ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ 2150-2325

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΑΠΟ ΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ SMILE MATHEMATICS, 1997

ΕΛΛΑΔΑ ΚΟΙΝΟΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΣΤΗΡΙΞΗΣ 2008
Ανάπτυξη παντού. Ανάπτυξη για όλους.
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

ΑΘΗΝΑ 2007

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ

Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 2150 - 2325
Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό
SMILE Mathematics, 1997

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ

ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ

Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 2150 - 2325
Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό
SMILE Mathematics, 1997

Αθήνα, 2007

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007
ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ ΜΕΤΡΟ 1.1 ΕΝΕΡΓΕΙΑ 1.1.1
ΦΟΡΕΑΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ: ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ/ΕΛΚΕ
ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΕΡΓΟΥ: ΑΝΝΑ ΦΡΑΓΚΟΥΔΑΚΗ - ΘΑΛΕΙΑ ΔΡΑΓΩΝΑ

Η ΠΡΑΞΗ ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΚΟΙΝΟΤΙΚΟΥΣ ΠΟΡΟΥΣ (ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ)
ΚΑΙ ΕΘΝΙΚΟΥΣ ΠΟΡΟΥΣ ΚΑΤΑ 80% ΚΑΙ 20% ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ, ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΕΡΓΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ
Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 2150 - 2325. Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό SMILE Mathematics, 1997

Επιστημονική Επιμέλεια ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΣΑΚΟΝΙΔΗΣ
Μετάφραση - Προσαρμογή ΑΝΝΑ ΚΛΩΘΟΥ
Ηλεκτρονική Επεξεργασία ΑΧΜΕΤ ΝΙΖΑΜ

Παραγωγή: ON DEMAND A.E.

2150 Ο παράδεισος της πίτσας

1. Οι απαντήσεις σου θα εξαρτηθούν από το πόσο μεγάλη όρεξη έχεις.
2. Ο πίνακας των αποτελεσμάτων δημιουργήθηκε με βάση τον τύπο υπολογισμού του εμβαδού του κύκλου.

   Εμβαδόν του κύκλου = πr^2

Διάμετρος	Ακτίνα	Εμβαδόν όπου $\pi = 3{,}142$	Εμβαδόν με χρήση πλήκτρου π με ακρίβεια 3 δεκαδικών θέσεων
17 εκ.	8,5 εκ.	227,0095 τ.εκ.	226,980 τ.εκ.
26 εκ.	13 εκ.	530,998 τ.εκ.	530,929 τ.εκ.
30 εκ.	15 εκ.	706,95 τ.εκ.	706,858 τ.εκ.

3. Η πίτσα μεσαίου μεγέθους είναι περίπου 2 φορές μεγαλύτερη από την πίτσα μικρού μεγέθους. Η πίτσα μεγάλου μεγέθους είναι περίπου 3 φορές μεγαλύτερη από την πίτσα μικρού μεγέθους.
4. Αν οι υπολογισμοί σου ήταν πολύ διαφορετικοί από τις απαντήσεις που δόθηκαν στην ερώτηση 1, και πιστεύεις ακόμη ότι είναι σωστοί, να τους συζητήσεις με το δάσκαλό σου.
5. Όχι. Πρόσεξε τι συμβαίνει, όταν η διάμετρος της πίτσας μεσαίου μεγέθους διπλασιάζεται.

Μεσαία πίτσα	Διάμετρος	Ακτίνα	Εμβαδόν με $\pi = 3{,}142$
	26 εκ.	13 εκ.	530,998 τ.εκ.
	× 2	× 2	× 4
	52 εκ.	26 εκ.	2123,992 τ.εκ.

   Ο διπλασιασμός της διαμέτρου έκανε το εμβαδόν της πίτσας 4 φορές μεγαλύτερο.
6. Μια πίτσα μικρού μεγέθους αρκεί για 2 άτομα.
   Μια πίτσα μεγάλου μεγέθους είναι περίπου 3 φορές μεγαλύτερη, επομένως μια μεγάλη πίτσα είναι αρκετή για 6 άτομα (3 × 2).
   Για 40 άτομα θα χρειαστείς 40 : 6 πίτσες = 6,66666667 πίτσες.
   Αυτή η απάντηση **δεν** είναι λογική αφού δεν είναι δυνατόν να αγοράσεις 0,66666667 της πίτσας. Για να χορτάσεις 40 άτομα θα χρειαστεί να αγοράσεις **7 πίτσες.**
7. Η μικρού μεγέθους πίτσα αρκεί για 2 άτομα, επομένως η πίτσα του φεστιβάλ θα έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν που θα έχουν 50 πίτσες μικρού μεγέθους.
   Εμβαδόν μικρής πίτσας = 227,0095 τ.εκ.
   Εμβαδόν πίτσας στο φεστιβάλ = 227,0095 τ.εκ. x 50 = 11350,475 τ.εκ.
   Εμβαδόν κύκλου = πr^2
   11350,475 = πr^2
   $\frac{11350{,}475}{\pi}$ π = r^2

Με $\pi = 3{,}14$	Με το πλήκτρο π
$3614{,}800955 = r^2$	$3612{,}968405 = r^2$
$\sqrt{3614{,}800955} = r$	$\sqrt{3612{,}968405} = r$
$60{,}12321478 = r$	$60{,}10797289 = r$
$120{,}2464296 =$ διάμετρος	$120{,}2159458 =$ διάμετρος

Η κατά προσέγγιση σε ίντσες διάμετρος της πίτσας στο πανηγύρι = 50 ίντσες.

2151 Η ρίζα του προβλήματος

1.

Αριθμός (Μήκος ακμής)	Κύβος (Όγκος)
1	13 = 1 × 1 × 1 = 1
2	23 = 2 × 2 × 2 = 8
3	33 = 3 × 3 × 3 = 27
4	43 = 4 × 4 × 4 = 64
5	53 = 5 × 5 × 5 = 125
6	63 = 6 × 6 × 6 = 216
7	73 = 7 × 7 × 7 = 343
8	83 = 8 × 8 × 8 = 512
9	93 = 9 × 9 × 9 = 729
10	103 = 10 × 10 × 10 = 1000

2.

Τρίτη (κυβική) ρίζα	Αριθμός
$\sqrt[3]{1}$	= 1
$\sqrt[3]{8}$	= 2
$\sqrt[3]{27}$	= 3
$\sqrt[3]{64}$	= 4
$\sqrt[3]{125}$	= 5
$\sqrt[3]{216}$	= 6
$\sqrt[3]{343}$	= 7
$\sqrt[3]{512}$	= 8
$\sqrt[3]{729}$	= 9
$\sqrt[3]{1000}$	= 10

3. α) Ο όγκος είναι 216κ.εκ.
   β) Ο όγκος είναι 125κ.εκ.
   γ) Ο όγκος είναι 729κ.εκ.

4. α) Το μήκος της ακμής είναι 3εκ.
   β) Το μήκος της ακμής είναι 8εκ.
   γ) Το μήκος της ακμής είναι 7εκ.

5. α) Ο όγκος κύβου με ακμή μήκους 7,9εκ θα βρίσκεται ανάμεσα στον όγκο κύβου με ακμή μήκους 7εκ και στον όγκο κύβου με ακμή μήκους 8εκ, δηλαδή μεταξύ 343κ.εκ. και 512κ.εκ.
   Καθώς το 7,9 είναι πιο κοντά στα 8εκ, ο όγκος θα είναι πιο κοντά στον όγκο του κύβου με ακμή 8εκ, περίπου 500κ.εκ.
   β) Ο όγκος κύβου με ακμή 8,5εκ θα βρίσκεται ανάμεσα στο 83 και στο 93. Το 8,5 βρίσκεται στη μέση ανάμεσα στο 8 και το 9. Επομένως, μια απάντηση μεταξύ 600 – 640κ.εκ. θα ήταν αποδεκτή.
   γ) Ο όγκος κύβου με ακμή 3,3εκ θα είναι ανάμεσα στο 33 και στο 43. Το 3,3 είναι πιο κοντά στο 3 παρά στο 4. Επομένως, μια απάντηση μεταξύ 30 – 40κ.εκ. θα ήταν αποδεκτή.

1. α) 343 < 370 < 512
73 < 370 < 83
Επομένως, η $\sqrt[3]{370}$ πρέπει να βρίσκεται μεταξύ των 7εκ και 8εκ.
Μια αποδεκτή απάντηση θα ήταν ανάμεσα σε 7,1 – 7,4εκ.
β) 93 < 920 < 103
Μια αποδεκτή απάντηση θα ήταν μεταξύ των 9,5 – 9,9εκ.
γ) Μια αποδεκτή απάντηση θα ήταν μεταξύ των 3,1 – 3,5εκ.

Για να βρεις την απάντηση, να χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο με την ένδειξη $\boxed{y^x}$ στο κομπιουτεράκι σου, αν υπάρχει.

$7{,}9^3$ → $\boxed{7}\ \boxed{,}\ \boxed{9}\ \boxed{y^x}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$

<u>2154 Πράξεις με ζάρια</u>

Τις ακόλουθες απαντήσεις στο παζλ βρήκε μια μαθήτρια, η οποία έφερε τους αριθμούς 3, 3, 4, 4, 5 και 6 στα ζάρια. Οι απαντήσεις αυτές παρουσιάζουν έναν τρόπο με τον οποίο η μαθήτρια κατάφερε να δημιουργήσει τους αριθμούς 1 –10.

1. (3 – 3) + (4 – 4) + (6 – 5)
   0 + 0 + 1 = 1

2. (6 – 5) + [(4 – 3) : (4 – 3)]
   1 + [1 : 1]
   1 + 1 = 2

3. (6 – 5) + (4 – 3) + (4 – 3)
   1 + 1 + 1 = 3

4. (4 + 4 – 5) + [6 : (3 + 3)]
   3 + 1 = 4

5. (6 – 3) + (4 – 3) + (5 – 4)
   3 + 1 + 1 = 5

6. (6 – 3) × (5 – 3) + (4 – 4)
   3 × 2 + 0 = 6

7. (6 – 3) × (5 – 3) + (5 – 4)
   3 × 2 + 1 = 7

8. (4 + 4) + 5 × [6 – (3 + 3)]
   8 + 0 = 8

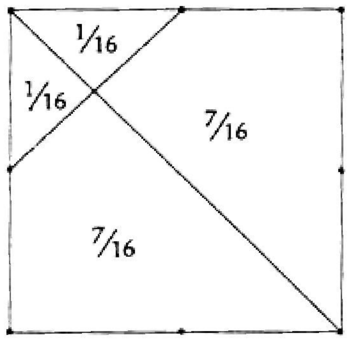
9. (6 + 3) + (3 × 5) × (4 – 4)
   9 + 0 = 9

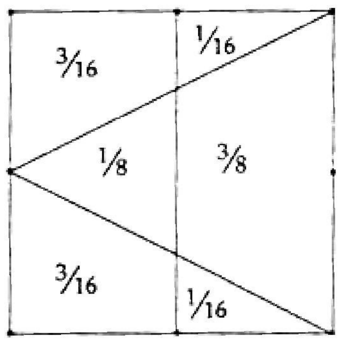
10. (6 + 4) + (3 – 3) × (5 + 4)
    10 + 0 = 10

Ίσως έχεις επιχειρήσει να χρησιμοποιήσεις δυνάμεις, όπως 32 = 3 × 3 = 9, παράλληλα με τις πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης.

2156 Κλάσματα τετραγώνων

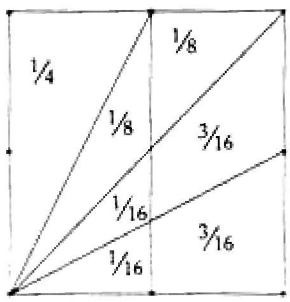
1. $\Pi = \frac{1}{4}$, $P = \frac{1}{8}$, $\Sigma = (\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = \frac{3}{8}$
2. α) β)



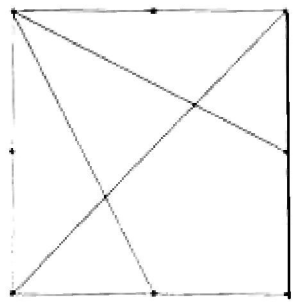


3. Οι απαντήσεις σου για το καθένα από τα τετράγωνα θα πρέπει να έχουν άθροισμα μία ακέραια μονάδα. Να ελέγξεις αν αυτό συμβαίνει.

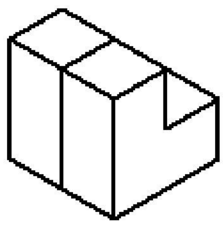
4.



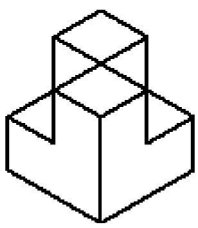
Αν έχεις διασκεδάσει με την προηγούμενη δραστηριότητα, αυτή που ακολουθεί είναι μια πραγματική πρόκληση!



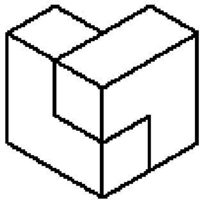
2159 Συνδυάζοντας στερεά



Βρήκαμε 31 διαφορετικούς συνδυασμούς.
Ξεκινώντας με 2 σε μια πλευρά, όπως στην εικόνα, υπάρχουν συνολικά 5 τρόποι συνδυασμού, όταν οι δύο κατασκευές των τριών κύβων έχουν το ίδιο χρώμα και 10 τρόποι, όταν δεν έχουν το ίδιο χρώμα.



Όταν τα πρώτα δύο τοποθετούνται όπως στην εικόνα, υπάρχουν 2 τρόποι, αν οι δύο πρώτες κατασκευές έχουν το ίδιο χρώμα και 4 τρόποι, αν δεν έχουν το ίδιο χρώμα.



Όταν τα δύο πρώτα τοποθετούνται όπως στην εικόνα, τότε υπάρχουν 4 τρόποι, αν οι δύο πρώτες κατασκευές έχουν το ίδιο χρώμα και 10 τρόποι, αν δεν έχουν το ίδιο χρώμα.

2160 Ποιο είναι το μισό του μισού;

1. $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
2. $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$
3. $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{5} = \frac{1}{10}$
4. $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{6} = \frac{1}{12}$
5. $\frac{1}{4}$ του $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
6. $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
7. $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
8. $\frac{1}{4}$ του $\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

1. Ίσως έχεις παρατηρήσει ότι το $\frac{1}{4}$ του $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$

Για να βρεις το κλάσμα ενός κλάσματος, όπου οι αριθμητές είναι και οι δύο 1, πολλαπλασιάζεις τους αριθμητές μεταξύ τους και μετά πολλαπλασιάζεις τους παρονομαστές μεταξύ τους.

10. $\frac{1}{2}$ των $\frac{2}{3} = \frac{2}{6}$ ή $\frac{1}{3}$
11. $\frac{1}{2}$ των $\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$
12. $\frac{1}{2}$ των $\frac{2}{5} = \frac{2}{10}$ ή $\frac{1}{5}$
13. $\frac{1}{3}$ των $\frac{3}{4} = \frac{3}{12}$ ή $\frac{1}{4}$

14. Για να βρεις κλάσματα κλασμάτων (όταν οι αριθμητές είναι οποιοιδήποτε αριθμοί), πολλαπλασιάζεις τους αριθμητές και μετά τους παρονομαστές.
15. Ένας άλλος τρόπος για να πεις «του/των» είναι «πολλαπλασιάζω», έτσι ο αλγόριθμος για τον πολλαπλασιασμό κλασμάτων είναι να πολλαπλασιάσεις τους αριθμητές μεταξύ τους και τους παρονομαστές μεταξύ τους.

$\frac{2}{3}$ των $\frac{3}{4} = \frac{6}{12}$ ή $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$

Μπορείς να βρεις, χρησιμοποιώντας τον κανόνα, άλλα κλάσματα που είναι τα ίδια (ισοδύναμα) με το 6/12;

2162 Γωνίες και τρίγωνα

1. $\alpha = 106^\circ$
2. $x = 67^\circ$ $y = 113^\circ$
3. $y = 38^\circ$
4. ΑΒ = ΑΓ = ΓΔ
   i) $A\hat{A}\Delta = 70^\circ$ ii) $B\hat{A}\Gamma = 40^\circ$ iii) $A\hat{\Gamma}\Delta = 110^\circ$
   iv) $\Gamma\hat{A}\Delta = 35^\circ$ v) $B\hat{A}\Delta = 75^\circ$
5. i) $K\hat{M}\Lambda = 90^\circ$ ii) $K\hat{\Lambda}M = 54^\circ$
6. $\Sigma\hat{\Pi}P = 130^\circ$
7. i) $A\hat{\Delta}B = 60^\circ$ ii) $B\hat{A}\Delta = 75^\circ$ iii) $\Delta\hat{B}\Gamma = 30^\circ$

2164 Παρουσίαση πληροφοριών

1. α) 90 κορίτσια
   β) 90 αγόρια

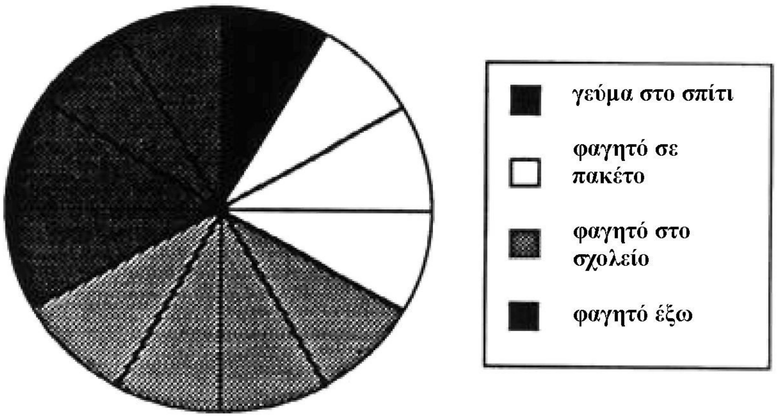
2. α) 120 μπορούν να κολυμπήσουν
   β) 60 δεν μπορούν να κολυμπήσουν

3.

4. α) 24 μαθητές παίζουν βόλεϊ
   β) 72 μαθητές παίζουν χόκεϊ
   γ) 48 μαθητές παίζουν ποδόσφαιρο

5. α) 36 μαθητές είναι μέλη του μουσικού κλαμπ
   β) 36 μαθητές είναι μέλη της ομάδας εργασίας
   γ) 18 μαθητές είναι μέλη της θεατρικής ομάδας
   δ) 54 μαθητές είναι μέλη της ομάδας των μαθηματικών

6.



2166 Αντιστοιχίζοντας εξισώσεις

Ακολουθούν παραδείγματα για την κάθε μέθοδο που η δραστηριότητα προτείνει. Είναι πιθανό να έχεις χρησιμοποιήσει μόνο μία μέθοδο για όλη τη δραστηριότητα ή μια ποικιλία από μεθόδους.

- Η μέθοδος της επιλογής 2 σημείων
  (2, 0) και (3, 2) είναι οι συντεταγμένες δύο σημείων στη γραφική παράσταση Α.
  Χρησιμοποιώντας τη συντεταγμένη (2, 0) και αντικαθιστώντας x = 2 και y = 0 στην εξίσωση 1, προκύπτει:
  $4x = 2y - 8$
  $4 \times 2 = 2 \times 0 - 8$
  $8 = 0 - 8$ **Το αποτέλεσμα δεν είναι σωστό.**
  Χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες του σημείου (2, 0), να επιχειρήσεις να αντικαταστήσεις
  x = 2 και y = 0 στην εξίσωση 2.
  $y = 2x - 4$
  $0 = 2 \times 2 - 4$
  $0 = 4 - 4$ **Αυτό ισχύει.**
  Τώρα, χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες του σημείου (3, 2), να επιχειρήσεις να αντικαταστήσεις x = 3 και y = 2 στην εξίσωση 2.
  $y = 2x - 4$
  $2 = 2 \times 3 - 4$
  $2 = 6 - 4$ **Αυτό ισχύει.**

Επομένως, η εξίσωση 2 ταιριάζει στη γραφική παράσταση Α. Οι εξισώσεις 7, 8 και 12 επίσης ταιριάζουν στη γραφική παράσταση Α.

- Με τη μέθοδο της αναδιάταξης
  $4x = 2y - 8$
  Να διαιρέσεις και τις δύο πλευρές με το 2.
  $2x = y - 4$
  Να προσθέσεις 4 και στις δύο πλευρές.
  $2x + 4 = y$
  Αυτή η εξίσωση μπορεί να γραφεί ως $y = 2x + 4$ και είναι ίδια με την εξίσωση 5.
  Οι γραμμικές εξισώσεις μπορούν επίσης να δοθούν στη μορφή $y = mx + c$. Η τιμή του m αποδίδει την κλίση της ευθείας και το c δίνει το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα των y.
  Στην εξίσωση $y = 2x + 4$, η κλίση είναι 2 και το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα των y είναι 4. Επομένως, οι εξισώσεις 1 και 5 αντιστοιχούν στη γραφική παράσταση Β. Οι εξισώσεις 3 και 11 αντιστοιχούν στη γραφική παράσταση Β, επίσης.
  Ανεξάρτητα από τη μέθοδο που χρησιμοποίησες, πρέπει να έχεις καταλήξει στα παρακάτω συμπεράσματα:

Οι εξισώσεις 2, 7, 8 και 12 αντιστοιχούν στο γράφημα A.
Οι εξισώσεις 1, 3, 5 και 11 αντιστοιχούν στο γράφημα B.
Οι εξισώσεις 4, 6, 9 και 10 αντιστοιχούν στο γράφημα C.

- Εξισώσεις που αντιστοιχούν στη γραφική παράσταση D θα μπορούσαν να είναι οι παρακάτω:

  $y = \frac{1}{2}x + 2$ $\qquad$ $x = 2y - 4$

  $2y = x + 4$ $\qquad$ $2y - x = 4$ $\qquad$ $3y = 1\frac{1}{2}x + 6$.......

2167 Εύρος τιμών εμβαδού επιφάνειας

1. Το κάτω φράγμα του 16 = 15,5, το άνω φράγμα του 16 = 16,5.

   α) Η μικρότερη πιθανή τιμή εμβαδού = 15,5 × 15,5 = 240,25 τ.εκ.

   Η μεγαλύτερη πιθανή τιμή εμβαδού = 16,5 × 16,5 = 272,25 τ.εκ.

   Εύρος τιμών εμβαδού = 272,25 τ.εκ. – 240,25 τ.εκ. = 32 τ.εκ.

   β) Το εύρος των πιθανών τιμών εμβαδού προκύπτει, αν πολλαπλασιαστεί με 2 το «μήκος της πλευράς του τετραγώνου».

   γ) Αν n = το μήκος πλευράς του, μετρημένο σε συγκεκριμένη μονάδα μέτρησης, τότε:

   η μικρότερη πιθανή τιμή εμβαδού $= (n - \frac{1}{2})^2 = n^2 - n + \frac{1}{4}$

   η μεγαλύτερη πιθανή τιμή εμβαδού $= (n + \frac{1}{2})^2 = n^2 + n + \frac{1}{4}$

   εύρος τιμών εμβαδού $= (n^2 + n + \frac{1}{4}) - (n^2 - n + \frac{1}{4})$

   $= n^2 + n + \frac{1}{4} - n^2 + n - \frac{1}{4}$

   $= n + n$

   $= 2n$ τετραγωνικές μονάδες.

2. **Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο**

   α) Το εύρος εμβαδού, όταν το ύψος και το πλάτος μετριούνται με ακρίβεια εκατοστόμετρου, ισούται με:

   ύψος του ορθογωνίου συν το πλάτος του ορθογωνίου

   β) Για να αποδείξουμε ότι ο συγκεκριμένος κανόνας ισχύει, ας υποθέσουμε ότι h είναι το ύψος και w είναι το πλάτος.

   Η μικρότερη πιθανή τιμή εμβαδού $= (h - \frac{1}{2}) (w - \frac{1}{2})$

   Η μεγαλύτερη πιθανή τιμή εμβαδού $= (h + \frac{1}{2}) (w + \frac{1}{2})$

   Εύρος τιμών εμβαδού $= (h + \frac{1}{2}) (w + \frac{1}{2}) - (h - \frac{1}{2}) (w - \frac{1}{2})$

   $=(hw + \frac{1}{2} h + \frac{1}{2} w + \frac{1}{4}) - (hw - \frac{1}{2} h - \frac{1}{2} w + \frac{1}{4})$

   $= hw + \frac{1}{2} h + \frac{1}{2} w + \frac{1}{4} - hw + \frac{1}{2} h + \frac{1}{2} w - \frac{1}{4}$

   $= (h + w)$ τ.εκ.

Κύκλος

Το εύρος τιμών εμβαδού του κύκλου, όταν η ακτίνα μετριέται με ακρίβεια εκατοστού, είναι $2\pi r$ τ.εκ.

Τρίγωνο

Το εύρος τιμών εμβαδού του τριγώνου, όταν η βάση και το ύψος μετριούνται με ακρίβεια εκατοστού, είναι $\frac{1}{2}(b + h)$ τ.εκ.

1. Έχουμε καταλήξει σε γενικούς κανόνες για τα τετράγωνα. Αν έχεις βρει κανόνες για άλλα σχήματα, να τους δείξεις στο δάσκαλό σου.

α) Το εύρος τιμών του εμβαδού ενός τετραγώνου με πλευρά n, όταν η πλευρά μετριέται με ακρίβεια μισού εκατοστού, είναι n τ.εκ. Μπορείς να εξηγήσεις γιατί ισχύει αυτό;
β) Το εύρος τιμών εμβαδού ενός τετραγώνου πλευράς n, όταν η πλευρά μετριέται με ακρίβεια x εκατοστών, είναι 2xn τ.εκ.

- Το εύρος τιμών του όγκου ενός κύβου που μετρήθηκε με ακρίβεια εκατοστού είναι $(3n^2 + \frac{1}{4})$ κ.εκ., όπου n είναι η πλευρά του κύβου.
- Το εύρος εμβαδού της επιφάνειας κύβου που έχει μετρηθεί με ακρίβεια εκατοστού είναι 12n τ.εκ.

