λανθασμένοι. Έτσι το πλέγμα εξαγωνικών ΣΕ έχει τη μορφή του πλέγματος παραλληλογράμμων I_{af} που βλέπουμε στο κάτω αριστερά τμήμα της εικόνας 7.6.

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων μετρικής επιδιόρθωσης α, β εφαρμόζονται τα κριτήρια δημιουργίας κύκλων τα οποία αναλύθηκαν στην ενότητα 4.6.3. Πιο συγκεκριμένα γνωρίζοντας ότι η κάθε εσωτερική γωνία ενός κανονικού εξαγώνου είναι 120° και όπως βλέπουμε στην εικόνα 7.8, το κριτήριο των γνωστών γωνιών εφαρμόζεται δύο φορές πάνω



Εικόνα 7.8: Εφαρμογή του κριτηρίου γωνιών

στις συντεταγμένες του I_{af} : Μεταξύ των μέσων διευθύνσεων των ευθειών που αντιστοιχούν σε 90° και 30° και μεταξύ των μέσων διευθύνσεων των ευθειών που αντιστοιχούν σε

30° και -30° . Κάθε εφαρμογή του κριτηρίου δημιουργεί ένα διαφορετικό κύκλο στο επίπεδο $\alpha\beta$. Λαμβάνεται η τομή (α_i, β_i) των δύο κύκλων η οποία έχει $\beta > 0$ [44].

Η εφαρμογή του πίνακα H_a έχει ως αποτέλεσμα μία μετρικά επιδιορθωμένη εικόνα η οποία είναι ελαφρώς περιστραμμένη. Για την εύρεση του πίνακα περιστροφής H_s ο οποίος είναι ένας μετασχηματισμός ομοιότητας μεταξύ των I_{si} και I_{id} υπολογίζεται η γωνία περιστροφής θ έτσι ώστε οι γραμμές πλέγματος του I_{si} να γίνουν παράλληλες με τις γραμμές πλέγματος του I_{id} .

7.4.1 Εύρεση σημείων φυγής μέσω ελαχίστων τετραγώνων

Η εύρεση των συντεταγμένων του σημείου τομής πολλών ευθειών χρησιμοποιώντας τον μέσο όρο των συντεταγμένων τομής δεν είναι η βέλτιστη μέθοδος για μία εύρωστη εκτίμηση, ιδιαίτερα στην περίπτωση ύπαρξης θορύβου. Επιπλέον πιθανά λάθη στην εύρεση των σημείων φυγής μεταδίδονται στις τιμές των πινάκων H_a, H_s καθώς αυτοί βασίζονται στις συντεταγμένες των σημείων του αφινικού χώρου [44]. Συνεπώς πιθανή έλλειψη ακρίβειας υπολογισμού του H_p δημιουργεί προβλήματα στο σύνολο της διεργασίας μετρικής επιδιόρθωσης.

Γι αυτό το λόγο εισάγουμε μία μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων η οποία επιδρά σε ένα υπερπροσδιορισμένο σύστημα γραμμικών εξισώσεων το οποίο σχηματίζουμε από τις εξισώσεις των παραμορφωμένων ευθειών.

Αναλυτικότερα παρατηρούμε ότι οι τεμνόμενες σε ένα σημείο φυγής γραμμές ενός σετ ευθειών μπορούν να περιγραφούν από την εξίσωση

$$a_i x_0 + b_i y_0 = c_i \quad (7.4)$$

όπου (x_0, y_0) είναι οι συντεταγμένες του αντίστοιχου σημείου φυγής και a_i, b_i, c_i οι παράμετροι της κάθε γραμμής. Ολόκληρο το σετ ευθειών σχηματίζει το σύστημα:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = (c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_n)^T \quad (7.5)$$

Η λύση ελαχίστων τετραγώνων για το προηγούμενο σύστημα είναι μία βέλτιστη προσέγγιση για την εύρεση του σημείου φυγής για κάποιο σετ γραμμών. Αυτή η προσέγγιση είναι πολύ πιο ανθεκτική στο θόρυβο, ακριβής καθώς και υπολογιστικά ευέλικτη συγκρινόμενη με την εύρεση όλων των σημείων τομής και στη συνέχεια του μέσου όρου συντεταγμένων.

Η λύση του υπερπροσδιορισμένου συστήματος για το κάθε σετ ευθειών εξάγει τα τρία σημεία φυγής V_1, V_2, V_3 . Στις επόμενες ενότητες πραγματοποιείται μία εκτενής ανάλυση αποτελεσμάτων συγκρίνοντας τις δύο μεθόδους εύρεσης σημείων φυγής.

7.5 Πειράματα και αποτελέσματα

Χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία η οποία περιγράφεται αναλυτικά στο [45] δημιουργήθηκε ένα σύνολο διαφορετικών ΟΕ με εξαγωνικούς φακούς. Οι εικόνες αυτές παραμορφώθηκαν με γνωστούς πίνακες H_p, H_a, H_s και εισήχθησαν τρία διαφορετικά επίπεδα θορύβου.

Η εν λόγω προσέγγιση προσφέρει πλήρη έλεγχο πάνω στην πολυπλοκότητα της αναπαραχθείσας σκηνής και των χαρακτηριστικών θορύβου. Επιπλέον παρέχει εκ των προτέρων γνώση για τις ιδανικές τιμές των παραμέτρων $l_1, l_2, \alpha, \beta, \theta$. Η γραμμή στο άπειρο είναι πάντα σε κανονικοποιημένη μορφή και γι αυτό παραλείπεται η παράμετρος l_3 .

Επιπλέον χρησιμοποιώντας ένα σύνολο από οπτικά παραμορφωμένες ληφθείσες ΟΕ μετρήθηκε η γεωμετρική τους συνοχή θεωρώντας τα τρία σετ L_A, L_B, L_C . Αυτά αντιστοιχούν σε $90^\circ, 30^\circ, -30^\circ$ αντίστοιχα. Εισήχθησαν δύο παράμετροι οι οποίες μπορούν να μετρηθούν αλγοριθμικά στο επιδιορθωμένο πλέγμα:

1. Οι αμβλείες γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ των γραμμών L_A, L_B και L_A, L_C . Σχηματίστηκε η ακολουθία $\{\omega\}$ όλων των τιμών γωνιών που υπολογίστηκαν οι οποίες στην ιδανική περίπτωση θα έπρεπε να είναι 120° καθώς αντιστοιχούν σε εσωτερικές γωνίες εξαγώνου.
2. Μετρήθηκε το μήκος των τμημάτων σε κάθε γραμμή του L_A όταν τέμνεται από τις γραμμές του L_B . Όμοια μετρήθηκε το μήκος των ευθυγράμμων τμημάτων τα οποία σχηματίζονται από τα σετ L_A, L_C και L_B, L_C . Στην ιδανική περίπτωση τα τμήματα αυτά θα έπρεπε να έχουν το ίδιο μήκος. Δημιουργούμε την ακολουθία των τμημάτων αυτών και την κανονικοποιούμε διαιρώντας με το μέσο μήκος τμήματος. Η ακολουθία $\{\lambda\}$ που προκύπτει περιέχει κανονικοποιημένα μήκη τα οποία στην ιδανική περίπτωση θα έπρεπε να είναι 1.

7.5.1 Αποτελέσματα

Σε αυτή την ενότητα παραθέτονται τα αποτελέσματα μετρικής επιδιόρθωσης για το σύνολο των οπτικών ΟΕ που χρησιμοποιήθηκαν συγκρίνοντας τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τις δύο διαφορετικές μεθόδους εύρεσης σημείων φυγής οι οποίες προαναφέρθηκαν. Για

όλες τις οπτικές εικόνες συλλέχθηκαν οι εκτιμητέες γωνίες καθώς και τα ευθύγραμμα τους τμήματα. Για την τιμή του ω εκτιμήθηκε η μέση τιμή καθώς και η τυπική απόκλιση και για την τιμή του λ εκτιμήθηκε η τυπική απόκλιση. Η εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για τις πραγματικές εικόνες φαίνεται στον πίνακα 7.1. Από αυτό τον πίνακα είναι εμφανές ότι η προτεινόμενη μέθοδος αποδίδει πολύ καλύτερα μέσω της χρήσης ελαχίστων τετραγώνων για την εύρεση σημείων φυγής.

	$\bar{\omega} \pm \sigma_{\omega}$	σ_{λ}
Ελάχιστα τετράγωνα	$119.61 \pm 0.34^{\circ}$	1.92%
Μέσος όρος συντεταγμένων	$118.90 \pm 2.12^{\circ}$	3.90%

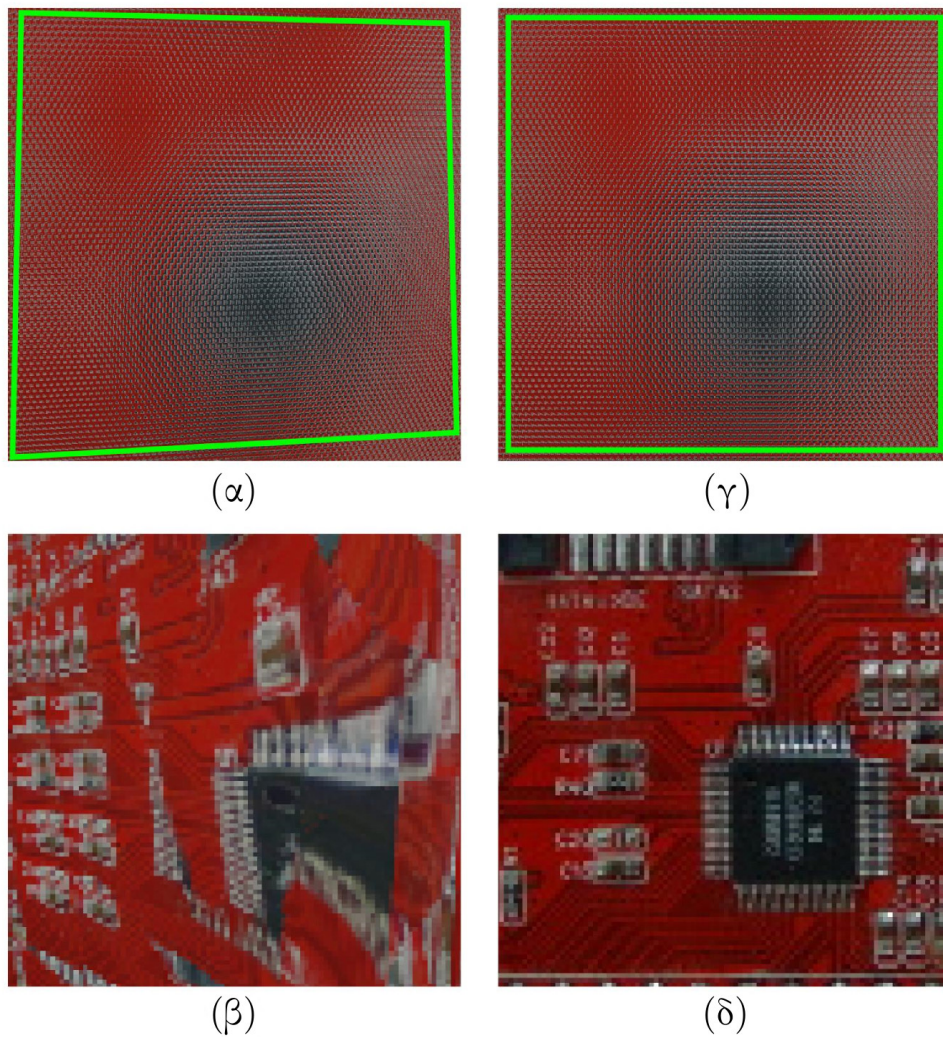
Πίνακας 7.1: Γεωμετρική συνοχή για το σύνολο των ΟΕ του οπτικού σετ χρησιμοποιώντας τις δύο μεθόδους ευρέσεως σημείων φυγής.

(Ελάχιστα τετράγωνα)	δl_1	δl_2	$\delta \alpha$	$\delta \beta$	$\delta \theta$
25dB	0.39%	1.31%	1.27%	1.94%	1.11%
20dB	0.68%	1.68%	1.29%	2.61%	1.44%
17dB	1.53%	2.12%	2.32%	2.19%	1.87%
(Μέσος όρος συντεταγμένων)	δl_1	δl_2	$\delta \alpha$	$\delta \beta$	$\delta \theta$
25dB	1.98%	2.79%	2.76%	1.77%	2.07%
20dB	3.23%	3.88%	3.13%	1.97%	2.94%
17dB	4.47%	4.83%	5.65%	3.88%	3.11%

Πίνακας 7.2: Μέσο σφάλμα εκτίμησης για το σετ συνθετικών εικόνων.

Η εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για το σύνολο των οπτικών ΟΕ φαίνεται στον πίνακα 7.1. Η εκτίμηση των παραμέτρων επιδιόρθωσης για το σύνολο τεχνητών εικόνων δοκιμάστηκε με την περαιτέρω προσθήκη διαφορετικών επιπέδων Gaussian θορύβου. Από αυτό τον πίνακα είναι εμφανές ότι χρησιμοποιώντας ελάχιστα τετράγωνα το σφάλμα εκτίμησης παραμέτρων μένει κάτω από 3% ακόμη και για υψηλά επίπεδα θορύβου.

Τέλος στην εικόνα 7.9 παρουσιάζεται μία αναπαραγωγή της 2Δ μορφής που προκύπτει από την ΟΕ ενός ολοκληρωμένου κυκλώματος. Στην εικόνα αυτή είναι εμφανής η δραστική βελτίωση της διαδικασίας γεωμετρικής επιδιόρθωσης για τα μετέπειτα στάδια ανάλυσης και επεξεργασίας των ΟΕ.



Εικόνα 7.9: (α) Υψηλής ανάλυσης ΟΕ ενός κυκλώματος με προβολική παραμόρφωση. (β) Μπροστινή 2Δ όψη. (γ) Επιδιορθωμένη ΟΕ χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη προσέγγιση. (δ) Μπροστινή 2Δ όψη για την επιδιορθωμένη ΟΕ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

8.1 Περίληψη

Στα κεφάλαια 6 και 7 αναπτύχθηκαν μέθοδοι επιδιόρθωσης γεωμετρικών παραμορφώσεων για την περίπτωση συστοιχιών οι οποίες χρησιμοποιούν τετράγωνους ή εξαγωνικούς φακούς. Η αρχική προσέγγιση έγινε με την ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου στατιστικά εύρωστου συστήματος ειδικά για τετραγωνικούς φακούς και χάρη στο σύστημα αυτό δημιουργήθηκε μία αντίστοιχη ολοκληρωμένη μεθοδολογία για συστοιχίες εξαγωνικών φακών.

Όπως παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο και ειδικότερα στην ενότητα 7.4.1 η εισαγωγή της τεχνικής ελαχίστων τετραγώνων στην εύρεση των σημείων φυγής εισάγει σημαντική βελτίωση ως προς την ακρίβεια εκτίμησης των παραμέτρων επιδιόρθωσης.

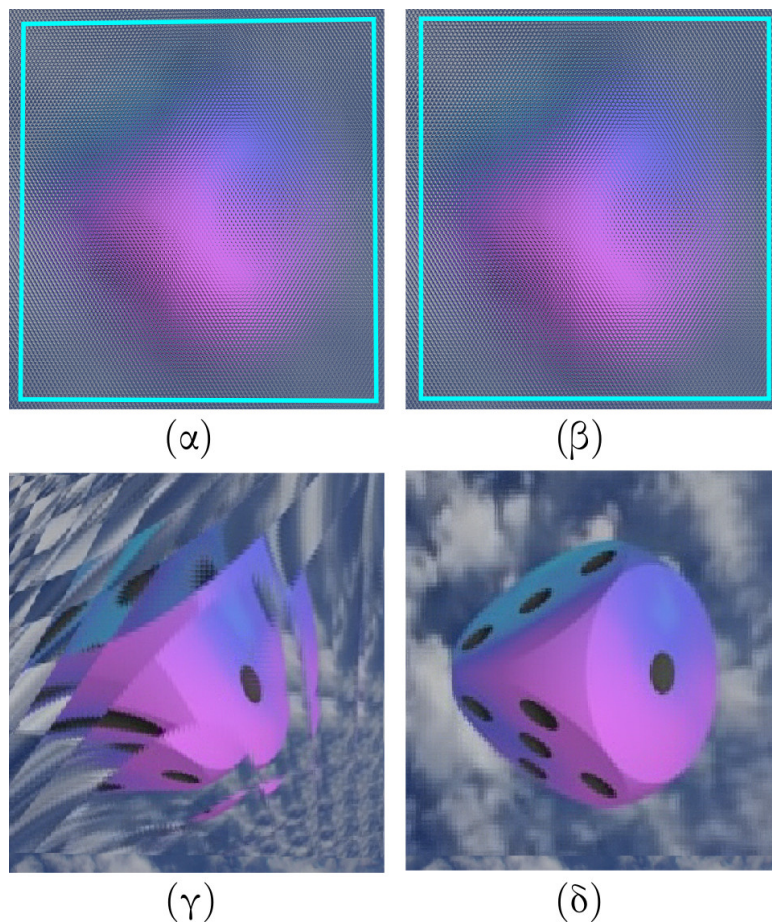
Αυτό το κεφάλαιο βασίζεται στην τεχνική ελαχίστων τετραγώνων η οποία γενικεύτηκε για την εύρεση όλων των παραμέτρων επιδιόρθωσης και όχι μόνο των παραμέτρων της γραμμής στο άπειρο. Για αυτό το λόγο παρουσιάζεται ένα βελτιστοποιημένο και σύνθετο σύστημα επιδιόρθωσης ΟΕ το οποίο εφαρμόστηκε σε συστοιχίες τετραγωνικών, εξαγωνικών και τριγωνικών φακών.

Η προτεινόμενη μεθοδολογία παρέχει τη δυνατότητα αυτόματης αναγνώρισης του τύπου πλέγματος το οποίο χρησιμοποιείται και την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων για την απευθείας εύρεση του αντιστρόφου του πίνακα επιδιόρθωσης. Η προσέγγιση αυτή παρέχει πολύ μεγαλύτερη ευελιξία καθώς και ακρίβεια στην εύρεση των παραμέτρων επιδιόρθωσης. Εφαρμόζεται για το σύνολο των παραμέτρων και παρακάμπτεi πλήρως τα ενδιάμεσα στάδια υπολογισμού των πινάκων H_p, H_a, H_s . Η πειραματική εκτίμηση της μεθόδου πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ένα σύνολο οπτικών καθώς και τεχνητών ΟΕ.

8.2 Εισαγωγή

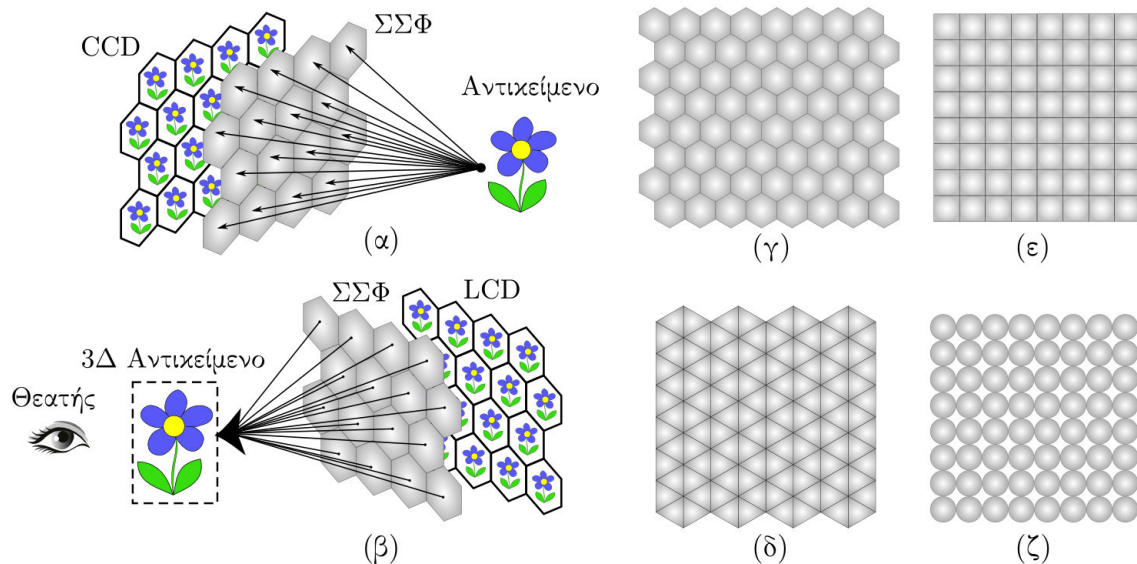
Όπως ήδη έχει αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια, η έλλειψη ευθυγράμμισης μεταξύ των επιπέδων της ΣΣΦ καθώς και του αισθητήρα CCD επιφέρει ιδιαίτερα προβλήματα στο σύνολο των τεχνικών οι οποίες επιδρούν πάνω σε ΟΕ όπως συμπίεση [48], δημιουργία 3Δ μοντέλων [39] καθώς και εξαγωγή απλών 2Δ σκηνών. Όλες αυτές οι τεχνικές βασίζονται στην πλήρη γνώση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των ΣΕ.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα για τα καταστροφικά αποτελέσματα της έλλειψης ευθυγράμμισης κατά τη λήψη μπορούμε να δούμε στην εικόνα 8.1.



Εικόνα 8.1: (α) Υψηλής ανάλυσης ΟΕ ενός τεχνητού ζαριού με προβολική παραμόρφωση. (β) Επιδιορθωμένη ΟΕ χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη προσέγγιση. (γ) Μπροστινή 2Δ όψη για την παραμορφωμένη ΟΕ. (δ) Μπροστινή 2Δ όψη για την επιδιορθωμένη ΟΕ.

Τα ήδη υπάρχοντα συστήματα λήψης και αναπαραγωγής ΟΕ βασίζονται σε ΣΣΦ στις οποίες οι φακοί μπορεί να έχουν διαφορετικά σχήματα. Στην εικόνα 8.2 παρατίθενται οι διατάξεις λήψης-αναπαραγωγής ΟΕ βασισμένες σε εξάγωνους φακούς καθώς και οι ΣΣΦ για τετραγωνικούς, εξαγωνικούς, τριγωνικούς καθώς και κυκλικούς φακούς. Όπως είναι εμφανές στην εικόνα 8.2(ζ) τα κενά μεταξύ των κυκλικών φακών έχουν ως αποτέλεσμα την μη βέλτιστη εκμετάλλευση της συνολικής επιφάνειας του αισθητήρα, ενώ οι εξαγωνι-



Εικόνα 8.2: (α) Διάταξη λήψης ΟΕ. (β) Διάταξη αναπαραγωγής ΟΕ. (γ)-(ζ) ΣΣΦ με εξαγωνικούς, τριγωνικούς, τετραγωνικούς και κυκλικούς φακούς αντίστοιχα.

κοί, τριγωνικοί και τετραγωνικοί φακοί έχουν ως αποτέλεσμα την πλήρη κάλυψη επιφάνειας. [46].

Οι παραμορφώσεις προοπτικής σε εικόνες οι οποίες περιέχουν επίπεδα επιδιορθώνονται με την μέθοδο των γεωμετρικών κριτηρίων [44] η οποία περιγράφηκε αναλυτικά στην ενότητα 4.6. Σύμφωνα με αυτή την μέθοδο ο πίνακας επιδιόρθωσης υπολογίζεται σαν το γινόμενο τριών πινάκων καθένας από τους οποίους υπολογίζεται με χρήση γνωστών γεωμετρικών ιδιοτήτων στην παραμορφωμένη εικόνα.

Στο παρών σύστημα παρέχεται μία ευέλικτη συνολική μέθοδο για την επιδιόρθωση της προβολικής παραμόρφωσης σε συστοιχίες εξαγωνικών, τριγωνικών και τετραγωνικών φακών. Η μέθοδος αυτή απέχει από τις προηγούμενες προσεγγίσεις ενδιάμεσων πινάκων και βασίζεται στον πλήρη και βέλτιστο υπολογισμό του 3×3 πίνακα H ο οποίος απεικονίζει κάθε σημείο της παραμορφωμένης ΟΕ στην επιδιορθωμένη.

Οι ακμές μεταξύ των φακών στις διαθέσιμες ΣΣΦ των εικόνων 8.2(γ)8.2(ε) σχηματίζουν ένα πλέγμα το οποίο αποτελείται από σεί παραλλήλων γραμμών οι οποίες σχηματίζουν τομές με γνωστή γεωμετρία. Όταν η διάταξη αναπαραγωγής ΟΕ χρησιμοποιεί μία ΣΣΦ με μήκος πλευράς φακού p και πυκνότητα οθόνης d_p τότε το μήκος πλευράς για την αντίστοιχη ΣΕ θα δίνεται από τη σχέση $p_p = p \cdot d_p$. Η παράμετρος p_p μπορεί να ποικίλλει από οθόνη σε οθόνη καθώς το μήκος πλευράς φακού αλλά και η ανάλυση οθόνης μπορούν να επιλεχθούν με οποιονδήποτε τρόπο.

Μέχρι σήμερα για την αυτόματη επιδιόρθωση ΟΕ ένας αριθμός γραμμών του πλέγματος ανιχνεύονται και καταγράφονται και στη συνέχεια με τη χρήση των μετρικών κριτηρίων

του [44] υπολογίζονται οι παράμετροι επιδιόρθωσης και οι αντίστοιχοι μετασχηματισμοί εφαρμόζονται στην παραμορφωμένη ΟΕ. Μία πρώτη προσέγγιση για την επιδιόρθωση ΟΕ με τετράγωνους φακούς δόθηκε στο [40]. Με τη μέθοδο αυτή ανιχνεύεται ένα τετράπλευρο του παραμορφωμένου πλέγματος το οποίο στη συνέχεια χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των ενδιάμεσων πινάκων.

Στη συνέχεια προτάθηκαν μέθοδοι μετρικής επιδιόρθωσης στα [37] και [49] για τετραγωνικούς και εξαγωνικούς φακούς αποσκοπώντας στην ενίσχυση και ανθεκτικότητα του συστήματος επιδιόρθωσης. Η προσέγγιση η οποία παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο μπορεί να εφαρμοστεί αυτοματοποιημένα σε τετράγωνους, εξαγωνικούς και τριγωνικούς φακούς παρακάμπτοντας τον υπολογισμό ενδιάμεσων πινάκων και βρίσκοντας απευθείας τον αντίστροφο πίνακα του μετασχηματισμού επιδιόρθωσης.

Τα σημαντικά σημεία της μεθόδου περιγράφονται ως εξής: Το πρώτο βήμα για την εκτίμηση των παραμέτρων και την επιδιόρθωση της παραμορφωμένης ΟΕ είναι η ανίχνευση των τμημάτων ακμών οι οποίες ανήκουν στο πλέγμα που ορίζουν οι ΣΕ. Ο αριθμός των λοβών στο ιστόγραμμα γωνιών για τα ανιχνευμένα τμήματα χρησιμοποιείται για την αυτόματη αναγνώριση μεταξύ τετραγωνικών και τριγωνικών-εξαγωνικών πλεγμάτων. Στη συνέχεια εντοπίζονται ομάδες συγγραμικών τμημάτων οι οποίες αντικαθιστούνται από τις αντίστοιχες γραμμές ελαχίστων τετραγώνων. Οι γραμμές αυτές σε συνδυασμό με τις ιδανικές κλίσεις στο μη παραμορφωμένο πλέγμα στη συνέχεια χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των παραμέτρων $g_1 \dots g_6$ του πίνακα επιδιόρθωσης μέσω εφαρμογής ελαχίστων τετραγώνων σε ένα υπερπροσδιορισμένο γραμμικό σύστημα.