Παρόμοιοι κανόνες είναι δυνατόν να προκύψουν και για άλλα τρισδιάστατα σχήματα. Να τα ελέγξεις με το δάσκαλό σου.

2168 Υπολογισμός της κυβικής ρίζας

1.

Μήκος ακμής	Κύβος (όγκος)	
4,65	4,65 × 4,65 × 4,65 = 100,54463	Πολύ μεγάλο
4,63	4,63 × 4,63 × 4,63 = 99,252847	Πολύ μικρό
4,64	4,64 × 4,64 × 4,64 = 99,8973	Πολύ μικρό
4,645	4,645 × 4,645 × 4,645 = 100,221	Πολύ μεγάλο

Για συντομία μπορείς να χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο x^y στο κομπιουτεράκι σου. Είναι το πλήκτρο για τις δυνάμεις.

4,645 x^y 3 = 100,221

.

.

$(4,642)^3$ = 100,027 = 100 (1 δεκαδικό ψηφίο)

$(4,6416)^3$ = 100,00072 = 100 (2 δεκαδικά ψηφία)

Για πόσα δεκαδικά ψηφία ήταν ακριβής η απάντησή σου;

2. Το μήκος της ακμής ενός κύβου με όγκο 340κ.εκ. πρέπει να είναι ανάμεσα σε 6εκ και 7εκ επειδή 6 × 6 × 6 = 216 και 7 × 7 × 7 = 343. Πρέπει να είναι πιο κοντά στα 7εκ.

Μήκος Ακμής	Κύβος (Όγκος)	
6,9	6,93 = 6,9 × 6,9 × 6,9 = 328,509	Πολύ μικρό
6,95	6,953 = 6,95 × 6,95 × 6,95 =	Πολύ μικρό
6,98	335,702	Πολύ μεγάλο
6,97	6,983 = 340,068	Πολύ μικρό
6,975	6,973 = 338,609	Πολύ μικρό
6,978	6,9753 = 339,338	Πολύ μικρό
6,979	6,9783 = 339,776	Πολύ μικρό
6,9795	6,9793 = 339,922	Πολύ μικρό
6,9796	6,97953 = 339,995	Πολύ μεγάλο
6,97955	6,97963 = 340.01	Πολύ μεγάλο
6,97953	6,979553 = 340,003	Πολύ μεγάλο
	6,979533 = 340	✓

3. Η τρίτη (κυβική) ρίζα ($\sqrt[3]{a}$) ενός αριθμού «α» είναι ο αριθμός, ο οποίος όταν τον πολλαπλασιάσεις δύο φορές με τον εαυτό του δίνει τον αριθμό «α» ως αποτέλεσμα.

$$\sqrt[3]{a} \text{ x} \sqrt[3]{a} \text{ x } \sqrt[3]{a} = \alpha$$

2169 Ο πληθυσμός της Βρετανίας: 1880 και 1980

1.

Ηλικία	1880	1980
0 - 14	36%	19%
15 - 29	26%	**22%**
30 - 44	**18%**	**21%**
45 - 59	**13%**	20%
60 - 74	**6%**	12%
75+	1%	**6%**
Σύνολο	**100%**	**100%**

2. Η πυραμίδα των ηλικιών δείχνει το ποσοστό του πληθυσμού σε κάθε ηλικιακή ομάδα, δεν δείχνει τον πραγματικό πληθυσμό.
3. α) Η ηλικιακή ομάδα 60 - 70 διπλασιάστηκε.
   β) Οι ηλικιακές ομάδες 0 - 14 και 15 - 29 μειώθηκαν.
   γ) Οι υπόλοιπες ηλικιακές ομάδες των 30 - 44, 45 - 59, 60 - 74 και 75+, όλες αυξήθηκαν.
4. α) Η γραφική παράσταση παρέχει πληροφορίες για τον πληθυσμό του Ηνωμένου Βασιλείου στο διάστημα 1840 – 1980.
   Διαχωρίζει τον πληθυσμό σε τρεις ηλικιακές ομάδες και παρουσιάζει το ποσοστό του συνολικού πληθυσμού σε κάθε ηλικιακή ομάδα.
   β) Η ηλικιακή ομάδα 0 – 14 αντιπροσωπεύει άτομα σχολικής ηλικίας.
   Η ομάδα 15 – 59 αντιπροσωπεύει τον εργαζόμενο πληθυσμό.
   Η ομάδα 60+ αντιπροσωπεύει τους συνταξιούχους.
   γ) i) Το ποσοστό του πληθυσμού στην ομάδα 0 – 14 μειώνεται.
   ii) Το ποσοστό του πληθυσμού στην ομάδα 15- 59 παραμένει σχετικά σταθερό.
   iii) Το ποσοστό του πληθυσμού στην ομάδα 60+ αυξάνεται.
   δ) Η απάντησή σου είναι πιθανό να συμπεριλάβει παράγοντες όπως:
   - έλεγχο γεννήσεων,
   - επιλογή μεγέθους οικογένειας,
   - αύξηση της αναλογίας των ατόμων 15+,
   - η διάρκεια ζωής έχει αυξηθεί.

   ε) Η απάντησή σου είναι πιθανό να συμπεριλάβει παράγοντες όπως:
   - η πρόοδος της ιατρικής επιστήμης έχει οδηγήσει σε υψηλότερο προσδοκώμενο όριο ζωής,
   - καλύτερη ιατρική περίθαλψη.

   στ) i) Το ποσοστό του πληθυσμού στην ηλικιακή ομάδα 60+ θα συνεχίσει να αυξάνει και το ποσοστό του πληθυσμού στην ηλικιακή ομάδα 0 – 14 θα συνεχίσει να μειώνεται.
   ii) Θα υπάρξει μια υψηλότερη πίεση στο εργατικό δυναμικό για να υποστηρίξει μια αυξανόμενη ηλικιακή ομάδα 60+ τόσο στις συντάξεις όσο και στην ιατρική περίθαλψη.
5. α) Το 1880, το 36% του πληθυσμού ανήκε στην ηλικία των 30 χρόνων ή περισσότερο.
   β) Το 1980, το 41% του πληθυσμού ήταν κάτω από 30.
   γ) Το 1980, το 59% του πληθυσμού ανήκε στην ηλικία των 30 χρόνων ή περισσότερο.

6. α) Ναι, περισσότερο από 50% είναι μια λογική εκτίμηση.
   - Το ποσοστό του πληθυσμού που ανήκει στην ηλικιακή ομάδα 0 – 14 είναι 36%.
   - Το ποσοστό του πληθυσμού που ανήκει στην ηλικιακή ομάδα 15 – 29 είναι 26%.
   - Η μέση τιμή της ηλικιακής ομάδας 15 – 29 είναι 22.
   - Η ασυμμετρικότητα του πληθυσμού υποδεικνύει ότι σε κάθε ηλικιακή ομάδα θα υπάρχουν περισσότερα άτομα που θα ανήκουν στο νεαρότερο τμήμα της ομάδας από ότι στο μεγαλύτερο σε ηλικία τμήμα. Επομένως, θα μπορούσε να περιμένει κάποιος ότι η πλειοψηφία των ατόμων θα ήταν κάτω από 23.

   β) Μια καλή εκτίμηση της ηλικίας κάτω από την οποία ήταν η πλειοψηφία του πληθυσμού το 1980 θα ήταν ανάμεσα σε 36 – 38 χρόνια.
7. Η απάντησή σου θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει παράγοντες όπως:
   - Το ποσοστό του πληθυσμού ηλικίας μεταξύ 0 – 14 και 15 – 29 μειώνεται.
   - Το 1980 το ποσοστό του πληθυσμού που ανήκε στην ομάδα 0 – 14 ήταν μικρότερο από το ποσοστό του πληθυσμού της ομάδας 30 – 44 αλλά το 1880 το ποσοστό του πληθυσμού που ανήκε στην ηλικιακή ομάδα 0 – 14 ήταν διπλάσιο από το ποσοστό του πληθυσμού που ανήκε στην ομάδα 30 – 44.
   - Το ποσοστό του εργαζόμενου πληθυσμού παρέμεινε σχετικά σταθερό.
   - Το ποσοστό του πληθυσμού που ανήκει στην ηλικιακή ομάδα 75+ έχει αυξηθεί κατά 5% εξαιτίας του βελτιωμένου συστήματος υγείας και των καλύτερων ιατρικών εγκαταστάσεων, καθώς και των βελτιωμένων συνθηκών διαβίωσης.

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τις μεταβολές στο ποσοστό του πληθυσμού κάθε ηλικιακής ομάδας τα τελευταία 100 χρόνια.

Ηλικία	Μεταβολή σε %
0 – 14	-17%
15 – 29	-4%
30 – 44	+3%
45 – 59	+3%
60 – 74	+6%
75+	+5%

2177 Μεταβολές πληθυσμού

1. Ευρώπη
2. Η απάντηση στο πλησιέστερο εκατομμύριο είναι 272, αλλά και μια απάντηση μεταξύ 265-275 εκατομμυρίων είναι αποδεκτή.
3. Η απάντηση στο πλησιέστερο εκατομμύριο είναι 497-272=225 εκατομμύρια, αλλά οποιαδήποτε απάντηση ανάμεσα στα 220-240 εκατομμύρια είναι αποδεκτή.
4. (α) 537 εκατομμύρια, αλλά μια απάντηση ανάμεσα στα 535-540 εκατομμύρια θα ήταν αποδεκτή.
   (β) 622 εκατομμύρια, αλλά μια απάντηση ανάμεσα στα 615-625 εκατομμύρια θα ήταν αποδεκτή.
   (γ) 711-537=164 εκατομμύρια, αλλά μια απάντηση ανάμεσα στα 160-175 εκατομμύρια θα ήταν αποδεκτή.
5. (α) Πληθυσμοί κατά προσέγγιση

	Βόρεια Αμερική	360 εκατομμύρια
	Λατινική Αμερική	885 εκατομμύρια
	Ευρώπη	490 εκατομμύρια

   (β) Ο πληθυσμός της Λατινικής Αμερικής θα αυξηθεί ραγδαία.
   Ο πληθυσμός της κατά το 1988 θα διπλασιαστεί μέχρι το 2040.

   Ο πληθυσμός της Βόρειας Αμερικής θα αυξηθεί με αργό ρυθμό.

Ο πληθυσμός της Ευρώπης θα αυξηθεί πολύ λίγο. Το 2040 θα κυμανθεί σε χαμηλότερα επίπεδα από το 1988.

2178 Όγκοι

Κυβάκια	Κυβάκια σε κάθε στρώση	Στρώσεις	Κυβάκια (Συνολικός αριθμός)	Όγκος
Α	6	2	12	12 τ. εκ.
Β	6	5	30	30 τ. εκ.
Γ	10	3	30	30 τ. εκ.
Δ	4	4	16	16 τ. εκ.
Ε	14	2	28	28 τ. εκ.

Από τα αποτελέσματα του πίνακα ίσως έχεις παρατηρήσει ότι:

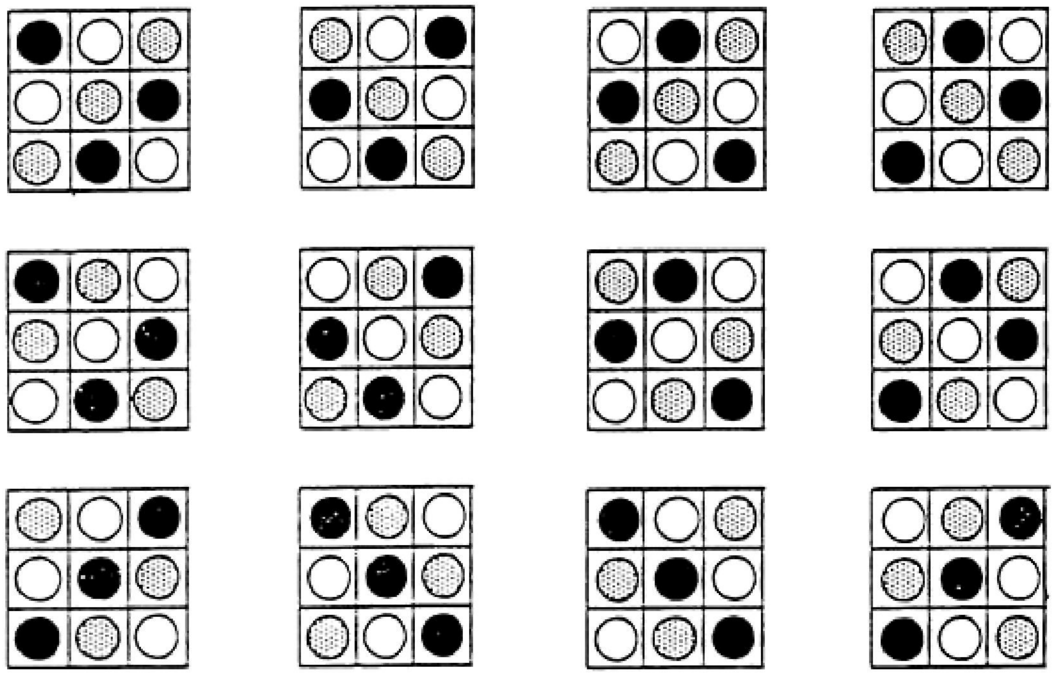
Κυβάκια σε μία στρώση × Στρώσεις = Όγκος κύβου

2179 Φίδια και σκάλες

- Ποιοι καλύφθηκαν πρώτα, οι θετικοί ή οι αρνητικοί αριθμοί;
- Κάποιοι αριθμοί καλύφθηκαν δυσκολότερα σε σχέση με άλλους;
- Καταφέρατε να καλύψετε όλους τους αριθμούς;

2180 Μάρκες στη σειρά

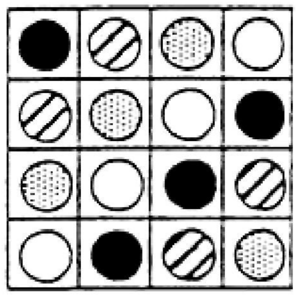
Υπάρχουν 12 διαφορετικοί τρόποι για να διευθετήσουμε τρεις μάρκες διαφορετικού χρώματος.



Οι τέσσερις πρώτοι τρόποι είναι περιστροφές ο ένας του άλλου.
Τους αντιμετώπισες σαν ίδιες ή διαφορετικές περιπτώσεις;

Υπάρχουν 2 τρόποι διευθέτησης με 2 μάρκες διαφορετικού χρώματος, οι οποίοι είναι περιστροφές ο ένας του άλλου.

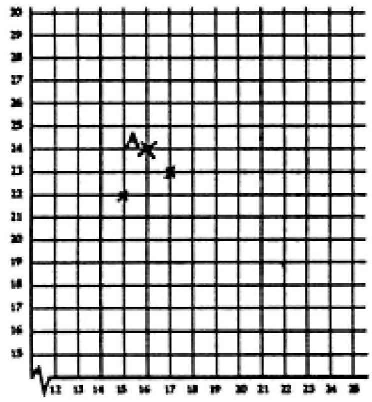
Παρακάτω, παρουσιάζεται ένας τρόπος διευθέτησης με 4 μάρκες διαφορετικού χρώματος. Πόσους τρόπους βρήκες;



2181 Μακριά παλάμη . . . μακρύ πέλμα;

1. Στο δείγμα σου θα πρέπει να συμπεριλαμβάνονται 20 άτομα τουλάχιστον. Όσο περισσότερα άτομα συμπεριλάβεις στη δημοσκόπησή σου τόσο περισσότερο θα είσαι σε θέση να απαντήσεις στην ερώτηση. Συμπεριέλαβες στο δείγμα σου άτομα διαφορετικών ηλικιών, άντρες και γυναίκες, ψηλούς και κοντούς ανθρώπους . . . ;
2. Από τον πίνακά σου φαίνεται ότι όλοι οι άνθρωποι είχαν μεγαλύτερα πέλματα από ότι παλάμες;
3. Στο παρακάτω διάγραμμα διασποράς έχει γίνει η αρχή.

Μήκος πέλματος (σε εκ.)

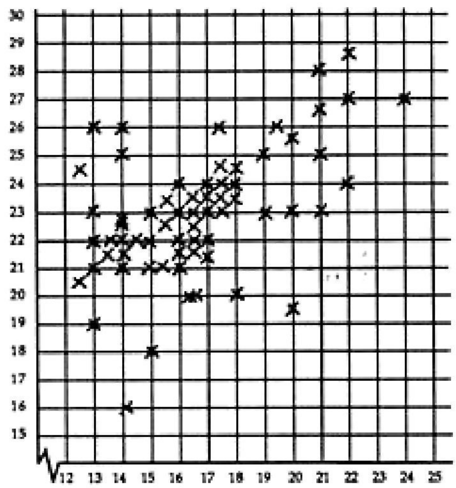


Μήκος παλάμης (σε εκ.)

Το σημείο Α αντιστοιχεί σε έναν άνθρωπο που οι παλάμες του έχουν μήκος 16 εκ. και τα πέλματά του έχουν μήκος 24 εκ.

Οι τεθλασμένες γραμμές στους άξονες δείχνουν ότι ένα κομμάτι τους λείπει, π.χ. ο άξονας του μήκους των παλαμών ξεκινά από το 12 και ο άξονας του μήκους των πελμάτων από το 15, όχι από το 0. Οι τεθλασμένες γραμμές επιτρέπουν την εστίαση στην περιοχή του γραφήματος που περιλαμβάνει τα δεδομένα. Ποιο ήταν το μικρότερο μήκος παλαμών που μετρήθηκαν στο δείγμα σου;

4. Γενικά, όσο μεγαλύτερη σε μήκος είναι η παλάμη τόσο μεγαλύτερο σε μήκος είναι το πέλμα. Φαίνεται αυτό στο γράφημα;



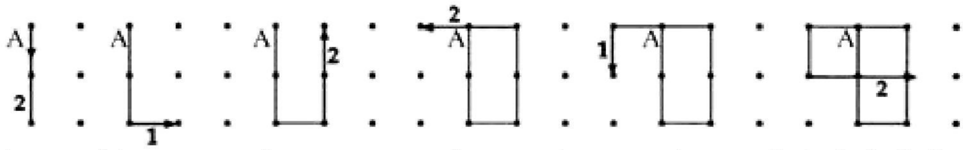
Σε αυτό το γράφημα φαίνεται ότι γενικά όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος των παλαμών τόσο μεγαλύτερο είναι και το μήκος των πελμάτων. Τα σημεία είναι συγκεκριμένα προς μία κατεύθυνση, δηλαδή από την κάτω αριστερή γωνία προς την πάνω δεξιά γωνία.

Αυτό είναι ένα παράδειγμα **θετικής συσχέτισης**.

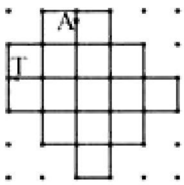
2182 Πλέγματα της φυλής Shongo

Το πρώτο πλέγμα Shongo μπορεί να αποδοθεί με την ακολουθία αριθμών 2, 1, 2, 2, 1.

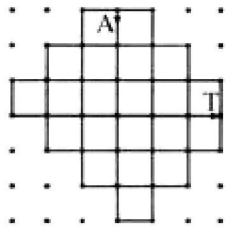
2.



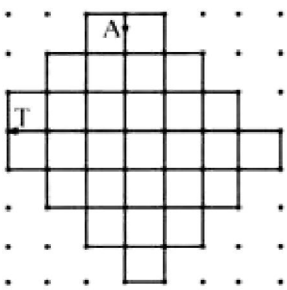
Το δεύτερο πλέγμα μπορεί να περιγραφεί με αυτόν τον τρόπο ως 3, 1, 3, 2, 2, 3, 1, 3.
Το τρίτο δίκτυο μπορεί να περιγραφεί ως 4, 1, 4, 2, 3, 3, 2, 4, 1, 4.
Τα επόμενα 4 σχέδια είναι:



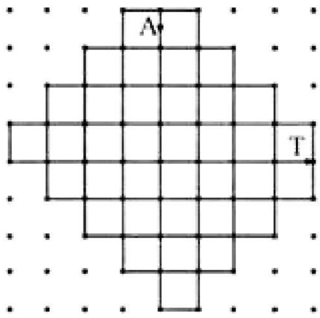
5, 1, 5, 2, 4, 3, 3, 4, 2, 5, 1, 5.



6, 1, 6, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 5, 2, 6, 1, 6.

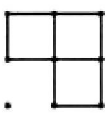


7, 1, 7, 2, 6, 3, 5, 4, 4, 5, 3, 6, 2, 7, 1, 7.

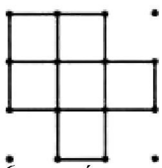


8, 1, 8, 2, 7, 3, 6, 4, 5, 5, 4, 6, 3, 7, 2, 8, 1, 8.

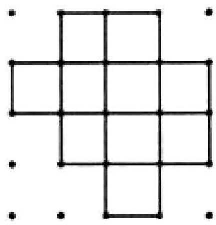
Ποια ακολουθία αριθμών περιγράφει το επόμενο σχέδιο;
Η μέτρηση του αριθμού των τετραγώνων σε κάθε σχέδιο δημιουργεί άλλη μια ακολουθία αριθμών:



3 τετράγωνα



6 τετράγωνα



10 τετράγωνα

Ο αριθμός τετραγώνων στα σχέδια σχηματίζει την ακολουθία:
3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, …. τους τριγωνικούς αριθμούς
Για περισσότερες ενδιαφέρουσες ιδέες σχετικά με σχέδια πλεγμάτων μπορείς να συμβουλευτείς:

- «Μαθηματικά για Όλους», The ESG Project, Salisbury, Wiltshire LEA.
- «Μαθηματικά από όλο τον Κόσμο», Phil Dodd, Westgate Community College, Newcastle upon Tyne LEA.

<u>2183 Με τη χρήση τυπικής μορφής;</u>

1. α) 8×10^5
   β) 6×10^{-7}
   γ) $22{,}5 \times 10^8 = 2{,}25 \times 10^9$
   δ) $21{,}3 \times 10^{12} = 2{,}13 \times 10^{13}$

Ακολουθεί ένα παράδειγμα πληκτρολογήσεων που είναι αναγκαίες, για να ελέγξεις τις απαντήσεις σου στο 1α).

[2] [x] [1] [0] [y^x] [2] [x] [4] [x] [1] [0] [y^x] [3] [=]

Η απάντηση στην οθόνη θα είναι κατά πάσα πιθανότητα 800000

Είναι το ίδιο με την παράσταση 8×10^5.

Κάποια κομπιουτεράκια μπορεί να έχουν το πλήκτρο [a^b] και όχι το πλήκτρο [y^x]

Αν δεν είσαι σίγουρος/η ποιο πλήκτρο να χρησιμοποιήσεις, να συμβουλευτείς το εγχειρίδιο χρήσης για το κομπιουτεράκι ή να ρωτήσεις το δάσκαλό σου.

Όταν η απάντηση είναι πολύ μεγάλη για να εμφανιστεί στην οθόνη, το κομπιουτεράκι θα την παρουσιάσει με την τυπική μορφή.

Π.χ. Για το 1γ) το κομπιουτεράκι είναι πιθανό να παρουσιάσει την απάντηση με τη μορφή 2.25 09

Είναι το ίδιο με την παράσταση $2{,}25 \times 10^9$.

Αν δεν είσαι σίγουρος/η με ποιο τρόπο το κομπιουτεράκι σου εμφανίζει αριθμούς σε τυπική μορφή, να συμβουλευτείς το δάσκαλό σου.

2. α) 4×10^{12}
   β) $1{,}1 \times 10^3$
   γ) $0{,}7 \times 10^3 = 7 \times 10^2$
   δ) 1×10^6
   ε) $0{,}4 \times 0^2 = 4 \times 10$ ή 4×10^1
3. α) $40 \times 10^{-7} = 4 \times 10^{-6}$
   β) 1×10^3
   γ) $18000 \times 10^{-3} = 1{,}8 \times 10$
   δ) $2{,}5 \times 10^9$
   ε) $0{,}4 \times 10^{-7} = 4 \times 10^{-8}$
4. α) $3{,}71 \times 10^{-6}$ με 3 σημαντικά ψηφία
   β) $9{,}51 \times 10^2$ με 3 σημαντικά ψηφία
   γ) $1{,}77 \times 10$ με 3 σημαντικά ψηφία
   δ) $2{,}31 \times 10^9$ με 3 σημαντικά ψηφία
   ε) $4{,}10 \times 10^{-8}$ με 3 σημαντικά ψηφία

- Μπορείς να δεις γιατί $1 \times 10^3 \approx 9{,}51 \times 10^2$ στο μέρος (β);

Αν οι υπολογισμοί σου είναι πολύ διαφορετικοί από τις πραγματικές απαντήσεις, να τους ελέγξεις με το δάσκαλό σου.

5. Όγκος πισίνας $= 25$μ. $\times 12$μ. $\times 2{,}5$μ.
   $= (25 \times 100)$εκ $\times (12 \times 100)$εκ $\times (2{,}5 \times 100)$εκ
   $= (25 \times 10^2 \times 12 \times 10^2 \times 2{,}5 \times 10^2)$ κ.εκ.
   $= (750 \times 10^6)$ κ.εκ.

   Ποσότητα σε λίτρα
   που απαιτείται $= (750 \times 10^6) : (1 \times 10^3) = 750 \times 10^3$
   $= 7{,}5 \times 10^5$ (σε τυπική μορφή)

6. 2,5 λίτρα αρκούν για να καλύψουν 24 τ.μ.
   $(2,5 \times 10^3)$ κ.εκ. αρκούν για να καλύψουν (24×10^4) τ.εκ.
   $\frac{(2,5\times 10^3)\kappa.\varepsilon\kappa.}{(24\times 10^4)\tau.\varepsilon\kappa.} = (0,1041667 \times 10^{-1})$ παχύ $= (0,1041667 \times 10^{-1} \times 10^1)$ χιλ.

Η μπογιά πρέπει να έχει $(1,0 \times 10^{-1})$ χιλ. πάχος με ακρίβεια 2 σημαντικών ψηφίων.

2184 Δυνάμεις ακεραίων

$1^2 = 1$
$2^2 = 1 + 3$
$3^2 = 1 + 3 + 5$
$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$
.
.
.
$n^2 = 1 + 3 + 5 \ldots\ldots + (2n - 1)$
Η κανονικότητα που προκύπτει από κυβικούς αριθμούς, οι οποίοι εκφράζονται ως άθροισμα διαδοχικών περιττών αριθμών είναι η παρακάτω:
$1^3 = 1$
$2^3 = 3 + 5$
$3^3 = 7 + 9 + 11$
$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$
$5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$
.
.
.
$n^3 = (n^2 - n + 1) + \ldots$
Είναι πιθανό να έχεις παρατηρήσει ότι:

- n^3 είναι το άθροισμα «n» διαδοχικών περιττών αριθμών
- αν ο n είναι περιττός αριθμός, τότε ο μεσαίος όρος είναι n^2
  $n^3 = \ldots (n^2- 4) + (n^2 - 2) + n^2 + (n^2 + 2) + (n^2 + 4) \ldots\ldots$
- αν ο n είναι άρτιος αριθμός,
  $n^3 = \ldots.(n^2 - 3) + (n^2 - 1) + (n^2 + 1) + (n^2 + 3)\ldots\ldots$

Μπόρεσες να εντοπίσεις κάποιον κανόνα για τετράγωνους αριθμούς, οι οποίοι εκφράζονται ως άθροισμα διαδοχικών περιττών αριθμών…
$1^4 = 1$
$2^4 = 7 + 9$
$3^4 = 25\ldots\ldots$
….. και να καταλήξεις σε μια γενική έκφραση για τον n^4;
Μπόρεσες να καταλήξεις σε μια γενική έκφραση για τον n^a; Μπόρεσες να πείσεις κάποιον ότι η γενίκευσή σου ισχύει πάντα;

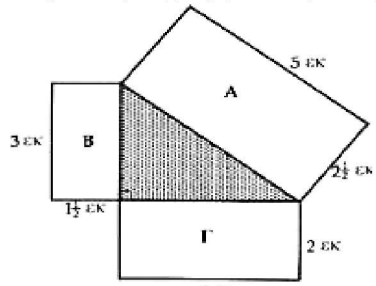
2185 Ανεβαίνοντας τις σκάλες

- Υπάρχουν 8 διαφορετικοί τρόποι για να ανεβεί κάποιος μια σκάλα που αποτελείται από 5 σκαλοπάτια, ανεβαίνοντας ένα ή δύο σκαλοπάτια τη φορά.
- Σε μια συνηθισμένη σκάλα υπάρχουν 13 σκαλοπάτια. Υπάρχουν 377 διαφορετικοί τρόποι για να ανεβεί κάποιος τα 13 σκαλοπάτια ανεβαίνοντας ένα ή δύο σκαλοπάτια τη φορά.
- Δοκίμασες κάποιους άλλους συνδυασμούς στον αριθμό σκαλιών που θα μπορούσε να ανεβεί κάποιος τη φορά; Ήταν αριθμοί σκαλιών που θα μπορούσε να ανεβεί πραγματικά κάποιος τη φορά;

Θα σε εξυπηρετήσει να σχεδιάσεις έναν πίνακα με τα αποτελέσματά σου, για να μπορέσεις να διακρίνεις τυχόν κανόνες. Θα πρέπει να έχεις βρει μια ακολουθία τύπου Fibonacci. Η κάρτα 2078 μπορεί να σε βοηθήσει.

2187 Πυθαγόρα συνέχεια….

- Με ορθογώνια παραλληλόγραμμα στη θέση των τετραγώνων:



Εμβαδόν **Α** $= 5 \times 2\frac{1}{2} = 12\frac{1}{2}$ τ.εκ.

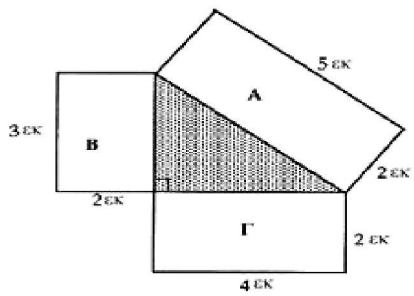
Εμβαδόν **Β** $= 3 \times 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ τ.εκ.

Εμβαδόν **Γ** $= 4 \times 2 = 8$ τ.εκ.

και $4\frac{1}{2} + 8 = 12\frac{1}{2}$

Στην περίπτωση αυτή το Πυθαγόρειο θεώρημα ισχύει.

- Όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα είναι όμοια.
  Ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά σε κάθε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο είναι ο ίδιος.
  Ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο Α $= 5 : 2\frac{1}{2} = 2 : 1$
  Ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο Β $= 3 : 1\frac{1}{2} = 2 : 1$
  Ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο Γ $= 4 : 2 = 2 : 1$



Εμβαδόν **Α** $= 5 \times 2 = 10$ τ.εκ.

Εμβαδόν **Β** $= 3 \times 2 = 6$ τ.εκ.

Εμβαδόν **Γ** $= 4 \times 2 = 8$ τ.εκ.

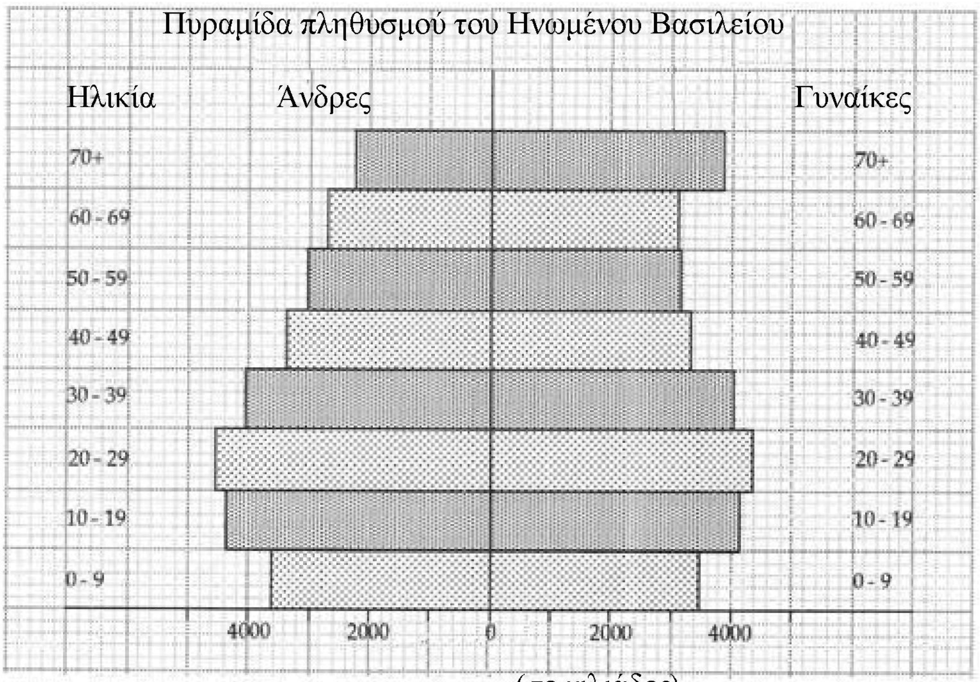
και $6 + 8 \neq 10$

Στην περίπτωση αυτή, το Πυθαγόρειο θεώρημα δεν ισχύει.

- Τα παραλληλόγραμμα δεν είναι όμοια.
  Ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά σε κάθε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο δεν είναι ο ίδιος.
  Ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο Α $= 5 : 2$
  Ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο Β $= 3 : 2$
  Ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο Γ $= 4 : 2$
- Το Πυθαγόρειο θεώρημα ισχύει όταν σχεδιάζονται τετράγωνα στις πλευρές ορθογωνίου τριγώνου, γιατί ο λόγος των πλευρών οποιουδήποτε τετραγώνου είναι ο ίδιος, 1: 1, 2 : 2 = 1: 1,…
  Επομένως, όλα τα τετράγωνα είναι όμοια μεταξύ τους.
- Με ποια άλλα σχήματα πειραματίστηκες…. ημικύκλια, τρίγωνα, πεντάγωνα;
  …. κανονικά και μη κανονικά σχήματα;

2188 Πληθυσμιακές πυραμίδες

1. Α = Κουβέιτ
   Β = Μακάο
   Γ = Γροιλανδία
   Δ = Μονακό
   Ε = Δανία
   Στ = Αλγερία
2. Η δική σου πληθυσμιακή πυραμίδα θα πρέπει να μοιάζει με αυτήν της εικόνας.



3. Οι διαπιστώσεις σου μπορεί να είναι διαφορετικές από αυτές που ακολουθούν. Αν δεν είσαι βέβαιος-η για αυτές, να τις ελέγξεις με το δάσκαλό σου.

Κουβέιτ

Στις ηλικίες 20 – 69 υπάρχουν περισσότεροι άντρες. Η μεγαλύτερη ηλικιακή ομάδα είναι η ομάδα 0 – 9 και η μικρότερη είναι η ομάδα 70+.

Μακάο

Η μεγαλύτερη διαφορά ανάμεσα στους αριθμούς των ανδρών και των γυναικών συναντάται στις ηλικίες 20 – 39. Ο μεγαλύτερος πληθυσμός συναντάται στην ομάδα 20 – 29. Η μικρότερη ηλικιακή ομάδα είναι η ομάδα 70+.

Γροιλανδία

Ο αριθμός ανδρών και γυναικών είναι παρόμοιος σε όλες τις ηλικιακές ομάδες. Ο μεγαλύτερος πληθυσμός υπάρχει στην ηλικιακή ομάδα 20 – 29. Η μικρότερη ηλικιακή ομάδα είναι η ομάδα 70+.

Μονακό

Υπάρχουν πολύ περισσότερες γυναίκες στην ηλικιακή ομάδα 70+. Ο πληθυσμός τείνει να είναι μεγαλύτερος σε ηλικία από ότι σε πολλές από τις υπόλοιπες χώρες. Η ηλικιακή ομάδα 0 – 9 είναι η μικρότερη.

Δανία

Μέχρι την ηλικία των 50 οι άντρες είναι περισσότεροι από ότι οι γυναίκες. Ο αριθμός ατόμων σε κάθε ηλικιακή ομάδα παραμένει σχετικά σταθερός σε σύγκριση με πολλές άλλες χώρες.

Αλγερία

Από την ηλικία των 30 και πάνω υπάρχουν περισσότερες γυναίκες από ότι άντρες. Περνώντας από τους νεαρότερους στους γηραιότερους, σε κάθε ηλικιακή ομάδα υπάρχουν λιγότερα άτομα από ότι στην προηγούμενη.

Ηνωμένο Βασίλειο

Στις περισσότερες ηλικιακές ομάδες ο αριθμός ανδρών και γυναικών είναι παρόμοιος. Υπάρχουν πολύ περισσότερες γυναίκες στην ηλικιακή ομάδα 70+. Ο αριθμός των ατόμων σε κάθε ηλικιακή ζώνη είναι σχετικά ισότιμα κατανεμημένος.

2189 Παράξενο παιχνίδι με ζάρια

Θα μπορούσες να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου σε έναν πίνακα όπως ο παρακάτω:

	Ο παίκτης που ρίχνει το ζάρι	Ο παίκτης που μετακινείται κατά 4
Παιχνίδι 1		
Παιχνίδι 2		
. .		
Συνολικές νίκες		

✓ Για το νικητή

Το παιχνίδι δεν είναι δίκαιο.

Ο παίκτης που μετακινείται κατά 4 τετράγωνα συνήθως κερδίζει περισσότερα παιχνίδια από τον παίκτη που ρίχνει το ζάρι. Αυτό συμβαίνει γιατί μόνο δύο αριθμοί από το ζάρι είναι *μεγαλύτεροι* από το 4, ενώ 3 αριθμοί είναι *μικρότεροι* από το 4.

2190 Διπλάσια

Μερικές δυνατές λύσεις είναι οι παρακάτω. Μπορεί να έχεις βρει και άλλες.

1. 10 λ 10 λ 5 λ 5 λ
2. 5 λ 5 λ 1 λ 1 λ 1 λ 1 λ
3. 20 λ 20 λ 20 λ 5 λ 5 λ 1λ
4. Αδύνατο
5. Είναι απαραίτητο να ελέγξει κάποιος τις απαντήσεις σου.
6. Ζήτησε από κάποιον να ελέγξει τις απαντήσεις σου.
   Μήπως βρήκες κάποια άλλα ποσά που δεν είναι δυνατόν να σχηματιστούν;
   Θα μπορούσες να βρεις ποσά που να σχηματίζονται με δύο διαφορετικούς τρόπους, έτσι ώστε:
   - τα νομίσματα που χρησιμοποίησες στον ένα τρόπο να είναι τριπλάσια από αυτά που χρησιμοποίησες στον άλλο.
   - τα νομίσματα που χρησιμοποίησες στον ένα τρόπο να είναι τετραπλάσια από αυτά που χρησιμοποίησες στον άλλο.

.

.

.

<u>2191 Γραφικές παραστάσεις σε αριθμομηχανή</u>

Ακολουθούν κάποιες οδηγίες για το πώς μπορεί να σχεδιάσει κανείς μια γραφική παράσταση σε ένα κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων. Μπορεί, όμως, οι οδηγίες αυτές να είναι διαφορετικές για το δικό σου κομπιουτεράκι. Γι' αυτό θα πρέπει να διαβάσεις πρώτα το εγχειρίδιο λειτουργίας του. Σε οποιαδήποτε περίπτωση, οι οδηγίες που ακολουθούν ίσως σου φανούν χρήσιμες. Πριν ξεκινήσεις να σχεδιάζεις τις γραφικές παραστάσεις θα χρειαστεί:

- να καθορίσεις το εύρος. *Να χρησιμοποιήσεις το (-) πλήκτρο για τους αρνητικούς αριθμούς όχι το – πλήκτρο.*
- Να διαγράψεις τις όποιες γραφικές παραστάσεις υπάρχουν.
- **Για τη γραφική παράσταση y = x**

Πίεσε Y=

Πίεσε X/T

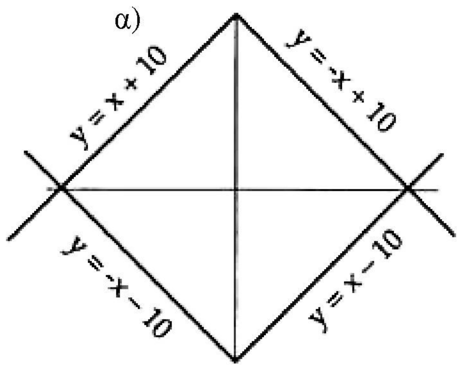
Η οθόνη θα πρέπει να δείξει $\left\{ \begin{array}{l} Y_1 = X \\ Y_2 = \\ Y_3 = \\ Y_4 = \end{array} \right.$

Πίεσε GRAPH

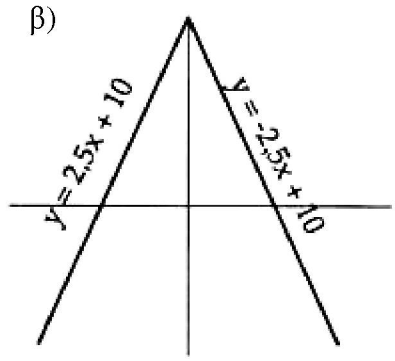
3. Οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία της οθόνης είναι οι: y = x και y = -x.

4. Θα πρέπει να έχεις καταλήξει στο ότι οποιαδήποτε γραφική παράσταση ευθείας:
   - της μορφής y = **m**x, όπως για παράδειγμα y = 2x και y = -3x, περνάει από το σημείο (0, 0). Η τιμή του **m** καθορίζει την κλίση και την κατεύθυνση της ευθείας.
     Όταν το **m** έχει θετικές τιμές, η ευθεία έχει κατεύθυνση /
     Όταν το **m** έχει τιμές αρνητικές, η ευθεία έχει κατεύθυνση \
     Η γραφική παράσταση y = **m**x έχει κλίση **m**.
   - της μορφής y = x + **c,** όπως για παράδειγμα y = x + 10 και y = x – 5, περνάει από την αρχή των αξόνων μόνο όταν **c** = 0. Η τιμή του **c** καθορίζει το σημείο στο οποίο η ευθεία τέμνει τον άξονα y). Το γράφημα της y = x + **c** τέμνει τον άξονα y στο σημείο (0, **c**).

5. α)

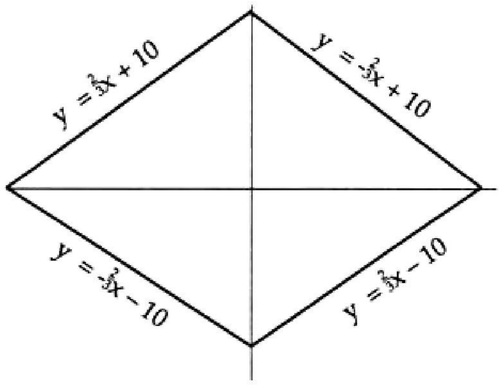


β)



γ) Η κλίση των τεσσάρων γραφικών παραστάσεων είναι $\frac{2}{3}$ ή - $\frac{2}{3}$.

Για τη γραφική παράσταση y = -$\frac{2}{3}$ + 10 θα πρέπει να χρησιμοποιήσεις τα πλήκτρα στο κομπιουτεράκι με τον τρόπο που ακολουθεί. Μπορεί στο δικό σου κομπιουτεράκι τα πλήκτρα και ο τρόπος χρήσης τους να διαφέρει. Για αυτό, διάβασε προσεκτικά τις σχετικές οδηγίες στο εγχειρίδιο λειτουργίας του.



2195 Όσο ψηλότερα τόσο καλύτερα

Ο μεγαλύτερος **διψήφιος** αριθμός που μπορείς να σχηματίσεις είναι ο αριθμός 98.
Ο μεγαλύτερος **τριψήφιος** αριθμός που μπορείς να σχηματίσεις είναι ο αριθμός 987.
Να παίξεις το ίδιο παιχνίδι για να βρεις αυτήν τη φορά το ***μικρότερο αριθμό***.

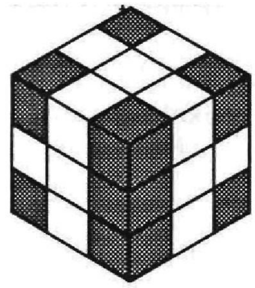
2196 Κουτιά Οριγκάμι

- Οι διαστάσεις του κουτιού Οριγκάμι είναι: ύψος = 5,3εκ.
  μήκος = 15εκ.
  πλάτος = 10,4εκ.
  Αν έχεις διπλώσει το χαρτί προσεκτικά και έχεις μετρήσει τις διαστάσεις με ακρίβεια, τα αποτελέσματά σου θα πρέπει να είναι περίπου τα ίδια. Αν δεν είσαι σίγουρος/η για τις μετρήσεις των διαστάσεων του κουτιού, να τις ελέγξεις με το δάσκαλό σου.
- Ο όγκος του κουτιού Οριγκάμι είναι: ύψος × μήκος × πλάτος
  5,3εκ. × 15εκ. × 10,4εκ. = 826,8κ.εκ.
- Διαφοροποιώντας τα σημεία στα οποία διπλώνεις το χαρτί στο στάδιο 3 των οδηγιών είναι δυνατό να δημιουργήσεις ένα κουτί που θα έχει μεγαλύτερο όγκο.
  Το κουτί με το μεγαλύτερο όγκο που βρέθηκε από ομάδα μαθητών είχε ύψος = 4,4εκ. μήκος = 18,2εκ. και πλάτος = 12,8εκ.
  Ο όγκος του συγκεκριμένου κουτιού ήταν 4,4cm × 18,2cm × 12,8cm = = 1025κ.εκ.
  Μπόρεσες να βρεις τις διαστάσεις κουτιού που είχε μεγαλύτερο όγκο;

2197 Μπλε στην έδρα

Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις που κυμαίνονται από 10 ως 26 έδρες.
Για να μεγιστοποιήσεις τον αριθμό των μπλε εδρών που εμφανίζονται στον κύβο είναι σημαντικό να τοποθετήσεις τους μπλε κύβους:

- σε καθεμία από τις οκτώ γωνίες, γιατί αυτό επιτρέπει να εμφανιστούν 3 έδρες.
  Αυτό μας δίνει (8 × 3) = 24 έδρες

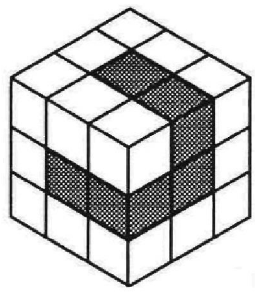


- σε μια ακμή του κύβου.
  Αυτό δίνει (1 × 2) έδρες = 2 έδρες

  Μέγιστο σύνολο (24 + 2) = 26 έδρες

Για να ελαχιστοποιήσεις τον αριθμό των μπλε εδρών είναι σημαντικό να τοποθετήσεις τους μπλε κύβους:

- στο κέντρο του κύβου, ώστε κανένας από τους μπλε κύβους να μην εμφανιστεί. Αυτό δίνει (1 × 0) έδρες = 0 έδρες



- στο κέντρο κάθε έδρας. Αυτό δίνει (6 × 1) έδρες = 6 έδρες

- σε μια ακμή του κύβου.
  Αυτό δίνει (2 × 2) έδρες = 4 έδρες
  Ελάχιστο σύνολο (0 + 6 + 4) = 10 έδρες

Μπόρεσες να εκφράσεις με γενικό τρόπο το μέγιστο και ελάχιστο αριθμό μπλε εδρών × αριθμού μπλε κύβων που εμφανίζονται σε έναν ‘n × n × n’ κύβο; Να επιχειρήσεις να αιτιολογήσεις τη γενική σου διατύπωση. Είναι δυνατόν η ίδια γενίκευση να εφαρμοστεί σε παραλληλεπίπεδα;

2198 Ελέγχοντας τα ζάρια

1.

Νότα		
Αριθμός ζαριών	Συχνότητα	Αριθμός
1	卌 ||	7
2	卌 |||	8
3	卌 |	6
4	卌 卌	10
5	卌 ||||	9
6	卌 卌	10
	Σύνολο	50

2. α) 10 φορές
   β) 13 φορές
   γ) 9 φορές

3. α) Η επικρατούσα τιμή στο τεστ της Αθηνάς ήταν το 4.
   β) Οι επικρατούσες τιμές στο τεστ της Νότας είναι το 4 και το 6.

4. α) Το εύρος ήταν 18. (18-0 = 18)
   β) Το εύρος ήταν 4. (10-6 = 4)

5. Το ραβδόγραμμα της Αθηνάς είναι το Γ και το κυκλικό διάγραμμά της είναι το I.
   Το ραβδόγραμμα της Άννας είναι το Β και το κυκλικό διάγραμμά της είναι το II.
   Το ραβδόγραμμα της Νότας είναι το Α και το κυκλικό διάγραμμά της είναι το III.

6. Ίσως να επέλεξες το ζάρι της Άννας και της Νότας. Σε ένα κανονικό ζάρι, κάθε αριθμός έχει την ίδια πιθανότητα να εμφανιστεί. Από το ραβδόγραμμα της Νότας φαίνεται ότι το πιο σωστό ζάρι είναι το δικό της, καθώς το ύψος κάθε στήλης δεν αλλάζει ιδιαίτερα και το εύρος είναι πολύ μικρό.

2200 Κυκλικά διαγράμματα για το πρωινό

1. (α) Το σύνολο % για τα δημητριακά βρώμης είναι 100%
   (β)

	Δημητριακά καλαμποκιού	Δημητριακά βρώμης	Νιφάδες με ζάχαρη	Μούσλι	Δημητριακά με σοκολάτα
% ζάχαρη	8,0	18,0	40,0	26,7	39,0
% άμυλο	76,0	29,0	**49,0**	39,9	48,0
% λιπαρά	0,7	3,5	0,5	**6,2**	1,0
% ίνες	1,0	24,0	0,6	7,2	1,0
% διάφορα	14,3	25,5	9,9	20,0	**11,0**
Σύνολο %	100	**100**	100	**100**	**100**

1. Τα δημητριακά καλαμποκιού απεικονίζονται στο κυκλικό διάγραμμα Γ.
   Τα δημητριακά βρώμης απεικονίζονται στο κυκλικό διάγραμμα Δ.
   Οι νιφάδες ζάχαρης απεικονίζονται στο κυκλικό διάγραμμα Α.
   Το μούσλι απεικονίζεται στο κυκλικό διάγραμμα Ε.
   Τα δημητριακά με σοκολάτα απεικονίζονται στο κυκλικό διάγραμμα Β.

2. Τα δημητριακά με σοκολάτα και οι νιφάδες ζάχαρης έχουν περίπου τις ίδιες τιμές για τα περισσότερα συστατικά τους.
   Ίσως να έχεις βρει ποιο είναι το κάθε κομμάτι, μετρώντας τα διαφορετικά κομμάτια του κυκλικού διαγράμματος για να ελέγξεις συγκεκριμένες τιμές (ποσοστά).

4.

	Νιφάδες μπανάνας
% ζάχαρη	20 %
% άμυλο	45 %
% λιπαρά	8 %
% ίνες	12 %
% διάφορα	15 %
Σύνολο %	100 %

2201 Διανύσματα και Τετράγωνα

Το δεύτερο τετράγωνο είναι δυνατό να το περιγράψουμε με τις ακόλουθες διανυσματικές κινήσεις:

$$\overrightarrow{\text{AB}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{\text{B}\Gamma} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{\Gamma\Delta} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{\Delta\text{A}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Γενικώς, τα ακόλουθα τέσσερα διανύσματα να δημιουργούν ένα τετράγωνο.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$$

Δημιούργησες ένα τετράγωνο, καθώς έλεγχες τη γενίκευση που έχεις κάνει;

2205 Σχηματίζοντας το 25

Υπάρχουν μόνο τέσσερις τρόποι για να σχηματίσεις τα 25 λεπτά, χρησιμοποιώντας νομίσματα των 5 λ, 10 λ και 20 λ.