Η δομή του κεφαλαίου διαμορφώνεται ως εξής: Στην ενότητα 8.3 αναφέρονται οι μαθηματικές αρχές και πίνακες προβολικής επιδιόρθωσης επιπέδων, ενώ στην ενότητα 8.4 αναφέρεται η μέθοδος σχηματισμού γραμμών του παραμορφωμένου πλέγματος. Στην ενότητα 8.5 περιγράφεται η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων όπως αυτή αναπτύχθηκε για τις ανάγκες αυτής της έρευνας ενώ στις ενότητες 8.6, 8.7 παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα τα οποία επικυρώνουν την ευελιξία και ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου. Τέλος η ενότητα 8.8 συνοψίζει το κεφάλαιο καθώς και τα επιτεύγματα της παρούσας εφαρμογής.

8.3 Θεωρία προβολικής επιδιόρθωσης

Από τα προηγούμενα κεφάλαια ήδη είναι γνωστό ότι ένα σετ παράλληλων γραμμών του επιπέδου λόγω των ιδιοτήτων της προοπτικής θα μεταμορφωθεί σε ένα σετ γραμμών οι οποίες τέμνονται στο αντίστοιχο τους σημείο φυγής. Η ιδιότητα αυτή ισχύει για όλα τα

σετ παράλληλων ευθειών οι οποίες ανήκουν στο ίδιο επίπεδο. Περαιτέρω ισχύει ότι [9] τα σημεία φυγής που αντιστοιχούν στο ίδιο επίπεδο είναι συγγραμικά και ορίζουν τη γραμμή στο άπειρο όπως είδαμε στο κεφάλαιο 7. Συνεπώς η εύρεση των σημείων φυγής καθιστά δυνατή την εύρεση της γραμμής στο άπειρο.

Σε αυτό το κεφάλαιο όμως αντιμετωπίζεται το πρόβλημα προβολικής επιδιόρθωσης με μία τελείως διαφορετική προσέγγιση αποφεύγοντας τον υπολογισμό της γραμμής στο άπειρο και των υπολοίπων επιμέρους πινάκων.

Όπως ήδη είναι γνωστό ο προβολικός μετασχηματισμός H ορίζεται σαν ο 3×3 πίνακας ο οποίος απεικονίζει ένα σημείο P στην παραμορφωμένη εικόνα στο αντίστοιχο της P' χρησιμοποιώντας την σχέση

$$\mathbf{x}' = H\mathbf{x} \quad (8.1)$$

όπου \mathbf{x} , \mathbf{x}' είναι οι ομογενείς συντεταγμένες των P , P' .

Επιπλέον, αν L είναι μία γραμμή στην παραμορφωμένη εικόνα και L' είναι η αντίστοιχη της στην επιδιορθωμένη εικόνα μπορεί να δειχθεί ότι

$$\mathbf{l}' = H^{-T}\mathbf{l} \quad (8.2)$$

όπου \mathbf{l} , \mathbf{l}' είναι οι ομογενείς διανυσματικές συντεταγμένες των L , L' . Αν οριστεί $H_L = H^{-T}$ ο πίνακας μετασχηματισμού γραμμών μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι

$$H^{-1} = H_L^T \quad (8.3)$$

Η προηγούμενη παρατήρηση είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς παρέχει τη δυνατότητα χρησιμοποιώντας σχέσεις μόνο μεταξύ γραμμών να υπολογιστεί ο πίνακας επιδιόρθωσης H . Ακόμη σημαντικότερο είναι το γεγονός ότι μέσω διανυσμάτων γραμμών μπορεί να υπολογιστεί απευθείας ο αντίστροφος του πίνακα επιδιόρθωσης κάτι το οποίο είναι ιδιαίτερης σημασίας σε πρακτικές υλοποιήσεις, όπου εικονοστοιχεία από την παραμορφωμένη εικόνα απεικονίζονται σε εικονοστοιχεία στην επιδιορθωμένη. Οι λεπτομέρειες της αλγοριθμικής υλοποίησης γεωμετρικών μετασχηματισμών αναφέρονται στην ενότητα 4.8 και αναλυτικότερα στο [27].

Σύμφωνα με το [44] ο 3×3 πίνακας H μπορεί να αναλυθεί σε τρεις τετραγωνικούς πίνακες των ιδίων διαστάσεων ως:

$$H = H_s H_a H_p \quad (8.4)$$

Οι πίνακες H_p , H_a και H_s αναπαριστούν έναν προβολικό, έναν αφινικό και ένα μετασχηματισμό ομοιότητας αντίστοιχα και δίνονται από τις σχέσεις:

$$H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{pmatrix}, H_a = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\alpha}{\beta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8.5)$$

$$H_s = \begin{pmatrix} R & x_0 \\ & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (8.6)$$

Συνεπώς ο πίνακας H έχει 8 βαθμούς ελευθερίας στη γενική περίπτωση, αλλά στην δική μας περίπτωση καθώς η μετατόπιση δεν παίζει ρόλο λαμβάνει τη μορφή

$$H = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & 0 \\ h_3 & h_4 & 0 \\ h_5 & h_6 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.7)$$

η οποία έχει 6 βαθμούς ελευθερίας.

Για την ανακατασκευή της επιδιορθωμένης ΟΕ από την παραμορφωμένη σε μία πρακτική υλοποίηση απαραίτητος είναι μόνο ο πίνακας H^{-1} ο οποίος δομικά έχει την ίδια μορφή:

$$H^{-1} = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 & 0 \\ g_3 & g_4 & 0 \\ g_5 & g_6 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.8)$$

Ο μετασχηματισμός απεικόνισης γραμμών τότε είναι

$$H_L = (H^{-1})^T = \begin{pmatrix} g_1 & g_3 & g_5 \\ g_2 & g_4 & g_6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.9)$$

Συνεπώς ο υπολογισμός των πινάκων H^{-1} ο οποίος απεικονίζει εικονοστοιχεία σε έναν αλγόριθμο επιδιόρθωσης και H^L ο οποίος απεικονίζει διανύσματα γραμμών εξαρτάται αποκλειστικά από τον ακριβή προσδιορισμό των τιμών των παραμέτρων $g_1 \dots g_6$.

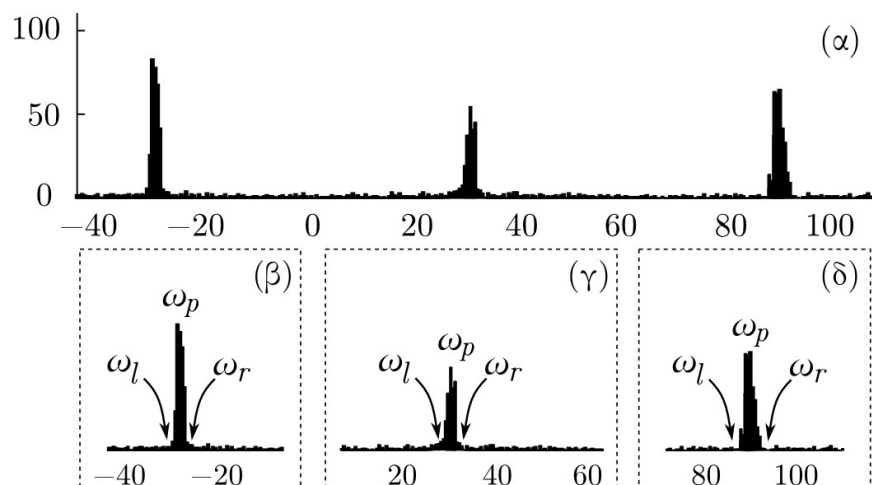
8.4 Ανίχνευση ευθυγράμμων τμημάτων

Το αρχικό βήμα του αλγορίθμου είναι η αναγνώριση τμημάτων τα οποία ανήκουν σε ακμές τις οποίες ορίζουν οι φακοί της ΣΣΦ. Όπως και στα προηγούμενα κεφάλαια έτσι και εδώ έγινε χρήση του αλγορίθμου LSD [8] λόγω του γεγονότος ότι δεν απαιτεί προεπιλογή παραμέτρων και δεν δημιουργεί λανθασμένες ανιχνεύσεις εξαιτίας της τυχαίας υφής που περιέχεται μέσα στις ΣΕ.

Ο LSD εφαρμόζεται στην μονόχρωμη έκδοση της ληφθείσας ΟΕ και εξάγει μία ακολουθία τμημάτων γραμμών $\{l_i\}$ τα οποία ανήκουν και στις ακμές των φακών αλλά και στο περιεχόμενο των ΣΕ. Κάθε ευθύγραμμο τμήμα προσδιορίζεται από τα σημεία αρχής και τέλους τα οποία δίνονται από τα ζεύγη συντεταγμένων (x_{s_i}, y_{s_i}) και (x_{e_i}, y_{e_i}) .

8.4.1 Αναγνώριση τύπου πλέγματος

Για την αναγνώριση του είδους πλέγματος από το οποίο μπορεί να χαρακτηρίζεται μία ΟΕ δημιουργείται η ακολουθία των γωνιών που αντιστοιχούν στις διευθύνσεις των ανιχνευμένων ευθυγράμμων τμημάτων $\{l_i\}$ και στη συνέχεια υπολογίζεται το ιστόγραμμα $\{y(\omega_i)\}$ των γωνιών. Ο υπολογισμός του ιστογράμματος πραγματοποιείται στο εύρος γωνιών $(-45^\circ, 135^\circ]$ όπως φαίνεται στην εικόνα 8.3 για την αποφυγή αναδίπλωσης γύρω από τις 90° . Το ιστόγραμμα γωνιών της εικόνας 8.3 αντιστοιχεί σε τμήματα τα οποία ανήκουν



Εικόνα 8.3: (α) Το ιστόγραμμα όλων των γωνιών για τα ανιχνευμένα ευθύγραμμα τμήματα. (β) (γ) και (δ) Επιμέρους ιστογράμματα για τις γωνίες $(-45^\circ, 0^\circ]$, $(0^\circ, 60^\circ]$ and $(60^\circ, 135^\circ]$.

σε ένα πλέγμα εξαγωνικών ή τριγωνικών φακών και περιέχει τρεις πληθυσμούς οι οποίοι χωρίζονται από διαστήματα μήκους περίπου 60° .

Στην περίπτωση πλέγματος τετραγωνικών φακών παρουσιάζονται δύο λοβοί οι οποίοι θα διαχωρίζονται από ένα διάστημα περίπου 90° όπως είδαμε στο κεφάλαιο 6 και στην αντί-

στοιχη δημοσίευση [37]. Καθώς ο αριθμός των λοβών χαρακτηρίζει τον τύπο μίας ΟΕ, η εύρεσή τους επιτρέπει την πλήρως αυτοματοποιημένη εφαρμογή του συνολικού αλγορίθμου. Η θέση καθώς και ο αριθμός των λοβών υπολογίζεται αλγοριθμικά με την παρακάτω διαδικασία.

Έστω ότι ένας λοβός της ακολουθίας $\{y(\omega_i)\}$ αποτελεί μέρος του ιστογράμματος το οποίο περιέχεται στο διάστημα γωνιών $[\omega_l, \omega_r]$. Σε αυτό το διάστημα ξεχωρίζουμε ένα τοπικό μέγιστο $y(\omega_p) > h$, με $h = 0.5 \cdot y_{\max}$ όπου y_{\max} είναι το ολικό μέγιστο του ιστογράμματος. Η τιμή διαχωρισμού ω_r ορίζεται ως η θέση για την οποία ισχύουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$y(\omega_p) - y(\omega_r) \leq h \quad (8.10)$$

$$y(\omega_p) - y(\omega_{r+1}) > h \quad (8.11)$$

$$y(\omega_p) - y(\omega_i) \leq h, \quad \forall \omega_i \in (\omega_p, \omega_r) \quad (8.12)$$

Η δεύτερη τιμή διαχωρισμού ω_l ορίζεται παρόμοια. Ο ανιχνευμένος λοβός καταγράφεται και ο πληθυσμός του αφαιρείται από τα στοιχεία του αρχικού ιστογράμματος.

Διαδοχικές εφαρμογές της προηγούμενης διαδικασίας καταγράφουν τρεις λοβούς για την περίπτωση ενός τριγωνικού ή εξαγωνικού πλέγματος ενώ εξαγουν δύο λοβούς στην περίπτωση τετραγωνικού πλέγματος. Όταν η διαδικασία καταγράψει τρεις λοβούς, οι πληθυσμοί τους καταγράφονται σαν $\{l_{vi}\}, \{l_{ai}\}, \{l_{bi}\}$ και αντιστοιχούν σε γωνίες $90^\circ, 30^\circ, -30^\circ$.

Όταν καταγραφούν δύο λοβοί με ένα διάστημα μεταξύ τους 90° και μία απόκλιση 10° η διαδικασία τερματίζει αποφασίζοντας ότι το πλέγμα είναι τετραγωνικό. Δύο πληθυσμοί εντοπίζονται και ονομάζονται $\{l_{hi}\}, \{l_{vi}\}$ για τις γωνίες $0^\circ, 90^\circ$ αντίστοιχα.

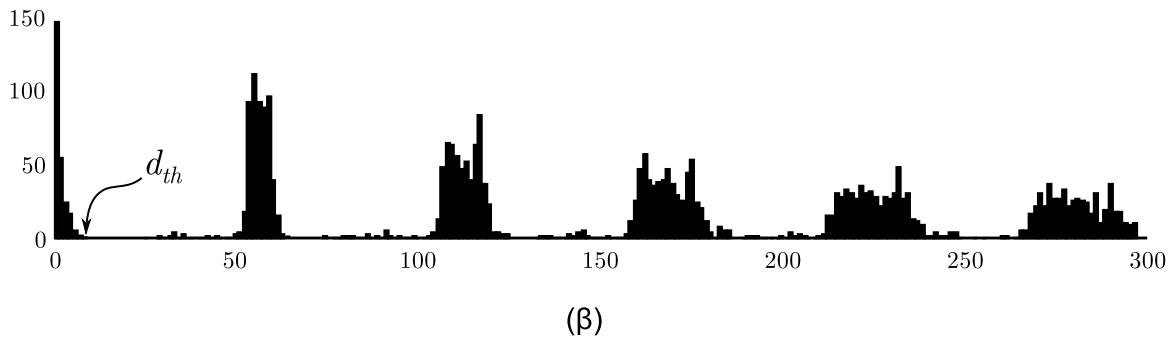
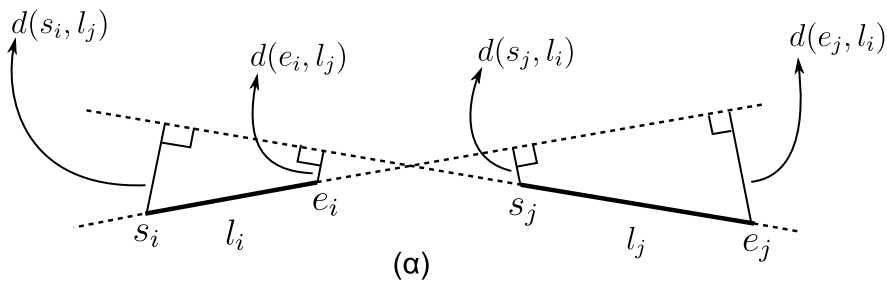
Κάθε ένας από τους απομονωμένους λοβούς αντιστοιχεί σε τμήματα τα οποία σχηματίζουν το πλέγμα το οποίο περιέχει τις ΣΕ. Τα κελιά του ιστογράμματος τα οποία μένουν περιέχουν μικρούς πληθυσμούς ευθυγράμμων τμημάτων τα οποία αντιστοιχούν στο περιεχόμενο μέσα στις ΣΕ. Ένας μικρός αριθμός τμημάτων τα οποία έχουν καταγραφεί λάθος ή ανήκουν στο περιεχόμενο των ΣΕ θα ελαττωθούν περαιτέρω στο επόμενο στάδιο της προτεινόμενης μεθόδου.

8.4.2 Ομαδοποίηση συγγραμικών τμημάτων

Για την ελάττωση πιθανών λαθών τα οποία έχουν μείνει από τα προηγούμενα στάδια επεξεργασίας, για κάθε καταγεγραμμένο λοβό τα συγγραμικά του τμήματα ομαδοποιούνται αυτόματα όπως και στο κεφάλαιο 6 και κάθε ομάδα συγγραμικών τμημάτων αντικαθίσταται από τη αντίστοιχη γραμμή ελαχίστων τετραγώνων.

Τα ευθύγραμμα τμήματα κάθε λοβού ομαδοποιούνται σε ομάδες συγγραμικών τμημάτων με την ίδια μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε στην ενότητα 6.3.3 η οποία αναφέρεται στο [37]. Η τεχνική που χρησιμοποιείται είναι η ιεραρχική ομαδοποίηση με μία μετρική εξειδικευμένη στο πρόβλημα μας. Γι αυτό το λόγο ορίζεται το μέτρο συμμετρικής ανομοιότητας $d_m(l_i, l_j)$ για κάθε ζεύγος τμημάτων (l_i, l_j) όπως φαίνεται στην εικόνα 6.6(α). Έστω (s_i, e_i) και (s_j, e_j)

$$d_m(l_i, l_j) = \max\{d(s_i, l_j), d(e_i, l_j), d(s_j, l_i), d(e_j, l_i)\}$$



Εικόνα 8.4: (α) Γεωμετρικός προσδιορισμός του μέτρου ανομοιότητας μεταξύ των δύο ευθυγράμμων τμημάτων l_i, l_j . (β) Ιστόγραμμα των τιμών του μέτρου ανομοιότητας για τα ευθύγραμμα τμήματα της εικόνας.

τα σημεία αρχής και τέλους των συγκεκριμένων τμημάτων. Τότε η $d_m(l_i, l_j)$ ορίζεται ως

$$d_m(l_i, l_j) = \max\{d(s_i, l_j), d(e_i, l_j), d(s_j, l_i), d(e_j, l_i)\} \quad (8.13)$$

όπου $d(p, l)$ αναπαριστά την απόσταση του σημείου p από το ευθύγραμμο τμήμα l . Επιπλέον ο ορισμός του $d_m(l_i, l_j)$ εκτείνεται στο μέτρο ανομοιότητας μεταξύ δύο ομάδων συγγραμικών τμημάτων C_p και C_q ως

$$d_m(C_p, C_q) = \min\{d_m(l, l'), l \in C_p, l' \in C_q\} \quad (8.14)$$

Εφαρμόζεται μία παραλλαγή της τεχνικής ιεραρχικής ομαδοποίησης, η ομαδοποίηση ενιαίας σύνδεσης (single linkage clustering) [43] η οποία χρησιμοποιείται για τον σχηματισμό των ομάδων. Η διεργασία ομαδοποίησης τερματίζεται μόλις το μέτρο ελάχιστης ανομοιότητας ξεπεράσει την τιμή κατωφλίου d_{th} . Η τιμή του d_{th} υπολογίζεται αυτόματα μέσω της ακόλουθης διεργασίας :

1. Υπολογίζεται το μέτρο ανομοιότητας για κάθε ζεύγος καταγεγραμμένων τμημάτων και το ιστόγραμμα της ακολουθίας $\{d_s(n)\}$ που προκύπτει δημιουργείται όπως φαίνεται στην εικόνα 8.4(α).
2. Εντοπίζεται η πρώτη μηδενική τιμή του ιστογράμματος και η τιμή του d_{th} τίθεται ίση με την τιμή του προηγούμενου κελιού.

Αυτή η επιλογή για το κατώφλι d_{th} δικαιολογείται μέσω του γεγονότος ότι το μέτρο ανομοιότητας μεταξύ συγγραμικών και μή συγγραμικών τμημάτων παρουσιάζει σημαντικές διαφορές στις τιμές του. Συνεπώς είναι αναμενόμενο ότι το ιστόγραμμα της εικόνας 6.6(β) θα χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη μεγάλων κενών περιοχών με μηδενικές τιμές στα κελιά μεταξύ διαφορετικών λοβών της ακολουθίας $\{d_s(n)\}$. Μετά την ολοκλήρωση της ομαδοποίησης, για κάθε ομάδα δημιουργείται μία ευθεία γραμμή ελαχίστων τετραγώνων, η οποία ελαχιστοποιεί τις αποστάσεις από τα σημεία αρχής και τέλους των αντιστοίχων τμημάτων.

Μετά την ολοκλήρωση των διεργασιών ομαδοποίησης και ελαχίστων τετραγώνων έχουν σχηματιστεί σετ τεμνόμενων γραμμών οι οποίες καθορίζονται από το παραμορφωμένο πλέγμα. Στην περίπτωση εξαγωνικού ή τριγωνικού πλέγματος αυτά τα σετ συμβολίζονται σαν D_v, D_a, D_b και αντιστοιχούν σε μη παραμορφωμένες γραμμές με αντίστοιχες διευθύνσεις 90° , 30° και -30° . Παρόμοια στην περίπτωση ενός τετραγωνικού πλέγματος αυτά τα σετ συμβολίζονται σαν D_v και D_h και αντιστοιχούν σε γραμμές με διευθύνσεις 90° και 0° .

Κάθε γραμμή στα προαναφερθέντα σετ καθορίζεται από ένα διάνυσμα

$$\mathbf{d}_{wi} = [d_{wi}(1), d_{wi}(2), d_{wi}(3)]^T, \quad i = 1, 2, \dots, N_w \quad (8.15)$$

με $w = v, a, b$ στην περίπτωση των εξαγωνικών ή τριγωνικών ΣΕ και $w = v, h$ στην περίπτωση των τετραγωνικών ΣΕ. Ο αριθμός των γραμμών που περιέχονται σε κάθε σετ είναι N_w .

8.5 Επιδιόρθωση μέσω ελαχίστων τετραγώνων

Τα σετ των παραμορφωμένων γραμμών πλέγματος χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του πίνακα H_L . Η εκτίμηση αυτή πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας ελάχιστα τετράγωνα και βασίζεται στις τιμές διευθύνσεων των μη παραμορφωμένων γραμμών. Σε αυτή την ενότητα παρέχουμε τις λεπτομέρειες της μεθόδου για την περίπτωση των εξαγωνικών ή τριγωνικών ΟΕ. Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζεται η εφαρμογή της μεθόδου για τετραγωνικές ΣΕ. Η εφαρμογή αυτή είναι μία μικρή παραλλαγή της τρέχουσας τεχνικής.

Αρχικά εφαρμόζεται ο πίνακας H_L στις γραμμές του σετ D_v δημιουργώντας κάθετες γραμμές του μη παραμορφωμένου εξαγωνικού πλέγματος οι οποίες συμβολίζονται με τα διανύσματα \mathbf{l}_{vi} :

$$\begin{pmatrix} g_1 & g_3 & g_5 \\ g_2 & g_4 & g_6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{d}_{vi} = \mathbf{l}_{vi} = [l_{vi}(1), 0, l_{vi}(3)]^T, \quad (8.16)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_v$$

Από την προηγούμενη σχέση λαμβάνονται N_v ομογενείς εξισώσεις της μορφής:

$$\mathbf{d}_{vi}^T [g_2, g_4, g_6]^T = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_v \quad (8.17)$$

Με ακριβώς παρόμοιο τρόπο, χρησιμοποιώντας τα παραμορφωμένα σετ γραμμών D_a και D_b αυτά θα επιδιορθωθούν σύμφωνα με τις κάτωθι εξισώσεις:

$$\begin{pmatrix} g_1 & g_3 & g_5 \\ g_2 & g_4 & g_6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{d}_{wi} = \mathbf{l}_{wi} = [l_{wi}(1), l_{wi}(2), l_{wi}(3)]^T, \quad (8.18)$$

$$w = a \text{ ή } b, \quad i = 1, 2, \dots, N_w$$

Η κλίση της κάθε γραμμής \mathbf{l}_{ai} δίνεται σαν $\{-l_{ai}(1)/l_{ai}(2)\}$ και η ιδανική τιμή της είναι $\sqrt{3}/3$. Αντίστοιχα η ιδανική κλίση της κάθε γραμμής \mathbf{l}_{bi} δίνεται από τη σχέση $\{-l_{bi}(1)/l_{bi}(2)\}$ και ισούται με $-\sqrt{3}/3$. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούνται τα ακόλουθα σετ εξισώσεων:

$$\mathbf{d}_{ai}^T [g_1, g_3, g_5]^T + \frac{\sqrt{3}}{3} \mathbf{d}_{ai}^T [g_2, g_4, g_6]^T = 0, \quad (8.19)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_a$$

και

$$\mathbf{d}_{bi}^T [g_1, g_3, g_5]^T - \frac{\sqrt{3}}{3} \mathbf{d}_{bi}^T [g_2, g_4, g_6]^T = 0, \quad (8.20)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_b$$

Οι εξισώσεις 8.17, 8.19, 8.20 δημιουργούν το γραμμικό σύστημα

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{d}_{v1}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{d}_{v2}^T \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{d}_{vN_v}^T \\ \mathbf{d}_{a1}^T & \lambda \mathbf{d}_{a1}^T \\ \mathbf{d}_{a2}^T & \lambda \mathbf{d}_{a2}^T \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{d}_{aN_a}^T & \lambda \mathbf{d}_{aN_a}^T \\ \mathbf{d}_{b1}^T & -\lambda \mathbf{d}_{b1}^T \\ \mathbf{d}_{b2}^T & -\lambda \mathbf{d}_{b2}^T \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{d}_{bN_b}^T & -\lambda \mathbf{d}_{bN_b}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_1 \\ g_3 \\ g_5 \\ g_2 \\ g_4 \\ g_6 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (8.21)$$

όπου $\lambda = \sqrt{3}/3$, $\mathbf{0}^T = [0, 0, 0]$ και $\mathbf{0}$ είναι ένα διάνυσμα στήλη με $N_L = N_v + N_a + N_b$ μηδενικά.