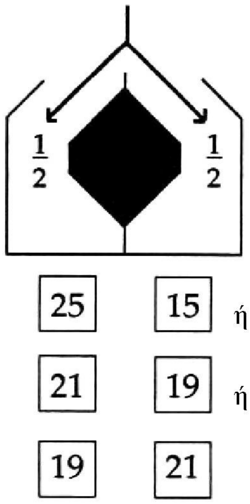
5λ + 5λ + 5λ + 5λ +5λ
5λ + 5λ + 5λ +10λ
5λ + 10λ +10λ
5λ + 20λ

Χρησιμοποίησες όλους αυτούς τους τρόπους, όταν έπαιξες το παιχνίδι;

2207 Πειράματα με φλιπεράκι

Πείραμα 1

Η πιθανότητα η μπάλα να μπει στο αριστερό κουτί είναι ίδια με την πιθανότητα να μπει στο δεξί. Επομένως, όταν ρίχνεις 40 μπάλες θα περίμενες να έχεις 20 μπάλες σε κάθε κουτί. Όμως, όταν κάνεις το πείραμα είναι πιθανό να έχεις τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο διπλανό σχήμα:



Είναι ακόμη πιθανό να πάρεις $\boxed{35}$ $\boxed{5}$ ή $\boxed{0}$ $\boxed{40}$, αλλά το τελευταίο αποτέλεσμα είναι πολύ απίθανο να προκύψει.

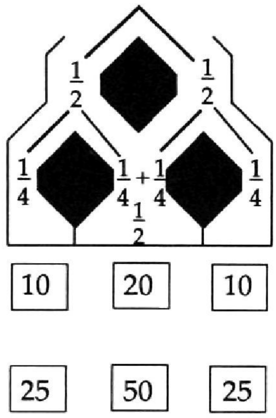
- Μια λογική πρόβλεψη στην περίπτωση που θα έριχνες 100 μπάλες θα ήταν:

  $\boxed{50}$ $\boxed{50}$

  Πόσο κοντά στην πρόβλεψή σου ήταν τα αποτελέσματά σου όταν επιχείρησες το πείραμα με 100 μπάλες;

Πείραμα 2

Όταν έριξες 40 μπάλες ίσως θα περίμενες να πάρεις 10 μπάλες στην αριστερή πλευρά, 20 στη μέση και 10 στη δεξιά πλευρά. Ήταν τα αποτελέσματα κοντά στην πρόβλεψή σου;

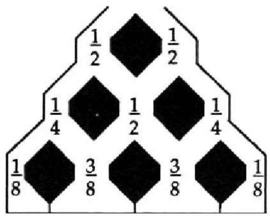


- Μια λογική πρόβλεψη στην περίπτωση που θα έριχνες 100 μπάλες θα ήταν:

  Αυτό συμβαίνει γιατί είναι αναμενόμενο ότι οι μισές μπάλες θα πέσουν στη μέση και από τις υπόλοιπες θα πέσει από ένα τέταρτο σε κάθε πλευρά.

  Πόσο κοντά στην πρόβλεψή σου ήταν τα αποτελέσματα που είχες όταν επιχείρησες να την ελέγξεις;

Πείραμα 3



Μπορείς να βρεις γιατί παίρνεις $\frac{3}{8}$ στα μεσαία κουτιά;

Όταν έριξες 40 μπάλες θα περίμενες να φέρεις αποτελέσματα όπως:

$\boxed{5}$ $\boxed{15}$ $\boxed{15}$ $\boxed{5}$

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν κοντά στις προβλέψεις σου;

Αν ρίξεις 200 μπάλες, το αναμενόμενο αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι κοντά σε κάτι παρόμοιο με: $\boxed{25}$ $\boxed{75}$ $\boxed{75}$ $\boxed{25}$

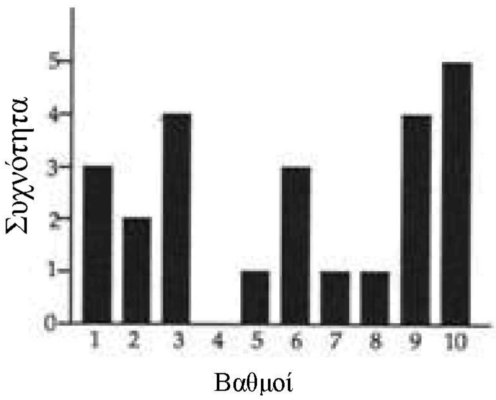
- Ίσως θελήσεις να εξετάσεις ποιες είναι οι πιθανότητες όταν χρησιμοποιήσεις 4 επίπεδα.
- Μπορείς να δεις κάποια σχέση με τις κάρτες 1790 και 0746;

2208 Η καλύτερη επίδοση

Αποτελέσματα Β ομάδας

Βαθμός	Καταμέτρηση	Συχνότητα
1	I I I	3
2	I I	2
3	I I I I	4
4		0
5	I	1
6	I I I	3
7	I	1
8	I	1
9	I I I I	4
10	~~IIII~~	5

Διάγραμμα συχνοτήτων για Β

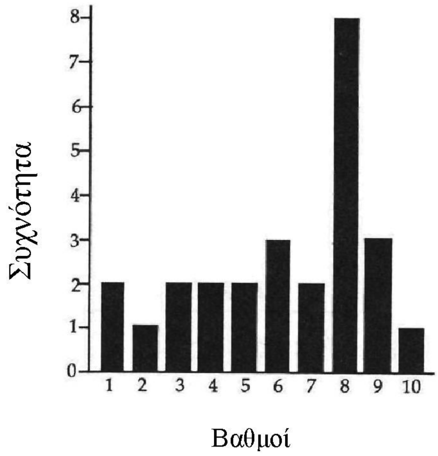


- Μέσος όρος = $\frac{143}{24}$ = 5,958 με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων
- Επικρατούσα τιμή = 10
- Διάμεσος = 6
- Εύρος = 9

Αποτελέσματα Γ ομάδας

Βαθμός	Καταμέτρηση	Συχνότητα
1	III	2
2	I	1
3	I I	2
4	I I	2
5	I I	2
6	I I I	3
7	I I	2
8	~~IIII~~ III	8
9	I I I	3
10	I	1

Διάγραμμα συχνοτήτων για Γ



- Μέσος όρος = $\frac{161}{26}$ = 6,192 με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων
- Επικρατούσα τιμή = 8
- Διάμεσος = 7
- Εύρος = 9

2. Θα μπορούσες να θεωρήσεις την κάθε τάξη ξεχωριστή περίπτωση:
   - Η Γ πήγε καλύτερα από όλες γιατί έχει το μεγαλύτερο μέσο όρο.
   - Η Β πήγε καλύτερα από τις υπόλοιπες γιατί έχει τη μεγαλύτερη επικρατούσα τιμή.
   - Η Α πήγε καλύτερα σε σύγκριση με τις υπόλοιπες γιατί περισσότεροι μαθητές σε αυτήν την ομάδα από ότι στις άλλες δύο ομάδες πήραν τους καλύτερους βαθμούς.

Ποιοι άλλοι παράγοντες θα μπορούσαν να παίξουν σημαντικό ρόλο στη λήψη απόφασης;

- Ίσως μια ομάδα να έχει βελτιωθεί σημαντικά σε σύγκριση με προηγούμενες επιδόσεις της και, επομένως, οι βαθμοί των μαθητών είναι «πάρα πολύ καλοί» επειδή οι μαθητές κατέβαλαν τη μεγαλύτερη δυνατή προσπάθεια.
- Είναι πιθανό μια ομάδα να έχει κάποιους καινούργιους μαθητές, οι οποίοι δεν έχουν κάνει την ύλη που εξετάστηκε.

Μπορείς να σκεφτείς κάποιους άλλους λόγους;

Είναι δίκαιη η ερώτηση «*Ποια ομάδα πιστεύεις ότι πήγε καλύτερα στο τεστ*»;

2209 Μίνι γεύματα

1.

	Φαγητό στο κατάστημα	Φαγητό σε πακέτο
(α)	2,3	1,9
(β)	2,8	2,5
(γ)	5,5	4,8

2.

	Φαγητό στο κατάστημα	Φαγητό σε πακέτο
(α)	10,5	9
(β)	9	7,7
(γ)	16,4	13,8

2210 Πιθαμή

Οι απαντήσεις θα εξαρτηθούν από τα αποτελέσματά σου. Ακολουθούν τα αποτελέσματα της Ειρήνης:

Όνομα	Άνοιγμα αριστερού χεριού (εκ.)	Άνοιγμα δεξιού χεριού (εκ.)
Ευριπίδης	20	20,5
Αιμίλιος	19,1	19,5
Φάνης	18,7	19
Γεωργία	19,1	19,5
Ελένη	15,5	15
Γρηγόρης	18,7	18,3
Ιουλία	17	17
Λεωνίδας	16,8	17
Μαργαρίτα	17	17,5
Αναστασία	17,6	18
Ειρήνη	18,2	17,8
Σάρα	17,7	18
Βίκτωρ	17,5	18
Νίκος	22,6	23
Γιάννης	20,4	20

- Το άνοιγμα του αριστερού χεριού της Ειρήνης είναι 18,2 εκ. Η Ειρήνη βρήκε ότι 7 συμμαθητές της είχαν μεγαλύτερο από το δικό της άνοιγμα αριστερού χεριού και 7 συμμαθητές της είχαν μικρότερο άνοιγμα.

  Το άνοιγμα του δεξιού χεριού της Ειρήνης είναι 17,8 εκ. 10 συμμαθητές της είχαν άνοιγμα δεξιού χεριού μεγαλύτερο από το δικό της και 4 συμμαθητές της μικρότερο.

- Το άνοιγμα του αριστερού χεριού της Ειρήνης είναι μεγαλύτερο από το άνοιγμα του δεξιού χεριού της.

- Μόνο η Ιουλία είχε το ίδιο άνοιγμα και στις δύο παλάμες της.
  Σε 10 μαθητές, το άνοιγμα της αριστερής παλάμης ήταν μεγαλύτερο από το άνοιγμα της δεξιάς παλάμης.
  Σε 4 μαθητές, το άνοιγμα της δεξιάς παλάμης ήταν μεγαλύτερο από το άνοιγμα της αριστερής παλάμης.

- Πώς παρουσίασες τα αποτελέσματά σου;
  Τα αποτελέσματά σου ήταν παρόμοια με της Ειρήνης;

2214 Ακολουθίες με σχήματα

Ακολουθία Ένα

Για να μπορέσεις να ξαναδημιουργήσεις και να συνεχίσεις την ακολουθία, θα μπορούσες να εξετάσεις:

- το μήκος της κάθε πλευράς (χρησιμοποιώντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα)
- το εμβαδόν του κάθε σχήματος
- τη μεταφορά ενός σημείου (x)
- τη γωνία περιστροφής γύρω από κάποιο κέντρο περιστροφής

Σχήμα	1^o	2^o	3^o	4^o	5^o	6^o
Μήκος κάθε πλευράς (εκ)	1	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$	3	$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
Εμβαδόν (τ.εκ.)	1,25	2,5	5	10	20	….
Μεταφορά σημείου (x) ως διάνυσμα	$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$	….	

Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τρόποι για να περιγράψουμε τους κανόνες δημιουργίας του μοτίβου (κανονικότητας) ως συνδυασμό μεγεθύνσεων, περιστροφών και μετατοπίσεων. Να συζητήσεις τις περιγραφές σου με το δάσκαλό σου.

Ακολουθία Δύο

Ποιοι παράγοντες σε βοήθησαν να συνεχίσεις το μοτίβο (κανονικότητα); Να συζητήσεις τη δική σου περιγραφή της ακολουθίας με το δάσκαλό σου.

2215 Ταυτότητες με κύβους

$3^3 - 2^3 = 3(3 \times 2 \times 1) + 1^3$
$4^3 - 2^3 = 3(4 \times 2 \times 2) + 2^3$
$5^3 - 2^3 = 3(5 \times 2 \times 3) + 3^3$
$6^3 - 2^3 = 3(6 \times 2 \times 4) + 4^3$
.
.
.
$x^3 - 2^3 = 3(x \times 2 \times (x-2)) + (x-2)^3$

$3^3 - 2^3 = 3(3 \times 2 \times 1) + 1^3$
$4^3 - 3^3 = 3(4 \times 3 \times 1) + 1^3$
$5^3 - 4^3 = 3(5 \times 4 \times 1) + 1^3$
$6^3 - 5^3 = 3(6 \times 5 \times 1) + 1^3$
.
.
.
$x^3 - (x-1)^3 = 3(x \times (x-1) \times 1) + 1^3$

Παρατηρώντας τις ομοιότητες και τις διαφορές, όταν y = 2 και y = 1, καταλήγουμε στην παρακάτω ταυτότητα.

$x^3 - y^3 = 3(x \times y \times (x-y)) + (x-y)^3$

Ίσως θελήσεις να αναπτύξεις το δεξί σκέλος της παράστασης, για να ελέγξεις αν είναι ίσο πραγματικά με το αριστερό σκέλος.

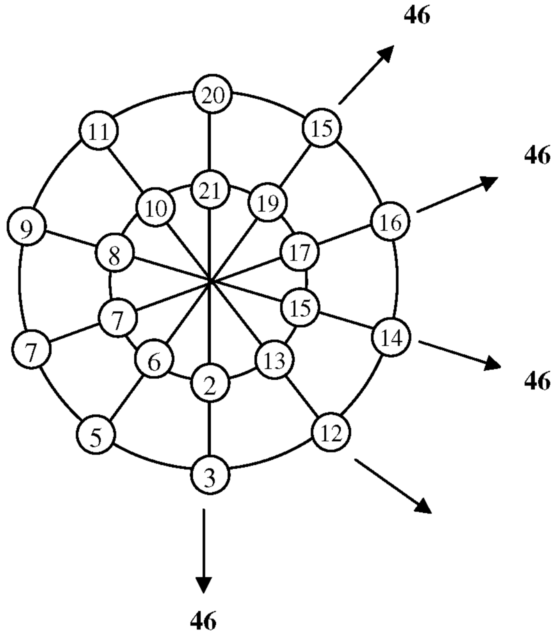
Ακολουθεί η αρχή της ανάπτυξης.

$$\begin{aligned} & 3(x \times y \times (x-y)) + (x-y)^3 \\ = \; & 3xy(x-y) + (x-y)(x^2 - 2xy + y^2) \\ = \; & \ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

2217 Μαγικοί κύκλοι

Οι μαγικοί αριθμοί για τον κύκλο είναι:

172 (το άθροισμα των αριθμών πάνω στη διάμετρο)
215 (το άθροισμα των αριθμών πάνω σε κάθε δακτύλιο)

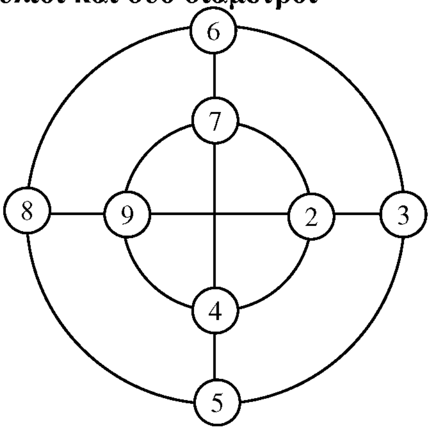


Αυτή είναι μια πιθανή λύση για αυτόν τον κύκλο.

20+21+2+3=46

Οι μαγικοί αριθμοί για τον κύκλο είναι:
46 από τις διαμέτρους
115 από τους δακτυλίους.
Θα μπορούσες να ξεκινήσεις με έναν απλό μαγικό κύκλο:

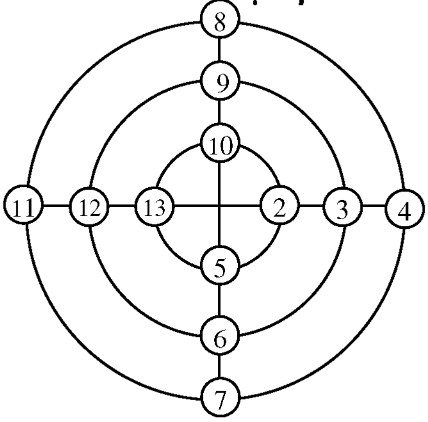
Δύο δακτύλιοι και δύο διάμετροι



Οι μαγικοί αριθμοί για αυτόν το μαγικό κύκλο είναι:
22 από τις διαμέτρους
22 από τους δακτυλίους

Τώρα άλλαξε τον αριθμό των δακτυλίων

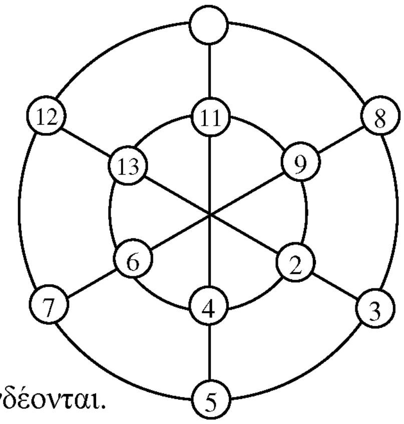
Τρεις δακτύλιοι και δύο διάμετροι



Οι μαγικοί αριθμοί για αυτόν το μαγικό κύκλο είναι:
45 από τις διαμέτρους
30 από τους δακτυλίους

Ή άλλαξε τον αριθμό των διαμέτρων

Δύο δακτύλιοι και τρεις διάμετροι



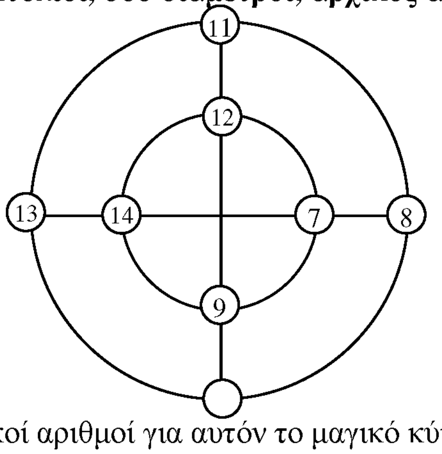
Οι μαγικοί αριθμοί για αυτόν το μαγικό κύκλο είναι:
30 από τις διαμέτρους
45 από τους δακτυλίους

Οι μαγικοί αριθμοί για τους 2 παραπάνω κύκλους συνδέονται.
Υπάρχει παρόμοια σύνδεση για:

- πέντε δακτυλίους και 2 διαμέτρους;
- δύο δακτυλίους και πέντε διαμέτρους;

Ή άλλαξε τον αρχικό αριθμό

Δύο δακτύλιοι, δύο διάμετροι, αρχικός αριθμός 7



Οι μαγικοί αριθμοί για αυτόν το μαγικό κύκλο είναι:
42 από τις διαμέτρους και
42 από τους δακτυλίους

Οι μαγικοί αριθμοί είναι μεγαλύτεροι κατά 20, όταν ο αρχικός αριθμός είναι το 2.
Μπορείς να εξηγήσεις γιατί συμβαίνει αυτό;

2218 Δωδεκάεδρο Οριγκάμι

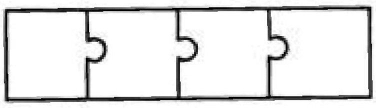
Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός χρωμάτων που χρειάζεσαι, αν έδρες του ίδιου χρώματος δεν επιτρέπεται να ακουμπούν μεταξύ τους;

2219 Κύβος Origami

Αν έχεις τοποθετήσει σωστά τα έξι κομμάτια, θα πρέπει να μπορείς να πετάξεις με προσοχή την κατασκευή στον αέρα και να την πιάσεις χωρίς να διαλυθεί. Αν ο κύβος σου διαλυθεί, θα πρέπει να σκεφτείς έναν τρόπο για να τοποθετήσεις τα κομμάτια, έτσι ώστε να μη διαλύονται.

2221 Παιχνίδια συναρμολόγησης

Με βάση τα αποτελέσματα που βρήκες, θα πρέπει να έχεις οδηγηθεί στα παρακάτω συμπεράσματα:



- *Υπάρχουν τέσσερα γωνιακά κομμάτια.*
  Μερικές φορές είναι σωστό

Αυτή η δήλωση είναι σωστή για όλα τα ορθογώνια εκτός από εκείνα που έχουν πλάτος 1 εκ.

Ορθογώνια με πλάτος 1 εκ. αποτελούν μια ειδική περίπτωση jigsaws, καθώς έχουν μόνο δύο γωνιακά κομμάτια. Ίσως δεν έχεις συμπεριλάβει στην έρευνά σου αυτά τα jigsaws.

- *Για jigsaws με 30 κομμάτια, ο μέγιστος αριθμός ενδιάμεσων κομματιών είναι 20.*
  Λάθος.

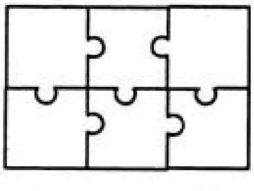
Τα πιθανά jigsaws με 30 κομμάτια είναι:

1 επί 30 → 0 ενδιάμεσα κομμάτια
2 επί 15 → 0 ενδιάμεσα κομμάτια
3 επί 10 → 8 ενδιάμεσα κομμάτια
5 επί 6 → 12 ενδιάμεσα κομμάτια

Έτσι, ο μεγαλύτερος αριθμός ενδιάμεσων κομματιών είναι 12.

- *Ο αριθμός των πλευρικών κομματιών ισούται με τον αριθμό των ενδιάμεσων κομματιών συν αυτόν των γωνιακών κομματιών.* **Μερικές φορές είναι σωστό.**

Το παραπάνω ισχύει για το παράδειγμα της κάρτας. Ένα αντίθετο παράδειγμα είναι ένα *jigsaw* με 6 κομμάτια, τα οποία έχουν τοποθετηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να σχηματίζουν ένα ορθογώνιο 3 επί 2.



- 2 *πλευρικά* κομμάτια
- 4 γωνιακά κομμάτια
- 0 ενδιάμεσα κομμάτια

$2 \neq 0+4$

- *Για έναν οποιονδήποτε αριθμό κομματιών, είναι δυνατό να βρεις ένα jigsaw με κανένα ενδιάμεσο κομμάτι.* **Πάντα σωστό.**

Jigsaws με πλάτος 1 ή 2 δεν έχουν ενδιάμεσα κομμάτια.

2224 Η συλλογή της Σελίνας

Τράπεζα
Έντυπο πληρωμής

Δευτέρα

Καταθέτης:
Σελίνα

Νομίσματα	Δεσμίδες	Ποσό	
		Ευρώ	Λεπτά
1 ευρώ	1	1	00
50 λεπτά	5	2	50
20 λεπτά	3	0	60
10 λεπτά	4	0	40
5 λεπτά	2	0	10
2 λεπτά	2	0	04
1 λεπτό	8	0	08
	Συνολικό ποσό	**4**	**72**

Τράπεζα
Έντυπο πληρωμής

Τρίτη

Καταθέτης:
Σελίνα

Νομίσματα	Δεσμίδες	Ποσό	
		Ευρώ	Λεπτά
1 λίρα Αγγλίας	0	0	00
50 λεπτά	4	2	00
20 λεπτά	1	0	20
10 λεπτά	3	0	30
5 λεπτά	3	0	15
2 λεπτά	2	0	04
1 λεπτό	5	0	05
Συνολικό ποσό		**2**	**74**

Τράπεζα
Έντυπο πληρωμής

Τετάρτη

Καταθέτης:
Σελίνα

Νομίσματα	Δεσμίδες	Ποσό	
		Ευρώ	Λεπτά
1 ευρώ	0	0	00
50 λεπτά	2	1	00
20 λεπτά	5	1	00
10 λεπτά	0	0	00
5 λεπτά	2	0	10
2 λεπτά	5	0	10
1 λεπτό	4	0	04
Συνολικό ποσό		**2**	**24**

Τράπεζα
Έντυπο πληρωμής

Πέμπτη

Καταθέτης:
Σελίνα

Νομίσματα	Δεσμίδες	Ποσό	
		Ευρώ	Λεπτά
1 ευρώ	1	1	00
50 λεπτά	2	1	00
20 λεπτά	4	0	80
10 λεπτά	10	1	00
5 λεπτά	2	0	10
2 λεπτά	5	0	10
1 λεπτό	7	0	04
Συνολικό ποσό		**4**	**07**

Τράπεζα
Έντυπο πληρωμής

Παρασκευή

Καταθέτης:
Σελίνα

Νομίσματα	Δεσμίδες	Ποσό	
		Ευρώ	Λεπτά
1 ευρώ	0	0	00
50 λεπτά	4	2	00
20 λεπτά	5	1	00
10 λεπτά	8	0	80
5 λεπτά	6	0	30
2 λεπτά	7	0	14
1 λεπτό	6	0	06
Συνολικό ποσό		**4**	**30**

1.

Ημέρα	**Ποσό που συγκεντρώθηκε**
Δευτέρα	4,72 ευρώ
Τρίτη	2,74 ευρώ
Τετάρτη	2,24 ευρώ
Πέμπτη	4,07 ευρώ
Παρασκευή	4,30 ευρώ
Συνολικό ποσό εβδομάδας	18,07 ευρώ

2. Δευτέρα
3. Τετάρτη
4. 2,06 ευρώ
5. Δευτέρα, Πέμπτη και Παρασκευή.