Θεωρητικά ισχύει ότι $N_L \geq 6$ αλλά σε όλες τις πρακτικές περιπτώσεις $N_L \gg 6$. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα που ορίζεται από την εξίσωση 8.21 είναι ένα ομογενές υπερπροσδιορισμένο γραμμικό σύστημα (ΟΥΓΣ). Λύνοντας το σύστημα 8.21 υπολογίζονται οι τιμές των παραμέτρων $g_1 \dots g_6$. Έτσι ο πίνακας H_L μπορεί να προσδιοριστεί χρησιμοποιώντας την εξίσωση 8.9. Η μη μηδενική λύση υπολογίζεται με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

Στην ιδανική περίπτωση όπου όλες οι γραμμές του σετ έχουν ανιχνευθεί και καταγραφεί χωρίς λάθη θα πρέπει να τέμνονται σε ακριβώς ένα σημείο φυγής για το κάθε σετ. Αυτό σημαίνει ότι κάθε γραμμή μπορεί να γραφεί σαν γραμμικός συνδυασμός των δύο πρώτων γραμμών του σετ. Έτσι στην ιδανική περίπτωση ο πίνακας A του ΟΥΓΣ μπορεί να

απλοποιηθεί περαιτέρω στη μορφή

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{d}_{v1}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{d}_{v2}^T \\ \mathbf{d}_{a1}^T & \lambda \mathbf{d}_{a1}^T \\ \mathbf{d}_{a2}^T & \lambda \mathbf{d}_{a2}^T \\ \mathbf{d}_{b1}^T & -\lambda \mathbf{d}_{b1}^T \\ \mathbf{d}_{b2}^T & -\lambda \mathbf{d}_{b2}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T \end{pmatrix} \quad (8.22)$$

Επιπλέον καθώς τα τρία σημεία φυγής είναι συγγραμμικά στην ιδανική περίπτωση η γραμμή στο άπειρο θα αποτελεί γραμμικό συνδυασμό του κάθε ζεύγους γραμμών για το κάθε σετ ώστε να ισχύει

$$a_v \mathbf{d}_{v1} + b_v \mathbf{d}_{v2} = a_a \mathbf{d}_{a1} + b_a \mathbf{d}_{a2} = a_b \mathbf{d}_{b1} + b_b \mathbf{d}_{b2} \quad (8.23)$$

και συνεπώς

$$\begin{aligned} (\mathbf{d}_{a1}, \lambda \mathbf{d}_{a1}) &= -\frac{b_a}{a_a} (\mathbf{d}_{a2}, \lambda \mathbf{d}_{a2}) - \frac{b_b}{a_a} (\mathbf{d}_{b2}, -\lambda \mathbf{d}_{b2}) \\ &\quad - \frac{a_b}{a_a} (\mathbf{d}_{b1}, -\lambda \mathbf{d}_{b1}) + \frac{2a_v}{a_a} (\mathbf{0}, \mathbf{d}_{v1}) + \frac{2b_v}{a_a} (\mathbf{0}, \mathbf{d}_{v2}) \end{aligned} \quad (8.24)$$

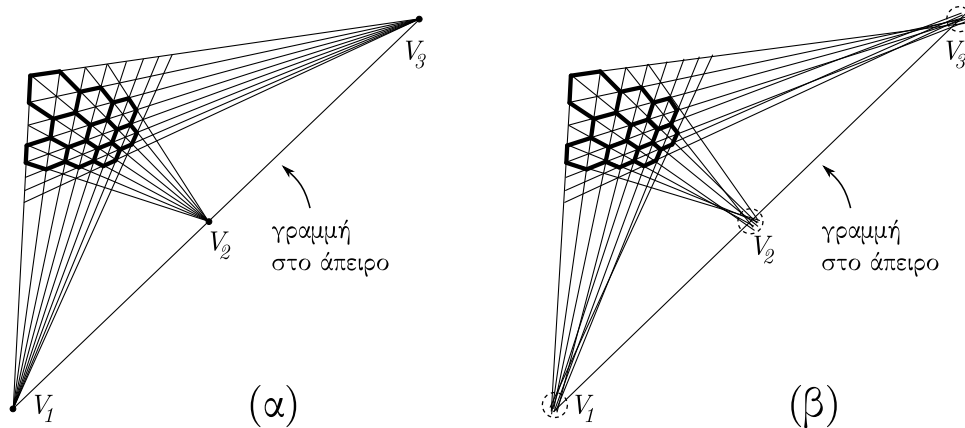
Η τελευταία εξίσωση δείχνει ότι η τρίτη γραμμή του πίνακα A στην εξίσωση 8.22 αποτελεί γραμμικό συνδυασμό των άλλων πέντε μη μηδενικών γραμμών άρα η τάξη του πίνακα είναι 5. Έστω $A = U\Sigma V^*$ η ανάλυση ιδιοζουσών τιμών για τον πίνακα A . Τότε Σ είναι ένας $N_L \times 6$ διαγώνιος πίνακας με το έκτο διαγώνιο στοιχείο $\Sigma_{6,6}$ ίσο με μηδέν και σύμφωνα με τη σχετική βιβλιογραφία [50] η μη μηδενική λύση του ΟΥΓΣ είναι

$$(\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_3, \mathbf{g}_5, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_4, \mathbf{g}_6)^T = c\mathbf{v}_6. \quad (8.25)$$

Το διάνυσμα \mathbf{v}_6 είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα ίσο με την τελευταία στήλη του πίνακα V και c είναι μία πολλαπλασιαστική σταθερά η οποία καθορίζεται στη διάταξη αναπαραγωγής. Επιπλέον το διάνυσμα \mathbf{v}_6 ισούται με το δεξιότερο ιδιάζων διάνυσμα του A που αντιστοιχεί στο μηδενικό διαγώνιο στοιχείο του Σ . Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση 8.25 είναι η

ακριβής μη μηδενική λύση του ΟΥΓΣ.

Σε πραγματικές όμως συνθήκες, τα λάθη κατά τη διάρκεια ανίχνευσης ακμών προκαλούν αποκλίσεις στην εκτίμηση των γραμμών με αποτέλεσμα κανένα από τα τρία σετ να μην έχει μοναδικό σημείο κοινής τομής των ευθειών του, όπως φαίνεται στην εικόνα 8.5. Γι αυτό



Εικόνα 8.5: (α) Ένα τέλεια ανιχνευμένο εξαγωνικό πλέγμα με τις γραμμές των ακμών του να τέμνονται στα αντίστοιχα V_1, V_2, V_3 . (β) Ένα εξαγωνικό πλέγμα στο οποίο δεν έχει πραγματοποιηθεί τέλεια ανίχνευση. Κάθε σετ γραμμών τέμνεται σε μία περιοχή της γραμμής του απείρου.

το λόγο η τάξη του πίνακα A είναι ίση με 6 και ισχύει ότι $\Sigma_{6,6} > 0$. Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση 8.25 αποτελεί τη μη μηδενική λύση ελαχίστων τετραγώνων του ΟΥΓΣ, η οποία προσεγγίζει τη στήλη $\mathbf{0}$ από το ολικό σφάλμα:

$$\sum_{i=1}^{N_L} (\mathbf{A}_i \mathbf{v}_6)^2 = \|\mathbf{A} \mathbf{v}_6\|^2 = \Sigma_{6,6}^2 \quad (8.26)$$

όπου \mathbf{A}_i είναι η i γραμμή του πίνακα A .

Ο πίνακας H_L τότε θα δίνεται από τη σχέση:

$$H_L = \begin{pmatrix} c \mathbf{v}_{6,1}^T \\ c \mathbf{v}_{6,2}^T \\ 0 \quad 0 \quad 1 \end{pmatrix} \quad (8.27)$$

όπου το διάνυσμα $\mathbf{v}_{6,1}$ αποτελείται από τα τρία πρώτα στοιχεία του \mathbf{v}_6 και το $\mathbf{v}_{6,2}$ αποτελείται από τα τελευταία τρία.

Όπως αναφέρθηκε πριν η σταθερά c υπολογίζεται στο επίπεδο της οθόνης, όπου το πλάτος ακμής σε εικονοστοιχεία p_p είναι γνωστό. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται υπολογίζοντας τη μέση ενδοαπόσταση πλέγματος \hat{d} , δηλαδή την απόσταση μεταξύ των παραλλήλων πλευρών του πλέγματος. Η απόσταση \hat{d} υπολογίζεται σαν συνάρτηση του c και στη

συνέχεια το c ρυθμίζεται ώστε $\hat{d} = p_p$.

Γι αυτό το σκοπό εκτελούνται τα εξής:

1. Χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις 8.17 και 8.18 για την ανακατασκευή των γραμμών του πλέγματος χρησιμοποιώντας τα αρχικά σετ γραμμών, υπολογίζουμε την απόσταση από τον άξονα των y για κάθε γραμμή και στη συνέχεια ταξινομούμε τις γραμμές με βάση την απόσταση αυτή.
2. Οι αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών γραμμών σε κάθε σετ υπολογίζονται και οι τιμές που προκύπτουν δημιουργούν τις αντίστοιχες ακολουθίες $\{d_{w,i}\}$, $w = v, a, b$.
3. Κρατάμε 50% γύρω από τον αριθμητικό μέσο της $\{d_i\}$ και τίθεται \hat{d} ίσο με τη μέση τιμή των στοιχείων που έμειναν.

Πιο συγκεκριμένα η απόσταση από τον άξονα των y υπολογίζεται σαν

$$x_{w,i} = -\frac{d_{w,i}(3)}{c\mathbf{d}_{w,i}^T \mathbf{v}_{6,1}}, \quad (8.28)$$

$$w = v, a, \text{ or } b, \quad i = 1, 2, \dots, N_w.$$

και ταξινομείται σύμφωνα με τη σχέση

$$x_{w,i}c = -d_{w,i}(3)/(c\mathbf{d}_{w,i}^T \mathbf{v}_{6,1}). \quad (8.29)$$

Οι ακολουθίες αποστάσεων $\{d_{w,i}\}$ υπολογίζονται σύμφωνα με

$$d_{w,i} = |x_{w,i+1} - x_{w,i}|\mu_w, \quad (8.30)$$

$$w = v, a \text{ or } b, \quad i = 1, 2, \dots, N_w - 1$$

όπου $\mu_w = \sin(\phi)$ με ϕ τη γωνία μεταξύ της ανακατασκευασμένης γραμμής και του οριζόντιου άξονα και $\mu_v = 1, \mu_a = \mu_b = 0.5$. Μετά τον υπολογισμό του πίνακα H_L , ο αντίστροφος ζητούμενος μετασχηματισμός H^{-1} είναι ο ανάστροφος του H_L .

8.5.1 Εφαρμογή σε τετραγωνικούς φακούς

Στην περίπτωση των προβολικά παραμορφωμένων τετραγωνικών ΣΕ αναγνωρίζουμε δύο σετ παραμορφωμένων γραμμών D_h και D_v . Η εφαρμογή του πίνακα H_L στο πρώτο σετ έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία οριζόντιων γραμμών πλέγματος ενώ στο δεύτερο σετ

έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία κάθετων γραμμών πλέγματος. Με αυτό τον τρόπο δημιουργούμε τις κάτωθι εξισώσεις:

$$\mathbf{d}_{hi}^T [g_1, g_3, g_5]^T = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_h \quad (8.31)$$

$$\mathbf{d}_{vi}^T [g_2, g_4, g_6]^T = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_v \quad (8.32)$$

Επειδή τα N_h, N_v έχουν τιμή πάντοτε μεγαλύτερη από το 3 οι προηγούμενες εξισώσεις δημιουργούν δύο ΟΥΓΣ με αντίστοιχους πίνακες

$$A_h = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{h1}^T \\ \mathbf{d}_{h2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{hN_h}^T \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad A_v = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{v1}^T \\ \mathbf{d}_{v2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{vN_v}^T \end{pmatrix} \quad (8.33)$$

και άγνωστες τιμές τις παραμέτρους g_1, g_3, g_5 and g_2, g_4, g_6 αντίστοιχα. Μπορεί ναδειχθεί με τον ίδιο τρόπο που εργαστήκαμε με το εξαγωνικό πλέγμα ότι οι πίνακες A_h και A_v έχουν τάξη ίση με 2 και ότι στην ιδανική αλλά και στην αληθινή περίπτωση η λύση ελαχίστων τετραγώνων για τα δύο συστήματα δίνεται από τη σχέση

$$[g_1, g_3, g_5]^T = c_h \mathbf{v}_{h3} \quad \text{and} \quad [g_2, g_4, g_6]^T = c_v \mathbf{v}_{v3} \quad (8.34)$$

όπου \mathbf{v}_{w3} είναι το διάνυσμα που αντιστοιχεί στην τρίτη στήλη του 3×3 πίνακα V_w , το οποίο προκύπτει μέσω ανάλυσης ιδιοζουσών τιμών του πίνακα $A_w = U_w \Sigma_w V_w^*$ για $w = h, v$.

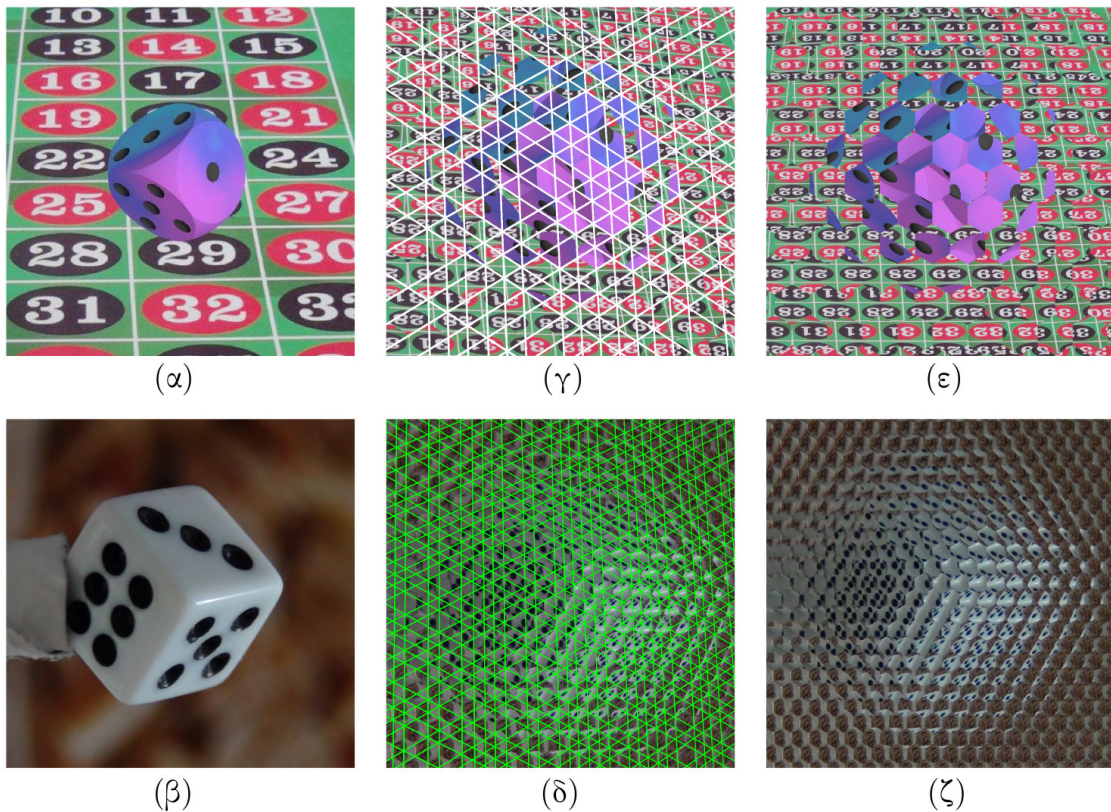
Οι παράμετροι c_h και c_v υπολογίζονται με παρόμοιο τρόπο όπως και για το εξαγωνικό πλέγμα, δουλεύοντας ξεχωριστά με τις ανακατασκευασμένες οριζόντιες και κάθετες γραμμές και θέτοντας και τις δύο αποστάσεις ίσες με p_p .

8.6 Πειράματα

8.6.1 Πειραματικές εικόνες

Η αποτελεσματικότητα και ευελιξία του προτεινόμενου συστήματος επιδιόρθωσης αξιοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ένα μεγάλο σύνολο εικόνων οπτικά ληφθέντων ΟΕ οι οποίες λήφθηκαν σκόπιμα με προβολική παραμόρφωση.

Γι αυτές τις ΟΕ χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιες πειραματικές συνθήκες με το [40] χρησιμοποιώντας μία φωτογραφική μηχανή Canon EOS-500D σε συνδυασμό με συστοιχίες εξαγωνι-



Εικόνα 8.6: (α) «Εικονικό Ζάρι», (β) «Πραγματικό Ζάρι», (γ), (δ) οι αντίστοιχες παραμορφωμένες ΟΕ με τις καταγεγραμμένες παραμορφωμένες γραμμές, (ε), (ζ) Οι επιδιορθωμένες ΟΕ.

κών φακών. Οι μη γραμμικές παραμορφώσεις τις οποίες εισάγει ο φακός δεν λαμβάνονται υπόψη καθώς διορθώνονται αυτόματα με το ενσωματωμένο λογισμικό της κάμερας.

Επιπρόσθετα με τις πραγματικές εικόνες χρησιμοποιήθηκε η μεθοδολογία δημιουργίας τεχνητών ΟΕ η οποία περιγράφεται στο [45] και δημιουργήθηκε ένα αντιπροσωπευτικό σύνολο διαφορετικών τεχνητών ΟΕ με εξαγωνικούς φακούς χρησιμοποιώντας διαφορετικά επίπεδα θορύβου, χρωματικές παραλλαγές καθώς και πολυπλοκότητα αντικειμένων στις απεικονιζόμενες σκηνές.

Θέτοντας στις παραμέτρους l_1, l_2, l_3 γνωστές τιμές και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 8.4-8.6 εφαρμόστηκαν εκ των προτέρων γνωστοί πίνακες προβολικών μετασχηματισμών. Εκτός από την προβολική παραμόρφωση εισήχθησαν διαφορετικά επίπεδα Gaussian θορύβου για να εκτιμηθεί η ευρωστία του αλγορίθμου σε σχέση με τον προστιθέμενο θόρυβο.

8.6.2 Μετρικές εκτίμησης

Για την εκτίμηση απόδοσης του προτεινόμενου συστήματος προτάθηκαν δύο παράμετροι οι οποίες μπορούν να μετρηθούν αυτόματα στο επιδιορθωμένο πλέγμα. Η πρώτη παράμετρος είναι η μέση τιμή των γωνιών οι οποίες σχηματίζονται μεταξύ όλων των γραμμών

πλέγματος η οποία αξιολογείται από τη μέση τιμή $\bar{\omega}$ και την αντίστοιχη τυπική απόκλιση σ_{ω} .

Επιπλέον χρησιμοποιείται η τυπική απόκλιση των μέσων κανονικοποιημένων μηκών ευθυγράμμων τμημάτων πλέγματος η οποία ορίζεται σαν $\delta_{\bar{\lambda}}$. Η ακολουθία των κανονικοποιημένων μέσων ακμών σχηματίζεται κανονικοποιώντας τα ευθύγραμμα τμήματα με το μήκος τους. Έτσι $\bar{\lambda} = 1$ και η παραμόρφωση πλέγματος μπορεί να αξιολογηθεί μέσω του $\delta_{\bar{\lambda}}$.

Τέλος δεδομένων των εκ των προτέρων γνωστών τιμών του H^{-1} για όλες τις τεχνητές εικόνες υπολογίστηκε το σχετικό σφάλμα στον υπολογισμό των παραμέτρων g_1, g_2, \dots, g_6 . Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζεται η στατιστική αξιολόγηση της μεθόδου στα σετ οπτικών ΟΕ καθώς και στα σετ των τεχνητών ΟΕ. Στην εικόνα 8.6 φαίνονται οι αντιπροσωπευτική εικόνες «Εικονικό Ζάρι» και «Πραγματικό Ζάρι» από κάθε σετ και εμφανίζονται η δισδιάστατη φωτογραφία της σκηνής, οι ληφθείσες ΟΕ και οι αντίστοιχες επιδιορθωμένες ΟΕ.

8.7 Αποτελέσματα

Στον πίνακα 8.1 και για διαφορετικά επίπεδα θορύβου συνοψίζονται οι τιμές για τις παραμέτρους γεωμετρικής συνοχής μαζί με τις τυπικές τους αποκλίσεις για το πλήρες σετ τεχνητών εικόνων. Επιπλέον στον πίνακα 8.2 δείχνουμε την εκτίμηση γεωμετρικής συνοχής για το «Εικονικό Ζάρι» του ίδιου σετ. Το ακρωνύμιο IILSR (Integral Image Least Squares Rectification) χρησιμοποιείται για την τρέχουσα μέθοδο ενώ το ακρωνύμιο IIPMR (Integral Image Planar Metric Rectification) χρησιμοποιείται για τη μεθοδολογία η οποία χρησιμοποιήθηκε στο κεφάλαιο 4.6 και δημοσιεύτηκε στο [37].

Πίνακας 8.1: Συνολική γεωμετρική συνοχή για το σετ τεχνητών ΟΕ

	IILSR	IIPMR	IILSR	IIPMR
	$\bar{\omega} \pm \sigma_{\omega}$	$\bar{\omega} \pm \sigma_{\omega}$	$\delta_{\bar{\lambda}}$	$\delta_{\bar{\lambda}}$
χωρίς θόρυβο	$120.00^{\circ} \pm 0.04^{\circ}$	$119.90^{\circ} \pm 0.15^{\circ}$	0.8%	2.3%
30dB	$120.00^{\circ} \pm 0.06^{\circ}$	$119.80^{\circ} \pm 0.20^{\circ}$	1.4%	2.8%
25dB	$120.00^{\circ} \pm 0.13^{\circ}$	$119.80^{\circ} \pm 0.31^{\circ}$	1.7%	3.1%
20dB	$120.10^{\circ} \pm 0.22^{\circ}$	$119.70^{\circ} \pm 0.39^{\circ}$	1.9%	3.2%
17dB	$120.30^{\circ} \pm 0.28^{\circ}$	$121.00^{\circ} \pm 3.30^{\circ}$	2.4%	4.9%

Όπως φαίνεται στους πίνακες 8.1, 8.2 η μέθοδος IIPMR εμφανίζει χαμηλότερη ανθεκτικότητα στο θόρυβο και για τις δύο μετρικές γεωμετρικής συνοχής κάτι το οποίο οφείλεται στη μετάδοση του λάθους στους ενδιάμεσους πίνακες ανάλυσης H_a, H_s .

Πίνακας 8.2: Γεωμετρική συνοχή για το «Εικονικό Ζάρι»

	IILSR	IIPMR	IILSR	IIPMR
	$\bar{\omega} \pm \sigma_{\omega}$	$\bar{\omega} \pm \sigma_{\omega}$	$\delta_{\bar{\lambda}}$	$\delta_{\bar{\lambda}}$
χωρίς θόρυβο	$120.00^{\circ} \pm 0.05^{\circ}$	$119.91^{\circ} \pm 0.08^{\circ}$	0.6%	1.3%
30dB	$120.00^{\circ} \pm 0.07^{\circ}$	$119.92^{\circ} \pm 0.11^{\circ}$	0.9%	1.7%
25dB	$119.90^{\circ} \pm 0.12^{\circ}$	$120.1^{\circ} \pm 0.14^{\circ}$	1.1%	2.8%
20dB	$119.90^{\circ} \pm 0.14^{\circ}$	$120.1^{\circ} \pm 0.3^{\circ}$	1.4%	3.6%
17dB	$119.80^{\circ} \pm 0.21^{\circ}$	$120.3^{\circ} \pm 1.9^{\circ}$	1.7%	4.5%

Οι αντίστοιχες μετρικές για ολόκληρο το σετ οπτικών ΟΕ συνοψίζονται στον πίνακα 8.3 ενώ στον πίνακα 8.4 φαίνονται τα αποτελέσματα για το «Πραγματικό Ζάρι». Παρατηρούμε ότι η ποιότητα των αποτελεσμάτων είναι όμοια με αυτή για τις τεχνητά δημιουργηθείσες ΟΕ.

Πίνακας 8.3: Γεωμετρική συνοχή για όλο το σετ οπτικών ΟΕ.

	IILSR	IIPMR
$\bar{\omega} \pm \delta_{\omega}$	$120.2^{\circ} \pm 0.14^{\circ}$	$119.3^{\circ} \pm 2.6^{\circ}$
$\delta_{\bar{\lambda}}$	1.7%	3.1%

Πίνακας 8.4: Γεωμετρική συνοχή για το «Πραγματικό Ζάρι».

	IILSR	IIPMR
$\bar{\omega} \pm \delta_{\omega}$	$120.1^{\circ} \pm 0.2^{\circ}$	$119.4^{\circ} \pm 2.9^{\circ}$
$\delta_{\bar{\lambda}}$	1.5%	3.8%

Τέλος στους πίνακες 8.5-8.8 παρουσιάζονται τα απόλυτα σχετικά σφάλματα για την εύρεση των στοιχείων g_1, \dots, g_6 για το πλήρες σετ τεχνητών ΟΕ όπως και για την ΟΕ «Εικονικό Ζάρι». Τα αποτελέσματα για την μέθοδο IILSR η οποία προτείνεται παρουσιάζουν μια σταθερά έως γραμμική συμπεριφορά για διαφορετικά επίπεδα θορύβου για όλες τις παραμέτρους ενώ τα αποτελέσματα για την IIPMR εμφανίζουν ισχυρές αποκλίσεις από τις ιδανικές τιμές σε υψηλά επίπεδα θορύβου.

Πίνακας 8.5: Μέσο σχετικό σφάλμα για τις παραμέτρους g_1, \dots, g_6 στις τεχνητές εικόνες χρησιμοποιώντας την IILSR

	δg_1	δg_2	δg_3	δg_4	δg_5	δg_6
noiseless	0.75%	0.46%	1.02%	1.55%	0.93%	0.43%
30dB	0.61%	0.93%	1.10%	1.76%	1.12%	0.49%
25dB	0.43%	1.42%	1.33%	2.22%	1.51%	0.89%
20dB	0.75%	1.01%	1.41%	2.35%	1.67%	1.38%
17dB	1.34%	2.59%	2.77%	2.58%	2.26%	1.57%

Πίνακας 8.6: Μέσο σχετικό σφάλμα για τις παραμέτρους g_1, \dots, g_6 στις τεχνητές εικόνες χρησιμοποιώντας την IIPMR

	δg_1	δg_2	δg_3	δg_4	δg_5	δg_6
noiseless	1.46%	2.07%	1.98%	1.02%	0.91%	0.09%
30dB	1.57%	2.76%	2.34%	1.01%	1.55%	1.11%
25dB	2.71%	3.10%	2.41%	2.45%	2.63%	1.84%
20dB	2.88%	4.43%	3.07%	2.97%	2.74%	1.90%
17dB	4.47%	5.18%	4.78%	4.73%	3.07%	4.74%

Πίνακας 8.7: Μέσο σχετικό σφάλμα για τις παραμέτρους g_1, \dots, g_6 στο «Εικονικό Ζάρι» χρησιμοποιώντας την IILSR

	δg_1	δg_2	δg_3	δg_4	δg_5	δg_6
noiseless	0.23%	0.8%	0.94%	0.07%	0.45%	0.21%
30dB	0.57%	1.12%	0.75%	0.13%	0.41%	0.32%
25dB	0.71%	1.44%	1.97%	0.15%	0.85%	0.56%
20dB	1.13%	1.27%	2.36%	0.94%	1.04%	0.67%
17dB	1.54%	3.31%	3.11%	1.33%	1.3%	1.91%

Πίνακας 8.8: Μέσο σχετικό σφάλμα για τις παραμέτρους g_1, \dots, g_6 στο «Εικονικό Ζάρι» χρησιμοποιώντας την IIPMR

	δg_1	δg_2	δg_3	δg_4	δg_5	δg_6
noiseless	0.54%	1.17%	1.85%	0.09%	1.15%	1.76%
30dB	0.77%	2.15%	2.31%	0.17%	1.89%	1.83%
25dB	1.65%	2.04%	2.44%	1.2%	1.42%	2.45%
20dB	2.47%	3.56%	2.22%	1.18%	2.11%	2.62%
17dB	4.11%	5.01%	3.24%	3.82%	2.82%	3.74%

8.8 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκε μία ολοκληρωμένη μέθοδος επιδιόρθωσης ΟΕ διαφόρων τύπων η οποία βασίζεται στην τεχνική των ελαχίστων τετραγώνων για τον συνολικό και απευθείας υπολογισμό του προβολικού μετασχηματισμού ανακατασκευής.

Με το σύστημα που αναπτύχθηκε ανιχνεύονται γραμμές του παραμορφωμένου πλέγματος οι οποίες ταξινομούνται σε σετ διευθύνσεων τα οποία αντιστοιχούν σε ιδανικές διευθύνσεις του μη παραμορφωμένου πλέγματος οι οποίες είναι εκ των προτέρων γνωστές. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η χρήση της διαδικασίας αυτής δεν απαιτεί μία ένα-προς-ένα αντιστοίχιση μεταξύ των παραμορφωμένων και επιδιορθωμένων γραμμών παρακάμπτοντας έτσι μία υπολογιστικά αργή και επιρρεπή σε λάθη διεργασία.

Τόσο η χρήση ελαχίστων τετραγώνων όσο και η αποφυγή της εκτίμησης του πίνακα επιδιόρθωσης μέσω πολλών βημάτων έχουν ως αποτέλεσμα ισχυρή βελτίωση στην ακρίβεια και ευελιξία σε σύγκριση με άλλες προσεγγίσεις.

Η χρήση κατάλληλα επιλεγμένων κριτηρίων γεωμετρικής συνοχής παρέχει μία αντικειμενική εκτίμηση των αποτελεσμάτων επιδιόρθωσης. Συγκρίνοντας την μέθοδο ILSR η οποία παρουσιάστηκε στο παρόν κεφάλαιο με την μέθοδο IIPMR του κεφαλαίου 4.6 παρατηρούμε μία αυξημένη σταθερότητα σε υψηλότερα επίπεδα θορύβου.

Τέλος η χρήση της αυτοματοποιημένης μεθόδου επιλογής ανάμεσα σε διαφορετικούς τύπους πλέγματος καθιστά την το προτεινόμενο σύστημα ένα χρήσιμο εργαλείο για την επιδιόρθωση ΟΕ. Επιπλέον θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι αρχές της επιδιόρθωσης παραμορφωμένων πλεγμάτων μπορούν εύκολα να επεκταθούν και σε άλλους τομείς οι οποίοι έχουν ανάγκη την επιδιόρθωση προβολικών παραμορφώσεων σε φωτογραφίες επίπεδων δομών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΣΕ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΦΑΚΩΝ

9.1 Περίληψη

Στα προηγούμενα κεφάλαια έγινε εκτενής μελέτη ευέλικτων μεθόδων επιδιόρθωσης γεωμετρικών παραμορφώσεων σε ΣΣΦ οι οποίες αποτελούνται από τετραγωνικούς, εξαγωνικούς και τριγωνικούς φακούς. Υπάρχει όμως και η πολύ σημαντική κατηγορία των κυκλικών φακών.

Οι κυκλικοί φακοί αν και προσφέρουν μειονεκτήματα ως προς την αξιοποίηση επιφάνειας του αισθητήρα, παράγονται εύκολα και είναι αρκετά διαδεδομένοι καθώς ήταν και οι πρώτοι που χρησιμοποιήθηκαν σε ΣΣΦ και γι αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται ευρύτατα μέχρι σήμερα. Συνεπώς είναι απαραίτητη η ανάπτυξη μεθόδων ανάλυσης και επιδιόρθωσης των αντιστοιχών γεωμετρικών παραμορφώσεων στις σχετικές ΟΕ.

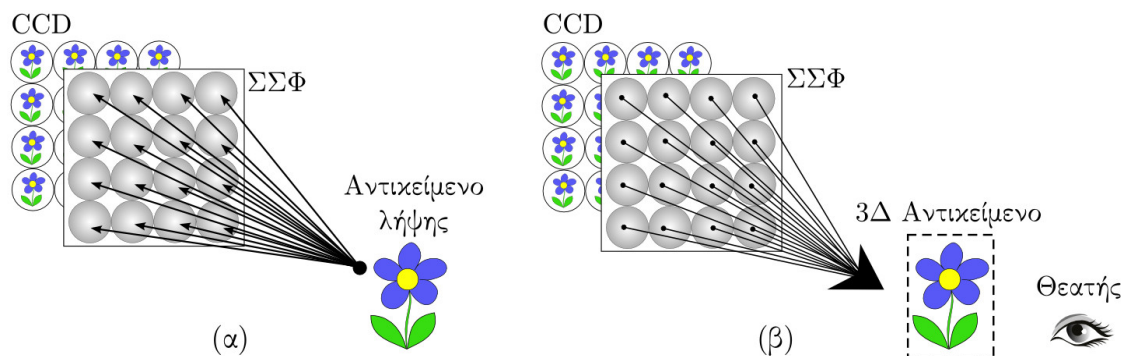
Η πρώτη προσέγγιση επιδιόρθωσης η οποία και αναλύεται σε αυτό το κεφάλαιο αντιμετωπίζει το πρόβλημα της περιστροφής στις ΟΕ κυκλικών φακών η οποία μπορεί να προκύψει λόγω έλλειψης ευθυγράμμισης της ΣΣΦ και του αισθητήρα CCD κατά τη διάρκεια της λήψης. Μία αντίστοιχη λύση για το πρόβλημα περιστροφής σε ΣΣΦ τετράγωνων φακών είχε προταθεί στο [7].

Στην μέθοδο που προτείνεται στο παρόν κεφάλαιο χρησιμοποιείται ο κυκλικός μετασχηματισμός Hough επαυξημένο με την πληροφορία κλίσης όπως έχει περιγραφεί από τους Kimme και Ballard [51]. Με αυτή την προσέγγιση ανιχνεύονται κυκλικές περιοχές στην παραμορφωμένη ληφθείσα ΟΕ οι οποίες αντιστοιχούν σε ΣΕ. Στη συνέχεια εφαρμόζοντας τριγωνισμό Delaunay και ακολουθώντας μία στατιστική προσέγγιση στις κλίσεις των τμημάτων που προκύπτουν ανακατασκευάζεται και περιστρέφεται στη σωστή θέση το πλέγμα της ληφθείσας ΟΕ.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τον σωστό διαχωρισμό των κυκλικών ΣΕ οι οποίες περιέχονται στην ΟΕ, μία διαδικασία η οποία είναι ζωτικής σημασίας για την επεξεργασία και αναπαραγωγή των ΟΕ. Στο τέλος του κεφαλαίου παρέχονται πειραματικά αποτελέσματα τα οποία επικυρώνουν την ακρίβεια της μεθόδου μέσω αντικειμενικών κριτηρίων αξιολόγησης.

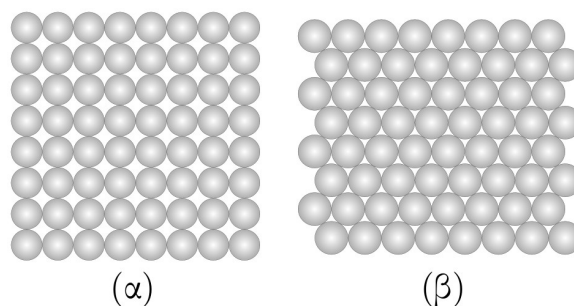
9.2 Εισαγωγή

Η διάταξη λήψης καθώς και η αντίστοιχη διάταξη αναπαραγωγής ΟΕ για την περίπτωση ΣΣΦ κυκλικών φακών φαίνεται στην εικόνα 9.1. Αντίστοιχα στην εικόνα 9.2 μπορούμε να



Εικόνα 9.1: (α) Συστοιχία λήψης ΟΕ με κυκλικούς φακούς, (β) Συστοιχία αναπαραγωγής ΟΕ με κυκλικούς φακούς.

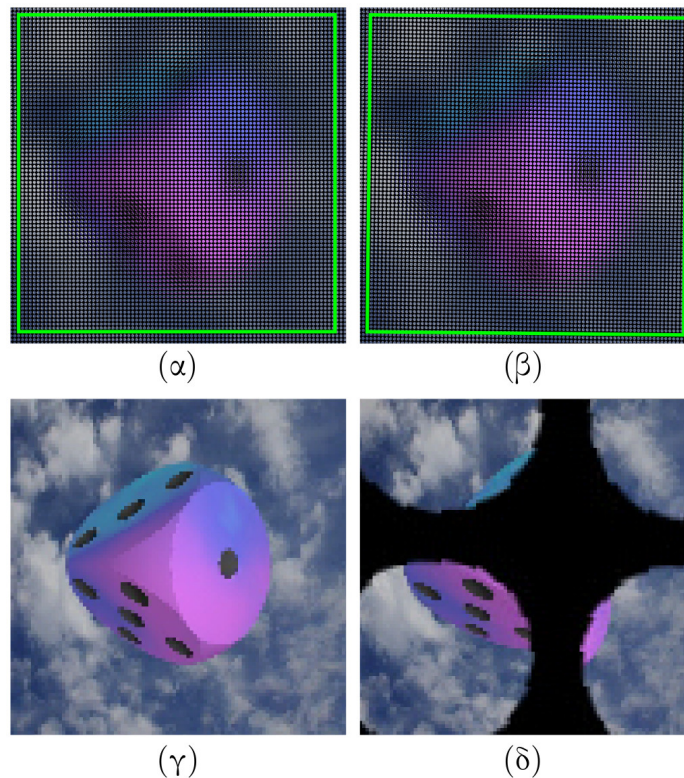
παρατηρήσουμε τους δυνατούς τρόπους διάταξης των κυκλικών φακών της συστοιχίας. Η παρούσα μέθοδος αναπτύχθηκε με πρότυπο τη διάταξη 9.2(α). Όμως πρέπει να αναφερθεί ότι με την ακριβώς ίδια διαδικασία μπορούν να επιδιορθωθούν και ΟΕ ληφθείσες από συστοιχίες της μορφής 9.2(β).



Εικόνα 9.2: (α) Συστοιχία κυκλικών φακών με τετραγωνική διάταξη πλέγματος, (β) Συστοιχία κυκλικών φακών με εξαγωνική διάταξη πλέγματος.

Όπως είναι γνωστό το οποιοδήποτε λάθος ευθυγράμμισης κατά τη διάρκεια της διαδικασίας λήψης προκαλεί καταστροφικά αποτελέσματα στις διαστάσεις και την τοποθεσία των ΣΕ. Επίσης καθώς η μέθοδοι δημιουργίας 3D αντικειμένων [39], συμπίεσης ΟΕ [48] και 2D αναπαραγωγής και επανεστίασης [52] βασίζονται στις ακριβείς διαστάσεις των ΣΕ καθώς και του πλέγματος που σχηματίζουν, είναι εμφανές ότι είναι απαραίτητο ένα στάδιο προπεξεργασίας για την αφαίρεση των γεωμετρικών παραμορφώσεων.

Στην τρέχουσα ενότητα αντιμετωπίζονται οι περιστροφικές παραμορφώσεις. Στην εικόνα 9.3 μπορούμε να δούμε το καταστροφικό αποτέλεσμα που έχουν σε μία 2D αναπαραγωγή.

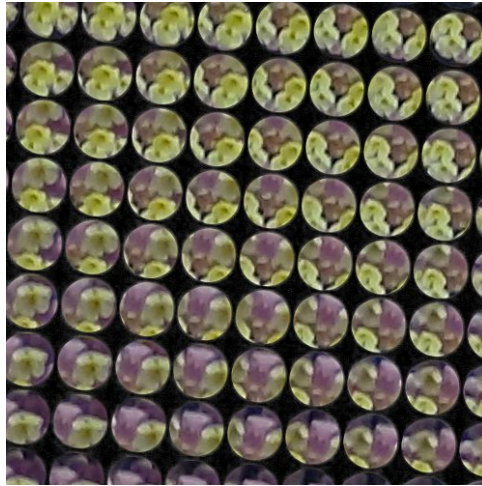


Εικόνα 9.3: (α) Σωστά περιστραμμένη ΟΕ χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο. (β) Περιστραμμένη ΟΕ λόγω λάθους στη διαδικασία λήψης. Το πλαίσιο στα (α), (β) υπάρχει για λόγους επεξήγησης της περιστροφής. (γ) Μπροστινή 2Δ όψη δημιουργηθείσα από την ΟΕ στο (α). (δ) Μπροστινή 2Δ όψη δημιουργηθείσα από την ΟΕ στο (β).

Οι μέθοδοι που έχουν προταθεί ως τώρα για την περίπτωση γεωμετρικών παραμορφώσεων αντιμετωπίζουν το πρόβλημα μόνο για τις περιπτώσεις όπου οι φακοί διαχωρίζονται από ευθύγραμμα τμήματα όπως συμβαίνει στα τετραγωνικά, εξαγωνικά και τριγωνικά πλέγματα [7], [40], [37], [49]. Καθώς δεν έχει προταθεί καμία προσέγγιση για το πρόβλημα των κυκλικών φακών παρουσιάζεται μία μέθοδος η οποία βασίζεται στα ιδιαίτερα φυσικά χαρακτηριστικά μίας συστοιχίας κυκλικών φακών.

Το βασικότερο χαρακτηριστικό των συστοιχιών αυτών είναι η σκοτεινή περιοχή μεταξύ των φακών όπως καθαρά φαίνεται στην εικόνα 9.4. Η εισαγωγή της σκοτεινής μάσκας είναι απαραίτητη κατά τη διαδικασία κατασκευής της ΣΣΦ κυκλικών φακών καθώς εμποδίζει το μη επιθυμητό φως το οποίο εκπέμπεται από τα κενά μεταξύ των φακών [53]. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μία έντονη διαφορά αντίθεσης και φωτεινότητας μεταξύ της μάσκας και του περιεχομένου των κυκλικών ΣΕ, γεγονός το οποίο δημιουργεί ευδιάκριτα κυκλικά σχήματα στην ληφθείσα ΟΕ.

Η διαδικασία επιδιόρθωσης η οποία προτάθηκε συνοψίζεται στα εξής βήματα: Χρησιμοποιείται ο κυκλικός μετασχηματισμός Hough αξιοποιώντας και την πληροφορία κλίσης στην ληφθείσα ΟΕ για την καταγραφή των κέντρων ενός υποσυνόλου από τις κυκλικές



Εικόνα 9.4: Οπτικά ληφθείσα ΟΕ απο συστοιχία κυκλικών φακών με εμφανή την περιστροφική παραμόρφωση. Η σκοτεινή περιοχή ανάμεσα στις κυκλικές ΣΕ οφείλεται στην ενδιάμεση μάσκα η οποία χρησιμοποιείται κατά την κατασκευή της ΣΣΦ.

ΣΕ. Στη συνέχεια εφαρμόζεται τριγωνισμός Delaunay για τη δημιουργία ενός συνόλου ευθυγράμμου τμημάτων τα οποία σχηματίζουν τμήμα του πλέγματος ΣΕ. Εφαρμόζοντας μία στατιστική μέθοδο βασισμένη στο ιστόγραμμα των κλίσεων αυτών των τμημάτων εξάγεται πληροφορία για τη γωνία περιστροφής αλλά και για το μέγεθος των ΣΕ. Στις ενότητες που ακολουθούν περιγράφονται αναλυτικά οι απαραίτητες λεπτομέρειες.

9.3 Ανίχνευση κυκλικών ΣΕ

Αρχικά μετατρέπεται η ληφθείσα ΟΕ σε διαβαθμίσεις του γκρι. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ο κυκλικός μετασχηματισμός Hough οι λεπτομέρειες του οποίου περιγράφονται αναλυτικά ως εξής:

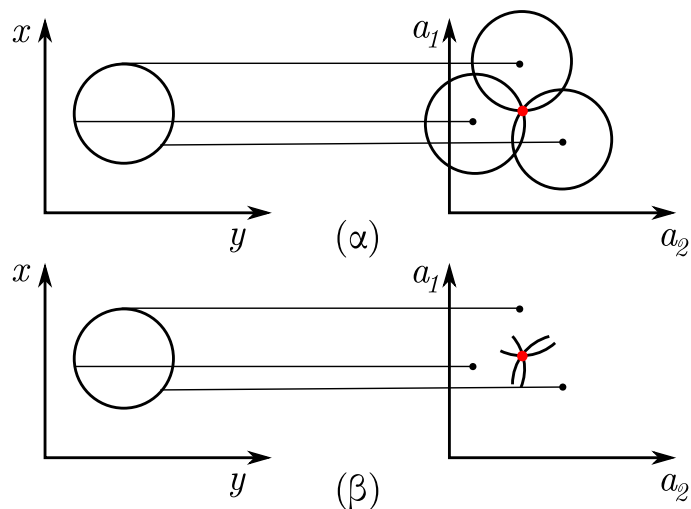
Οι συντεταγμένες (x, y) ενός σημείου το οποίο ανήκει σε ένα κύκλο με ακτίνα r και κέντρο (a_1, a_2) μπορούν να γραφούν σε παραμετρική μορφή ως:

$$\begin{cases} t \in [0, 2\pi] \\ x = a_1 + r \cos(t) \\ y = a_2 + r \sin(t) \end{cases} \quad (9.1)$$

οι οποίες μετασχηματίζονται σε:

$$\begin{cases} t \in [0, 2\pi] \\ a_1 = x - r \cos(t) \\ a_2 = y - r \sin(t) \end{cases} \quad (9.2)$$

Εξαιτίας των εξισώσεων αυτών και σύμφωνα με το [51], είναι εμφανές ότι ο μετασχηματισμός Hough όταν επεκταθεί για την ανίχνευση κύκλων χρειάζεται ένα τρισδιάστατο χώρο συσσωρευτή $C = (a_1, a_2, r)$.



Εικόνα 9.5: (α) Κάθε εικονοστοιχείο κυκλικής ακμής (x, y) της εικόνας εισόδου (αριστερά) απεικονίζεται σε έναν κύκλο στο χώρο του συσσωρευτή (δεξιά). Το σημείο τομής (κόκκινο) των κύκλων που σχηματίστηκαν στο συσσωρευτή αποτελεί το κέντρο του ανιχνευμένου κύκλου στην εικόνα εισόδου. (β) Η πληροφορία κλίσης για την εικόνα εισόδου περιορίζει το εύρος των κύκλων σε τόξα.

Ο κλασικός μετασχηματισμός Hough χρησιμοποιεί αρχικά μία εικόνα στην οποία έχει εφαρμοστεί ανίχνευση ακμών μέσω του αλγορίθμου Canny. Όταν είναι γνωστή η ακτίνα r_0 κάθε εικονοστοιχείο (x, y) το οποίο ανήκει σε κύκλο με κέντρο (a_1, a_2) στην εικόνα εισόδου δημιουργεί έναν αντίστοιχο κύκλο με κέντρο (x, y) στον δισδιάστατο χώρο συσσωρευτή (a_1, a_2) όπως φαίνεται στην εικόνα 9.5(α).

Το σημείο τομής όλων των κυκλικών τμημάτων στον χώρο συσσωρευτή αποτελεί το κέντρο του ανιχνευμένου κύκλου της εικόνας εισόδου. Αυτή η προσέγγιση ανίχνευσης μπορεί να βελτιστοποιηθεί περαιτέρω παρατηρώντας ότι η πληροφορία κλίσης που υπάρχει στην εικόνα εισόδου είναι αντίστοιχα και η κλίση στο χώρο του συσσωρευτή. Για ένα κύκλο (a_1, a_2, r) με αναλυτική εξίσωση F ισχύει ότι;

$$F : (x - a_1)^2 + (y - a_2)^2 = r^2 \tag{9.3}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} = 2(x - a_1) \\ \frac{\partial F}{\partial y} = 2(y - a_2) \\ \frac{\partial F}{\partial a_1} = -2(x - a_1) \\ \frac{\partial F}{\partial a_2} = -2(y - a_2) \end{cases} \quad (9.4)$$

Το διάνυσμα κλίσης πάντα δείχνει προς το κέντρο του ανιχνευμένου κύκλου. Συνεπώς χρησιμοποιώντας ένα μικρό εύρος γωνίας για κάθε σημείο του τελεστή κλίσης οι κύκλοι στο χώρο του συσσωρευτή περιορίζονται σε τεμνόμενα τόξα όπως φαίνεται στην εικόνα 9.5(β). Με αυτό τον τρόπο η εύρεση της τομής βελτιστοποιείται υπολογιστικά με το επιπλέον πλεονέκτημα της ελάττωσης των λανθασμένων ανιχνεύσεων.

Συνεπώς η προσέγγιση ανίχνευσης που ακολουθήθηκε συνοψίζεται ως εξής:

- Υπολογίζεται το διάνυσμα κλίσης και η κατεύθυνσή του για όλα τα εικονοστοιχεία (x, y) της εικόνας εισόδου.
- Εφαρμόζεται ο αλγόριθμος Canny στην εικόνα.
- Για κάθε εικονοστοιχείο ακμής αντιστοιχίζονται τόξα στην εικόνα εξόδου χρησιμοποιώντας την πληροφορία κλίσης.
- Εντοπίζονται οι τοποθεσίες των μεγίστων που σχηματίζονται στο χώρο συσσωρευτή.

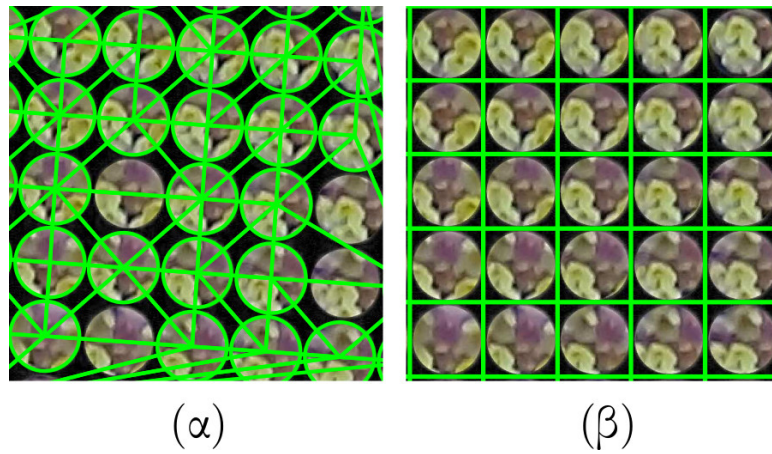
Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για συνεχόμενες διακριτές τιμές της ακτίνας r η οποία περιέχεται σε ένα αναμενόμενο διάστημα $[r_{\min}, r_{\max}]$. Τελικά επιλέγεται η τιμή r_0 η οποία αντιστοιχεί στον συσσωρευτή που δημιουργεί τα μεγαλύτερα μέγιστα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ακριβή καταγραφή κύκλων στην ΟΕ εισόδου οι οποίοι αντιστοιχούν στα όρια μεταξύ των ΣΕ και της ενδιάμεσης μάσκας.

9.4 Εκτίμηση γωνίας περιστροφής

Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία ανίχνευσης κύκλων η εκτιμηθείσα τιμή για την ακτίνα των κυκλικών ΣΕ είναι r_0 . Έτσι δημιουργείται η ακολουθία

$$\{[x(i), y(i)]\}, i = 1 \dots N \quad (9.5)$$

των εκτιμηθέντων κέντρων. Αυτά στη συνέχεια χρησιμοποιούνται σε έναν τριγωνισμό Delaunay ο οποίος ενώνει τα κέντρα δημιουργώντας έναν αριθμό από M ευθύγραμμα

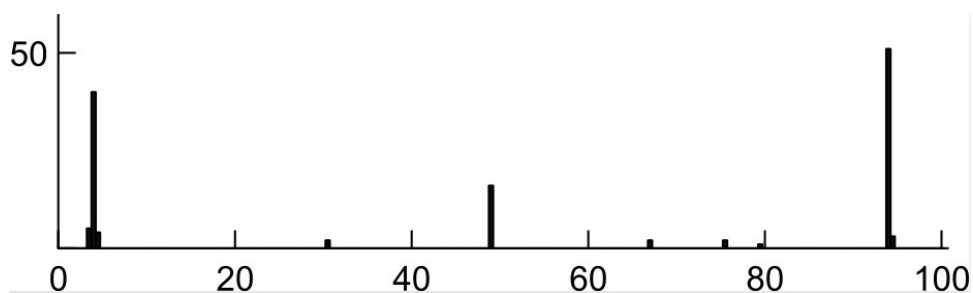


Εικόνα 9.6: (α) Τριγωνισμός Delaunay στα κέντρα των ανιχνευθέντων κύκλων, (β) Το ανακατασκευασμένο πλέγμα το οποίο διαχωρίζει τις ΣΕ.

τμήματα όπως βλέπουμε στην εικόνα 9.6(α). Κάθε ευθύγραμμο τμήμα συμβολίζεται σαν $s = (x_s, y_s, x_e, y_e)$, όπου x_s, y_s είναι οι συντεταγμένες του σημείου αρχής και x_e, y_e οι συντεταγμένες του τέλους. Όλα αυτά τα ευθύγραμμο τμήματα δημιουργούν την ακολουθία:

$$\{S_i\} = \{[x_s(i), y_s(i), x_e(i), y_e(i)]\}, i = 1 \dots M \quad (9.6)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η αντίστοιχη ακολουθία $\{\theta_i\}$ η οποία περιέχει τις γωνίες οι οποίες σχηματίζονται μεταξύ κάθε ευθυγράμμου τμήματος στο $\{S_i\}$ και του x -άξονα. Λόγω της φύσης του τριγωνισμού αναμένεται ότι στην ακολουθία $\{\theta_i\}$ θα εμφανιστούν τρεις κυρίαρχοι πληθυσμοί αντιστοιχώντας στα τμήματα με ιδανικές γωνίες $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$. Αυτό φαίνεται στο ιστόγραμμα της $\{\theta_i\}$ το οποίο φαίνεται στην εικόνα 9.7. Χρησιμοποιώντας ακρίβεια



Εικόνα 9.7: Ιστόγραμμα για την ακολουθία $\{\theta_i\}$ η οποία περιέχει τις γωνίες των τμημάτων που προκύπτουν μετά τον τριγωνισμό Delaunay.

20° απομονώνονται τα διαστήματα $[-20^\circ, 20^\circ]$ και $[70^\circ, 110^\circ]$, εντοπίζονται τα μέγιστα τους και διατηρούνται τα ευθύγραμμο τμήματα σε μία περιοχή 1° . Οι μικρές περιοχές αυτές αντιστοιχούν στις ιδανικές γωνίες των $0^\circ, 90^\circ$ στο μη περιστραμμένο πλέγμα.

Γι αυτό το λόγο σχηματίζονται οι αντίστοιχοι πληθυσμοί οριζόντιων και κάθετων τμημάτων

οι οποίοι συμβολίζονται σαν S_h, S_v , υπολογίζονται οι τιμές

$$x_h = \frac{\text{mean}(\Delta x\{S_h\}) + \text{mean}(\Delta y\{S_v\})}{2} \quad (9.7)$$

$$y_h = \frac{\text{mean}(\Delta y\{S_h\}) + \text{mean}(\Delta x\{S_v\})}{2} \quad (9.8)$$

και τελικά ο βέλτιστος πίνακας περιστροφής R δίνεται από την εξίσωση:

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{x_h^2 + y_h^2}} \begin{pmatrix} x_h & y_h \\ -y_h & x_h \end{pmatrix} \quad (9.9)$$

Αφού εφαρμοστεί ο πίνακας R στην περιστραμμένη εικόνα ανακατασκευάζεται το πλέγμα της ΟΕ εντοπίζοντας γραμμές και στήλες ΣΕ όπως φαίνεται στην εικόνα 9.6(β).

9.5 Ανακατασκευή πλέγματος

Ακολουθώντας την εκτίμηση της γωνίας θ εφαρμόζεται μία τεχνική ιεραρχικής ομαδοποίησης για την ανάθεση των συντεταγμένων των ανιχνευμένων κέντρων σε γραμμές και στήλες.