2225 Προστατέψτε τα άγρια ζώα

Τράπεζα
Έντυπο πληρωμής

Πρώτη τάξη
10 Ιουνίου

Καταθέτης:
Λουίζα

Νομίσματα	Δεσμίδες	Ποσό	
		Ευρώ	Λεπτά
1 ευρώ			
50 λεπτά			
20 λεπτά	3		60
10 λεπτά	5		50
5 λεπτά	3		15
2 λεπτά	4		8
1 λεπτό	3		3
Συνολικό ποσό		**1 ευρώ**	**36**

Τράπεζα
Έντυπο πληρωμής

Δεύτερη τάξη
10 Ιουνίου

Καταθέτης:
Λουίζα

Νομίσματα	Δεσμίδες	Ποσό	
		Ευρώ	Λεπτά
1 ευρώ			
50 λεπτά	1		50
20 λεπτά	3		60
10 λεπτά	4		40
5 λεπτά	2		10
2 λεπτά	6		12
1 λεπτό	5		5
Συνολικό ποσό		**1 ευρώ**	**77**

Τράπεζα
Έντυπο πληρωμής

Τρίτη τάξη
10 Ιουνίου

Καταθέτης:
Λουίζα

Νομίσματα	Δεσμίδες	Ποσό	
		Ευρώ	Λεπτά
1 ευρώ	5	5	00
50 λεπτά	4	2	00
20 λεπτά	3		60
10 λεπτά	9		90
5 λεπτά	6		30
2 λεπτά	4		8
1 λεπτό	10		10
Συνολικό ποσό		**8 ευρώ**	**98**

2227 5 λεπτά η σειρά

Μπορείς να σχηματίσεις 5 λεπτά τοποθετώντας δύο κέρματα των 2 λεπτών και ένα νόμισμα του ενός λεπτού με οποιαδήποτε σειρά σε γραμμή.

- Είχε σημασία ποιο κέρμα έβαλες πρώτο;
- Πότε κέρδισες περισσότερους πόντους: όταν τοποθέτησες τα κέρματα των 2 λεπτών στις γωνίες ή στη μέση του πίνακα;

Μπορείς να σκεφτείς κάποιους τρόπους, για να βελτιώσεις το παιχνίδι;

2229 Δευτεροβάθμιες συναρτήσεις και πρώτοι αριθμοί

Μπορείς να δημιουργήσεις πρώτους αριθμούς από τη δευτεροβάθμια εξίσωση $x^2 - x + 17$, χρησιμοποιώντας ένα λογιστικό φύλλο ή ένα κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων.

	A	B
1	x	$x^2 - x + 17$
2	0	17
3	1	17
4	2	19
5	3	23
6	4	29
7	5	37
⇓	⇓	⇓
18	16	257
19	17	289
20	18	323
21	19	359
22	20	397
23	21	437
24	22	479

⇐ A2^2−A2+17

⇓

Να συμπληρώσεις κάθετα

⇓

⇐ Αριθμός που δεν είναι πρώτος

Οι τιμές της παράστασης $x^2 - x + 17$ είναι πρώτοι αριθμοί εκτός από τις περιπτώσεις όπου $x = 17, 34, 51....$

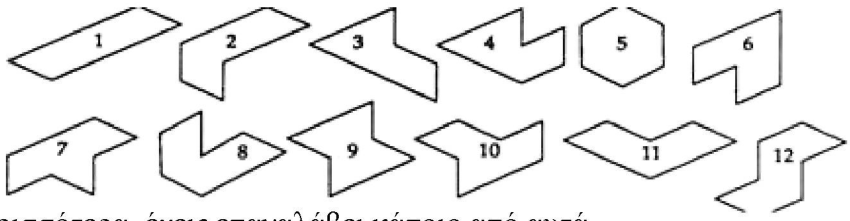
Στην πραγματικότητα, στις περιπτώσεις που η τιμή του x είναι πολλαπλάσιο του 17, ο αριθμός που προκύπτει δεν είναι πρώτος αριθμός. Μπορείς να εξηγήσεις το λόγο που συμβαίνει αυτό;

Από την εξίσωση $x^2 - x + 41$ δεν προκύπτει πρώτος αριθμός, όταν $x = 41$ ή πολλαπλάσιο του 41.

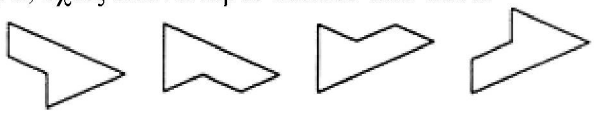
Πρώτοι αριθμοί θα προκύψουν από οποιαδήποτε εξίσωση της μορφής $x^2 - x + c$, όπου c είναι πρώτος αριθμός, για τιμές του $x < c$. Όταν $x \geq c$, από την εξίσωση θα προκύψουν πρώτοι αριθμοί μόνο στις περιπτώσεις που η τιμή του x δεν είναι πολλαπλάσιο του c.

2231 Εξ-αμάντια

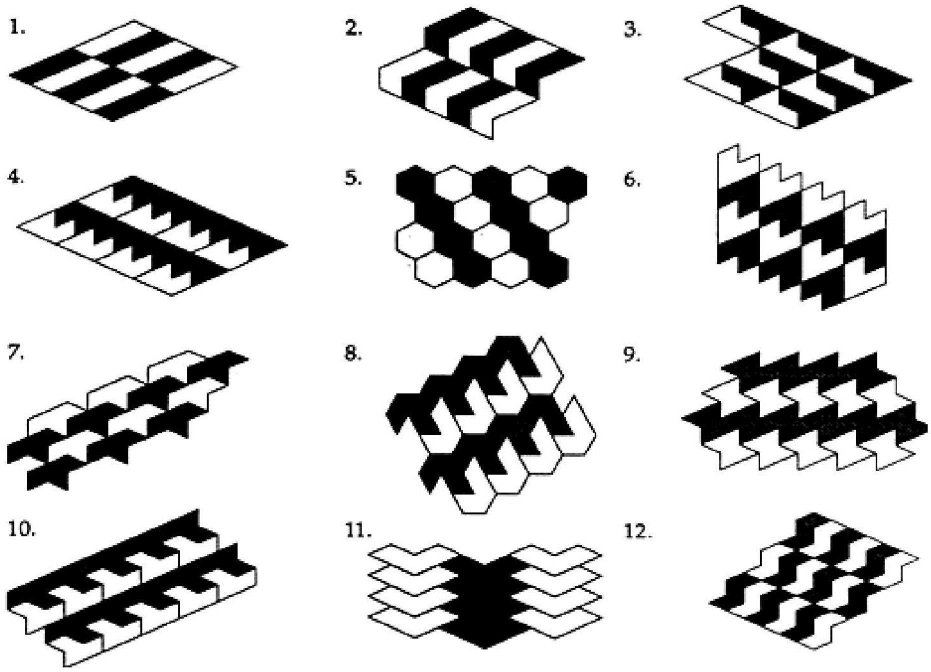
1. Αυτά είναι τα 12 διαφορετικά εξ-αμάντια.



Αν βρήκες περισσότερα, έχεις επαναλάβει κάποιο από αυτά.
Π.χ.



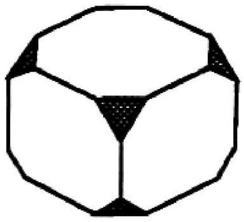
Όλα τα παραπάνω είναι το ίδιο σχήμα μετά από συμμετρία ως προς άξονα ή περιστροφή. Να ελέγξεις αν έχεις βρει όλα τα εξ-αμάντια χωρίς επανάληψη.
Παρακάτω, παρουσιάζονται τα μωσαϊκά που προκύπτουν από κάθε εξ-αμάντιο.



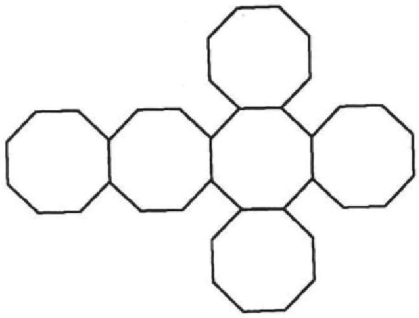
Βρήκες κάτι άλλο;

2232 Τεμαχισμός κύβου

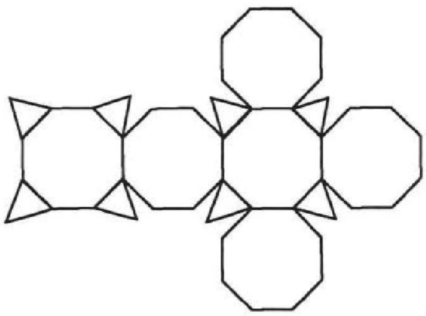
Ένας κύβος με όλες του τις γωνίες κομμένες θα πρέπει να μοιάζει με το σχήμα της εικόνας.



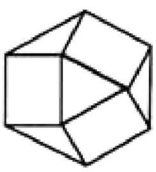
Αν ο κύβος που φαντάστηκες ήταν άδειος, το ανάπτυγμά του θα μπορούσε να μοιάζει με το σχήμα της εικόνας που ακολουθεί:



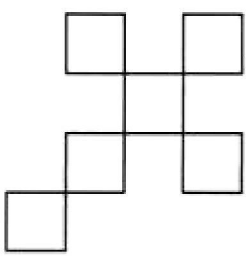
Αν ο κύβος ήταν στερεό σχήμα, τότε το ανάπτυγμά του θα έμοιαζε με το σχήμα της εικόνας που ακολουθεί:



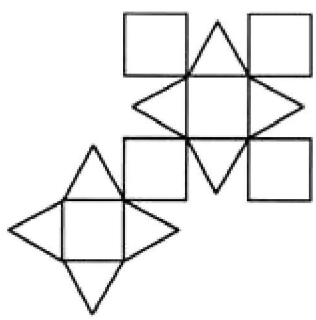
Για έναν κύβο από τον οποίο έχουν αφαιρεθεί όλες οι αρχικές ακμές:



Ανάπτυγμα άδειου σχήματος



Ανάπτυγμα στερεού σχήματος



Να θυμάσαι: Αυτοί δεν είναι οι μόνοι τρόποι σχεδιασμού των αναπτυγμάτων. Να ελέγξεις ότι τα αναπτύγματά σου, αν είναι διαφορετικά, αποτελούν αυθεντικά αναπτύγματα, με το να τα φτιάξεις.

Από ποια άλλα στερεά «έκοψες τις γωνίες»; Να δείξεις τα αναπτύγματα που έφτιαξες γι' αυτά τα στερεά στο δάσκαλό σου.

2234 Ορίζοντας περιοχές

1. $x > -1$
   $y > 2$
   $x + y < 5$
2. $x < 15$
   $y < 10$
   $x + y > 5$
3. $y \leq 13$
   $x + y > 11$
   $y > 2x - 6$
4. $y \geq 0$
   $2x + y < 8$
   $y < 2x$
5. $x + y > 4$
   $x + y < 8$
   $y > x - 2$
   $y < x + 2$

Κάποιες από τις ανισότητές σου μπορεί να έχουν διαφορετική μορφή. Να αναδιατάξεις τις λύσεις που έχουν προκύψει, για να επαληθεύσεις ότι είναι ισοδύναμες.

2236 25%

1. Το 25% της γης στο Λιχνενστάιν είναι καλλιεργήσιμη
   Το 25% των 160 τ.χμ.=40 τ.χμ.
2. Το 25% των 71740 τ.χμ.=17935 τ.χμ.
3. Το 25% των 92390 τ.χμ.=23097 τ.χμ.
4.

Κυκλικό διάγραμμα	Χώρα	Δεδομένα
Α	Τόγκο	1
Β	Ελβετία	2
Γ	Παναμάς	3

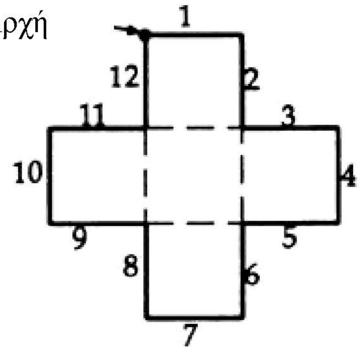
5. Η παρατήρηση δεν είναι σωστή.

Το Τόγκο και η Σιέρα Λεόνε δεν έχουν την ίδια έκταση. Το ποσοστό είναι μέρος μιας ποσότητας. Το 25% μιας μικρής ποσότητας θα είναι μικρότερο από το 25% μιας μεγαλύτερης ποσότητας.

Η συνολική έκταση του Τόγκο είναι 56790 τ.χμ, το 25% των 56790 τ.χμ. είναι 14197,5 τ.χμ.
Έτσι, το Τόγκο και η Σιέρρα Λεόνε δεν έχουν την ίδια έκταση καλλιεργήσιμης γης.

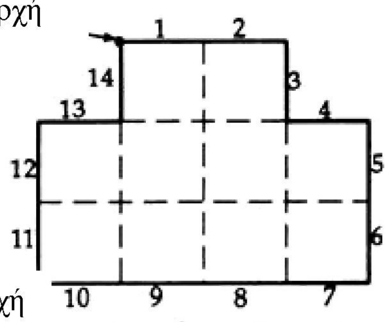
2238 Βρείτε την περίμετρο

1. Αρχή



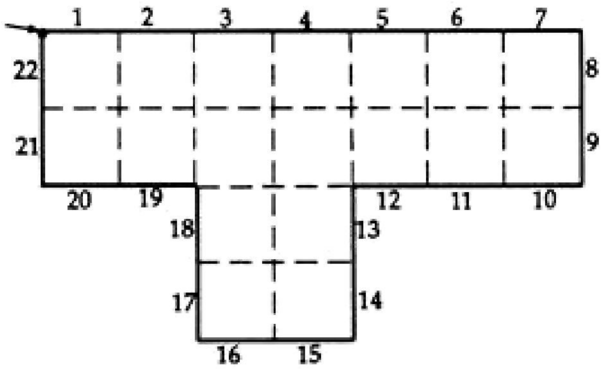
Περίμετρος: 12 εκ.

2. Αρχή

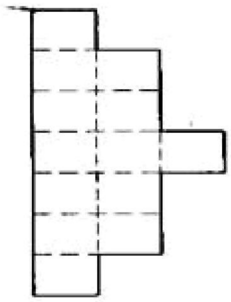


Περίμετρος: 14 εκ.

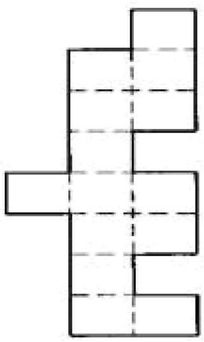
3. Αρχή



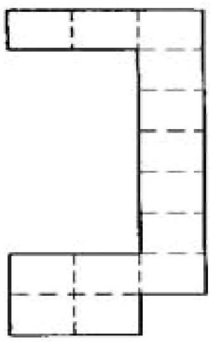
4.



5.



6. Αρχή



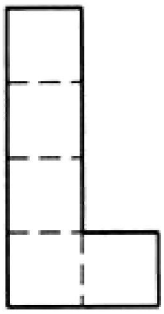
Περίμετρος: 20 εκ

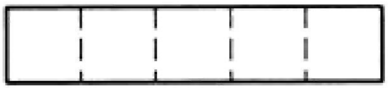
Περίμετρος: 26 εκ

Περίμετρος: 26 εκ

7. Να δείξεις τα σχήματα και τις περιμέτρους τους στο δάσκαλό σου.

8. Αυτά είναι δύο διαφορετικά σχήματα με περίμετρο 12 εκ.





Αν έχεις φτιάξει διαφορετικά σχήματα, να τα δείξεις στο δάσκαλό σου.

2241 Κόβω σε κομμάτια

Πείραμα 1
Πίνακας αποτελεσμάτων

Αριθμός από ψαλιδιές (c)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Αριθμός κομματιών (p)	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Από τις 50 ψαλιδιές θα προκύψουν 51 κομμάτια.

Πείραμα 2
Πίνακας αποτελεσμάτων με τα σχήματα που έχουν διπλωθεί μία φορά.

Αριθμός από ψαλιδιές (c)	0	1	2	3	4	5	6
Αριθμός κομματιών (p)	1	3	5	7	9	11	13

Κανόνας
Υπάρχει ένας κανόνας για αυτά τα αποτελέσματα.
Μπορείς να βρεις τον αριθμό των κομματιών, αν πολλαπλασιάσεις τον αριθμό που δηλώνει τις ψαλιδιές με το 2 και προσθέσεις το 1.

Τύπος
P=2c+1

Πείραμα 3
Πίνακας αποτελεσμάτων με τα σχήματα που έχουν διπλωθεί δύο φορές.

Αριθμός από ψαλιδιές (c)	0	1	2	3	4	5	6
Αριθμός κομματιών (p)	1	4	7	10	13	16	19

Κανόνας
Υπάρχει ένας κανόνας για αυτά τα αποτελέσματα.
Μπορείς να βρεις τον αριθμό των κομματιών, αν πολλαπλασιάσεις τον αριθμό που δηλώνει τις ψαλιδιές με το 3 και προσθέσεις το 1.

Τύπος
P=3c+1

Πείραμα 4
Πίνακας αποτελεσμάτων με τα σχήματα που έχουν διπλωθεί τρεις φορές.

Αριθμός από ψαλιδιές (c)	0	1	2	3	4	5	6
Αριθμός κομματιών (p)	1	5	9	13	17	21	25

Κανόνας
Υπάρχει ένας κανόνας για αυτά τα αποτελέσματα.
Μπορείς να βρεις τον αριθμό των κομματιών, αν πολλαπλασιάσεις τον αριθμό που δηλώνει τις ψαλιδιές με το 4 και προσθέσεις το 1.

Τύπος
P=4c+1

Πίνακας με όλους τους τύπους

Φορές	Τύπος
0	P= c+1
1	P=2c+1
2	P=3c+1
3	P=4c+1
4	P=5c+1
5	P=6c+1

Ίσως να έχεις βρει έναν τελικό κανόνα και έναν τελικό τύπο από τον τελευταίο πίνακα. Αν είναι έτσι, τότε μπράβο!

Ο τελικός κανόνας

Υπάρχει ένας κανόνας για αυτά τα αποτελέσματα.
Μπορείς να βρεις τον αριθμό των κομματιών, αν πολλαπλασιάσεις τον αριθμό που δηλώνει τις ψαλιδιές με τον αριθμό που δηλώνει πόσες φορές έχεις διπλώσει τα σχήματα συν 1 και προσθέσεις το 1.
Ο τελικός τύπος (όταν f είναι ο αριθμός που δηλώνει τις διπλώσεις):
P=(f+1)c+1

2245 Σειρές και στήλες

Παρακάτω, παρουσιάζονται τρεις δυνατές λύσεις.

1	**5**	**6**
9	**3**	**4**
2	**8**	**7**

1^{η} σειρά = 12
1^{η} στήλη = 12
2^{η} σειρά = 16
2^{η} στήλη = 16
3^{η} σειρά = 17
3^{η} στήλη = 17

2	**1**	**8**
3	**4**	**5**
6	**7**	**9**

1^{η} σειρά = 11
1^{η} στήλη = 11
2^{η} σειρά = 12
2^{η} στήλη = 12
3^{η} σειρά = 22
3^{η} στήλη = 22

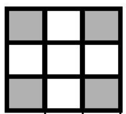
4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

1^{η} σειρά = 15
1^{η} στήλη = 15
2^{η} σειρά = 15
2^{η} στήλη = 15
3^{η} σειρά = 15
3^{η} στήλη = 15

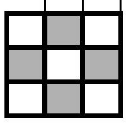
Αυτή είναι μια ειδική λύση που ονομάζεται «μαγικό τετράγωνο» γιατί και οι τρεις σειρές και στήλες, καθώς και οι διαγώνιοι δίνουν άθροισμα τον ίδιο αριθμό 15!

Βρήκες κάποια διαφορετική λύση;
Αν βρήκες, βεβαιώσου ότι κάθε σειρά και στήλη δίνουν το ίδιο άθροισμα και ζήτησε από το δάσκαλό σου να το ελέγξει.
Βρήκες κάποια κανονικότητα στις τρεις παραπάνω λύσεις;

Για παράδειγμα, αντίθετες γωνίες;



Αντίθετοι ενδιάμεσοι αριθμοί;



Θα μπορείς πάντα να βρίσκεις λύσεις με ομάδες διαδοχικών αριθμών;
Π.χ. - 4, -3, -2, -1 . . .

2246 Το κόσκινο του Ερατοσθένη

1. – 7. Ο πίνακας του 100 που σχημάτισες θα πρέπει να μοιάζει με τον παρακάτω.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Έτσι, οι είκοσι πέντε **πρώτοι** αριθμοί ανάμεσα στο 1 και στο 100 είναι:

2	**3**	**5**	**7**	**11**
13	**17**	**19**	**23**	**29**
31	**37**	**41**	**43**	**47**
53	**59**	**61**	**67**	**71**
73	**79**	**83**	**89**	**97**

- Οι αριθμοί 113, 149 και 173 είναι πρώτοι αριθμοί.

Το 117 έχει 6 παράγοντες: 1,3,9,13,39 και 117
Το 136 έχει 8 παράγοντες: 1,2,4,8,17,34,68 και 136

2247 Περισσότερο, λιγότερο

1. α) 1,2,3,4,5,6,7,8,9
β) 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15
Υπάρχει ένας πεπερασμένος αριθμός πιθανοτήτων, καθώς λαμβάνονται υπόψη μόνο οι θετικοί ακέραιοι αριθμοί.
γ) 14,15,16,17….
δ) 9,10,11,12…
Υπάρχει ένας μη πεπερασμένος αριθμός πιθανοτήτων.

2. α) 1,2,3,4,5,6,7,8
β) 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15
γ) 17,18,19,20,….
δ) 3,4,5,6,…

3. α) 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12
β) 12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28
γ) 6,7,8,9,10,11,12
δ) 19,20,21,22,23,24,25,26,27,28
ε) 5
στ) 5,6,7,8
ζ) 4,5,6,7
η) 4,5,6,7
Οι απαντήσεις στα ζ) και η) είναι μεταξύ τους ίδιες, όταν χρησιμοποιούνται μόνο θετικοί ακέραιοι αριθμοί. Δηλαδή, η ανισότητα $4 \le x < 8$ είναι η ίδια με τις ανισότητες $3 < x \le 7$ και $3 < x < 8$ και $4 \le x \le 7$.

4.

α)	$1 \le x \le 7$	ή	$1 \le x < 8$	ή	$x < 8$		
β)	$3 \le x \le 10$	ή	$2 < x < 11$	ή	$2 < x \le 10$	ή	$3 \le x < 11$
γ)	$18 \le x \le 26$	ή	$17 < x < 27$	ή	$17 < x \le 26$	ή	$18 \le x < 27$
δ)	$86 \le x \le 89$	ή	$85 < x < 90$	ή	$85 < x \le 89$	ή	$86 \le x < 90$

5.

10,11,12	=	$9 < x \le 11$	=	$10 \le x \le 12$
9,10,11	=	$8 < x \le 11$	=	$9 \le x < 12$
8,9,10,11	=	$8 \le x < 12$	=	$8 \le x \le 11$
9,10	=	$8 < x < 11$	=	$9 \le x \le 10$
10	=	$9 < x < 11$	=	$9 < x \le 10$
8,9,10	=	$8 \le x \le 10$	=	$8 \le x < 11$

2248 Ίχνη σαλιγκαριών

1. 23 εκ
2. 15 εκ
3. 2 εκ
4. 11,5 εκ ή $11\frac{1}{2}$ εκ
5. 7,5 εκ ή $7\frac{1}{2}$ εκ
6. 12,5 εκ ή $12\frac{1}{2}$ εκ
7. 5,5 εκ ή $5\frac{1}{2}$ εκ
8. 3 εκ

2249 Κλίσεις και σημεία τομής με τον άξονα των y

1. α) $y = -3x + 4$
   κλίση = -3
   σημείο τομής με τον άξονα των y = 4

   β) $y = 2x + 3$
   κλίση = 2
   σημείο τομής με τον άξονα των y = 3

   γ) $y = \frac{x}{2} - 5$
   κλίση = $\frac{1}{2}$
   σημείο τομής με τον άξονα των y = -5

   δ) $y = 2x – 5$
   κλίση = 2
   σημείο τομής με τον άξονα των y = -5

   ε) $y = -\frac{x}{2} + 1$
   κλίση = $-\frac{1}{2}$
   σημείο τομής με τον άξονα των y = 1

   στ) $y = -3x – 2$
   κλίση = -3
   σημείο τομής με τον άξονα των y = -2

2. α) Γραφική παράσταση στ).
   β) Γραφική παράσταση β) και δ).
   γ) Οποιαδήποτε εξίσωση με κλίση $\frac{1}{2}$
   Π.χ. $y = \frac{x}{2} + 1$ $\quad y = 0,5x – 7$
   δ) Εξίσωση γ).
   ε) Οποιαδήποτε εξίσωση, όπου c = 1.
   Π. χ. $y = 2x + 1$ $\quad y = 5x + 1$
   στ) Η εξίσωση ε). Έχει κλίση $-\frac{1}{2}$.
   Θα πρέπει να έχεις παρατηρήσει ότι τα γραφήματα δύο εξισώσεων είναι κάθετες ευθείες μεταξύ τους, αν η κλίση του ενός είναι m και η κλίση του άλλου είναι $-\frac{1}{m}$. (Ο αρνητικός αντίστροφος του m.)
   ζ) Οποιαδήποτε εξίσωση με κλίση –2.
   Π.χ. $y = -2x + 10$ $\quad y = -2x – 4$

3. $2x = 3 – y$ με αναδιάταξη δίνει $y = -2x + 3$
   $y = -2(x + \frac{1}{2})$ με αναδιάταξη δίνει $y = -2x – 1$
   $\frac{y+1}{3} = x$ με αναδιάταξη δίνει $y = 3x – 1$
   α) Οι εξισώσεις $2x = 3 – y$ και $y = -2(x + \frac{1}{2})$ έχουν κλίση –2.
   β) Οι εξισώσεις $y = -2(x + \frac{1}{2})$ και $\frac{y+1}{3} = x$ έχουν διατομή –1.

2253 Επιλύοντας ανισότητες

1. α) $-3 < 9$ β) $-8 < 4$ γ) $-1 < 11$
   δ) $-8 < 16$ ε) $-12 < 0$ στ) $-2 < 4$
   ζ) $-36 < 72$ η) $-1 < 2$

   Όλες οι παραπάνω ανισότητες είναι αληθείς. Αν προσθέσεις, αφαιρέσεις, πολλαπλασιάσεις ή διαιρέσεις έναν οποιοδήποτε θετικό αριθμό σε κάθε πλευρά μιας ανισότητας, η ανισότητα παραμένει αληθής.