Από την ακολουθία των κέντρων της εξίσωσης 9.5 χρησιμοποιούνται οι x -συντεταγμένες τους και σχηματίζονται N_V κάθετες κλάσεις οι οποίες αντιστοιχούν σε στήλες. Αυτές στη συνέχεια ταξινομούνται και ανατοποθετούνται με βάση τη μέση τιμή των x -συντεταγμένων τους σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$X_v(j) : v = 1, 2, \dots, N_X \quad j = 1, 2, \dots, N_v \quad (9.10)$$

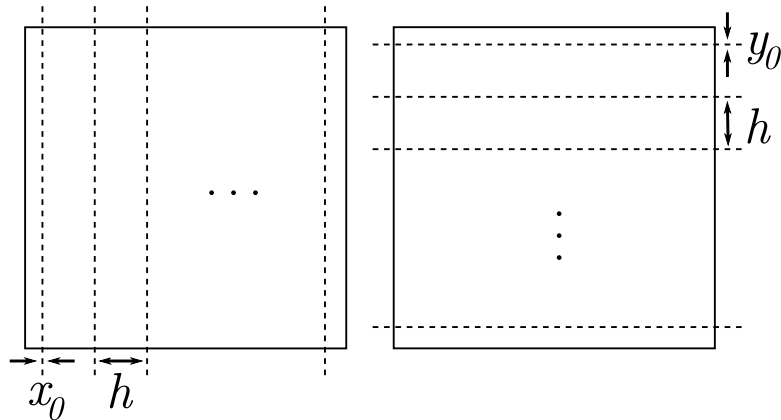
$$|X_v(j) - X_v(j')| < r_0 \quad \forall j, j' \quad (9.11)$$

$$X_v(j) < X_{v'}(j') \Rightarrow v < v' \quad \forall j, j' \quad (9.12)$$

όπου με v συμβολίζουμε τον δείκτη μίας κλάσης σε έναν πληθυσμό N_X κλάσεων, με j συμβολίζουμε τον δείκτη ενός στοιχείου μέσα στην κλάση και r_0 είναι η ακτίνα που χρησιμοποιείται σαν κατώφλι ομαδοποίησης. Είναι εμφανές ότι

$$\sum_{v=1}^{N_X} N_v = N \quad (9.13)$$

Στην συνέχεια υπολογίζονται οι παράμετροι x_0, y_0, h για την προσαρμογή ενός πλέγματος ισοπύκνων κάθετων και οριζόντιων γραμμών στις διαμορφωμένες κλάσεις μέσω της τεχνικής των ελαχίστων τετραγώνων.



Εικόνα 9.8: Προσαρμογή τετραγωνικού πλέγματος με ενδοαποστάσεις γραμμών h ξεκινώντας από το σημείο (x_0, y_0) .

Χρησιμοποιώντας τις στήλες του σχήματος 9.8 δημιουργούνται οι ακόλουθες εξισώσεις οι οποίες σχηματίζουν ένα υπερπροσδιορισμένο $2N \times 3$ γραμμικό σύστημα:

$$\begin{aligned}
 x_0 + 1 \cdot h &= X_1(j), \quad j = 1, 2, \dots, N_1 \\
 x_0 + 2 \cdot h &= X_2(j), \quad j = 1, 2, \dots, N_2 \\
 &\vdots \\
 x_0 + N_X \cdot h &= X_{N_X}(j), \quad j = 1, 2, \dots, N_{N_X}
 \end{aligned}
 \tag{9.14}$$

Με τον ίδιο τρόπο χρησιμοποιώντας τις γραμμές σχηματίζεται το αντίστοιχο σύστημα:

$$\begin{aligned}
 y_0 + 1 \cdot h &= Y_1(j), \quad j = 1, 2, \dots, M_1 \\
 y_0 + 2 \cdot h &= Y_2(j), \quad j = 1, 2, \dots, M_2 \\
 &\vdots \\
 y_0 + M_Y \cdot h &= Y_{M_Y}(j), \quad j = 1, 2, \dots, M_{M_Y}
 \end{aligned}
 \tag{9.15}$$

Τα δύο προηγούμενα συστήματα συνδυάζονται και εκφράζονται σε διανυσματική μορφή σαν:

$$\mathbf{Q} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ h \end{pmatrix} = \mathbf{b}
 \tag{9.16}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{Vec}_1 \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{Vec}_2 \end{pmatrix} \quad (9.17)$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} \mathbf{Vec}_Y \\ \mathbf{Vec}_X \end{pmatrix} \quad (9.18)$$

Τα διανύσματα των προηγούμενων εξισώσεων ορίζονται ως:

$$\mathbf{Vec}_1 = \begin{pmatrix} 1 \times \text{ones}(N_1, 1) \\ 2 \times \text{ones}(N_2, 1) \\ \vdots \\ N_X \times \text{ones}(N_{N_X}, 1) \end{pmatrix} \quad (9.19)$$

$$\mathbf{Vec}_2 = \begin{pmatrix} 1 \times \text{ones}(M_1, 1) \\ 2 \times \text{ones}(M_2, 1) \\ \vdots \\ M_Y \times \text{ones}(M_{M_Y}, 1) \end{pmatrix} \quad (9.20)$$

$$\mathbf{Vec}_Y = \begin{pmatrix} [X_1(j), j = 1, 2, \dots, N_1]^T \\ [X_2(j), j = 1, 2, \dots, N_2]^T \\ \vdots \\ [X_{N_X}(j), j = 1, 2, \dots, N_{N_X}]^T \end{pmatrix} \quad (9.21)$$

$$\mathbf{Vec}_X = \begin{pmatrix} [Y_1(j), j = 1, 2, \dots, M_1]^T \\ [Y_2(j), j = 1, 2, \dots, M_2]^T \\ \vdots \\ [Y_{M_Y}(j), j = 1, 2, \dots, M_{M_Y}]^T \end{pmatrix} \quad (9.22)$$

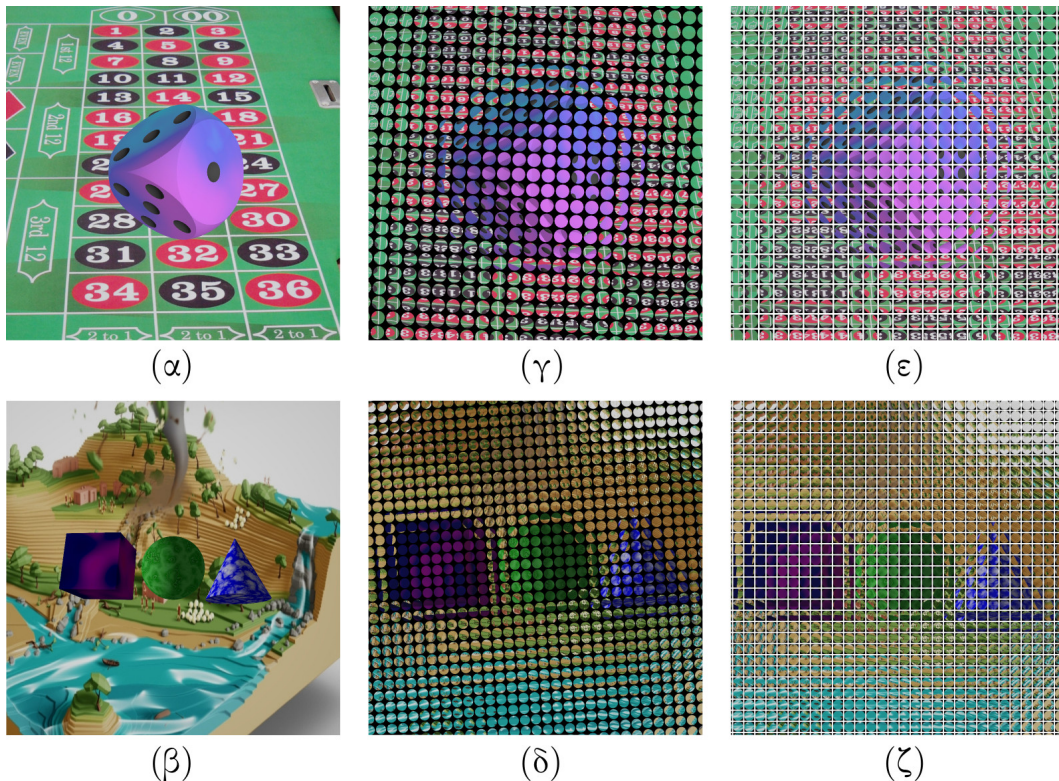
Τελικά η λύση προσδιορίζεται με χρήση της τεχνικής ελαχίστων τετραγώνων ελαχιστοποιώντας την ποσότητα

$$\left\| \mathbf{Q} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ h \end{pmatrix} - \mathbf{b} \right\|^2 \quad (9.23)$$

χρησιμοποιώντας τον ψευδοαντίστροφο πίνακα του \mathbf{Q} . Για τον επιτυχή διαχωρισμό των ΣΕ το προσδιορισμένο πλέγμα μετατοπίζεται κατά $h/2$ όπως φαίνεται στην εικόνα 9.6(β).

9.6 Πειράματα, αποτελέσματα και συμπεράσματα

9.6.1 Εικόνες



Εικόνα 9.9: Εικονικές ΟΕ: (α)-(β) είναι οι σκηνές του «Ζαριού» και των «3Δ Αντικειμένων», (γ)-(δ) είναι οι αντίστοιχες περιστραμμένες ΟΕ, (ε)-(ζ) είναι οι σωστά περιστραμμένες ΟΕ με το αντίστοιχο τους τετραγωνικό πλέγμα.

Η διαδικασία που περιγράφηκε εφαρμόστηκε επιτυχώς σε μία πληθώρα τεχνητά δημιουργηθέντων καθώς και πραγματικών ΟΕ. Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα επιδιόρθωσης για μία οπτική ΟΕ και δύο τεχνητές ΟΕ.

Η οπτική ΟΕ φαίνεται στις εικόνες 9.4, 9.6 και η λήψη της πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας μία κάμερα Cannon EOS-500D εφαρμόζοντας τη διαδικασία λήψης του [37]. Πρέπει να αναφέρουμε ότι οι μη γραμμικές παραμορφώσεις του φακού δεν ελήφθησαν υπόψη καθώς επιδιορθώνονται αυτόματα χρησιμοποιώντας το ενσωματωμένο λογισμικό της κάμερας. Σε περίπτωση που η κάμερα δεν παρέχει τέτοιες δυνατότητες ένα πλήθος προσεγγίσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αφαίρεση των παραμορφώσεων αυτών πριν την εφαρμογή της προτεινόμενης διαδικασίας.

Οι δύο τεχνητές εικόνες ονομάζονται «Ζάρι» και «3Δ Αντικείμενα» και φαίνονται στην εικόνα 9.9. Δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας την τεχνική η οποία περιγράφηκε στο [45] και στη συνέχεια περιστράφηκαν και αναμίχθηκαν με Gaussian θόρυβο ώστε το PSNR τους να είναι αντίστοιχα 20,25,30 dB ώστε να προσομοιωθούν όσο το δυνατόν καλύτερα

συνθήκες πραγματικής λήψης.

9.6.2 Μετρικές γεωμετρικής συνοχής

Ο κυκλικός μετασχηματισμός Hough εισάγει λάθη στην εκτίμηση των κέντρων των κύκλων γεγονός το οποίο στη συνέχεια επηρεάζει τον υπολογισμό της γωνίας περιστροφής καθώς και τον προσδιορισμό του βέλτιστου τετραγωνικού πλέγματος.

Το ανακατασκευασμένο τετραγωνικό πλέγμα περιέχει γραμμές οι οποίες σχηματίζουν γωνίες 0° ή 90° με τον x -άξονα ενώ τα ανιχνευμένα κέντρα των κύκλων παρουσιάζουν μικρές αποκλίσεις σε σχέση με την απόλυτη ευθυγράμμιση με τις οριζόντιες και κάθετες διευθύνσεις του πλέγματος.

Έτσι εισάγονται οι παράμετροι $\Delta\theta$ και d για να εκτιμηθεί η ευελιξία του αλγορίθμου. Οι παράμετροι μπορούν να μετρηθούν αυτόματα πάνω στο ανακατασκευασμένο πλέγμα. Η παράμετρος $\Delta\theta$ αναφέρεται στον πίνακα περιστροφής 9.9 και μετράει το λάθος εκτίμησης της γωνίας περιστροφής σε μοίρες σε σχέση με τις αρχικές ιδανικές τιμές.

Η παράμετρος d υπολογίζεται ως εξής: Προσδιορίζονται οι οριζόντιες καθώς και κάθετες αποστάσεις του κάθε ανιχνευθέντος κέντρου από το ανακατασκευασμένο πλέγμα. Στην ιδανική περίπτωση θα έπρεπε οι αποστάσεις αυτές να είναι ίσες με $h/2$. Οι τιμές αυτές συλλέγονται στην ακολουθία d η οποία κανονικοποιείται στην τιμή 1 και στην συνέχεια η εκτίμηση της d πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας την τυπική της απόκλιση σ_d . Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι η κανονικοποίηση είναι απαραίτητη για να αποφευχθεί η χρήση pixels σαν μονάδα μήκους καθώς η πληθώρα συνδυασμών ΣΣΦ-CCD προσφέρουν πληθώρα δυνατοτήτων στην ανάλυση των ΣΕ.

9.6.3 Αποτελέσματα

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η γεωμετρική εκτίμηση παραμέτρων για την οπτική ΟΕ της εικόνας 9.4 καθώς και τα αποτελέσματα για το «Ζάρι» και τα «3Δ Αντικείμενα» της εικόνας 9.9. Στις εικόνες 9.9(α)-9.9(β) εμφανίζονται οι αντίστοιχες 2Δ σκηνές. Στις εικόνες 9.9(γ)-9.9(δ) εμφανίζονται οι περιστραμμένες ΟΕ ενώ στις εικόνες 9.9(ε)-9.9(ζ) εμφανίζονται οι εικόνες που προκύπτουν ύστερα από την σωστή περιστροφή και την καταγραφή του αντίστοιχου τετραγωνικού πλέγματος.

Για τις εικόνες του σετ εκτίμησης ο υπολογισμός γωνίας και τα αποτελέσματα συνοχής για το πλέγμα φαίνονται στους πίνακες 9.1-9.2. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι ποιότητες εικόνων 20, 25, 30 dB χρησιμοποιήθηκαν μόνο για την εκτίμηση των τεχνητών ΟΕ καθώς

δεν υπάρχει τρόπος εκτίμησης των επιπέδων θορύβου σε πραγματικές ΟΕ.

Πίνακας 9.1: Γεωμετρική συνοχή της πραγματικής ΟΕ

$\Delta\theta$	σ_d
0.26°	0.046

Πίνακας 9.2: Γεωμετρική συνοχή του «Ζαριού»

	$\Delta\theta$	σ_d
noiseless	0.04°	0.015
30dB	0.06°	0.023
25dB	0.23°	0.035
20dB	0.37°	0.050

Πίνακας 9.3: Γεωμετρική συνοχή των «3Δ Αντικειμένων»

	$\Delta\theta$	σ_d
noiseless	0.03°	0.011
30dB	0.05°	0.019
25dB	0.19°	0.022
20dB	0.28°	0.037

Όπως φαίνεται στους πίνακες 9.1-9.3 στην χειρότερη περίπτωση όπου η εκτιμηθείσα ΟΕ περιείχε υψηλά επίπεδα θορύβου, το λάθος εκτίμησης γωνίας δεν ξεπέρασε τις 0.37° και η τυπική απόκλιση σ_d δεν ξεπέρασε το 0.037. Συνεπώς η γεωμετρική συνοχή για όλες τις εικόνες του σετ εκτίμησης παραμένει σχεδόν αμετάβλητη ανεξάρτητα από τις συνθήκες θορύβου. Περαιτέρω βλέπουμε ότι η γεωμετρική συνοχή για την οπτική ΟΕ βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με τα αποτελέσματα των εικονικών ΟΕ.

9.7 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκε μία πρώτη προσέγγιση για το πρόβλημα της επιδιόρθωσης γεωμετρικών παραμορφώσεων σε συστοιχίες κυκλικών φακών. Αναπτύχθηκε μία μεθοδολογία αντιμετώπισης της περιστροφής καθώς και της ανακατασκευής του πλέγματος που χαρακτηρίζει ΟΕ ληφθείσες χρησιμοποιώντας κυκλικούς φακούς. Το σύστημα επιδιόρθωσης το οποίο προτάθηκε χρειάζεται έναν ελάχιστο αριθμό προεπιλεγμένων πα-

ραμέτρων και έχει σαν αποτέλεσμα τον ακριβή διαχωρισμό των ΣΕ, μία διεργασία η οποία είναι ζωτικής σημασίας για όλες τις λειτουργίες της ΟΦ.

Επιπλέον ακολουθώντας μία στατιστική προσέγγιση για τον υπολογισμό της γωνίας περιστροφής, τα πιθανά λάθη ανίχνευσης δεν συνεισφέρουν στην εκτιμηθείσα γωνία. Στη συνέχεια ο υπολογισμός του βέλτιστου προσαρμοσμένου πλέγματος μέσω της τεχνικής ελαχίστων τετραγώνων περαιτέρω ενισχύει την μέθοδο.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η τεχνική που παρουσιάστηκε αφορούσε ΣΣΦ με τετραγωνική διάταξη αλλά θα μπορούσε εύκολα να τροποποιηθεί για ΣΣΦ με εξαγωνική διάταξη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΠΡΟΒΟΛΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΟΙΧΙΕΣ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΦΑΚΩΝ

10.1 Περίληψη

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκε μία πρώτη προσέγγιση στην αντιμετώπιση του προβλήματος γεωμετρικών παραμορφώσεων σε ΣΣΦ κυκλικών φακών. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις έλλειψης ευθυγράμμισης μεταξύ ΣΣΦ και αισθητήρα προκύπτουν προβολικές παραμορφώσεις οι οποίες αλλοιώνουν το κυκλικό σχήμα των ΣΕ μετατρέποντάς τις σε ελλείψεις.

Για την αντιμετώπιση του γενικότερου προβλήματος της προβολικής παραμόρφωσης προτείνεται σε αυτό το κεφάλαιο μία ευέλικτη μέθοδο βασιζόμενη πάνω σε ελλείψεις που αντιστοιχούν σε παραμορφωμένες ΣΕ πάνω στη ληφθείσα ΟΕ. Αρχικά επεξεργάζεται η ΟΕ με μία μεθοδολογία εύρεσης συνδεδεμένων περιοχών εικονοστοιχείων με αποτέλεσμα την επιτυχή απόσπαση ελλειπτικών καμπυλών οι οποίες αντιστοιχούν σε παραμορφωμένες ΣΕ στην ληφθείσα ΟΕ.

Για τον υπολογισμό του προβολικού πίνακα επιδιόρθωσης χρησιμοποιούνται οι λεγόμενες εικόνες των κυκλικών σημείων (ΕΚΣ). Στη συνέχεια εφαρμόζεται μία διαδικασία τριγωνισμού την οποία ακολουθεί μία στατιστική προσέγγιση ώστε να πραγματοποιηθεί ο ακριβής υπολογισμός του πλέγματος της ΣΣΦ.

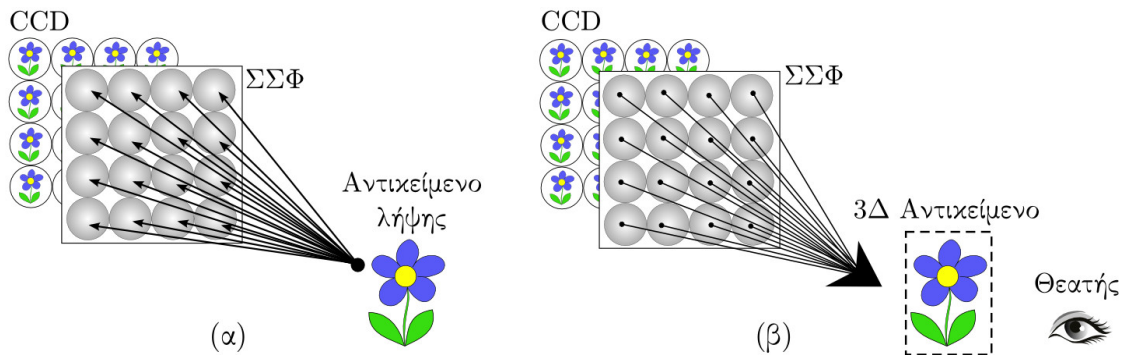
Για την επιβεβαίωση της μεθόδου παρέχονται πειραματικά αποτελέσματα πάνω σε μία αντιπροσωπευτική γκάμα ΟΕ χρησιμοποιώντας αντικειμενικές μετρικές εκτίμησης.

10.2 Εισαγωγή

Μία πρώτη προσέγγιση στην επιδιόρθωση γεωμετρικών παραμορφώσεων σε συστοιχίες κυκλικών φακών παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 9, όπου αναπτύχθηκε μία αυτοματοποιημένη μέθοδος αναγνώρισης και επιδιόρθωσης μικροπεριστροφών πλέγματος ΣΕ.

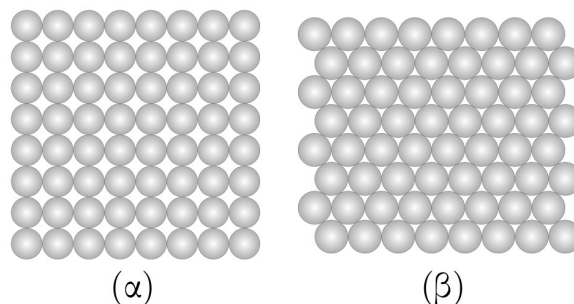
Στις περισσότερες περιπτώσεις όμως το πρόβλημα των γεωμετρικών αλλοιώσεων είναι ιδιαίτερα πιο σύνθετο με αποτέλεσμα να εισάγεται προβολική παραμόρφωση στις ληφθείσες ΟΕ όπως είδαμε και στα προηγούμενα κεφάλαια.

Η διάταξη λήψης καθώς και η αντίστοιχη διάταξη αναπαραγωγής ΟΕ για την περίπτωση ΣΣΦ κυκλικών φακών φαίνεται στην εικόνα 10.1.



Εικόνα 10.1: (α) Συστοιχία λήψης ΟΕ με κυκλικούς φακούς, (β) Συστοιχία αναπαραγωγής ΟΕ με κυκλικούς φακούς.

Αντίστοιχα στην εικόνα 10.2 φαίνονται οι δυνατοί τρόποι διάταξης των κυκλικών φακών της συστοιχίας. Η παρούσα μέθοδος αναπτύχθηκε με πρότυπο τη διάταξη 10.2(α). Με ακριβώς την ίδια διαδικασία μπορούν να επιδιορθωθούν και ΟΕ ληφθείσες από συστοιχίες της μορφής 10.2(β).



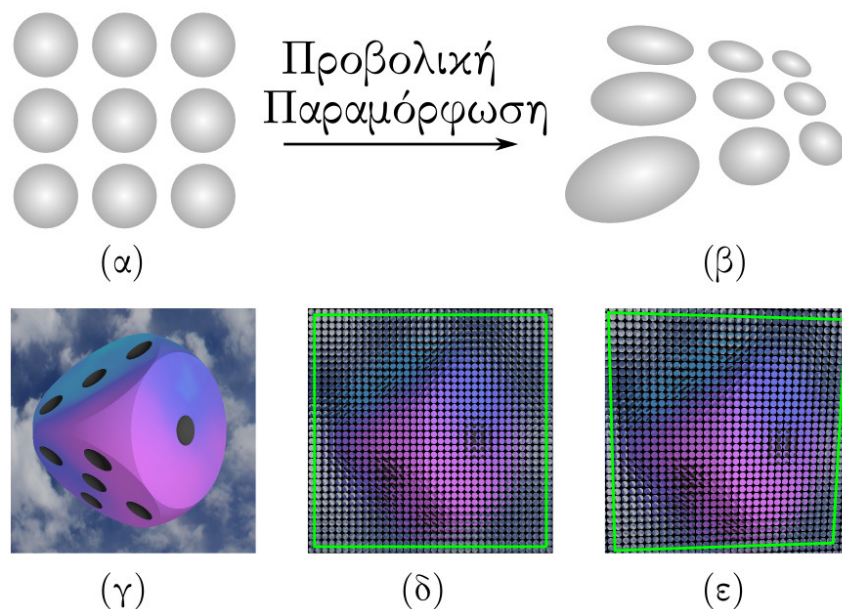
Εικόνα 10.2: (α) Συστοιχία κυκλικών φακών με τετραγωνική διάταξη πλέγματος, (β) Συστοιχία κυκλικών φακών με εξαγωνική διάταξη πλέγματος.

Σε αυτό το κεφάλαιο αντιμετωπίζεται με μία ολοκληρωμένη και πλήρως αυτοματοποιημένη προσέγγιση το πρόβλημα της προβολικής παραμόρφωσης σε ΟΕ ληφθείσες μέσω συστοιχιών κυκλικών φακών. Οι συστοιχίες αυτές χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε ένα πλήθος εφαρμογών όπως η ηλεκτρονική μικροσκοπία [54] και η κατασκευή τους πραγματοποιείται αρκετά εύκολα, με επιπρόσθετη ιδιότητα τη χρήση μίας σκοτεινή μάσκας για να εμποδιστεί η διέλευση του φωτός από τα κενά που υπάρχουν μεταξύ των κυκλικών φακών [53]. Η μάσκα αυτή παρέχει ιδιαίτερα πλεονεκτήματα ως προς την επεξεργασία της ληφθείσας εικόνας όπως είδαμε στο κεφάλαιο 9.

Εξαιτίας της προβολικής παραμόρφωσης οι ΣΕ απεικονίζονται σε ελλείψεις στην περίπτωση των κυκλικών φακών και μη κανονικά πολύγωνα στην περίπτωση των τετραγωνι-

κών εξαγωνικών ή τριγωνικών φακών. Το αποτέλεσμα είναι μία φτωχή 3Δ αναπαράσταση μέσα από μία 3Δ οθόνη, παραμόρφωση του ανακατασκευασμένου 3Δ αντικειμένου που προκύπτει ύστερα από χρήση της τεχνικής στο [39], ή μία παραμορφωμένη δισδιάστατη υποεικόνα εφαρμόζοντας στην μέθοδο η οποία περιγράφεται στο [55].

Επίσης η πλειοψηφία των αλγορίθμων κωδικοποίησης των ΟΕ μετατρέπουν τις ΟΕ σε ακολουθίες ΣΕ με αποτέλεσμα να απαιτούν ακριβή γνώση της των γεωμετρικών διαστάσεων των ΣΕ [48]. Εξαιτίας των παραπάνω είναι προφανές ότι μία διαδικασία γεωμετρικής επιδιόρθωσης είναι απαραίτητη για την αποφυγή γεωμετρικών παραμορφώσεων στην τελική ΟΕ. Στην εικόνα 10.3 βλέπουμε το αποτέλεσμα της προβολικής παραμόρφωσης σε μία ΟΕ ληφθείσα μέσω ΣΣΦ με κυκλικούς φακούς.



Εικόνα 10.3: (α) Συνεπίπεδες κυκλικές ΣΕ χωρίς παραμόρφωση, (β) Προβολικά παραμορφωμένες κυκλικές ΣΕ. (γ) Συμβατική φωτογραφία ενός 3Δ ζαριού, (δ) ληφθείσα ΟΕ του ζαριού χωρίς παραμόρφωση, (ε) Προβολικά παραμορφωμένη ληφθείσα ΟΕ. Το πλαίσιο στα (δ), (ε) εμφανίζεται για λόγους αναπαράστασης.

Καθώς το πρόβλημα της προβολικής παραμόρφωσης δεν μπορεί να αποφευχθεί από πλευράς υλικού χωρίς σημαντικό κόστος, έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι επιδιόρθωσης μέσω λογισμικού. Μέχρι και σήμερα οι αλγόριθμοι αυτοί ήταν σχεδιασμένοι για συστήματα τετραγωνικών εξαγωνικών ή τριγωνικών φακών και βασίζονταν στη χρήση ενός ανιχνευτή ακμών για την καταγραφή ακμών στην ληφθείσα ΟΕ. Μετρήσεις μήκους και γωνίας σε αυτά τα τμήματα χρησιμοποιούνταν ως είσοδος στον αλγόριθμο επίπεδης μετρικής προβολικής επιδιόρθωσης του [44] για τον υπολογισμό των απαραίτητων παραμέτρων.

Στο [40] προτάθηκε μία μέθοδος επιδιόρθωσης βασισμένη σε τετραγωνικούς φακούς. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί το μετασχηματισμό Hough για την ανίχνευση ενός τετραπλεύρου στο παραμορφωμένο πλέγμα των ΣΕ το οποίο στη συνέχεια χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των παραμέτρων επιδιόρθωσης. Μία εναλλακτική προσέγγιση επιδιόρθωσης για την περίπτωση των τετραγωνικών φακών παρουσιάστηκε στο [37] ενσωματώνοντας την εύρωστη ανίχνευση του πλέγματος σε συνδυασμό με έντονη στατιστική υποστήριξη για ευθύγραμμα τμήματα σε ολόκληρη στην ΟΕ. Αντίστοιχα η μέθοδος η οποία παρουσιάστηκε στο [49] αποτελεί μία γενικευμένη εφαρμογή του [37] στην περίπτωση των ΣΣΦ εξαγωνικών φακών.

Οι προηγούμενες μέθοδοι συμπεριλαμβάνουν ένα προεπεξεργαστικό στάδιο για τον ακριβή προσδιορισμό του πλέγματος των ΟΕ, μία μέθοδο για τον υπολογισμό των παραμέτρων που προσδιορίζουν τους πίνακες επιδιόρθωσης και την τελική εφαρμογή αυτών των πινάκων στην παραμορφωμένη εικόνα. Παρόλα αυτά οι προσεγγίσεις αυτές αδυνατούν να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα των ΣΣΦ με κυκλικούς φακούς καθώς χρησιμοποιούν τεχνικές βασισμένες σε ευθύγραμμα τμήματα για να προσεγγίσουν τα όρια των ΣΕ.

Για αυτό το λόγο παρουσιάζεται μία μεθοδολογία η οποία διατηρεί την διαδικασία εφαρμογής των πινάκων επιδιόρθωσης ενσωματώνοντας μία εύρωστη μέθοδο η οποία χρησιμοποιεί τις χαρακτηριστικές ιδιότητες των κυκλικών φακών στο στάδιο της προεπεξεργασίας. Επιπρόσθετα δημιουργήθηκε ένας αλγόριθμος ο οποίος απεικονίζει τα ελλειπτικά σχήματα των παραμορφωμένων ΣΕ στις απαραίτητες παραμέτρους για τον υπολογισμό των πινάκων επιδιόρθωσης.

10.3 Μαθηματικό υπόβαθρο

10.3.1 Πίνακες προβολικής επιδιόρθωσης

Όπως περιγράφηκε στα [44, 40, 37] ένα σημείο P ενός προβολικά παραμορφωμένου επιπέδου απεικονίζεται στο αντίστοιχο του σημείο P' στο γεωμετρικά επιδιόρθωμένο επίπεδο χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$\mathbf{x}' = H\mathbf{x} \quad (10.1)$$

όπου \mathbf{x}, \mathbf{x}' είναι τρισδιάστατα διανύσματα τα οποία αναπαριστούν τις ομογενείς συντεταγμένες των P, P' και H είναι ο 3×3 πίνακας προβολικής επιδιόρθωσης. Περαιτέρω ο προβολικός μετασχηματισμός H μπορεί να γραφεί σαν το γινόμενο τριών 3×3 πινάκων σύμφωνα

με τη σχέση:

$$H = H_s H_a H_p \quad (10.2)$$

Οι πίνακες H_p, H_a, H_s όπως είναι ήδη γνωστό από τα προηγούμενα κεφάλαια αναπαριστούν ένα προβολικό, έναν αφινικό και ένα μετασχηματισμό ομοιότητας αντίστοιχα και δίνονται από τις σχέσεις:

$$H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{pmatrix} \quad (10.3)$$

$$H_a = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\alpha}{\beta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10.4)$$

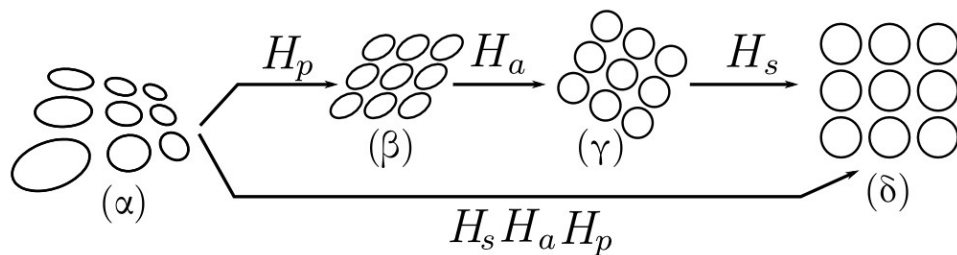
$$H_s = \begin{pmatrix} R & x_0 \\ & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10.5)$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (10.6)$$

όπου l_1, l_2, l_3 είναι οι παράμετροι οι οποίες καθορίζουν την γραμμή στο άπειρο για το παραμορφωμένο επίπεδο [44], α, β είναι οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης και ο πίνακας H_s έχει σαν αποτέλεσμα την περιστροφή μέσω του R , μετατόπιση μέσω του διανύσματος $(x_0, y_0)^T$ και αλλαγή κλίμακας μέσω της πολλαπλασιαστικής σταθεράς c .

Για την επιδιόρθωση ενός προβολικά παραμορφωμένου επιπέδου υπολογίζονται οι απαραίτητες παράμετροι για την εύρεση των H_p, H_a, H_s . Στη συνέχεια εφαρμόζονται στην παραμορφωμένη ΟΕ οι πίνακες αυτοί ανεξάρτητα από την γεωμετρία των ΣΕ οι οποίες περιέχονται μέσα στο πλέγμα της ΟΕ [9]. Παρόλα αυτά ανάλογα με την γεωμετρία του χρησιμοποιούμενου πλέγματος διαφορετικές προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό αυτών των πινάκων.

Στην περίπτωση των ΣΕ οι οποίες έχουν ληφθεί μέσω ΣΣΦ κυκλικών φακών το παραμορφωμένο πλέγμα αποτελείται από συνεπίπεδες ελλείψεις οι οποίες αντιστοιχούν σε κύκλους στο μη παραμορφωμένο επίπεδο όπως φαίνεται και στην εικόνα 10.3(β). Η σειριακή εφαρμογή των πινάκων H_p, H_a, H_s η οποία αναπαρίσταται στην εικόνα 10.4 περιγράφει τα διαδοχικά στάδια ανακατασκευής των αρχικών γεωμετρικών ιδιοτήτων ενός παραμορφωμένου πλέγματος το οποίο αποτελείται από ελλείψεις.



Εικόνα 10.4: (α) Συνεπίπεδες ελλείψεις οι οποίες αντιστοιχούν σε συνεπίπεδους κύκλους στο μη παραμορφωμένο πλέγμα, (β) το αφινικό επίπεδο ελλείψεων μετά την εφαρμογή του πίνακα H_p , (γ) οι μετρικά επιδιορθωμένες ελλείψεις μεταμορφωμένες σε κύκλους ύστερα από την εφαρμογή του H_a και (δ) το τελικό σετ ελλείψεων περιστραμμένο στις σωστές διαστάσεις.

10.3.2 Επιδιόρθωση χρησιμοποιώντας τις εικόνες των κυκλικών σημείων

Για την διαδικασία της προβολικής επιδιόρθωσης πάντοτε υπολογίζονται οι παράμετροι των πινάκων H_p, H_a, H_s . Σε τετράγωνες, εξαγωνικές και τριγωνικές γεωμετρίες φακών οι ανιχνευμένες γραμμές του πλέγματος χρησιμοποιούνται για την τελική εκτίμηση των παραμέτρων [44].

Στην περίπτωση μας όμως δεν υπάρχουν ευθείες γραμμές. Η προβολική παραμόρφωση σε ΟΕ ληφθείσες από συστοιχίες κυκλικών φακών έχει ως αποτέλεσμα την απεικόνιση των κυκλικών περιφερειών των φακών σε ελλειπτικές καμπύλες. Σε αυτή την περίπτωση όλες οι μέθοδοι ανίχνευσης γραμμών δεν έχουν καμία χρησιμότητα εξαιτίας της πλήρους έλλειψης ευθυγράμμων τμημάτων μεταξύ των ΣΕ.

Γι αυτό το λόγο προσεγγίστηκε το πρόβλημα λαμβάνοντας τις ελλείψεις του παραμορφωμένου επιπέδου για τον υπολογισμό των απαραίτητων πινάκων. Το βασικό σημείο σε όλες τις μεθόδους προβολικής επιδιόρθωσης ελλείψεων είναι ο υπολογισμός των εικόνων των κυκλικών σημείων (ΕΚΣ) [56, 57].

Τα κυκλικά σημεία (ΚΣ) βρίσκονται στο μη παραμορφωμένο επίπεδο, είναι τα δύο μιγαδικά συζυγή 3Δ διανύσματα $(1, \pm i, 0)^T$ [9] και βρίσκονται στο άπειρο πάνω στη γραμμή του ορίζοντα. Περαιτέρω είναι εύκολο να επιβεβαιώσουμε ότι επαληθεύουν τη γενική ομογενή εξίσωση ενός κύκλου με ακτίνα r και κέντρο $(m, n, 1)$:

$$(X - mZ)^2 + (Y - nZ)^2 = r^2 Z^2 \quad (10.7)$$

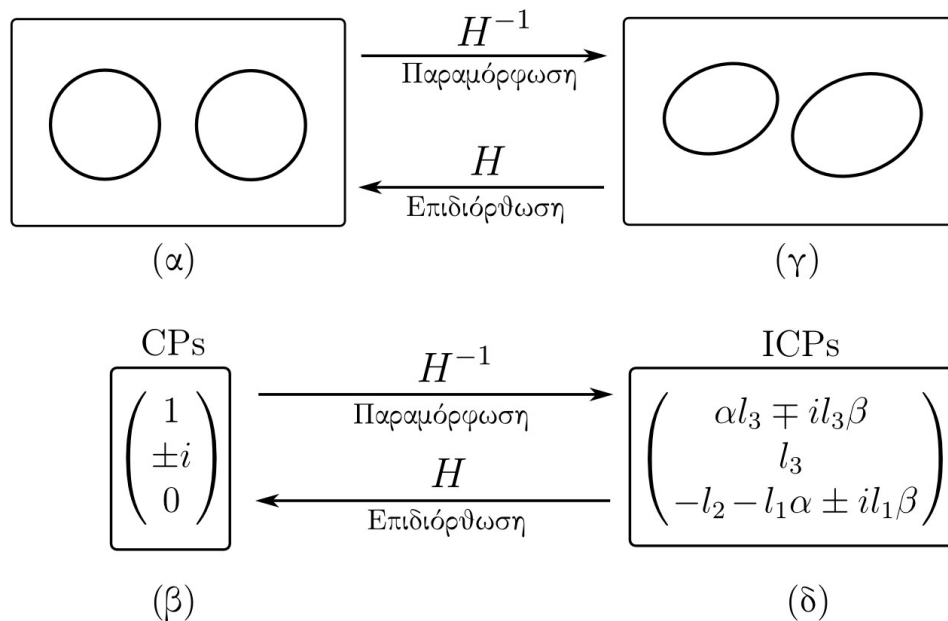
Η προηγούμενη εξίσωση σημαίνει ότι κάθε πιθανό ζεύγος κύκλων στο μη παραμορφωμένο επίπεδο επαληθεύει αυτά τα σημεία. Επιπλέον μία κωνική τομή C αναπαρίσταται σε

μορφή πίνακα ως:

$$C = \begin{pmatrix} a & b/2 & d/2 \\ b/2 & c & e/2 \\ d/2 & e/2 & f \end{pmatrix} \quad (10.8)$$

Σύμφωνα με το [9], η κωνική C απεικονίζεται μέσω ενός προβολικού μετασχηματισμού H στην αντίστοιχη κωνική τομή C' χρησιμοποιώντας την εξίσωση:

$$H^{-T}CH^{-1} = C' \quad (10.9)$$



Εικόνα 10.5: (α) Κάθε ζεύγος συνεπίπεδων κύκλων επαληθεύει τα ΚΣ τα οποία φαίνονται στο (β). Μέσω της προβολικής παραμόρφωσης H^{-1} το ζεύγος των ελλείψεων στο (γ) το οποίο αντιστοιχεί σε κύκλους στο (α) επαληθεύει τις ΕΚΣ στο (δ).

Η εικόνα 10.5 αναπαριστά την απεικόνιση των κύκλων σε ελλείψεις μέσω της παραμόρφωσης H^{-1} και τα δύο συζυγή ΚΣ απεικονίζονται στις συζυγείς ΕΚΣ οι οποίες έχουν την μορφή [57]:

$$\text{ICPs} = (\alpha l_3 \mp i l_3 \beta, l_3, -l_2 - l_1 \alpha \pm i l_1 \beta)^T \quad (10.10)$$

Από την εξίσωση 10.10 παρατηρούμε ότι οι ΕΚΣ περιέχουν όλες τις απαραίτητες παραμέτρους επιδιόρθωσης οι οποίες περιέχονται στους πίνακες μετασχηματισμού H_p, H_a .

Οι ΕΚΣ υπολογίζονται βρίσκοντας τις μιγαδικές λύσεις οι οποίες επαληθεύουν ένα ζεύγος μη τεμνόμενων ελλείψεων στο παραμορφωμένο επίπεδο. Η αναλυτική εξίσωση μίας 2Δ

έλλειψης είναι;

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \quad (10.11)$$

συνεπώς δύο ελλείψεις δημιουργούν το σύστημα:

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1x + e_1y + f_1 = 0 \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + d_2x + e_2y + f_2 = 0 \end{cases} \quad (10.12)$$

Μία αριθμητική μέθοδος για την επίλυση του προηγούμενου συστήματος προτάθηκε στο [56]. Στην περίπτωση μας καθώς οι δύο ελλείψεις δεν τέμνονται στο επίπεδο της ληφθείσας ΟΕ, το προηγούμενο σύστημα έχει τέσσερις λύσεις της μορφής (x_s, y_s) οι οποίες περιέχουν μιγαδικές συντεταγμένες. Αυτές έρχονται σε δύο συζυγή ζεύγη;

$$\begin{cases} (x_{s0}, y_{s0}), (\overline{x_{s0}}, \overline{y_{s0}}) \\ (x_{s1}, y_{s1}), (\overline{x_{s1}}, \overline{y_{s1}}) \end{cases} \quad (10.13)$$

Η σωστή επιλογή των δύο ΕΚΣ από τις προηγούμενες τέσσερις λύσεις βασίζεται στο γεγονός ότι οι ΕΚΣ επιβεβαιώνουν την εξίσωση κάθε έλλειψης στο επίπεδο της ληφθείσας προβολικά παραμορφωμένης εικόνας. Λύνοντας δύο ή και περισσότερα ζεύγη ελλείψεων μπορούμε να υπολογίσουμε τα ΕΚΣ επιλέγοντας τις κοινές λύσεις ή στην περίπτωση θορύβου τις πλησιέστερες μεταξύ τους στο μιγαδικό x, y -επίπεδο [56].

Μετά τον υπολογισμό των ΕΚΣ λύνοντας ζεύγη ελλείψεων, οι εκτιμηθείσες τους τιμές είναι $ICP_1 = (x_c, y_c)$ και $(ICP_2 = \overline{x_c}, \overline{y_c})$. Καθώς οι ΕΚΣ βρίσκονται στην γραμμή ορίζοντα $\mathbf{1} = (l_1, l_2, l_3)^T$ οι παράμετροι l_1, l_2, l_3 υπολογίζονται σαν το εξωτερικό γινόμενο των δύο ICP ομογενών διανυσμάτων [57] ως:

$$(l_1, l_2, l_3)^T = (x_c, y_c, 1)^T \times (\overline{x_c}, \overline{y_c}, 1)^T \quad (10.14)$$

Οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης α, β δίνονται από:

$$\begin{cases} \alpha = \text{Real} \left(\frac{-l_2 x_c}{l_3 + l_1 x_c} \right) = \text{Real} \left(\frac{l_3 + l_2 y_c}{-l_1 y_c} \right) \\ \beta = \left| \text{Imag} \left(\frac{-l_2 x_c}{l_3 + l_1 x_c} \right) \right| = \left| \text{Imag} \left(\frac{l_3 + l_2 y_c}{-l_1 y_c} \right) \right| \end{cases} \quad (10.15)$$

Στην επόμενη ενότητα ακολουθεί μία αναλυτική απόδειξη της προηγούμενης εξίσωσης καθώς και ο λεπτομερής μετασχηματισμός των ΚΣ χρησιμοποιώντας τον πίνακα προβολικής παραμόρφωσης H^{-1} .

10.3.3 Απόδειξη ιδιοτήτων των ΕΚΣ

Γνωρίζουμε ότι τα ΚΣ είναι αμετάβλητα ως προς οποιονδήποτε μετασχηματισμό ομοιότητας. Συνεπώς μέσω του πίνακα προβολικής παραμόρφωσης H^{-1} απεικονίζονται στις αντίστοιχες εικόνες τους ΕΚΣ μέσω της ακόλουθης εξίσωσης [57]:

$$(H_a H_p)^{-1}(1, \pm i, 0)^T = \text{ICP}_{1,2} \quad (10.16)$$

Ύστερα από την πραγματοποίηση του απαραίτητου πολλαπλασιασμού και αντιστροφής των πινάκων H_p, H_a των οποίων η μορφή δίνεται από τις εξισώσεις 10.3, 10.4 λαμβάνουμε την τελική μορφή των ΕΚΣ:

$$\text{ICP}_{1,2} = (\alpha l_3 \mp i l_3 \beta, l_3, -l_2 - l_1 \alpha \pm i l_1 \beta)^T \quad (10.17)$$

Οι ΕΚΣ υπολογίζονται λύνοντας πολλαπλά συστήματα από ζευγάρια ελλείψεων στο επίπεδο της παραμορφωμένης ΟΕ. Συνεπώς οι αριθμητικές τους τιμές δίνονται από τη σχέση:

$$\text{ICP}_1 = (x_c, y_c), \text{ICP}_2 = (\bar{x}_c, \bar{y}_c) \quad (10.18)$$

Οι παράμετροι l_1, l_2, l_3 της γραμμής στο άπειρο υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τα x_c, y_c :

$$(l_1, l_2, l_3)^T = (x_c, y_c, 1)^T \times (\bar{x}_c, \bar{y}_c, 1)^T \quad (10.19)$$

Σε αυτό το στάδιο οι παράμετροι l_1, l_2, l_3, x_c, y_c έχουν υπολογιστεί και οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης α, β υπολογίζονται ως εξής:

Ομογενοποιείται η εξίσωση 10.17 διαιρώντας με την τρίτη συντεταγμένη:

$$\begin{cases} (x_c, y_c, 1) = \left(\frac{\alpha l_3 - i l_3 \beta}{-l_2 - l_1 \alpha + i l_1 \beta}, \frac{l_3}{-l_2 - l_1 \alpha + i l_1 \beta}, 1 \right) \\ (\bar{x}_c, \bar{y}_c, 1) = \left(\frac{\alpha l_3 + i l_3 \beta}{-l_2 - l_1 \alpha - i l_1 \beta}, \frac{l_3}{-l_2 - l_1 \alpha - i l_1 \beta}, 1 \right) \end{cases} \quad (10.20)$$

Ύστερα από τις απαραίτητες απλοποιήσεις και την απαλοιφή των περιττών συζυγών εξισώσεων:

$$\alpha - i\beta = \frac{-l_2 x_c}{l_3 + l_1 x_c} = \frac{l_3 + l_2 y_c}{-l_1 y_c} \quad (10.21)$$

$$\begin{cases} \alpha = \text{Real} \left(\frac{-l_2 x_c}{l_3 + l_1 x_c} \right) = \text{Real} \left(\frac{l_3 + l_2 y_c}{-l_1 y_c} \right) \\ \beta = \left| \text{Imag} \left(\frac{-l_2 x_c}{l_3 + l_1 x_c} \right) \right| = \left| \text{Imag} \left(\frac{l_3 + l_2 y_c}{-l_1 y_c} \right) \right| \end{cases} \quad (10.22)$$

Σύμφωνα με την προηγούμενη εξίσωση οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης μπορούν να υπολογιστούν αρκεί να είναι γνωστή τουλάχιστον μία συντεταγμένη x_c ή y_c των ΕΚΣ. Η παράμετρος β θα πρέπει πάντοτε να έχει θετική τιμή [44] καθώς οποιαδήποτε αρνητική τιμή έχει ως αποτέλεσμα να λάβουμε ένα κατοπτρικό είδωλο του επιδιορθωμένου επιπέδου.

10.3.4 Εκτίμηση παραμέτρων ελλείψεων

Το πρώτο βήμα της μεθόδου είναι ο επιτυχημένος υπολογισμός των αναλυτικών παραμέτρων των ελλείψεων οι οποίες αντιστοιχούν σε παραμορφωμένες ΣΕ. Γι αυτό το λόγο παρουσιάζεται μία μέθοδος προσαρμογής παραμέτρων ελλειπτικών εξισώσεων σε λίστες διακριτών 2Δ σημείων σύμφωνα με την προσέγγιση η οποία ακολουθεί.

Έστω $S = \{(x_i, y_i)\}, i = 1 \dots M$ μία ακολουθία από M διακριτά σημεία στη ληφθείσα εικόνα τα οποία ανήκουν σε μία μεμονωμένη ελλειπτική καμπύλη. Θα υπολογίσουμε τις αναλυτικές παραμέτρους της ελλείψεως C η οποία περνάει από όλα τα σημεία της ακολουθίας S . Όπως είδαμε η γενική αναλυτική εξίσωση μίας 2Δ έλλειψης δίνεται από την εξίσωση 10.11. Καθώς η έλλειψη πρέπει να επαληθεύει όλα τα σημεία $(x_i, y_i) \in S$ το πρόβλημα μας μπορεί να διαμορφωθεί σε διανυσματική μορφή σαν το ΟΥΓΣ:

$$A\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (10.23)$$

όπου

$$A = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ x_M^2 & x_M y_M & y_M^2 & x_M & y_M & 1 \end{pmatrix} \quad (10.24)$$

και

$$\mathbf{u} = (a, b, c, d, e, f)^T \quad (10.25)$$

Το διάνυσμα \mathbf{u} περιέχει τις έξι άγνωστες παραμέτρους της έλλειψης και ο $M \times 6$ πίνακας A υπολογίζεται χρησιμοποιώντας όλα τα σημεία $(x_i, y_i), i = 1 \dots M$. Είναι εμφανές ότι εξαιτίας θορύβου κατά τη λήψη μίας εικόνας η εξίσωση 10.23 δεν θα έχει ακριβή μηδενική λύση, συνεπώς αναζητάμε την καλύτερη προσέγγιση της, δηλαδή το διάνυσμα \mathbf{u} που ελαχιστοποιεί την ποσότητα $\|A\mathbf{u}\|$.

Καθώς το διάνυσμα λύσης μπορεί να υποστεί πολλαπλασιασμό με οποιαδήποτε σταθερά χωρίς να επηρεάζεται η επαλήθευση των εξισώσεων, ένας λογικός περιορισμός είναι η

εύρεση λύσης για την οποία ισχύει $\|\mathbf{u}\| = 1$. Η ελαχιστοποίηση της ποσότητας $\|A\mathbf{u}\|$ δεδομένου του περιορισμού $\|\mathbf{u}\| = 1$ αποτελεί κλασσικό πρόβλημα το οποίο λύνεται με τη χρήση της τεχνικής των ελαχίστων τετραγώνων εφαρμόζοντας ανάλυση ιδιαζουσών τιμών στον πίνακα A :

$$A = UDV^T \quad (10.26)$$

Η εκτίμηση της λύσης $\hat{\mathbf{u}}$ δίνεται από την τελευταία στήλη του πίνακα V και περιέχει τις προσαρμοσθείσες (fitted) παραμέτρους της έλλειψης. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για όλα τα σημεία τα οποία περιέχονται στην ακολουθία S δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{MSE} = \frac{1}{M} \|A\hat{\mathbf{u}}\| \quad (10.27)$$

10.4 Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται οι λεπτομέρειες της θεωρίας επιδιόρθωσης ελλείψεων οι οποίες είναι απαραίτητες για την ευέλικτη και εύρωστη επιδιόρθωση ΟΕ όπου η παρουσία του θορύβου είναι αναπόφευκτη. Επιπλέον περιγράφουμε την τεχνική που εφαρμόστηκε για τον υπολογισμό παραμέτρων ελλείψεων καθώς και την προσέγγιση που ακολουθήσαμε για τον υπολογισμό των παραμέτρων των πινάκων επιδιόρθωσης.

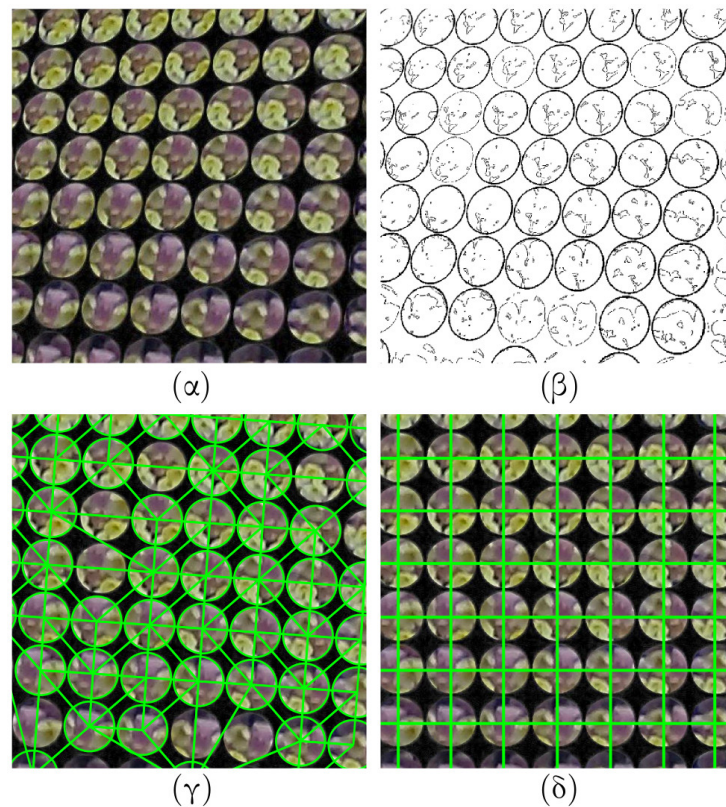
10.4.1 Εξαγωγή ελλειπτικών ακμών

Το αρχικό βήμα της μεθόδου είναι η εξαγωγή ελλειπτικών ακμών από την ληφθείσα ΟΕ. Γι αυτό το λόγο μετατρέπεται η ληφθείσα και προβολικά παραμορφωμένη ΟΕ του σχήματος 10.6(α) σε διαβαθμίσεις του γκρι και στη συνέχεια εφαρμόζεται ένας βέλτιστος αλγόριθμος καταφλίωσης [58] ο οποίος έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία μίας δυαδικής ασπρόμαυρης εικόνας με διαχωρισμένη την υφή των ΣΕ από τις ελλειπτικές ακμές των φακών.