2. α) $x \leq 12$ β) $x \geq 13$
   γ) $x \leq 5$ δ) $7 \geq x$ ή $x \leq 7$
   ε) $x > 2{,}5$ στ) $x < 24$
   ζ) $x \geq 9$ η) $10 \leq x$ ή $x \geq 10$

3. α) $x \leq 3$ β) $x \geq 9$
   γ) $1{,}5 > x$ ή $x < 1{,}5$ δ) $6 > x$ ή $x < 6$
   ε) $x \geq 120$ στ) $x \leq 6$
   ζ) $10{,}6 \leq x$ ή $x \geq 10{,}6$ η) $x < 3$

4. α) $8 < -16$ Αυτή η ανισότητα δεν είναι αληθής. $8 > -16$
   β) $2 < -4$ Αυτή η ανισότητα δεν είναι αληθής. $2 > -4$
   γ) $-7 < 5$ Αυτή η ανισότητα είναι αληθής.
   δ) $0 < 12$ Αυτή η ανισότητα είναι αληθής.
   ε) $4 < -8$ Αυτή η ανισότητα δεν είναι αληθής. $4 > -8$
   στ) $16 < -32$ Αυτή η ανισότητα δεν είναι αληθής. $16 > -32$
   ζ) $-14 < -2$ Αυτή η ανισότητα είναι αληθής.
   η) $-2 < 10$ Αυτή η ανισότητα είναι αληθής.

   Αν προσθέσεις ή αφαιρέσεις έναν αρνητικό αριθμό και από τις δύο πλευρές μιας ανισότητας, η ανισότητα παραμένει αληθής.
   Αν πολλαπλασιάσεις ή διαιρέσεις και τις δύο πλευρές μιας ανισότητας με έναν αρνητικό αριθμό, η ανισότητα **πρέπει να αντιστραφεί.**

5. Μια ανισότητα παραμένει αληθής όταν:

   προσθέσεις έναν αρνητικό αριθμό και στις δύο πλευρές της ανισότητας
   ή
   αφαιρέσεις έναν αρνητικό αριθμό και από τις δύο πλευρές της ανισότητας.

   Το σύμβολο της ανισότητας πρέπει να αντιστραφεί για να παραμείνει η νέα ανισότητα αληθής όταν:

   πολλαπλασιάσεις και τις δύο πλευρές της ανισότητας με έναν αρνητικό αριθμό *ή*
   διαιρέσεις και τις δύο πλευρές της ανισότητας με έναν αρνητικό αριθμό.

6. α) $x > -0{,}6$ β) $x \leq 7$
   γ) $x \leq -6$ δ) $x \geq 13$
   ε) $x \geq -4$ στ) $x < -1{,}6$
   ζ) $x < 10$ η) $x > -18$

<u>2255 Προσθέτουμε τη μονάδα</u>

Αν ξεκινήσεις με το $\frac{50}{100}$ και συγκρίνεις τους ισοδύναμους δεκαδικούς αριθμούς, τα κλάσματα αυξάνονται, όταν προσθέτεις το 1 στον αριθμητή και στον παρονομαστή.

Αρχικό κλάσμα: $\frac{5}{6}$

Για να φτιάξεις ένα λογιστικό φύλλο που να έχεις τα αποτελέσματα πιο γρήγορα:

- Τοποθέτησε τον κέρσορα στο Α1 και πληκτρολόγησε **Αριθμητής.**
  Τοποθέτησε τον κέρσορα στο Α2 και πληκτρολόγησε **5.**
  Τοποθέτησε τον κέρσορα στο Α3 και πληκτρολόγησε **=A2+1.**
  Επέλεξε τα κελιά Α3 έως Α14, πήγαινε στο μενού Edit και επέλεξε την εντολή Fill Down.
- Τοποθέτησε τον κέρσορα στο Β1 και πληκτρολόγησε **Παρονομαστής.**
  Τοποθέτησε τον κέρσορα στο Β2 και πληκτρολόγησε **6**.
  Τοποθέτησε τον κέρσορα στο Β3 και πληκτρολόγησε **=B2+1.**
  Επέλεξε τα κελιά Β3 έως Β14, πήγαινε στο μενού Edit και επέλεξε την εντολή Fill Down.
- Τοποθέτησε τον κέρσορα στο Γ1 και πληκτρολόγησε **Αριθμητής/Παρονομαστής.**
  Τοποθέτησε τον κέρσορα στο Γ2 και πληκτρολόγησε **Α2/Β2.**
  Επέλεξε τα κελιά Γ3 έως Γ14, πήγαινε στο μενού Edit και επέλεξε την εντολή Fill Down.

Το λογιστικό φύλλο που προκύπτει από αυτήν τη διαδικασία θα έχει ως εξής:

	Α	**Β**	**Γ**
1	Αριθμητής	Παρονομαστής	Αριθμητής/παρονομαστή
2	5	6	0,8333
3	6	7	0,8571
4	7	8	0,875
5	8	9	0,8889
6	9	10	0,9
7	10	11	0,9091
8	11	12	0,9167
9	12	13	0,9231
10	13	14	0,9286
11	14	15	0,9333
12	15	16	09375
13	16	17	0,9412
14	17	18	0,9444

Το κλάσμα $\frac{5}{6}$ γίνεται μεγαλύτερο.

Το κλάσμα $\frac{5}{6}$ γίνεται συνεχώς μικρότερο έως ότου ο παρονομαστής να γίνει μηδέν. Αφαιρώντας και πάλι τον ισοδύναμο δεκαδικό αριθμό, μεταπηδά στο 2. Στη συνέχεια, γίνεται μικρότερο αλλά ποτέ δεν πρόκειται να είναι μικρότερο από το 1.

Παρακάτω, παρουσιάζονται περιληπτικά τα αποτελέσματα της αφαίρεσης του 1 από τον αριθμητή και τον παρονομαστή:

Κλάσματα	Κανόνας		Μεγαλύτερο/μικρότερο;
$\frac{5}{6}$	Αφαιρώ 1	Αφαιρώ 1	Το κλάσμα μικραίνει έως ότου ο παρονομαστής να γίνει 0, πηδά στο 2, συνεχίζει να μικραίνει χωρίς ποτέ να γίνεται μικρότερο από 1.
$\frac{3}{2}$	Αφαιρώ 1	Αφαιρώ 1	Το κλάσμα μεγαλώνει έως ότου ο παρονομαστής να γίνει 0, πηδά στο 0,5, συνεχίζει να μεγαλώνει χωρίς ποτέ να γίνεται μεγαλύτερο από 1.
$\frac{7}{300}$	Αφαιρώ 1	Αφαιρώ 1	Το κλάσμα μικραίνει έως ότου ο παρονομαστής να γίνει 0, πηδά στο 294, συνεχίζει να μικραίνει χωρίς ποτέ να γίνεται μικρότερο από 1.
$\frac{10}{3}$	Αφαιρώ 1	Αφαιρώ 1	Το κλάσμα μεγαλώνει έως ότου ο παρονομαστής να γίνει 0, πηδά στο -6, συνεχίζει να μεγαλώνει χωρίς ποτέ να γίνεται μεγαλύτερο από 1.

Θα πρέπει να έχεις βρει ότι για να αφαιρέσεις 1 από τον αριθμητή και τον παρονομαστή:

- Οποιοδήποτε κλάσμα στο οποίο ο αριθμητής είναι *μικρότερος* από τον παρονομαστή γίνεται μικρότερο, στη συνέχεια κάνει άλμα, έπειτα μικραίνει συνεχώς αλλά δεν γίνεται ποτέ *μικρότερο* από 1. Μπορείς να καταλάβεις γιατί;
- Οποιοδήποτε κλάσμα που ο αριθμητής του είναι *μεγαλύτερος* από τον παρονομαστή γίνεται *μεγαλύτερο*, στη συνέχεια κάνει άλμα, συνεχίζει να μεγαλώνει αλλά δεν θα είναι ποτέ περισσότερο από 1. Μπορείς να καταλάβεις γιατί;

Προσθέτοντας έναν αριθμό μεγαλύτερο από το 1 στον αριθμητή και στον παρονομαστή *ή* αφαιρώντας έναν αριθμό μεγαλύτερο από το 1 στον αριθμητή και στον παρονομαστή, τα αποτελέσματα θα είναι τα ίδια με την περίπτωση όπου προσθέτεις ή αφαιρείς 1, με τη διαφορά ότι η διαδικασία ολοκληρώνεται σε λιγότερα βήματα στο λογιστικό φύλλο.

- Τι βρήκες όταν αφαίρεσες 1 από τον αριθμητή και πρόσθεσες 1 στον παρονομαστή;

Κλάσμα	Κανόνας Αριθμητής	 Παρονομαστής	Μεγαλύτερο/μικρότερο;
$\frac{5}{6}$	Αφαιρώ 1	Προσθέτω 1	;
$\frac{3}{2}$	Αφαιρώ 1	Προσθέτω 1	;
$\frac{7}{300}$	Αφαιρώ 1	Προσθέτω 1	;
$\frac{10}{3}$	Αφαιρώ 1	Προσθέτω 1	;

Για να αλλάξεις το αρχικό κλάσμα με το $\frac{3}{2}$**.**

Να αλλάξεις τον αριθμό στο κελί Α2 σε **3**.
Να αλλάξεις τον αριθμό στο κελί Β2 σε **2**.

Το λογιστικό φύλλο θα υπολογίσει ξανά τον ισοδύναμο δεκαδικό αριθμό.

8	9	8	1,125
9	10	9	1,1111
10	11	10	1,1
11	12	11	1,0909
12	13	12	1,0833
13	14	13	1,0769
14	15	14	1,0714

Το κλάσμα $\frac{3}{2}$ μικραίνει.

Παρακάτω, παρουσιάζονται περιληπτικά τα αποτελέσματα:

Κλάσμα	Κανόνας		Μεγαλύτερο/μικρότερο;
	Αριθμητής	Παρονομαστής	
$\frac{5}{6}$	Προσθέτω 1	Προσθέτω 1	Μεγαλύτερο
$\frac{3}{2}$	Προσθέτω 1	Προσθέτω 1	Μικρότερο
$\frac{7}{300}$	Προσθέτω 1	Προσθέτω 1	Μεγαλύτερο
$\frac{10}{3}$	Προσθέτω 1	Προσθέτω 1	Μικρότερο

Θα πρέπει να έχεις βρει ότι:

- Το κλάσμα μεγαλώνει όταν ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή.
- Το κλάσμα μικραίνει όταν ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή.

Αλλάζοντας τον κανόνα σε «αφαιρώ 1» από τον αριθμητή και από τον παρονομαστή.
Θα πρέπει να κάνεις τις κατάλληλες προσαρμογές στο πρώτο λογιστικό φύλλο, αλλάζοντας τους τύπους στα κελιά Α3 και Β3.

- Τοποθέτησε τον κέρσορα στο κελί Α3 και πληκτρολόγησε =Α2-1.

Επέλεξε τα κελιά Α3 έως Α14, πήγαινε στο μενού Edit και επέλεξε την εντολή Fill Down.

- Τοποθέτησε τον κέρσορα στο κελί Β3 και πληκτρολόγησε =Β2-1.

Επέλεξε τα κελιά Β3 έως Β14, πήγαινε στο μενού Edit και επέλεξε την εντολή Fill Down.

Στο παρακάτω λογιστικό φύλλο φαίνεται τι συμβαίνει στο αρχικό κλάσμα $\frac{5}{6}$.

		Α	**Β**	**Γ**	
	1	**Αριθμητής**	**Παρονομαστής**	**Αριθμητής/ παρονομαστής**	
Μικραίνει ↓	**2**	**5**	**6**	**0,83333333**	
	3	**4**	**5**	**0,8**	
	4	**3**	**4**	**0,75**	
	5	**2**	**3**	**0,66666667**	
	6	**1**	**2**	**0,5**	
	7	**0**	**1**	**0**	
Άπειρο→	**8**	**-1**	**0**	**#DIV / 0!**	→ Το λογιστικό φύλλο δεν μπορεί να διαιρέσει με το μηδέν, έτσι εμφανίζεται αυτό το μήνυμα.
πηδά στο →	**9**	**-2**	**-1**	**2**	
	10	**-3**	**-2**	**1,5**	
Μικραίνει ↓	**11**	**-4**	**-3**	**1,33333333**	
	12	**-5**	**-4**	**1,25**	
	13	**-6**	**-5**	**1,2**	↓
	14	**-7**	**-6**	**1,16666667**	Ποτέ δεν γίνεται μικρότερο από το 1.

- Τι βρήκες όταν πρόσθεσες 1 στον αριθμητή και όταν αφαίρεσες 1 από τον παρονομαστή;

Κλάσμα	Κανόνας Αριθμητής	Παρονομαστής	Μεγαλύτερο/μικρότερο;
$\frac{5}{6}$	Προσθέτω 1	Αφαιρώ 1	;
$\frac{3}{2}$	Προσθέτω 1	Αφαιρώ 1	;
$\frac{7}{300}$	Προσθέτω 1	Αφαιρώ 1	;
$\frac{10}{3}$	Προσθέτω 1	Αφαιρώ 1	;

2257 Ορθογώνια τριγωνικά πρίσματα

1. (α) Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο 12 κ.εκ.
   (β) Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο 6 κ.εκ.
2. $13\frac{1}{2}$ κ.εκ.
3. $7\frac{1}{2}$ κ.εκ.
4. $4\frac{1}{2}$ κ.εκ.
5. 6 κ.εκ.
6. 6 κ.εκ.
7. 18 κ.εκ.

2258 Αντικαθιστώντας με τύπους

Όλες οι απαντήσεις δίνονται με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων.

1. Χρησιμοποιώντας τον τύπο του Πυθαγορείου θεωρήματος
   Θεωρούμε ότι η τρίτη πλευρά είναι x.
   $x^2 + 10^2 = 14^2$
   $x^2 = 96$
   $x = \sqrt{96}$
   x = 9,798 εκ
2. Χρησιμοποιώντας τον τύπο για το Εμβαδόν τραπεζίου
   α) $\frac{1}{2}(6 + 14) \times 8 = 80$ τ.εκ.
   β) Έστω ότι το ύψος είναι h.
   $\frac{1}{2}(6 + 10) \times h = 40$
   $8h = 40$
   h = 5 εκ.

3. Χρησιμοποιώντας τον τύπο για τον όγκο κυλίνδρου
   α) $\pi \times 7^2 \times 9 = 1385,442$ κ.εκ.
   Χρησιμοποιώντας τον τύπο για το εμβαδόν καμπύλης επιφάνειας
   β) $2 \times \pi \times 3 \times 7 = 131,947$ κ.εκ.
4. Χρησιμοποιώντας τον τύπο για τον όγκο σφαίρας
   α) $\frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 904,779$ κ.εκ.
   Χρησιμοποιώντας τον τύπο για το εμβαδόν της επιφάνειας της σφαίρας
   β) $4 \times \pi \times r^2 = 605$
   $12,566r^2 = 605$
   $r^2 = \frac{605}{12,566}$
   $r = \sqrt{48,144} = 6,939$ εκ.

5. Χρησιμοποιώντας τον τύπο για τον όγκο κώνου

α) $\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 6 \;=\; 120$

$$r^2 = \frac{120}{6{,}28}$$

$$r = \sqrt{19{,}099} = 4{,}370 \text{ εκ.}$$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο για το εμβαδόν της καμπύλης επιφάνειας κώνου

β) $\pi \times 5 \times l = 600$

$15{,}708 \times l = 600$

$$l = \frac{600}{15{,}708} = 38{,}197 \text{ εκ.}$$

6. Χρησιμοποιώντας τον τύπο για τον όγκο πρίσματος

15 × μήκος = 105

$$\text{μήκος} = \frac{105}{15} = 7 \text{ εκ.}$$

7. Χρησιμοποιώντας Τριγωνομετρία

α) $\text{εφ } 20 = \frac{5}{x}$

$$x = \frac{5}{\text{εφ}20} = 13{,}737 \text{ εκ.}$$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο για το εμβαδόν τριγώνου

β) $\frac{1}{2}(13{,}737 \times 5\,) = 34{,}343$ τ.εκ.

8. Χρησιμοποιώντας δευτεροβάθμια εξίσωση

α) $\alpha = 1,\;\; \beta = 3,\;\; \gamma = 1$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(9-4)}}{2}$$

$$x = \frac{-3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{ή} \quad x = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}$$

$$x = -0{,}382 \quad \text{ή} \quad -2{,}618$$

β) $\alpha = 2,\;\; \beta = 5,\;\; \gamma = -10$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(25+80)}}{4}$$

$$x = \frac{-5+\sqrt{105}}{4} \quad \text{ή} \quad x = \frac{-5-\sqrt{105}}{4}$$

$$x = 1{,}312 \quad \text{ή} \quad -3{,}812$$

<u>2263 Τα τετράγωνα του λογιστικού φύλλου</u>

Αυτό το λογιστικό φύλλο δείχνει τους τύπους στα κελιά Ε1, Ε3, Α5,C5 και Ε5.

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**	**Ε**
1	1	8	3		=Α1×Β1×Γ1
2	6	9	7		
3	4	5	2		=Α3×Β3×Γ3
4					
5	=Α1×Α2×Α3				=Ε1+Ε3+Α5+Γ5

- Το μικρότερο πιθανό άθροισμα στο Ε5 είναι 130.

Παρακάτω, παρουσιάζεται το λογιστικό φύλλο:

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**	**Ε**
1	1	8	3		24
2	6	9	7		
3	4	5	2		40
4					
5	24		42		130

- Το μεγαλύτερο άθροισμα στο Ε5 είναι το 825.

Παρακάτω, παρουσιάζεται το λογιστικό φύλλο:

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**	**Ε**
1	9	5	8		360
2	3	1	4		
3	7	2	6		84
4					
5	189		192		825

Η διευθέτηση για να σχηματιστεί το μικρότερο δυνατό άθροισμα πρέπει να έχει:

- Το **μεγαλύτερο** αριθμό στο κεντρικό κελί Β2 γιατί αυτός ο αριθμός δεν πολλαπλασιάζεται με κανέναν άλλον αριθμό.

- Τους μικρότερους αριθμούς στα τέσσερα γωνιακά κελιά Α1, Α3, Γ1 και Γ3 γιατί αυτά πολλαπλασιάζονται δύο φορές.

Με μια αλλαγή στη σειρά των εξωτερικών αριθμών μπορείς να επιτύχεις την ελάχιστη αξία στο κελί Ε5.

Η διευθέτηση για να σχηματιστεί το μεγαλύτερο δυνατό σύνολο πρέπει να έχει:

- Το **μικρότερο** αριθμό στο κεντρικό κελί Β2.
- Τους **μεγαλύτερους** αριθμούς στα κελιά Α1, Α3, Γ1 και Γ3.

Με μια αλλαγή στη σειρά των εξωτερικών αριθμών μπορείς να επιτύχεις τη μέγιστη αξία στο κελί Ε5.

Παρακάτω, παρουσιάζεται ο τύπος για τους αριθμούς 1 μέχρι 16 σε έναν 4×4 πίνακα.

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**	**Ε**	**Ζ**
1	1	2	3	4		=Α1×Β1×Γ1×Δ1
2	5	6	7	8		
3	9	1 0	1 1	1 2		
4	1 3	1 4	1 5	1 6		=Α4×Β4×Γ4×Δ4
5						
6	=Α1×Α2×Α3×Α4			=Δ1×Δ2×Δ3×Δ4		=Α6+Δ6+Ζ1+Ζ4

Το μικρότερο δυνατό άθροισμα που βρήκαμε ήταν το 1382.

- Βρήκες κάποιο μικρότερο άθροισμα;

Το μεγαλύτερο δυνατό άθροισμα που βρήκαμε ήταν το 67012.

- Βρήκες κάποιο μεγαλύτερο άθροισμα;

2265 Ρητοί αριθμοί

1.

α) Το άπειρο γιατί μπορείς πάντα να βρεις κάποιο μεγαλύτερο θετικό ακέραιο αριθμό.

β) Το άπειρο γιατί μπορείς πάντα να βρεις κάποιο μεγαλύτερο θετικό ή κάποιο μικρότερο αρνητικό ακέραιο αριθμό.

γ) Το άπειρο γιατί υπάρχει απεριόριστο πλήθος θετικών και αρνητικών ακέραιων αριθμών, καθώς και ένας απεριόριστος αριθμός άλλων ρητών αριθμών μεταξύ των ακεραίων.

* Υπάρχουν, όμως, *περισσότεροι* ρητοί αριθμοί από τους ακεραίους;

2.

α) Πολλές πιθανές απαντήσεις. Π.χ. 2,511, 2,512, … 2,517 κ.λπ.

β) Πολλές πιθανές απαντήσεις. Π.χ. $\frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{2}{5}$, …0,3, $0,\dot{3}$, 0,456, …

γ) Πολλές πιθανές απαντήσεις. Π.χ. $\frac{8}{31}, \frac{16}{63}$ 0,26, 0,259, …

3. Ναι, σε κάθε περίπτωση μπορείς να βρεις ένα ρητό αριθμό ανάμεσα σε δύο άλλους ρητούς αριθμούς.

Μια πιθανή εξήγηση είναι η ακόλουθη:

- Ένα κλάσμα ανάμεσα στα $\frac{4}{16}$ και $\frac{4}{15}$ θα μπορούσε να είναι ένα από τα ακόλουθα: $\frac{61}{240}, \frac{62}{240}, \frac{63}{240}$, καθώς $\frac{4}{16} = \frac{60}{240}$ και $\frac{4}{15} = \frac{64}{240}$

Μια άλλη εξήγηση είναι:

- Ο μέσος όρος δύο αριθμών βρίσκεται ανάμεσα στους δύο αριθμούς. Επομένως, μπορείς να χρησιμοποιήσεις το μέσο όρο των δύο κλασμάτων.

Αν η δική σου εξήγηση διαφέρει, να τη συζητήσεις με το δάσκαλό σου.

4. α) $0,\dot{7} = \frac{7}{9}$ β) $1,\dot{3}\dot{4} = \frac{133}{99}$

γ) $0,\dot{2}\dot{6} = \frac{26}{99}$ δ) $0,\dot{1}4285\dot{7} = \frac{142857}{999999} = \frac{1}{7}$

ε) $0,0\dot{3}\dot{1} = \frac{31}{990}$ *Υπόδειξη*: Να πολλαπλασιάσεις το $0,0\dot{3}\dot{1}$ με το 1000 και μετά με το 10.

2271 Έχω τη δύναμη

1. γ) 16
   δ) 9
   ε) 27
   στ) 81
   ζ) 100
   η) 1000
   θ) 10000

Το πλήκτρο $\boxed{x^y}$ σου επιτρέπει να υπολογίζεις δυνάμεις.

Π.χ. 5 $\boxed{x^y}$ 2 δίνει $5^2 = 5 \times 5 = 25$

2 $\boxed{x^y}$ 5 δίνει $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

2.

α) 343	δ) 1024	ζ) 216
β) 10000000	ε) 27	η) 20736
γ) 32768	στ) 625	θ) 32768

3.

α) 0,5	ε) 0,3333333 = $0,\dot{3}$	θ) 0,1
β) 0,25	στ) 0,1111111 = $0,\dot{1}$	ι) 0,01
γ) 0,125	ζ) 0,037037 = $0,\dot{0}3\dot{7}$	κ) 0,001
δ) 0,625	η) 0,0123457 = $0,\dot{0}1234567\dot{9}$ *	λ) 0,0001

* Είναι πιθανό το κομπιουτεράκι σου να μην έχει αρκετό χώρο για να δείξει ότι αυτό είναι ένα περιοδικό δεκαδικό ψηφίο.

- x^{-n} σημαίνει $\frac{1}{x^n}$ ο αντίστροφος του x^n.

4.

α) 3,162	ε) 6	θ) 17,321
β) 3	στ) 8,660	ι) 2,236
γ) 4	ζ) 20	κ) 14
δ) 4,472	η) 15	λ) 31,623

- Το $x^{\frac{1}{2}}$ δηλώνει την τετραγωνική ρίζα του x $\rightarrow \sqrt{x}$

5.

α) 2	ε) 7	θ) 7,368
β) 3	στ) 7,937	ι) 1,710
γ) 4	ζ) 10	κ) 5,809
δ) 5	η) 6	λ) 9

- Το $x^{\frac{1}{3}}$ δηλώνει την κυβική ρίζα του x → $\sqrt[3]{x}$

6. α) 4 ε) 16 θ) 1,6
   β) 2 στ) 3 ι) 3,5
   γ) 10 ζ) 4,5 κ) 4,729
   δ) 4 η) 3,6 λ) 10

- Το $x^{\frac{1}{n}}$ δηλώνει τη νιοστή ρίζα του x → $\sqrt[n]{x}$

7. Οι παρακάτω απαντήσεις παρουσιάζουν τις πληκτρολογήσεις που απαιτούνται σε ένα κομπιουτεράκι. Τα πλήκτρα στο δικό σου κομπιουτεράκι μπορεί να είναι διαφορετικά. Να ελέγξεις αν οι δικές σου πληκτρολογήσεις δίνουν την ίδια απάντηση.

Πληκτρολογήσεις Ενδείξεις στην οθόνη

α)		
β)	[7] [x^y] [9] [=]	40353607
	[7] [x^y] [9] [(-)] [=]	2,4781 - 08
γ)	[7] [x^y] [(] [1] [:] [9] [)] [=]	1,2413658

8. Το πλήκρο $\sqrt{\ }$ δίνει αριθμούς υψωμένους στη δύναμη $\frac{1}{2}$. Αν δεν είσαι βέβαιος/η ότι το κομπιουτεράκι σου έχει το συγκεκριμένο πλήκτρο, να το ελέγξεις με το δάσκαλό σου.

Το πλήκτρο $\frac{1}{x}$ δίνει αριθμούς υψωμένους στη δύναμη –1. Αν δεν είσαι σίγουρος/η ότι το κομπιουτεράκι σου έχει το συγκεκριμένο πλήκτρο, να το ελέγξεις με το δάσκαλό σου.