Για την εξαγωγή των ελλειπτικών ακμών που αντιστοιχούν στους φακούς εφαρμόζεται μία τεχνική απομόνωσης περιγράμματος [27] η οποία έχει ως αποτέλεσμα μία εικόνα ακμών η οποία περιέχει ελλειπτικές καμπύλες μαζί με ορισμένες ακμές οι οποίες αντιστοιχούν στην τυχαία υφή του περιεχομένου των ΣΕ.

10.4.2 Καταχώριση ακμών και υπολογισμός παραμέτρων ελλείψεων

Ύστερα από τη δημιουργία της δυαδικής εικόνας ακμών είναι απαραίτητη η συλλογή και καταχώριση των εικονοστοιχείων των ακμών σε λίστες συντεταγμένων. Υπάρχει μία ποι-



Εικόνα 10.6: (α) Παραμορφωμένη ληφθείσα ΟΕ, (β) Ακμές της εικόνας με τις καταγεγραμμένες ελλείψεις, (γ) Επιδιορθωμένη εικόνα και τριγωνισμός Delaunay στα κέντρα των κύκλων, (δ) Σωστά περιστραμμένη εικόνα με το καταγεγραμμένο πλέγμα.

κιλία προγραμματιστικών εργαλείων [59, 60] με τη μορφή συναρτήσεων τα οποία παρέχουν αυτή τη δυνατότητα. Οι συναρτήσεις αυτές χρησιμοποιούν σαν είσοδο μία δισδιάστατη εικόνα, συλλέγουν συνδεδεμένα εικονοστοιχεία τα οποία αναπαριστούν ακμές και τα αποθηκεύουν σε λίστες σημείων.

Για τις ανάγκες αυτής της μεθόδου χρησιμοποιήσαμε τον αλγόριθμο του [60] για την καταγραφή N ακμών και την αποθήκευση των αντίστοιχων εικονοστοιχείων στις ακολουθίες S_i , $i = 1 \dots N$. Κάθε μία από αυτές τις ακολουθίες περιέχει ένα μεταβλητό αριθμό από συνεχόμενα 2Δ σημεία.

Στη συνέχεια εφαρμόζοντας τη μέθοδο εκτίμησης ελλειπτικών παραμέτρων της ενότητας 10.3.4 για κάθε ακολουθία S_i υπολογίζονται οι αναλυτικές παράμετροι της αντίστοιχης έλλειψης C_i μαζί με το αντίστοιχο σφάλμα εκτίμησης $MSE(i)$. Συλλέγονται και ταξινομούνται τα σφάλματα σε αύξουσα κατάταξη. Τελικά μένουν οι εξισώσεις ελλείψεων οι οποίες αντιστοιχούν στο αρχικό 20% του ταξινομημένου πληθυσμού σφαλμάτων ώστε να αποβληθούν λίστες σημείων οι οποίες έχουν ως αποτέλεσμα ανακριβή εκτίμηση ελλειπτικών παραμέτρων.

Οι ελλείψεις που επιλέγονται φαίνονται με μαύρο χρώμα και υπέρθεση στην εικόνα 10.6(β).

Αυτές στη συνέχεια επιλέγονται για τον υπολογισμό των πινάκων επιδιόρθωσης σύμφωνα με την προσέγγιση που ακολουθεί.

10.4.3 Υπολογισμός παραμέτρων επιδιόρθωσης

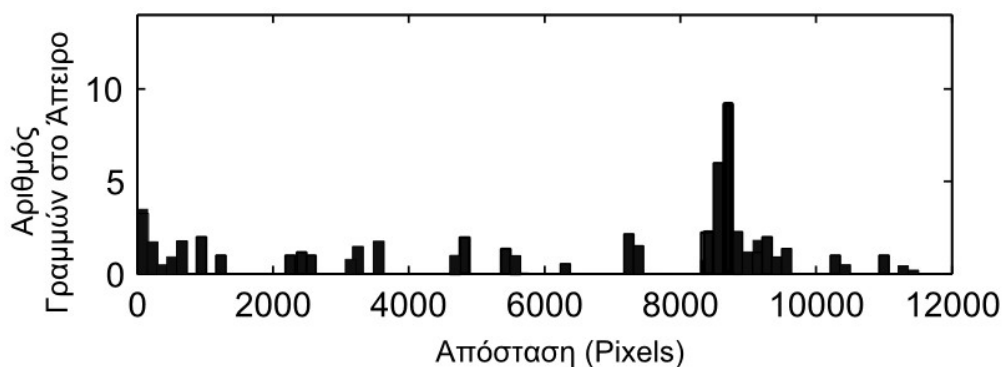
Οι αναλυτικές εξισώσεις που προκύπτουν αντιστοιχούν σε ελλειπτικές καμπύλες στην παραμορφωμένη ΟΕ. Δημιουργούμε όλα τα δυνατά ζεύγη ελλείψεων (C_i, C_j) και λύνουμε το σύστημα το οποίο σχηματίζεται από την εξίσωση 10.12. Συγκρατούμε μόνο τα συστήματα τα οποία δημιουργούν δύο ζεύγη συζυγών εξισώσεων. Αυτές οι λύσεις έχουν τη μορφή της εξίσωσης 10.13 και συλλέγονται στην ακολουθία:

$$P = \{(x_{s0}, y_{s0}), (\overline{x_{s0}}, \overline{y_{s0}}), (x_{s1}, y_{s1}), (\overline{x_{s1}}, \overline{y_{s1}}), \dots\} \quad (10.28)$$

Τα σημεία που αντιστοιχούν στις ΕΚΣ και τα οποία περιέχονται στην ακολουθία P θα έπρεπε στην ιδανική περίπτωση να έχουν ακριβώς τις ίδιες συντεταγμένες και θα δημιουργούσαν ακριβώς την ίδια γραμμή στο άπειρο σύμφωνα με την εξίσωση 10.14. Στην πραγματικότητα όμως η παρουσία θορύβου εισάγει αποκλίσεις από την ιδανική περίπτωση.

Γι αυτό το λόγο ακολουθείται μία απλή προσέγγιση για τον προσδιορισμό των ΕΚΣ: Για κάθε ζεύγος λύσεων το οποίο είναι αποθηκευμένο στην P υπολογίζεται η γραμμή \mathbf{l}_i η οποία δίνεται από το εξωτερικό γινόμενο

$$\mathbf{l}_i = (x_{si}, y_{si})^T \times (\overline{x_{si}}, \overline{y_{si}})^T \quad (10.29)$$



Εικόνα 10.7: Ιστόγραμμα αποστάσεων των υποψήφιων γραμμών στο άπειρο από την αρχή των αξόνων. Ο λοβός αντιστοιχεί στις σωστές ΕΚΣ.

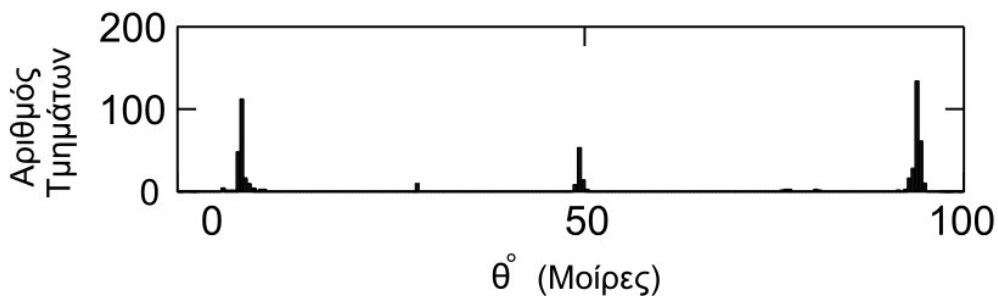
Για κάθε \mathbf{l}_i υπολογίζεται η κάθετη της απόσταση από την αρχή των αξόνων και δημιουργείται η ακολουθία αποστάσεων d_i . Το ιστόγραμμα της d_i φαίνεται στην εικόνα 10.7. Οι σωστές συντεταγμένες των ΕΚΣ παράγουν μία γραμμή στο άπειρο η οποία δεν τέμνει την παραμορφωμένη εικόνα και βρίσκεται μακριά από την περιοχή της. Περαιτέρω καθώς οι

σωστές ΕΚΣ περιέχουν αποκλίσεις, αντί να είναι ακριβώς ίδιες για κάθε ζεύγος των (C_i, C_j) παράγουν έναν λοβό στο ιστόγραμμα της d_i .

Απομονώνουμε τον λοβό της εικόνας 10.7 στη συνέχεια εντοπίζουμε τις λύσεις που του αντιστοιχούν. Οι ΕΚΣ (x_c, y_c) , (\bar{x}_c, \bar{y}_c) υπολογίζονται ως ο αριθμητικός μέσος των απομονωμένων λύσεων.

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 10.14 και 10.15 υπολογίζονται οι παράμετροι l_1, l_2, l_3 της γραμμής στο άπειρο οι οποίες παράγουν τον πίνακα H_p καθώς και οι παράμετροι μετρικής επιδιόρθωσης α, β οι οποίες παράγουν τον πίνακα H_a . Στη συνέχεια η εφαρμογή των H_p και H_a έχει ως αποτέλεσμα μία μερικώς περιστραμμένη εικόνα με επιδιορθωμένες όλες τις μετρικές της ιδιότητες όπως βλέπουμε στην εικόνα 10.6(γ). Οι καταγεγραμμένες ελλείψεις C_i μετασχηματίζονται στις αντίστοιχες C'_i χρησιμοποιώντας την εξίσωση 10.9.

Στη συνέχεια εφαρμόζοντας τριγωνισμό Delaunay στα αντίστοιχα επιδιορθωμένα κέντρα των κύκλων $\{(cx_i, cy_i)\}$ δημιουργείται η ακολουθία των ευθυγράμμων τμημάτων $\{LS_i\}$. Επιπλέον υπολογίζεται η ακολουθία γωνιών $\{\theta_i\}$ η οποία περιέχει τις γωνίες οι οποίες δημιουργούνται από κάθε ευθύγραμμο τμήμα στην $\{LS_i\}$ και τον x - άξονα και υπολογίζεται το ιστόγραμμα της όπως φαίνεται στην εικόνα 10.8.



Εικόνα 10.8: Ιστόγραμμα γωνιών των τμημάτων τα οποία ενώνουν τα κέντρα των κύκλων μετά την γεωμετρική επιδιόρθωση.

Απομονώνοντας τα διαστήματα $[-10^\circ, 10^\circ]$ και $[80^\circ, 100^\circ]$ εντοπίζονται οι μέγιστες τους τιμές θ_1, θ_2 . Τα ευθύγραμμο τμήματα τα οποία αντιστοιχούν σε μία ακτίνα 1° γύρω από τα θ_1, θ_2 απομονώνονται και σχηματίζουν δύο νέους πληθυσμούς τμημάτων οι οποίοι συμβολίζονται ως $\{S_h\}, \{S_v\}$. Αυτοί περιέχουν τμήματα τα οποία είναι κατά προσέγγιση κάθετα. Υπολογίζουμε τις τιμές:

$$x_h = \frac{\text{mean}(\Delta x\{S_h\}) + \text{mean}(\Delta y\{S_v\})}{2} \quad (10.30)$$

$$y_h = \frac{\text{mean}(\Delta y\{S_h\}) + \text{mean}(\Delta x\{S_v\})}{2} \quad (10.31)$$

και ο πίνακας περιστροφής της εξίσωσης 10.6 δίνεται από τη σχέση:

$$R = -\frac{1}{\sqrt{x_h^2 + y_h^2}} \begin{pmatrix} x_h & y_h \\ -y_h & x_h \end{pmatrix} \quad (10.32)$$

Αφού εφαρμοστεί ο πίνακας R χρησιμοποιείται η μέθοδος που αναπτύχθηκε στο [37] για την δημιουργία γραμμών πλέγματος. Το μέγεθος της ΣΕ σε πλήθος εικονοστοιχείων ορίζεται σαν η μέση απόσταση ανάμεσα στις εκτιμηθείσες γραμμές πλέγματος.

10.5 Πειράματα και αποτελέσματα

Η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου εξετάστηκε με τη χρήση ενός πλήθους ΟΕ η λήψη των οποίων έγινε σκόπιμα εισάγοντας προβολική παραμόρφωση. Η πειραματική διαδικασία και διάταξη που χρησιμοποιήσαμε περιγράφεται αναλυτικά στο [40]. Για την συσκευή λήψης χρησιμοποιήσαμε μία κάμερα Canon EOS-500D σε συνδυασμό με συστοιχία κυκλικών φακών. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι για τους σκοπούς αυτής της έρευνας οι μη γραμμικές παραμορφώσεις του φακού δεν ελήφθησαν υπόψη καθώς το ενσωματωμένο λογισμικό της κάμερας τις επιδιορθώνει αυτόματα.

Επιπρόσθετα με τις οπτικές ΟΕ δημιουργήθηκε ένα πλήθος προβολικά παραμορφωμένων συνθετικών ΟΕ χρησιμοποιώντας την τεχνική η οποία περιγράφηκε στο [45]. Αυτές περιέχουν διαφορετική πολυπλοκότητα υψής και λεπτομερειών και στη συνέχεια προστέθηκαν διαφορετικά επίπεδα Gaussian θορύβου για την εκτίμηση της ευρωστίας του συστήματος μας σε συνθήκες θορύβου.

10.5.1 Κριτήρια εκτίμησης

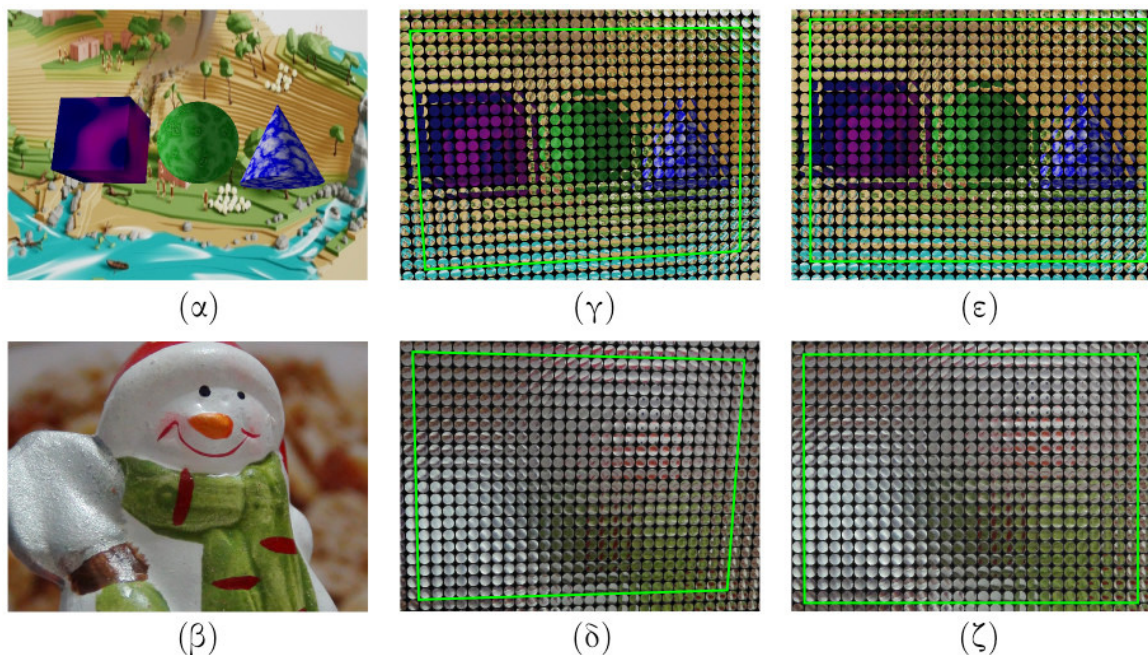
Για την αποτελεσματική εκτίμηση της ακρίβειας επιδιόρθωσης του προτεινόμενου συστήματος δημιουργήθηκαν οι πίνακες παραμόρφωσης για τις τεχνητές εικόνες χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 10.3-10.6 θέτοντας τις παραμέτρους $l_1, l_2, \alpha, \beta, \theta$ σε τιμές εκ των προτέρων γνωστές. Παραλείπεται η παράμετρος l_3 καθώς η γραμμή στο άπειρο αναπαρίσταται σε κανονικοποιημένες ομογενείς συντεταγμένες [9]. Οι παράμετροι επιδιόρθωσης για όλες τις τεχνητές ΟΕ εκτιμήθηκαν σε σχέση με τις ιδανικές τους τιμές ως προς τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα.

Επιπρόσθετα χρησιμοποιήθηκαν δύο ακόμη μετρικές εκτίμησης οι οποίες χαρακτηρίζουν στατιστικά την γεωμετρική συνοχή της ΟΕ αφού εφαρμοστεί η προτεινόμενη μεθοδολογία.

Γι αυτό το σκοπό χρησιμοποιούμε το γεγονός ότι ένα ιδανικό τετραγωνικό πλέγμα το οποίο σχηματίζεται από τις καταγεγραμμένες γραμμές του πλέγματος οι οποίες φαίνονται στο σχήμα 10.6(δ) περιέχει ισαπέχουσες τεμνόμενες γραμμές οι οποίες σχηματίζουν γωνίες 90° . Για να γίνει δυνατή η εκτίμηση αποκλίσεων από το ιδεατό πλέγμα το οποίο χαρακτηρίζει την ιδανική ΟΕ υπολογίζονται οι γωνίες $\{\omega\}$ οι οποίες σχηματίζονται μεταξύ όλων των τεμνόμενων τμημάτων του πλέγματος. Επιπρόσθετα υπολογίζονται τα κανονικοποιημένα μήκη ευθυγράμμων τμημάτων $\{\lambda\}$.

Η κανονικοποίηση των ευθυγράμμων τμημάτων πραγματοποιήθηκε ώστε να αποφευχθεί η χρήση εικονοστοιχείων (pixels) σαν μονάδα μέτρησης και να πραγματοποιηθούν πειράματα σε ΟΕ με διαφορετικές διαστάσεις ΣΕ. Τέλος χρησιμοποιώντας τα $\{\omega\}$, $\{\lambda\}$ υπολογίζονται το $\{\omega\}$, $\{\lambda\}$ για κάθε σύνολο δεδομένων και οι αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις σ_{ω_s} και σ_{λ_s} . Αυτό πραγματοποιήθηκε ώστε να εκτιμηθούν οι αποκλίσεις σε σχέση με την μη παραμορφωμένη ΟΕ στα χρησιμοποιηθέντα σετ εικόνων.

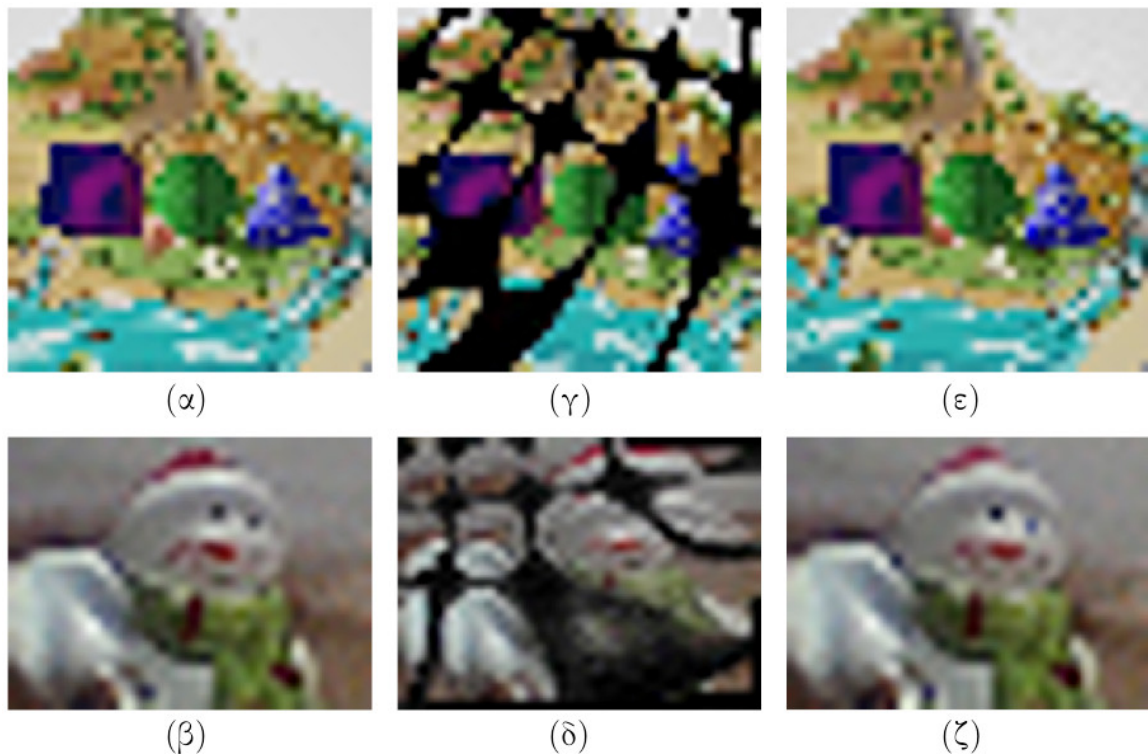
Στις επόμενες παραγράφους συνοψίζεται η εκτίμηση των αποτελεσμάτων επιδιόρθωσης του συστήματος μας στα σετ ΟΕ των τεχνητών καθώς και των οπτικά ληφθέντων ΟΕ. Στην



Εικόνα 10.9: Επιδιόρθωση μίας τεχνητής και μίας οπτικής ΟΕ: (α) “3D” αντικείμενα, (β) “Παιχνίδι”, (γ), (δ) οι αντίστοιχες ληφθείσες και παραμορφωμένες ΟΕ, (ε), (ζ) επιδιορθωμένες ΟΕ χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο.

εικόνα 10.9 και στις αντίστοιχες στήλες εμφανίζονται αντιπροσωπευτικές σκηνές οι οποίες αντιστοιχούν στην 2D σκηνή, τις ληφθείσες ΟΕ καθώς και τις αντίστοιχα επιδιορθωμένες ΟΕ.

Στην εικόνα 10.10 αναδημιουργήθηκαν οι αντίστοιχες 2D υποεικόνες [55] χρησιμοποιώ-



Εικόνα 10.10: (α), (β) Υποεικόνες οι οποίες δημιουργήθηκαν από τις ΟΕ “3Δ αντικείμενα” και “Παιχνίδι”, (γ),(δ) υποεικόνες οι οποίες προκύπτουν από τις αντίστοιχες παραμορφωμένες ΟΕ, (ε),(ζ) υποεικόνες οι οποίες προκύπτουν από τις επιδιορθωμένες αντίστοιχες ΟΕ.

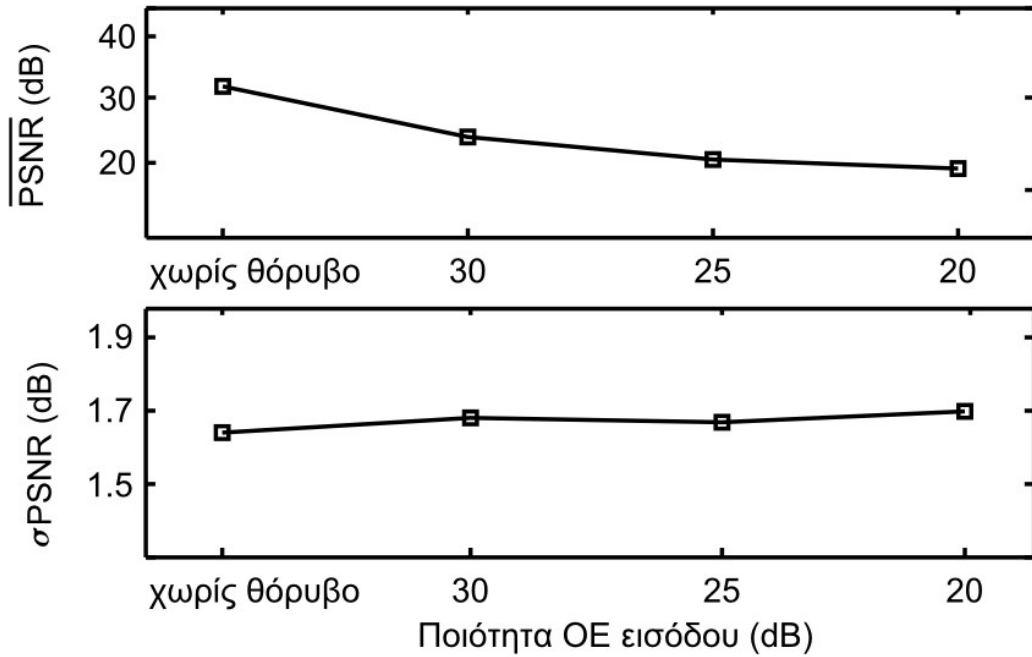
ντας τις μη παραμορφωμένες, παραμορφωμένες και επιδιορθωμένες ΟΕ της εικόνας 10.9.

Τέλος εμφανίζονται τα γραφήματα της εικόνας 10.11 χρησιμοποιώντας σαν είσοδο στον αλγόριθμο την ΟΕ της εικόνας 10.9(γ) η οποία περιέχει διάφορα επίπεδα Gaussian θορύβου. Χρησιμοποιώντας τους τύπους οι οποίοι έχουν περιγραφεί στο [48] εκτιμάται το PSNR για την ακολουθία των ΣΕ οι οποίες φαίνονται στην εικόνα 10.9(ε). Στο γράφημα της εικόνας παρουσιάζεται η μέση τιμή $\overline{\text{PSNR}}$ καθώς και η τυπική απόκλιση σ_{PSNR} .

10.5.2 Αποτελέσματα

Στον πίνακα 10.1 συνοψίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των αποτελεσμάτων επιδιόρθωσης για ολόκληρο το σετ των τεχνητών ΟΕ. Όπως παρατηρούμε σε αυτό τον πίνακα το σχετικό σφάλμα για όλες τις παραμέτρους παραμένει κάτω από 3% ανεξάρτητα από τα επίπεδα προστιθέμενου θορύβου και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της ΟΕ (υφή καθώς και πολυπλοκότητα σκηνής).

Οι συνολικές τιμές γεωμετρικής συνοχής μαζί με τις τυπικές τους αποκλίσεις για όλο το σετ τεχνητών ΟΕ συνοψίζονται στον πίνακα 10.2. Όπως παρατηρούμε σε αυτό τον πίνακα η τυπική απόκλιση του συνολικού σφάλματος στην $\overline{\omega_s}$ παραμένει χαμηλότερη από



Εικόνα 10.11: Μέση τιμή και τυπική απόκλιση για την ακολουθία PSNR των επιδιορθωμένων ΣΕ της εικόνας 10.9(γ). Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζεται η ποιότητα της ΟΕ εισόδου ενώ στον κατακόρυφο εκτιμάται η ακολουθία PSNR των ΣΕ στην γεωμετρικά επιδιορθωμένη ΟΕ.