2272 Ευθείες, περιοχές και ανισότητες

1. α) Οποιοδήποτε σημείο πάνω από την ευθεία $y = 4$ θα ικανοποιεί την ανισότητα $y > 4$,
   π.χ (-1, 5) (0, 5) (1, 5) (2, 6) (3, 6), ….
   $5 > 4$ $5 > 4$ $5 > 4$ $6 > 4$ $6 > 4$ …..

   β) Οποιοδήποτε σημείο κάτω από την ευθεία $y = 4$ θα ικανοποιεί την ανισότητα $y < 4$,
   π.χ. (-2, 3) (-1, 3) (4, 3) (6, 2) (6, -2) ….
   $3 < 4$ $3 < 4$ $3 < 4$ $2 < 4$ $-2 < 4$ ….

2. α) $y > -2$ β) $y > 1$

3. Οποιοδήποτε σημείο της περιοχής θα ικανοποιεί τις δύο ανισότητες $y < 4$ και $x < 4$.
   Π.χ. (-2, 3) επειδή $-2 < 4$ και $3 < 4$
   και (3, 2) επειδή $3 < 4$ και $2 < 4$
   ή οποιοδήποτε ζεύγος συντεταγμένων (x, y), όπου $y < 4$ και $x < 4$.

4. α) Οποιοδήποτε σημείο της περιοχής θα ικανοποιεί τις δύο ανισότητες $x > -2$ και $y > -2$.
   Π.χ. (3, 4) επειδή $3 > -2$ και $4 > -2$
   και (15, 3) επειδή $15 > -2$ και $3 > -2$
   ή οποιοδήποτε ζεύγος συντεταγμένων (x, y), όπου $x > -2$ και $y > -2$.

   β) Οποιοδήποτε σημείο της περιοχής θα ικανοποιεί τις δύο ανισότητες $x > -1$ και $y > 1$.
   Π.χ. (3, 4) επειδή $3 > -1$ και $4 > 1$
   και (15, 3) επειδή $15 > -1$ και $3 > 1$
   ή οποιοδήποτε ζεύγος συντεταγμένων (x, y), όπου $x > -1$ και $y > 1$.

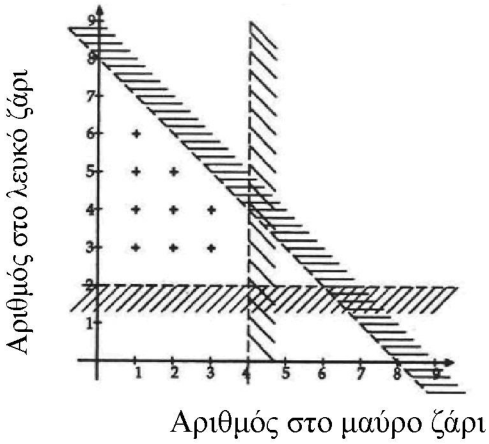
5. Οποιοδήποτε σημείο στην κλειστή περιοχή θα ικανοποιεί τις τρεις ανισότητες.
   Π.χ. (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)

6. α) $y > -2$, $x > -2$ και $x + y < 1$
   Οποιοδήποτε ζεύγος συντεταγμένων (x, y), όπου $y > -2$, $x > -2$ και $x + y < 1$
   π.χ. (0, 0) (1, -1)

   β) $y > 1$, $x > -1$ και $x + y < 5$
   οποιοδήποτε ζεύγος συντεταγμένων (x, y), όπου $y > 1$, $x > -1$ και $x + y < 5$
   π.χ. (1, 2) (0, 4)

7. α) x < 4, y > 2 και x + y < 8

β)



γ) Υπάρχουν μόνον εννέα πιθανές λύσεις, (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 3), (3, 4), επειδή τα ζάρια έχουν μόνο θετικές τιμές.

δ) x > 0

2273 Αλυσίδες με θηλιές

Όταν ο αριθμός που προσθέτεις είναι 2, δεν χρειάζεται να προσθέσεις περισσότερες από 3 φορές πριν διαιρέσεις.

Πάντα σωστό

Αν ξεκινήσεις με ένα πολλαπλάσιο του 3, μπορείς να διαιρέσεις την πρώτη φορά, π.χ. $6 : 3 \rightarrow 2$

Αν ξεκινήσεις με έναν αριθμό κατά 1 μεγαλύτερο από ένα πολλαπλάσιο του 3, μπορείς να διαιρέσεις τη δεύτερη φορά,
π.χ. $7+2 \rightarrow 9 : 3 \rightarrow 3$

Αν ξεκινήσεις με έναν αριθμό κατά 2 μεγαλύτερο από ένα πολλαπλάσιο του 3, μπορείς να διαιρέσεις την τρίτη φορά,
π.χ. $8+2 \rightarrow 10+2 \rightarrow 12 : 3 \rightarrow 4$

Αν ξεκινήσεις με έναν αριθμό κατά 3 μεγαλύτερο από ένα πολλαπλάσιο του 3, έχεις ένα άλλο πολλαπλάσιο του 3.

Όταν ο αρχικός σου αριθμός είναι περιττός και ο αριθμός που προσθέτεις είναι περιττός, η αλυσίδα θα αποτελείται από μονούς αριθμούς.

Δεν είναι σωστό

Περιττός αρχικός αριθμός 3
Περιττός αριθμός που προσθέτεις 7
$3 \rightarrow 1 \rightarrow 8$ άρτιος αριθμός

Κάθε φορά που προσθέτεις έναν περιττό αριθμό με έναν περιττό αριθμό το αποτέλεσμα είναι άρτιος αριθμός, άρα αυτό δεν είναι σωστό.

Όταν ο αριθμός που προσθέτεις είναι πολλαπλάσιο του 3, υπάρχει μια θηλιά στην αλυσίδα.

Δεν είναι σωστό

Να ξεκινήσεις με ένα πολλαπλάσιο του 3 $9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow 16 \rightarrow 19 \ldots$	Αυτή η αλυσίδα συνεχίζεται, δεν υπάρχει θηλιά.
Να ξεκινήσεις με έναν άλλο αριθμό που δεν υπάρχει στην αλυσίδα $2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 11 \rightarrow 14 \rightarrow 17 \rightarrow 20 \rightarrow 23 \rightarrow 26 \ldots$	Συνεχίζεται και πάλι χωρίς θηλιά.
Να ξεκινήσεις με έναν άλλο αριθμό που δεν υπάρχει στις προηγούμενες δύο αλυσίδες. $6 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \ldots$	Ενώνεται με τη δεύτερη αλυσίδα.
$12 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \ldots$	Ενώνεται με την πρώτη αλυσίδα.

15→5→8 . . . Ενώνεται με τη δεύτερη αλυσίδα κ.ο.κ.

Καμία από αυτές τις αλυσίδες δεν έχει θηλιά.

Όταν ο αριθμός που προσθέτεις είναι ίδιος, περιττοί αρχικοί αριθμοί σχηματίζουν μεγαλύτερες αλυσίδες από άρτιους αρχικούς αριθμούς.

Μερικές φορές σωστό

Προσθέτοντας το 4 και με περιττό αρχικό αριθμό το 7
7→11→15→5→9→3 6 αριθμοί στην αλυσίδα

Προσθέτοντας το 4 και με άρτιο αρχικό αριθμό το 8
8→12→4 3 αριθμοί στην αλυσίδα

Ο περιττός αρχικός αριθμός σχηματίζει μεγαλύτερη αλυσίδα
Προσθέτοντας το 5 και με περιττό αρχικό αριθμό το 7
7→12→4→9→3→1→6→2 8 αριθμοί στην αλυσίδα

Προσθέτοντας το 4 και με άρτιο αρχικό αριθμό 11 αριθμοί στην αλυσίδα
8→13→18→6→2→7→12→4→9→3→1

Ο άρτιος αρχικός αριθμός σχηματίζει μεγαλύτερη αλυσίδα.

Όταν ο αρχικός αριθμός είναι άρτιος και ο αριθμός που προσθέτεις είναι περιττός, υπάρχει μια θηλιά στην αλυσίδα.

Μερικές φορές σωστό

Με άρτιο αρχικό αριθμό το 2 και προσθέτοντας τον περιττό αριθμό 7 Έχει μια θηλιά.
2→9→3→1→8→15→5→12→4→11→18→6

Με ζυγό αρχικό αριθμό το 2 και προσθέτοντας το μονό αριθμό 3 Δεν έχει θηλιά.
2→5→8→11→14→17→20→23 . . .

Όταν ο αριθμός που προσθέτεις είναι το 5, υπάρχει μια θηλιά στην αλυσίδα.

Πάντα σωστό

1→6→2→7→12→4→9→3 Θηλιά 1

5→10→15

8→13→18→6→2 . . . Ενώνεται με τη θηλιά 1.

11→16→21→7 . . . Ενώνεται με τη θηλιά 1.

78→26→31→36→12 . . . Ενώνεται με τη θηλιά 1.

811→816→272→277→282→94→99→33→11→16 . . . Ενώνεται με τη θηλιά 1.

2275 Προβλήματα άλγεβρας

Πατατάκια

Επαλήθευση της απάντησής σου.

Να αντικαταστήσεις w = 80

$$15w = 12(w + 20)$$
$$15 \times 80 = 12(80 + 20)$$
$$1200 = 1200$$

Επομένως, w = 80

Σχολικά γεύματα

$$9τρ - 13 = 6τρ + 23$$

Να αφαιρέσεις 6τρ και από τις δύο πλευρές.

$$3τρ - 13 = 23$$

Να προσθέσεις 13 και στις δύο πλευρές.

$$3τρ = 36$$

Να διαιρέσεις και τις δύο πλευρές με το 3.

$$τρ = 12$$

Τα τραπέζια για το δείπνο είναι 12.

Έλεγξες τις απαντήσεις σου;

Σοκολάτες

$$8x = 10\,(x - 5)$$
$$x = 25$$

Οι σοκολάτες στο πρώτο κουτί είναι 25. Έλεγξες την απάντησή σου;

Ηλικία

Η ηλικία του Γιάννη σε τρία χρόνια = $4(x + 3)$

Η ηλικία του Γιάννη τώρα = $4(x + 3) - 3$

Η ηλικία του Γιάννη πριν δύο χρόνια = $7(x - 2)$

Η ηλικία του Γιάννη τώρα = $7(x - 2) + 2$

$$4(x + 3) - 3 = 7(x - 2) + 2$$
$$x = 7$$

Επαλήθευση

$$4(x + 3) - 3 = 7(x - 2) + 2$$
$$4(7 + 3) - 3 = 7(7 - 2) + 2$$
$$37 = 37$$

Επομένως, ο γιος τώρα είναι 7.

Ο Γιάννης είναι 37 χρονών.

Σωρός από πέτρες

Πέτρες στην πρώτη σωρό = $7x$

Πέτρες στην τρίτη σωρό = $x + 18$

Πέτρες στην τρίτη σωρό = $7x - 12$

$$x + 18 = 7x - 12$$
$$x = 5$$

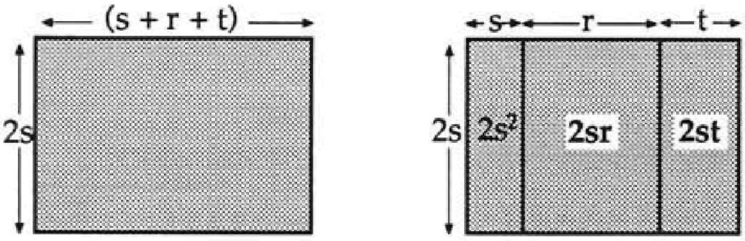
Οι πέτρες στη δεύτερη σωρό είναι 5.

Οι πέτρες στην πρώτη σωρό είναι 35.

Οι πέτρες στην τρίτη σωρό είναι 23. Έλεγξες τις απαντήσεις σου;

2277 Παρενθέσεις

1. Θα πρέπει να έχεις βρει ότι ισχύει η σχέση $\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$, ανεξάρτητα από τις τιμές που έδωσες στα α, β και γ.

2. 

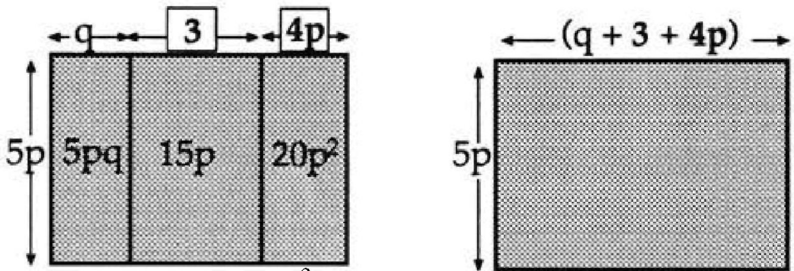
$2s(s + r + t) \quad = \quad 2s^2 + \mathbf{2sr} + \mathbf{2st}$

- Θα πρέπει να έχεις καταλήξει ότι ισχύει η σχέση
$2s(s + r + t) \quad = \quad 2s^2 + 2sr + 2st$, ανεξάρτητα από τις τιμές που θα έδωσες στα s, r και t.

3. α) $3p + 3q$ β) $5a + 5b + 5c$
γ) $x^2 + xy + xz$ δ) $2jk + 2jm + 2jn$
ε) $s + 2st$ στ) $d^2 – d$
ζ) $2e^2 + 4e$ η) $2fg – 2g^2$

- Αντικαθιστώντας με κατάλληλες τιμές, θα πρέπει να έχεις καταλήξει στο συμπέρασμα ότι τα ζεύγη των παραστάσεων είναι ισοδύναμα.

4. Θα πρέπει να έχεις βρει ότι, ανεξάρτητα από τις τιμές που έδωσες στα α, β και γ, ισχύει η σχέση $4\alpha + 4\beta + 12\gamma \quad = \quad 4(\alpha + 2\beta + 3\gamma)$

5. 

$5pq + 15p + 20p^2 \quad = \quad 5p(q + 3 + 4p)$

- Θα πρέπει να έχεις καταλήξει στο συμπέρασμα ότι, ανεξάρτητα από τις τιμές που έδωσες στα p και q, ισχύει η σχέση
$5pq + 15p + 20p^2 \quad = \quad 5p(q + 3 + 4p)$

6. α) $5(p + q + r)$ β) $3(m + n – p)$
γ) $4(s – 20$ δ) $4(4t – 3s)$
ε) $p(2 + 3q – r)$ στ) $f(g – 3 + 4f)$
ζ) $4x(1 + 2y + 3x)$ η) $f(1 + e + 4f)$

- Αντικαθιστώντας με κατάλληλες τιμές, θα πρέπει να έχεις καταλήξει στο συμπέρασμα ότι τα ζεύγη των παραστάσεων είναι ισοδύναμα.

<u>2280 Ίσες γωνίες</u>

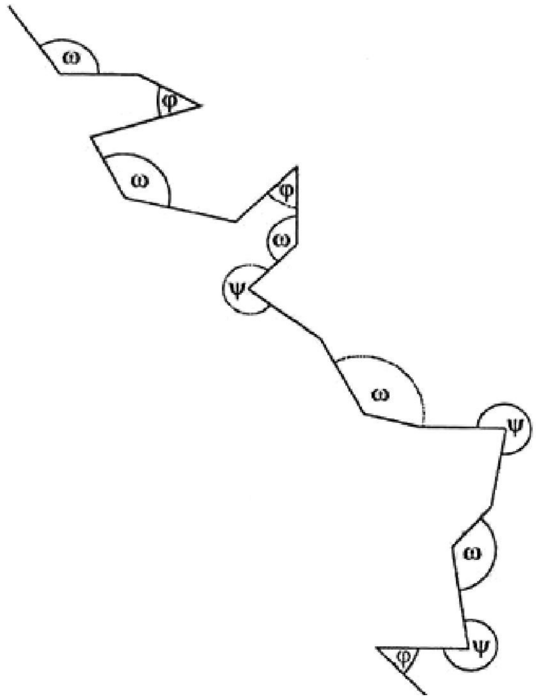
1 & 2. Θα πρέπει να έχεις διαπιστώσει ότι όλες οι γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους. Αν όχι, να ελέγξεις την εργασία σου με το δάσκαλό σου.

3. Οι γωνίες α, γ, δ και ε είναι όλες ίσες μεταξύ τους.

4.

$\hat{A}$	=	$\hat{H}$
$\hat{B}$	=	$\hat{\Lambda}$
$\hat{\Gamma}$	=	$\hat{E}$
$\hat{\Delta}$	=	$\hat{\Theta}$
$\hat{E}$	=	$\hat{\Gamma}$
$\hat{Z}$	=	$\hat{K}$
$\hat{H}$	=	$\hat{A}$
$\hat{\Theta}$	=	$\hat{\Delta}$
$\hat{I}$	=	$\hat{M}$
$\hat{K}$	=	$\hat{Z}$
$\hat{\Lambda}$	=	$\hat{B}$
$\hat{M}$	=	$\hat{I}$

5.

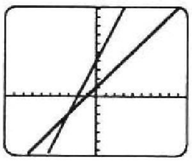


2281 Ταυτόχρονο ταίριασμα

Α

Συστήματα εξισώσεων	**Οθόνη στο κομπιουτεράκι**	**Λύση**	**Έλεγχος**
1.	**γ.**		**2 = 12 – 10 ✓** **2 = 8 - 6 ✓**
2.	**α.**	**(iii)**	**5 = 0 + 5 ✓** **5 = 5 – 0 ✓**
3.	**δ.**	**(ii)**	**-1 = -4 + 3 ✓** **-1 = 8 – 9 ✓**
4.	**β.**	**(i)**	**-2 = 3 – 5 ✓** **-2 = -2 ✓**

Β



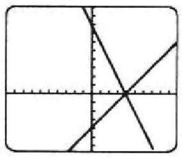
x = -3, y = -2

-2 = -3 + 1 ✓
-2 = -6 + 4 ✓

Γ **y = -x** **x = 2, y = -2** **-2 = -2 ✓**
y = 8 – 2x **-2 = 2 – 4 ✓**

Δ Υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις. Ακολουθούν ένα σύστημα εξισώσεων με λύση το ζεύγος τιμών που δόθηκε και το αποτέλεσμα της οθόνης στο κομπιουτεράκι.

y = x – 4
y = 8 – 2x



0 = 4 – 4 ✓
0 = 8 – 8 ✓

Θα πρέπει να ελέγξεις τις απαντήσεις σου, αντικαθιστώντας τους αγνώστους στο δικό σου σύστημα εξισώσεων με τη λύση.

2283 Άλματα

Παρακάτω, δίνονται τα αποτελέσματα έξι μαθητών:

Όνομα	**Μέγεθος άλματος**
Δημήτρης	120 εκ
Γιώργος	160 εκ
Μπάμπης	185 εκ
Στράτος	160 εκ
Αθηνά	170 εκ
Νίκος	180 εκ

Τα άλματα, ξεκινώντας από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο, είναι:
120, 160, 160, 170, 180, 185
Ήταν παρόμοιες οι απαντήσεις σου;
Ποιος έκανε το μεγαλύτερο άλμα;

2293 Αρνητικές ακολουθίες

1.	-6,	-9,	-12	Ο κανόνας είναι αφαιρώ 3.
2.	-8,	-12,	-16	Ο κανόνας είναι αφαιρώ 4.
3.	2,	4,	6	Ο κανόνας είναι προσθέτω 2.
4.	-4,	-9,	-14	Ο κανόνας είναι αφαιρώ 5.
5.	-5,	-9,	-13	Ο κανόνας είναι αφαιρώ 4.
6.	18,	26,	34	Ο κανόνας είναι προσθέτω 8.
7.	2,	-4,	-10	Ο κανόνας είναι αφαιρώ 6.

2294 Άθροισμα, γινόμενο και διαφορά

Άθροισμα

1.

(α) Το άθροισμα του 2 και του 4 είναι το 6. 2+4= 6

(β) Το άθροισμα του 3 και του 5 είναι το 8. 3+5= 8

(γ) Το άθροισμα του 10 και του 2 είναι το 12. 10+2=12

(δ) Το άθροισμα του 9 και του 5 είναι το 14. 9+5=14

(ε) Το άθροισμα του 7 και του 8 είναι το 15. 7+8=15

Γινόμενο

2.

(α) Το γινόμενο του 2 επί το 4 είναι το 8 2×4= 8

(β) Το γινόμενο του 3 επί το 5 είναι το 15. 3×5=15

(γ) Το γινόμενο του 10 επί το 2 είναι το 20. 10×2=20

(δ) Το γινόμενο του 9 επί το 5 είναι το 45. 9×5=45

(ε) Το γινόμενο του 7 επί το 8 είναι το 56. 7×8=56

Διαφορά

3.

(α) Η διαφορά μεταξύ του 2 και του 4 είναι το 2. 4-2=2

(β) Η διαφορά μεταξύ του 3 και του είναι το 2. 5-3=2

(γ) Η διαφορά μεταξύ του 10 και του 2 είναι το 8. 10-2=8

(δ) Η διαφορά μεταξύ του 9 και του 5 είναι το 4. 9-5=4

(ε) Η διαφορά μεταξύ του 7 και του 8 είναι το 1. 8-7=1

Και οι τέσσερις πράξεις

4.

		Άθροισμα	Γινόμενο	Διαφορά
(α)	2 και 4	2 + 4=6	2 × 4= 8	4-2=2
(β)	6 και 3	6 + 3=9	6 × 3=18	6-3=3
(γ)	7 και 9	7 + 9=16	7 × 9=63	9-7=2
(δ)	5 και 1	5 + 1= 6	5 × 1= 5	5-1=4
(ε)	3 και 11	3 +11=14	3 ×11=33	11-3=8

5.

(α) Το άθροισμα του 15 με το 9 είναι το 24. 15+9=24

(β) Η διαφορά ανάμεσα στο 18 και στο 6 είναι το 12. 18-6=12

(γ) Το γινόμενο του 5 επί το 9 είναι το 45. 5×9=45

(δ) Το γινόμενο του 8 επί το 6 είναι το 48. 8×6=48

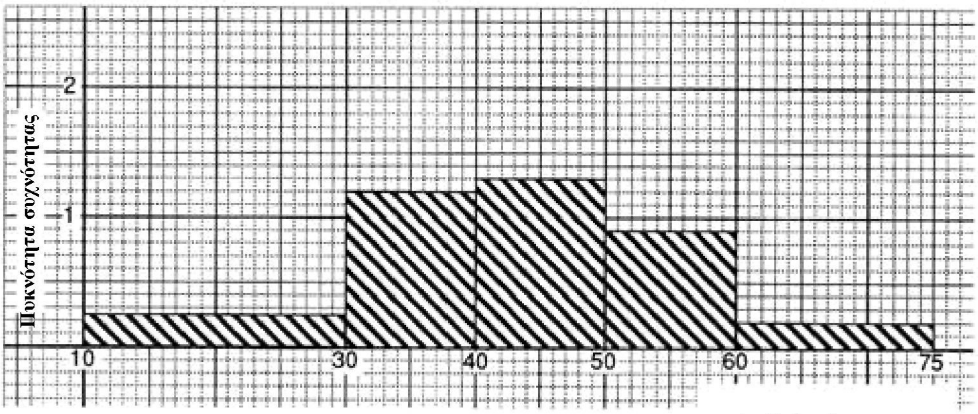
(ε) Το άθροισμα του 8 με το 6 είναι το 14. 8+6=14

2295 Ιστογράμματα

1. α)

Αριθμός ρίψεων	Συχνότητα	Συχνότητα διαστημάτων	Πυκνότητα συχνότητας
10 -29	5	20	5 : 20 = 0,25
30-39	12	10	12 : 10 = 1,2
40-49	13	10	13 : 10 = 1,3
50-59	9	10	9 : 10 = 0,9
60-74	3	15	3 : 15 = 0,2
75-	0	0	0 : 0 = 0

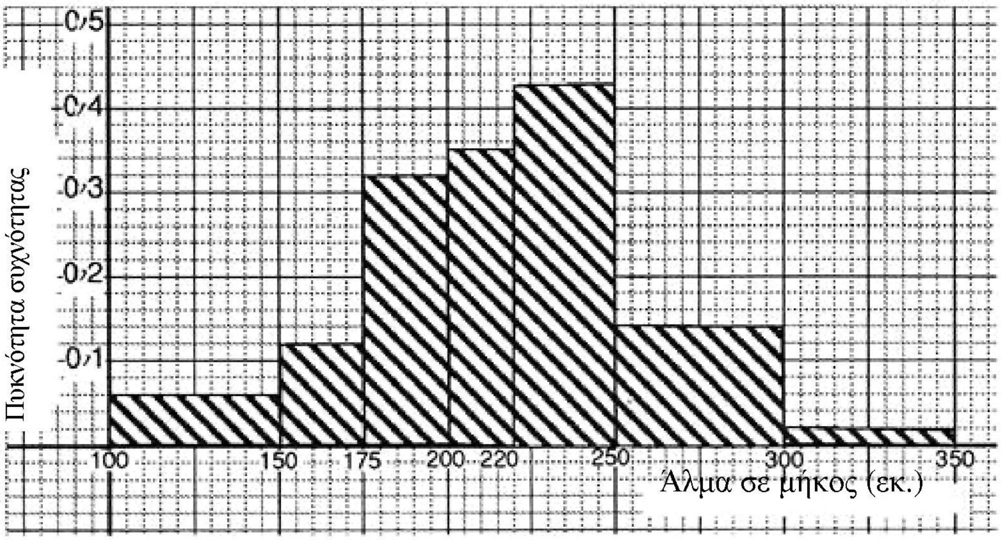
β)



2. α)

Μήκος άλματος (Μ) σε εκ.	Συχνότητα	Κλάση διαστημάτων	Πυκνότητα συχνότητας
$100 \leq M < 150$	3	50	0,06
$150 \leq M < 175$	3	25	**0,12**
$175 \leq M < 200$	8	25	**0,32**
$200 \leq M < 220$	7	**20**	**0,35**
$220 \leq M < 250$	13	**30**	$\mathbf{0,4\dot{3}}$
$250 \leq M < 300$	7	**50**	**0,14**
$300 \leq M < 350$	1	**50**	**0,02**

2. β)



3. α) 0,8 × 15 = 12 μαθητές

   β) 6 μαθητές

   γ) 25 μαθητές

   δ) Απαντήσεις όπως οι ακόλουθες:

Ο ίδιος αριθμός μαθητών μπορεί να εκτελέσει μόνο μεταξύ 0 και 14.
Περισσότεροι μαθητές στο πρώτο σχολείο μπορούν να εκτελέσουν μεταξύ 20 και 25 (13 σε σύγκριση με τους 10).
Περισσότεροι μαθητές στο δεύτερο σχολείο μπορούν να εκτελέσουν μεταξύ 25 και 44 κάμψεων. (16 σε σύγκριση με τους 12 μαθητές στο άλλο σχολείο.)