Πίνακας 10.1: Ποσοστά μέσου σχετικού σφάλματος των παραμέτρων επιδιόρθωσης για ολόκληρο το σετ τεχνητών εικόνων.

	l_1	l_2	α	β	θ
noiseless	0.55%	0.71%	0.72%	0.81%	0.65%
30dB	0.96%	1.21%	0.85%	0.94%	0.66%
25dB	1.29%	1.58%	1.13%	1.03%	1.12%
20dB	2.02%	2.06%	1.79%	1.77%	1.09%

Πίνακας 10.2: Συνολικές τιμές παραμέτρων γεωμετρικής συνοχής για ολόκληρο το σετ των τεχνητών ΟΕ.

	$\overline{\omega_s} \pm \sigma_{\omega_s}$	σ_{λ_s}
noiseless	$90.00 \pm 0.09^\circ$	0.010
30dB	$90.00 \pm 0.13^\circ$	0.013
25dB	$90.00 \pm 0.44^\circ$	0.021
20dB	$90.00 \pm 0.76^\circ$	0.034

1° ακόμη και σε εικόνες με υψηλή περιεκτικότητα θορύβου. Επιπρόσθετα το $\overline{\lambda}_s$ παραμένει κάτω από 0.04 (4%) ανεξάρτητα από τα επίπεδα θορύβου. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για την ΟΕ της πρώτης γραμμής της εικόνας 10.9 η οποία αναπαριστά τα “3Δ αντικείμενα” συνοψίζονται στους πίνακες 10.3 και 10.4.

Πίνακας 10.3: Σχετικό σφάλμα των παραμέτρων επιδιόρθωσης για τα “3Δ αντικείμενα”.

	l_1	l_2	α	β	θ
noiseless	0.67%	0.92%	0.93%	1.05%	0.76%
30dB	1.03%	1.12%	1.01%	1.27%	1.16%
25dB	1.17%	1.25%	1.32%	1.64%	1.87%
20dB	1.74%	1.53%	1.94%	2.16%	2.29%

Οι υποεικόνες που αντιστοιχούν στην εικόνα 10.9 απεικονίζονται στην εικόνα 10.10 και η αντίστοιχη ακολουθία για το PSNR των επιδιορθωμένων αντίστοιχων ΣΕ εκτιμάται στα διαγράμματα της εικόνας 10.11 σε σχέση με ΟΕ εισόδου οι οποίες περιέχουν διαφορετικά επίπεδα θορύβου. Τα διαγράμματα της εικόνας 10.11 επιβεβαιώνουν ότι η προτεινόμενη προσέγγιση επιδιόρθωσης επιτυγχάνει υψηλή απόδοση ακόμη και σε έντονα ενθόρυβες συνθήκες.

Τέλος στον πίνακα 10.5 συνοψίζονται τα συνολικά αποτελέσματα για τις παραμέτρους γεωμετρικής συνοχής των οπτικά ληφθέντων εικόνων. Στον πίνακα 10.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα γεωμετρικής συνοχής για το “Παιχνίδι” το οποίο αντιστοιχεί στη δεύτερη γραμμή της εικόνας 10.9 Τα δεδομένα του πίνακα 10.5 καθώς και του πίνακα 10.6 δείχνουν ότι τόσο η απόκλιση γωνίας και μήκους τμήματος είναι αρκετά μικρή και παραμένει κάτω από 0.5° και 0.05 (5%) αντίστοιχα για όλες τις ΟΕ του σετ δεδομένων.

10.6 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκε ένα σύστημα ανίχνευσης και επιδιόρθωσης για το πρόβλημα της προβολικής παραμόρφωσης το οποίο επηρεάζει ΟΕ οι οποίες λαμβάνονται χρησιμοποιώντας ΣΣΦ με κυκλικούς φακούς. Γι αυτό το σκοπό δημιουργήθηκαν αναλυτικοί τύποι για τον υπολογισμό των παραμέτρων των πινάκων επιδιόρθωσης και ανα-

Πίνακας 10.4: Γεωμετρική συνοχή για τα “3Δ αντικείμενα”.

	$\overline{\omega}_i \pm \sigma_{\omega_i}$	σ_{λ_i}
noiseless	$90.00 \pm 0.15^\circ$	0.014
30dB	$90.00 \pm 0.17^\circ$	0.022
25dB	$90.00 \pm 0.52^\circ$	0.037
20dB	$90.00 \pm 0.87^\circ$	0.041

Πίνακας 10.5: Συνολικά αποτελέσματα γεωμετρικής συνοχής για όλες τις οπτικά ληφθείσες ΟΕ.

$\bar{\omega}_s \pm \sigma_{\omega_s}$	σ_{λ_s}
$90.00 \pm 0.38^\circ$	0.043

Πίνακας 10.6: Αποτελέσματα γεωμετρικής συνοχής για το “Παιχνίδι”.

$\bar{\omega}_i \pm \sigma_{\omega_i}$	σ_{λ_i}
$90.00 \pm 0.46^\circ$	0.039

πτύχθηκε μία αυτοματοποιημένη διαδικασία για τον άμεσο υπολογισμό αυτών των παραμέτρων από δεδομένα εικόνων. Το προτεινόμενο σύστημα επιδιόρθωσης χαρακτηρίζεται από αυξημένη ευρωστία καθώς χρησιμοποιεί δεδομένα από πολλαπλές καταγεγραμμένες ελλείψεις. Επιπλέον προτάθηκε ένας τρόπος υπολογισμού των ΕΚΣ ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό σφάλμα κατά τη διάρκεια των σταδίων προεπεξεργασίας.

Η ευελιξία και ακρίβεια της προταθείσας τεχνικής εκτιμήθηκε υπολογίζοντας το σχετικό σφάλμα στον υπολογισμό των παραμέτρων γεωμετρικής επιδιόρθωσης και μετρώντας την γεωμετρική συνοχή της επιδιορθωμένης ΟΕ χρησιμοποιώντας αντικειμενικές μεθόδους. Περαιτέρω οι δημιουργηθείσες υποεικόνες οι οποίες φαίνονται στην εικόνα 10.10 καθώς και η εκτίμηση PSNR του γραφήματος στην εικόνα 10.11 επαληθεύουν την υψηλή απόδοση και ευρωστία της προταθείσας μεθόδου. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας εκτίμησης χρησιμοποιήσαμε σετ οπτικών καθώς και τεχνητών ΟΕ. Το σετ των τεχνητών ΟΕ επιτρέπει το συνολικό έλεγχο τόσο της προβολικής παραμόρφωσης όσο και των εισαχθέντων επιπέδων θορύβου.

Όπως φαίνεται και στους αντίστοιχους πίνακες δεδομένων, η γεωμετρική συνοχή διατηρείται στις ΟΕ και των δύο σετ και παρουσιάζει μία μικρή μεταβολή για μεταβλητά επίπεδα θορύβου. Καθώς ο θόρυβος επηρεάζει το σύστημα επιδιόρθωσης στα αρχικά στάδια προεπεξεργασίας, λόγω των δεδομένων εκτίμησης τα οποία ήδη παρουσιάστηκαν συμπεραίνουμε ότι η μέθοδος είναι εύρωστη σε υψηλά επίπεδα θορύβου.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η προσέγγιση δημιουργίας ελλειπτικών εξισώσεων μέσω ελαχίστων τετραγώνων είναι ειδικά σχεδιασμένη για κυκλικούς φακούς. Σε περίπτωση που την εφαρμόσουμε σε φακούς διαφορετικής γεωμετρίας δημιουργούνται προβλήματα καθώς τα γεωμετρικά και προβολικά κέντρα δεν συμπίπτουν. Γι αυτό το λόγο αντιμετωπίζουμε την προταθείσα μέθοδο σαν μία ξεχωριστή επιπρόσθετη διεργασία η οποία συνδυαζόμενη με τις μεθόδους των προηγούμενων κεφαλαίων αποτελεί μέρος ενός ολοκληρωμένου συστήματος γεωμετρικής επιδιόρθωσης ΟΕ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

11.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διατριβή μελετήθηκαν μέθοδοι αυτοματοποιημένης επιδιόρθωσης και επεξεργασίας αυτοστερεοσκοπικών εικόνων. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκαν αλγόριθμοι επεξεργασίας ολοκληρωτικών εικόνων προερχόμενες από όλους τους τύπους συστοιχιών φακών οι οποίοι χρησιμοποιούνται σήμερα.

Εισαγωγικά αναφέρθηκε ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί η ανθρώπινη όραση και πιο συγκεκριμένα το κομμάτι της τρισδιάστατης αντίληψης του χώρου που μας περιβάλλει και τους παράγοντες από τους οποίους επηρεάζεται. Στη συνέχεια περιγράφηκε η αναλογική ολοκληρωτική φωτογράφιση και αναπαραγωγή εικόνων καθώς και η σύγχρονη αντίστοιχη της ψηφιακή μορφή, η οποία χάρη στη ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας κατασκευής ψηφιακών και οπτικών αισθητήρων αποτελεί μία από τις πιο υποσχόμενες μεθόδους λήψης και αναπαραγωγής 3D περιεχομένου. Για την αποτελεσματική κατανόηση των μαθηματικών μεθόδων προβολικής επιδιόρθωσης που χρησιμοποιήσαμε συμπεριλάβαμε τις απαραίτητες έννοιες στο κεφάλαιο 4 το οποίο πραγματοποιεί μία ανάλυση του προβολικού επιπέδου, των ιδιοτήτων του και τη χρήση των ιδιοτήτων αυτών για την επιδιόρθωση ΟΕ. Στο κεφάλαιο 5 αναφέρονται τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά του αλγορίθμου ανίχνευσης ακμών ο οποίος χρησιμοποιήθηκε.

Στο κεφάλαιο 6 παρουσιάστηκε μία εύρωστη προσέγγιση στο πρόβλημα επιδιόρθωσης προβολικά παραμορφωμένων ΟΕ οι οποίες έχουν ληφθεί από συστοιχίες τετράγωνων φακών. Χρησιμοποιήθηκαν τόσο οπτικά ληφθείσες, όσο και αλγοριθμικά δημιουργηθείσες ΟΕ. Το σύστημα επιδιόρθωσης που αναπτύχθηκε χρησιμοποίησε τη στατιστική όλων των ανιχνευθέντων ευθυγράμμων τμημάτων του παραμορφωμένου αυτοστερεοσκοπικού πλέγματος. Γι αυτό το λόγο παρουσιάζει ιδιαίτερη ανοχή ακόμη και σε έντονα ενθόρυβες εικόνες των οποίων τα αρχικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά ανακατασκευάστηκαν με ιδιαίτερη επιτυχία όπως φαίνεται από τα πειραματικά αποτελέσματα. Πρέπει να αναφερθεί ότι καθώς το σύστημα μας λειτουργεί πλήρως αυτοματοποιημένα ελαττώνει στο ελάχιστο τον συνολικό αριθμό παραμέτρων οι οποίες είναι εκ των προτέρων γνωστές.

Στο κεφάλαιο 7 γενικεύτηκε και βελτιώθηκε η μεθοδολογία αυτή για την αντιμετώπιση της

προβολικής παραμόρφωσης εικόνων οι οποίες ελήφθησαν από συστοιχίες εξαγωνικών φακών. Χρησιμοποιώντας τα ιδιαίτερα προβολικά χαρακτηριστικά των εξαγωνικών πλεγμάτων υπολογίστηκαν οι συντεταγμένες των σημείων φυγής χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Παρατηρήθηκε βελτιωμένη ανοχή στο θόρυβο καθώς και στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ανακατασκευασμένου πλέγματος.

Στο κεφάλαιο 8 παρουσιάστηκε ένα ενσωματωμένο σύστημα επιδιόρθωσης ολοκληρωτικών εικόνων προερχόμενων από τριγωνικούς, εξαγωνικούς ή τετραγωνικούς φακούς το οποίο αυτόματα αναγνωρίζει τον τύπο πλέγματος. Στη συνέχεια όλες οι παράμετροι προβολικής επιδιόρθωσης υπολογίστηκαν, παρακάμπτοντας πλήρως τον υπολογισμό ενδιάμεσων πινάκων. Η διαδικασία αυτή απλοποίησε δραστικά την αλγοριθμική υλοποίηση και προσέφερε σημαντική μείωση των σφαλμάτων καθώς παρακάμφθηκαν τα στάδια ενδιάμεσων υπολογισμών.

Στα κεφάλαια 8 και 9 παρουσιάστηκαν μέθοδοι γεωμετρικής επιδιόρθωσης εικόνων προερχόμενων από συστοιχίες κυκλικών φακών. Στο κεφάλαιο 8 αντιμετωπίστηκαν επιτυχημένα οι περιστροφικές παραμορφώσεις ενώ στο κεφάλαιο 9 παρουσιάστηκε ένα εύρωστο και ανθεκτικό στο θόρυβο σύστημα προβολικής επιδιόρθωσης το οποίο βασίστηκε στη γενικότερη προβολική θεωρία των κυκλικών σημείων. Όπως δείχνουν και τα πειραματικά αποτελέσματα η γεωμετρική επιδιόρθωση και ανακατασκευή των ληφθέντων ΟΕ παρέχει ιδιαίτερη ευρωστία, ανθεκτικότητα στο θόρυβο καθώς και γεωμετρική συνοχή. Πρέπει να τονιστεί το γεγονός ότι δεν υπάρχει μέχρι σήμερα στην βιβλιογραφία άλλη ολοκληρωμένη προσέγγιση στην αντιμετώπιση προβλημάτων ευθυγράμμισης σε συστοιχίες κυκλικών φακών.

11.2 Μελλοντικοί στόχοι

Η παραπάνω έρευνα, που πραγματοποιήθηκε στο χώρο της ψηφιακής ΟΦ αποτελεί μία από τις ελάχιστες ολοκληρωμένες μελέτες που αφορούν την αντιμετώπιση προβλημάτων γεωμετρικής παραμόρφωσης σε συστοιχίες φακών οποιασδήποτε γεωμετρίας.

Στους μελλοντικούς στόχους συγκαταλέγεται η επέκταση των αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν και σε άλλα ερευνητικά πεδία στα οποία απαιτείται γεωμετρική συνοχή πλεγμάτων γεωμετρικών δομών καθώς και η βελτιστοποίησή τους ώστε να εκτελούνται σε πραγματικό χρόνο χρησιμοποιώντας την υψηλή υπολογιστική ισχύ η οποία παρέχεται από τις σύγχρονες κάρτες γραφικών. Οι δυνατότητες και η ευελιξία των μεθόδων που παρουσιάστηκαν καθιστούν την παρούσα διδακτορική διατριβή ένα σημαντικό εργαλείο με εξαιρετικές προοπτικές σε ένα δυναμικά εξελισσόμενο και ανοιχτό ερευνητικό πεδίο.

ΟΡΟΛΟΓΙΕΣ-ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

2Δ	Δισδιάστατο
3Δ	Τρισδιάστατο
ABK	Αλγόριθμος Βέλτιστου Κατωφλίου
AΨM	Αριθμός Ψευδών Συναγερμών
EΚΣ	Εικόνες Κυκλικών Σημείων
ΕΤ	Ευθύγραμμα Τμήματα
ΚΣ	Κυκλικά Σημεία
ΟΑ	Ολοκληρωτική Απεικόνιση
ΟΕ	Ολοκληρωτικών Εικόνων
ΟΦ	Ολοκληρωτική Φωτογράφιση
ΟΥΓΣ	Ομογενές Υπερπροσδιορισμένο Γραμμικό Σύστημα
ΣΕ	Στοιχειώδεις Εικόνες
ΣΣΦ	Συστοιχία Στερεοσκοπικών Φακών
ΤΟ	Τεχνητή Όραση
CCD	Διάταξη Συζευγμένου Φορτίου
LCD	Οθόνη Υγρών Κρυστάλλων
PSNR	Λόγος Σήματος προς Θόρυβο
IILSR (Integral Image Least Squares Rectification)	Επιδιόρθωση ΟΕ με μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων
IIPMR (Integral Image Planar Metric Rectification)	Επιδιόρθωση ΟΕ με μέθοδο μετρικών επιπέδων
Integral Photography (IP)	Ολοκληρωτική Φωτογράφιση
subpixel accuracy	ακρίβεια υποπίξελ

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] C. Wheatstone, "Contributions to the physiology of vision.—part the first. on some remarkable, and hitherto unobserved, phenomena of binocular vision," *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, vol. 128, pp. 371–394, 1838.
- [2] C. Wheatstone, "The bakerian lecture—contributions to the physiology of vision.—part the second. on some remarkable, and hitherto unobserved, phenomena of binocular vision (continued)," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 142, pp. 1–17, 1852.
- [3] D. Maupu, M. H. Van Horn, S. Weeks, and E. Bullitt, "3d stereo interactive medical visualization," *Computer Graphics and Applications, IEEE*, vol. 25, no. 5, pp. 67–71, 2005.
- [4] T. Motoki, H. Isono, and I. Yuyama, "Present status of three-dimensional television research," *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, no. 7, pp. 1009–1021, 1995.
- [5] J. S. Hasting and M. J. McFarren, "3-d cockpit simulator displays-achieving precise depth placement of objects in graphic images," in *Aerospace and Electronics Conference, 1994. NAECON 1994., Proceedings of the IEEE 1994 National*, pp. 709–714, IEEE, 1994.
- [6] G. Lippmann, "La photographie intégrale," *Comptes-Rendus Academie des Sciences*, vol. 146, pp. 446–451, 1908.
- [7] N. P. Sgouros, S. S. Athineos, M. S. Sangriotis, P. G. Papageorgas, and N. G. Theofanous, "Accurate lattice extraction in integral images," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 10403–10409, Oct 2006.
- [8] R. von Gioi, J. Jakubowicz, J.-M. Morel, and G. Randall, "Lsd: A fast line segment detector with a false detection control," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 32, pp. 722–732, april 2010.
- [9] R. I. Hartley and A. Zisserman, *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, second ed., 2004.
- [10] J. R. Cameron, J. G. Skofronick, and R. M. Grant, *Physics of the Body*. Medical Physics Pub., 1999.
- [11] R. A. Wilson, F. C. Keil, et al., *The MIT encyclopedia of the cognitive sciences*, vol. 134. MIT Press, 1999.
- [12] L. Lipton, "Stereographics, developers handbook," *StereoGraphics Corporation*, vol. 3, 1997.
- [13] J.-Y. Son and B. Javidi, "Three-dimensional imaging methods based on multiview images," *Display Technology, Journal of*, vol. 1, no. 1, pp. 125–140, 2005.
- [14] J.-H. Park, S.-W. Min, S. Jung, and B. Lee, "Analysis of viewing parameters for two display methods based on integral photography," *Applied Optics*, vol. 40, no. 29, pp. 5217–5232, 2001.
- [15] F. Okano, H. Hoshino, J. Arai, and I. Yuyama, "Real-time pickup method for a three-dimensional image based on integral photography," *Applied optics*, vol. 36, no. 7, pp. 1598–1603, 1997.
- [16] M. Martinez-Corral, B. Javidi, R. Martínez-Cuenca, and G. Saavedra, "Formation of real, orthoscopic integral images by smart pixel mapping," *Opt. Express*, vol. 13, no. 23, pp. 9175–9180, 2005.
- [17] R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, M. Martínez-Corral, and B. Javidi, "Enhanced depth of field integral imaging with sensor resolution constraints," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 5237–5242, 2004.
- [18] J.-S. Jang and B. Javidi, "Large depth-of-focus time-multiplexed three-dimensional integral imaging by use of lenslets with nonuniform focal lengths and aperturesizes," *Optics letters*, vol. 28, no. 20, pp. 1924–1926, 2003.
- [19] G. Milnthorpe, M. McCormick, and N. Davies, "Computer modeling of lens arrays for integral image rendering," in *Eurographics UK Conference, 2002. Proceedings. The 20th*, pp. 136–141, IEEE, 2002.
- [20] S. S. Athineos, N. P. Sgouros, P. G. Papageorgas, D. E. Maroulis, M. S. Sangriotis, and N. G. Theofanous, "Photorealistic integral photography using a ray-traced model of capturing optics," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 15, no. 4, pp. 043007–043007, 2006.
- [21] C. Rothwell, A. Zisserman, J. Mundy, and D. A. Forsyth, "Efficient model library access by projectively invariant indexing functions," in *Computer Vision and Pattern Recognition, 1992. Proceedings CVPR '92., 1992 IEEE Computer Society Conference on*, pp. 109–114, 1992.
- [22] C. C. Slama, C. Theurer, S. W. Henriksen, et al., *Manual of photogrammetry*. No. Ed. 4, American Society of photogrammetry, 1980.
- [23] R. T. Collins and J. R. Beveridge, "Matching perspective views of coplanar structures using projective unwarping and similarity matching," in *Computer Vision and Pattern Recognition, 1993. Proceedings CVPR'93., 1993 IEEE Computer Society Conference on*, pp. 240–245, IEEE, 1993.
- [24] J. J. Koenderink, A. J. Van Doorn, et al., "Affine structure from motion," *JOSA A*, vol. 8, no. 2, pp. 377–385, 1991.
- [25] O. Faugeras, "Stratification of three-dimensional vision: projective, affine, and metric representations," *JOSA A*, vol. 12, no. 3, pp. 465–484, 1995.
- [26] B. Caprile and V. Torre, "Using vanishing points for camera calibration," *International journal of computer vision*, vol. 4, no. 2, pp. 127–139, 1990.
- [27] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 2nd ed., 2001.
- [28] H. G. Barrow and J. M. Tenenbaum, "Interpreting line drawings as three-dimensional surfaces," *Artificial intelligence*, vol. 17, no. 1, pp. 75–116, 1981.

- [29] T. Lindeberg, "Edge detection," *Hazewinkel, Michiel, Encyclopedia of Mathematics, Springer, ISBN*, pp. 978–1, 2001.
- [30] J. Canny, "A computational approach to edge detection," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, no. 6, pp. 679–698, 1986.
- [31] J. B. Burns, A. R. Hanson, and E. M. Riseman, "Extracting straight lines," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, no. 4, pp. 425–455, 1986.
- [32] A. Desolneux, L. Moisan, and J.-M. Morel, "Meaningful alignments," *International Journal of Computer Vision*, vol. 40, no. 1, pp. 7–23, 2000.
- [33] A. Desolneux, L. Moisan, and J.-M. Morel, *From gestalt theory to image analysis: a probabilistic approach*, vol. 34. Springer, 2008.
- [34] D. H. Ballard, "Generalizing the hough transform to detect arbitrary shapes," *Pattern recognition*, vol. 13, no. 2, pp. 111–122, 1981.
- [35] A. Etemadi, "Robust segmentation of edge data," in *Image Processing and its Applications, 1992., International Conference on*, pp. 311–314, IET, 1992.
- [36] R. G. von Gioi, J. Jakubowicz, and G. Randall, "Multisegment detection," in *Image Processing, 2007. ICIP 2007. IEEE International Conference on*, vol. 2, pp. 11–253, IEEE, 2007.
- [37] E. T. Koufogiannis, N. P. Sgouros, and M. S. Sangriotis, "Robust integral image rectification framework using perspective transformation supported by statistical line segment clustering," *Appl. Opt.*, vol. 50, pp. H265–H277, Dec 2011.
- [38] J.-Y. Son and B. Javidi, "Three-dimensional imaging methods based on multiview images," *J. Display Technol.*, vol. 1, p. 125, Sep 2005.
- [39] G. Passalis, N. Sgouros, S. Athineos, and T. Theoharis, "Enhanced reconstruction of three-dimensional shape and texture from integral photography images," *Appl. Opt.*, vol. 46, pp. 5311–5320, Aug 2007.
- [40] K. Hong, J. Hong, J.-H. Jung, J.-H. Park, and B. Lee, "Rectification of elemental image set and extraction of lens lattice by projective image transformation in integral imaging," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 12002–12016, May 2010.
- [41] A. Desolneux, L. Moisan, and J.-M. Morel, "Meaningful alignments," *International Journal of Computer Vision*, vol. 40, pp. 7–23, 2000.
- [42] M. Unser and M. Eden, "Multiresolution feature extraction and selection for texture segmentation," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 11, pp. 717–728, jul 1989.
- [43] R. O. Duda, P. E. Hart, and D. G. Stork, *Pattern Classification (2nd Edition)*. Wiley-Interscience, 2 ed., nov 2001.
- [44] D. Liebowitz and A. Zisserman, "Metric rectification for perspective images of planes," in *Proceedings. 1998 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (Cat. No.98CB36231)*, pp. 482–488, IEEE Comput. Soc, 1998.
- [45] S. S. Athineos, N. P. Sgouros, P. G. Papageorgas, D. E. Maroulis, M. S. Sangriotis, and N. G. Theofanous, "Photorealistic integral photography using a ray-traced model of capturing optics," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 15, no. 4, p. 043007, 2006.
- [46] D. Kuang, X. Zhang, M. Gui, and Z. Fang, "Hexagonal microlens array fabricated by direct laser writing and inductively coupled plasma etching on organic light emitting devices to enhance the outcoupling efficiency," *Appl. Opt.*, vol. 48, pp. 974–978, Feb 2009.
- [47] M.-C. Chou, C. Pan, S. Shen, M.-F. Chen, K. Lin, and S.-T. Wu, "A novel method to fabricate gapless hexagonal micro-lens array," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 118, no. 2, pp. 298–306, 2005.
- [48] N. Sgouros, I. Kontaxakis, and M. Sangriotis, "Effect of different traversal schemes in integral image coding," *Appl. Opt.*, vol. 47, pp. D28–D37, Jul 2008.
- [49] E. T. Koufogiannis, N. P. Sgouros, and M. S. Sangriotis, "Perspective rectification of integral images produced using hexagonal lens arrays," in *Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing (IIH-MSP), 2012 Eighth International Conference on*, pp. 75–78, July 2012.
- [50] G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*. Brooks Cole, February 1988.
- [51] C. Kimme, D. Ballard, and J. Sklansky, "Finding circles by an array of accumulators," *Commun. ACM*, vol. 18, pp. 120–122, Feb. 1975.
- [52] R. Ng, M. Levoy, M. Brédif, G. Duval, M. Horowitz, and P. Hanrahan, "Light Field Photography with a Hand-Held Plenoptic Camera," tech. rep., Apr. 2005.
- [53] R. F. Stevens and T. G. Harvey, "Lens arrays for a three-dimensional imaging system," *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, vol. 4, no. 4, p. S17, 2002.
- [54] Y.-T. Lim, J.-H. Park, K.-C. Kwon, and N. Kim, "Resolution-enhanced integral imaging microscopy that uses lens array shifting," *Opt. Express*, vol. 17, pp. 19253–19263, Oct 2009.
- [55] J.-H. Park, K. Hong, and B. Lee, "Recent progress in three-dimensional information processing based on integral imaging," *Appl. Opt.*, vol. 48, pp. H77–H94, Dec 2009.
- [56] H. Ip and Y. Chen, "Planar rectification by solving the intersection of two circles under 2d homography," *Pattern Recognition*, vol. 38, no. 7, pp. 1117–1120, 2005.
- [57] M. Lourakis, "Plane metric rectification from a single view of multiple coplanar circles," in *Proceedings - International Conference on Image Processing, ICIP*, pp. 509–512, 2009.
- [58] N. Otsu, "A threshold selection method from gray-level histograms," *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 9, pp. 62–66, Jan. 1979.
- [59] G. Bradski, "The OpenCV Library," *Dr. Dobb's Journal of Software Tools*, 2000.
- [60] P. Kovesi, "Matlab and octave functions for computer vision and image processing."