2297 Πιο δύσκολες αρνητικές ακολουθίες

1. 6, 4, 0, -6 -14, **-24,** **-36,** **-50,** -66

   \ / \ / \ / \ /

   -2 -4 **-6** **-8**

   Ο κανόνας είναι **να αφαιρείς δύο περισσότερα κάθε φορά.**

2. 13, 11, 10, 10, 11, **13,** **16,** **20,** 25

   \ / \ / \ / \ /

   -2 **-1** 0 -1

   Ο κανόνας είναι **να αφαιρείς ένα λιγότερο κάθε φορά.**

3. **4,** **5,** **7,** Ο κανόνας είναι **να αφαιρείς ένα λιγότερο κάθε φορά.**

4. **-7,** **-7,** **-5** Ο κανόνας είναι **να αφαιρείς δύο λιγότερα κάθε φορά.**

5. **7,** **3,** **-2** Ο κανόνας είναι **να προσθέτεις ένα λιγότερο κάθε φορά.**

6. **13,** **12,** **10** Ο κανόνας είναι **να προσθέτεις ένα λιγότερο κάθε φορά.**

7. **-30** **-62** **-126** Ο κανόνας είναι **να αφαιρείς τα διπλά κάθε φορά.**
8. **-8,** **-10,** **-13** Ο κανόνας είναι **να προσθέτεις ένα λιγότερο κάθε φορά.**

9. **6,** **4,** **3** Ο κανόνας είναι **να αφαιρείς τα μισά κάθε φορά.**

10. **-108,** **-236,** **-492** Ο κανόνας είναι **να αφαιρείς τα διπλά κάθε φορά.**

2302 Γωνίες προσανατολισμού

1. 390 μ.

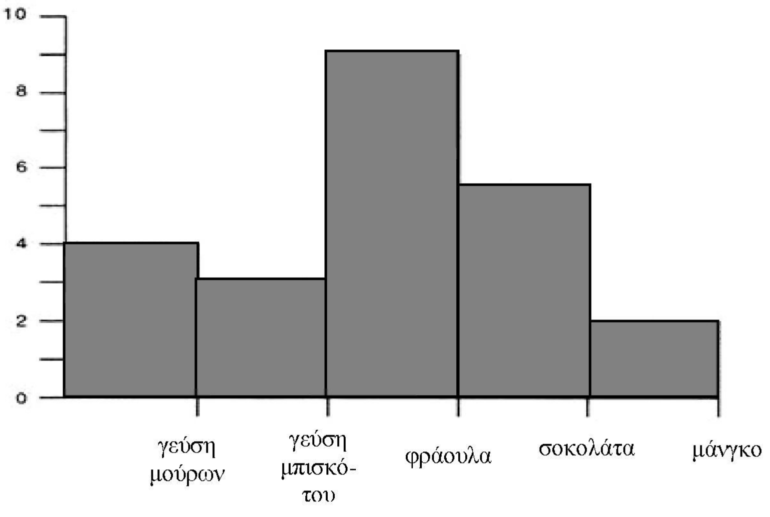
2.

Γωνία προσανατολισμού του Β ως προς το Α	Από το Α στο Β απόσταση στο διάγραμμα	Από το Α στο Β πραγματική απόσταση
Α. 028°	5,6 εκ.	560 μ.
Β. 252°	3,4 εκ.	340 μ.
Γ. 063°	4,9 εκ.	490 μ.
Δ. 205°	4,0 εκ.	400 μ.
Ε. 020°	9,5 εκ.	950 μ.
Στ. 300°	4,5 εκ.	450 μ.

Οι απαντήσεις σου μπορεί να διαφέρουν λίγο.
Αν όμως είναι πολύ διαφορετικές, να τις δείξεις στο δάσκαλό σου.

2304 Αγαπημένη γεύση παγωτού

1. Η γεύση σοκολάτας ήταν αυτή που συγκέντρωσε τις περισσότερες προτιμήσεις στην τάξη της Ζωής.
2. Τα αποτελέσματα της έρευνας που έκανε μια μαθήτρια, η Τζένη στην τάξη της παρουσιάζονται παρακάτω:



Η γεύση που συγκεντρώνει τις περισσότερες προτιμήσεις είναι η φράουλα

3. Εξετάζοντας τα αποτελέσματα της έρευνας, η Τζένη αποφάσισε να αγοράσει 2 συσκευασίες παγωτό φράουλα, 1 συσκευασία παγωτό σοκολάτα και 1 συσκευασία παγωτό με γεύση μούρων.
Με βάση τα αποτελέσματα της δικής σου έρευνας, θα αγόραζες τέσσερις διαφορετικές γεύσεις;
Να δείξεις τα αποτελέσματα στο δάσκαλό σου και να του εξηγήσεις για ποιο λόγο κατέληξες σε αυτήν την απόφαση.

2311 Ας αρχίσουμε με 60 μοίρες

1.&2. Να ελέγξεις τις κατασκευές σου, μετρώντας τις γωνίες με ένα μοιρογνωμόνιο.

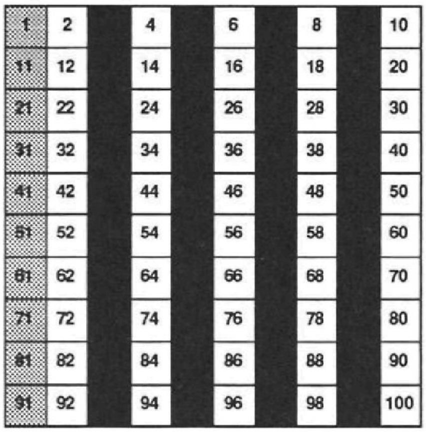
Υποδείξεις:
Το μισό των $60^o=30^o$
Το μισό των $30^o=15^o$

Πώς μπορείς να χρησιμοποιήσεις την παραπάνω πληροφορία για να κατασκευάσεις μια γωνία 75^o;

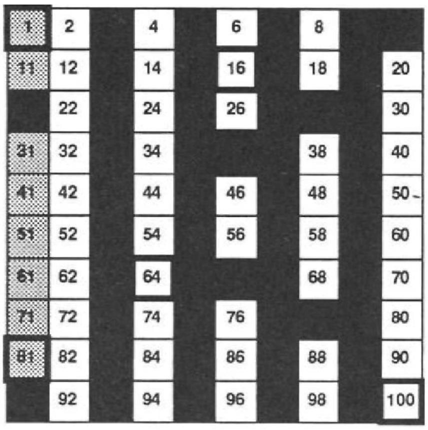
2312 Πρόκληση αριθμών

Υποδείξεις

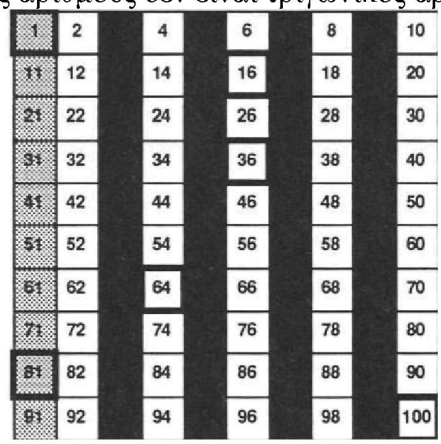
- Το γεγονός ότι «ένας από τους αριθμούς είναι κατά μία μονάδα μεγαλύτερος από ένα πολλαπλάσιο του δέκα» σε συνδυασμό με το στοιχείο ότι «δύο από τους αριθμούς είναι άρτιοι» οδηγούν στο συμπέρασμα ότι όλοι οι αριθμοί στο πλέγμα είναι πιθανές λύσεις.



- Το γεγονός ότι ένας αριθμός είναι η τετραγωνική ρίζα ενός από τους αριθμούς οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο άλλος αριθμός είναι ένας τετράγωνος αριθμός.



- Κανένας από τους αριθμούς δεν είναι τριγωνικός αριθμός.



Είναι απαραίτητο να ελέγξεις τη λύση που βρήκες ώστε να ικανοποιεί όλες τις προϋποθέσεις.

2313 Αναποδογυρίζοντας τις κάρτες

Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικές δυνατές απαντήσεις για κάθε παιχνίδι. Αν οι δικές σου απαντήσεις είναι πολύ διαφορετικές, να τις δείξεις στο δάσκαλό σου.

Παιχνίδι 2
α) Να προβλέψεις ότι το επόμενο τραπουλόχαρτο είναι ***μεγαλύτερο.***
β) Επειδή έχουν απομείνει τέσσερα μεγαλύτερα τραπουλόχαρτα και μόνο δύο μικρότερα.

Παιχνίδι 3
α) Να προβλέψεις ότι το επόμενο τραπουλόχαρτο είναι ***μικρότερο.***
β) Επειδή έχουν απομείνει τρία μικρότερα και δύο μόνο μεγαλύτερα τραπουλόχαρτα.

Παιχνίδι 4
α) Να προβλέψεις ότι το επόμενο τραπουλόχαρτο είναι ***μεγαλύτερο.***
β) Επειδή έχει απομείνει μόνο το τραπουλόχαρτο 6, είναι βέβαιο ότι είναι μεγαλύτερο.

Παιχνίδι 5
α) Δεν είναι δυνατό να γίνει πρόβλεψη.
β) Επειδή έχουν απομείνει τρία μεγαλύτερα και τρία μικρότερα τραπουλόχαρτα.

Παιχνίδι 6
α) Να προβλέψεις ότι το επόμενο τραπουλόχαρτο είναι **μικρότερο**.
β) Επειδή όλα τα τραπουλόχαρτα είναι μικρότερα του 9, μπορείς να είσαι **βέβαιος** γι' αυτήν την πρόβλεψη.

2314 Περιγράφοντας ακολουθίες

Α. Περιγραφή	**Ακολουθία**
1. Προσθέτεις 5	4, 9, 14, **19**, **24**, **29**
2. Αφαιρείς 4	20, 16, 12, **8**, **4**, **0**
3. Προσθέτεις 1 περισσότερο κάθε φορά	2, 3, 5, **8**, **12**, **17**
4. Διαιρείς με το 2	16, 8, 4, **2**, **1**, **1/2**
5. Πολλαπλασιάζεις με το 3	2, 6, 18, **54**, **162**, **486**
6. Αφαιρείς ένα λιγότερο κάθε φορά	50, 41, 33, **26**, **20**, **15**

Β. Ακολουθία	**Περιγραφή**
1. 5, 9, 13, 17, **21**, **25**	Προσθέτεις τέσσερα
2. 81, 27, 9, 3, 1, 1/3	Διαιρείς με το τρία
3. 3, 11, 18, 24, **29**, **33**	Προσθέτεις ένα λιγότερο κάθε φορά
4. 42, 36, 30, 24,**18**, **12**	Αφαιρείς έξι
5. 3, 6, 12, 24, **48**, **96**	Πολλαπλασιάζεις με το δύο
6. 40, 38, 35, 31, **26**, **20**	Αφαιρείς ένα περισσότερο κάθε φορά

2315 Μετρώντας με το χάρακα

1. Το ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος **6 εκ.**
2. α) Το ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος **3 εκ.**
   β) Το ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος **7 εκ.**
   γ) Το ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος **4 εκ.**
3. Να παρουσιάσεις τα ευθύγραμμα τμήματα που χάραξες στο δάσκαλό σου.
4. α) 6 εκ.

   Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα έχει διπλάσιο μήκος. Έχει 12 εκ. μήκος
   (6εκ × 2 = 12 εκ)

   β) 2 εκ.

   Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα έχει διπλάσιο μήκος. Έχει 4 εκ. μήκος
   (2 εκ × 2 = 4 εκ.)

   γ) 4 εκ.

   Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα έχει διπλάσιο μήκος. Έχει 8 εκ. μήκος
   (4 εκ × 2 = 8 εκ.)
5. α) 6 εκ + 4 εκ = 10 εκ.
   β) 3 εκ + 6 εκ = 9 εκ.
   γ) 7 εκ + 4 εκ = 11 εκ.
6. Να παρουσιάσεις τις τεθλασμένες γραμμές στο δάσκαλό σου.

2318 Μια πρόκληση του μέσου όρου!

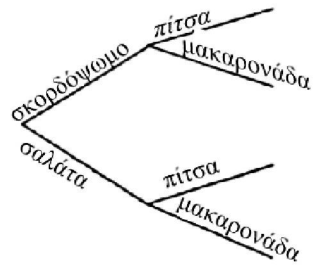
1. 11
2. 16 κιλά
3. 13 χρόνια
4. 10 αχλάδια
5. Τουλάχιστον 90%
6. 85 κιλά
7. 8, 8, 3, 7, 9 *ή* 10, 10, 1, 5, 9 *ή* 10, 10, 3, 5, 7

2319 Πίτσα ή μακαρονάδα;

1.

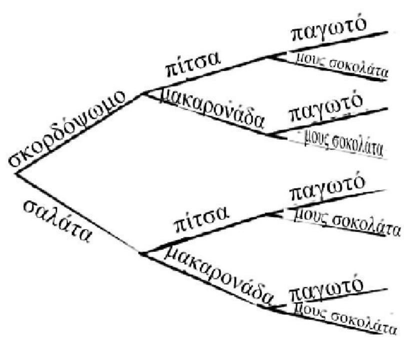
	Για αρχή	Κυρίως πιάτο
1.	Σκορδόψωμο	Πίτσα
2.	Σκορδόψωμο	Μακαρονάδα
3.	Σαλάτα	Πίτσα
4.	Σαλάτα	Μακαρονάδα

2. Για αρχή Κυρίως πιάτο Γεύμα



- σκορδόψωμο, πίτσα
- σκορδόψωμο, μακαρονάδα
- σαλάτα, πίτσα
- σαλάτα, μακαρονάδα

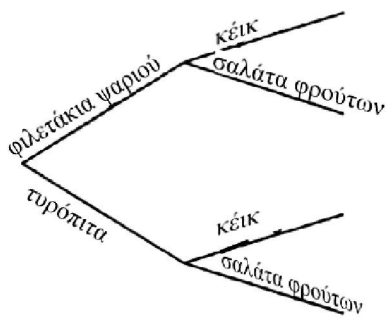
3. Για αρχή Κυρίως πιάτο Επιδόρπιο Γεύμα



- σκορδόψωμο, πίτσα, παγωτό
- σκορδόψωμο, πίτσα, μους σοκολάτας
- σκορδόψωμο, μακαρονάδα, παγωτό
- σκορδόψωμο, μακαρονάδα, μους σοκολάτας
- σαλάτα, πίτσα, παγωτό
- σαλάτα, πίτσα, μους σοκολάτας
- σαλάτα, μακαρονάδα, παγωτό
- σαλάτα, μακαρονάδα, μους σοκολάτας

4. Η Έλενα μπορεί να επιλέξει από 8 διαφορετικά γεύματα.

5. (α) Κυρίως πιάτο Επιδόρπιο Γεύμα

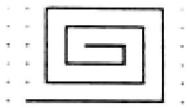


- φιλετάκια ψαριού, κέικ
- φιλετάκια ψαριού, σαλάτα φρούτων
- τυρόπιτα, κέικ
- τυρόπιτα, σαλάτα φρούτων

(β) Υπάρχουν 4 διαφορετικά γεύματα.

2320 Σπειροειδή σχέδια

1. γ) 3, 2, 4, 3, 5, 4, 6, 5, 7, 6, ...



Θα μπορούσες να ελέγξεις τις προβλέψεις σου συνεχίζοντας την ακολουθία.

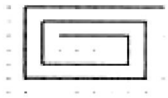
2.

3.

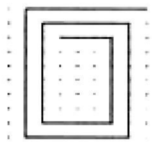
Η ακολουθία (ι)	ταιριάζει με την περιγραφή	Β ή Α
Η ακολουθία (ιι)	ταιριάζει με την περιγραφή	Α ή Β
Η ακολουθία (ιιι)	ταιριάζει με την περιγραφή	Δ
Η ακολουθία (ιν)	ταιριάζει με την περιγραφή	Γ

4.

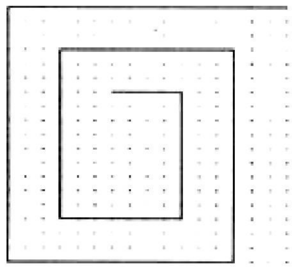
Αυτό το σπιράλ ταιριάζει με την ακολουθία (ι) και με την περιγραφή Β ή Α.



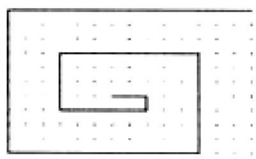
Αυτό το σπιράλ ταιριάζει με την ακολουθία (ιι) και με την περιγραφή Α ή Β.



Αυτό το σπιράλ ταιριάζει με την ακολουθία (ιιι) και με την περιγραφή Δ.

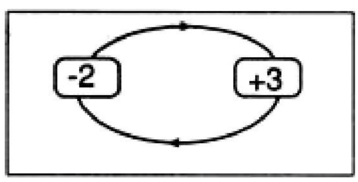


Αυτό το σπιράλ ταιριάζει με την ακολουθία (ιν) και με την περιγραφή Γ.



5. Η ακολουθία είναι: 4, 2, 5, 3, 6, 4, ..

Η περιγραφή είναι:



2321 Το παιχνίδι της άλγεβρας

Παρακάτω, παρουσιάζεται η αρχή ενός παιχνιδιού.

Κανόνας άλγεβρας	d	Εργασία	Μετακινήσεις	Βαθμολογία
d+2	4	d+2=4+2=6	6	6
2d	3	2d=(2×3)=6	6	12
2(d+3)	1	2(d+3)=2(1+3)=8	8	20
d-5	2	d-5=2-5=-3	-3	17
5+3d	2	5+3d=5+(3×2)=11	11	28
3(d-6)	4	3(d-6)=3×(4-6)=-6	-6	22
4(d+2)	6	4(d+2)=4×(6+2)=32	32	54

Να βεβαιωθείς ότι παρουσίασες την εργασία σου στο σύνολό της.
Να ζητήσεις από τους υπολοίπους της ομάδας σου να ελέγξουν τις απαντήσεις.

2322 Το παιχνίδι της άλγεβρας 2

Αυτοί είναι οι πιθανοί τρόποι με τους οποίους το παιχνίδι θα μπορούσε να είχε αρχίσει.

Αν είχες φέρει	Θέση στην οποία θα είχες καταλήξει
1	2(d – 3)
2	-(-d)
3	-2 + d
4	-d + 7
5	(d – 4)(d + 1)
6	-(d – 2)

Να φροντίσεις να παρουσιάσεις λεπτομερώς την εργασία σου. Να ζητήσεις από τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας σου να ελέγξουν τις απαντήσεις σου.

<u>2325 Ομαδοποίηση δεδομένων</u>

Μέσος όρος ομαδοποιημένων στοιχείων της Β΄ Γυμνασίου καταχωρημένων σε ομάδες των 10.

α)

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν	Διάμεσος	Συχνότητα	Διάμεσος x Συχνότητα
41-50	45,5	6	273
51-60	55,5	24	1332
61-70	65,5	18	**1179**
71-80	**75,5**	14	**1057**
81-90	**85,5**	11	**940,5**
91-100	**95,5**	29	**2769,5**
101-110	**105,5**	27	**2848,5**
111-120	**115,5**	27	**3118,5**
121-130	**125,5**	18	**2259**
131-140	**135,5**	5	**677,5**
Σύνολο		179	**16454,5**

β) $\frac{16454,5}{179}$ = 91,92 = 92 κατά προσέγγιση μονάδας

Μια εκτίμηση για το μέσο όρο του αριθμού δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν είναι 92.

Στοιχεία της Β΄ Γυμνασίου σε ομάδες των 20

γ)

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν	Διάμεσος	Συχνότητα	Διάμεσος x Συχνότητα
41-60	50,5	30	1515
61-80	70,5	32	2256
81-100	**90,5**	40	**3620**
101-120	**110,5**	54	**5967**
121-140	**130,5**	23	**3001,5**
Σύνολο		179	**16359,5**

δ) = 91,39 = 91

Μια εκτίμηση για το μέσο όρο του αριθμού δραστηριοτήτων που συμπληρώθηκαν είναι 91.

ε) Η εκτίμηση για το μέσο όρο των στοιχείων που καταχωρήθηκαν σε ομάδες των 10 διαφέρει από την εκτίμηση για το μέσο όρο των στοιχείων που καταχωρήθηκαν σε ομάδες των 20 αλλά όχι σημαντικά. Μια εξήγηση γι' αυτό είναι ότι τα διαστήματα κλάσεων δεν παρουσιάζουν την ίδια συχνότητα. Επομένως, το αποτέλεσμα της Διαμέσου × Συχνότητα θα είναι διαφορετικό.

Επικρατούσα Ομάδα των ομαδοποιημένων στοιχείων της Β΄ Γυμνασίου σε ομάδες των 20

2.

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE	Συχνότητα
41-60	30
61-80	32
81-100	40
101-120	54
121-140	23
Σύνολο	179

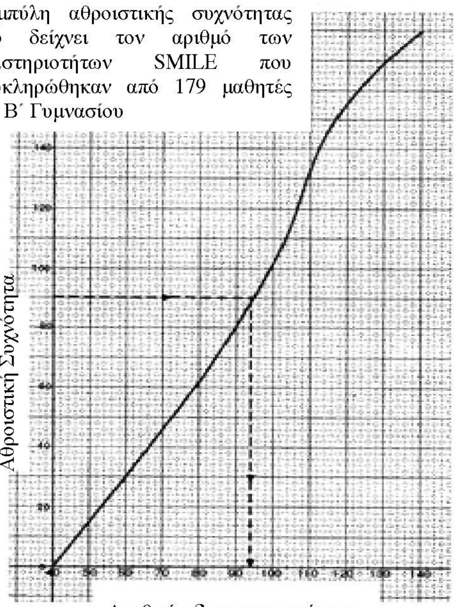
Η επικρατούσα ομάδα είναι 101 – 120.

Η διάμεσος των ομαδοποιημένων στοιχείων της Β΄ Γυμνασίου σε ομάδες των 20

3. α)

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν	Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
41-60	30	30
61-80	32	62
81-100	40	102
101-120	54	156
121-140	23	179
Σύνολο		179

Καμπύλη αθροιστικής συχνότητας που δείχνει τον αριθμό των δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν από 179 μαθητές της Β΄ Γυμνασίου



β) Η υπολογιζόμενη διάμεσος του συνόλου των δραστηριοτήτων SMILE δεν είναι η ίδια, όταν τα στοιχεία είναι καταχωρημένα σε ομάδες των 20. Η υπολογιζόμενη διάμεσος είναι 94.

Γ΄ Γυμνασίου

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν	Διάμεσος	Συχνότητα	Διάμεσος x Συχνότητα
51-60	55,5	5	277,5
61-70	65,5	12	786
71-80	75,5	21	1585,5
81-90	85,5	28	2394
91-100	95,5	32	3056
101-110	105,5	40	4220
111-120	115,5	25	2887,5
121-130	125,5	17	2133,5
131-140	135,5	4	542
141-150	145.5	1	145,5
Σύνολο		185	18027,5

= 97,45 = 97

Η εκτίμηση για το μέσο όρο του αριθμού των δραστηριοτήτων SMILE είναι 97.

β)

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν	Συχνότητα
51-60	5
61-70	12
71-80	21
81-90	28
91-100	32
101-110	40
111-120	25
121-130	17
131-140	4
141-150	1
Σύνολο	185

Η επικρατούσα ομάδα είναι η 101 – 110.

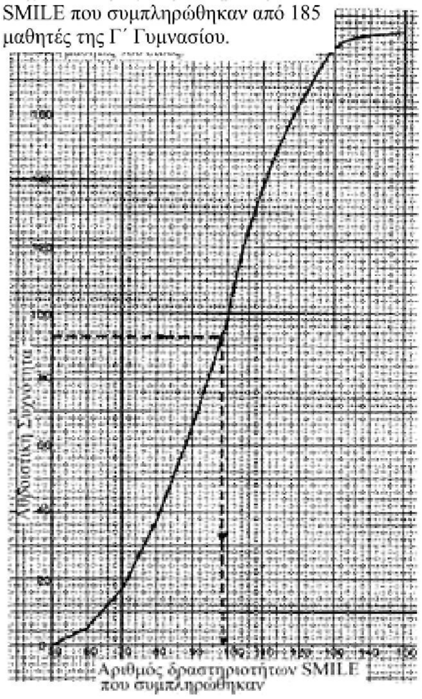
4.

γ)

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που συμπληρώθηκαν	Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
51 - 60	5	5
61 - 70	12	17
71 - 80	21	38
81 - 90	28	66
91 - 100	32	98
101 - 110	40	138
111 - 120	25	163
121 - 130	17	180
131 - 140	4	184
141 - 150	1	185
Σύνολο		185

Ο υπολογιζόμενος μέσος όρος των δραστηριοτήτων SMILE είναι 98.

Καμπύλη αθροιστικής συχνότητας που δείχνει τον αριθμό δραστηριοτήτων SMILE που συμπληρώθηκαν από 185 μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου.



4. Σύγκριση στοιχείων καταχωρημένων σε ομάδες των 10

	Υπολογιζόμενος μέσος όρος	Υπολογιζόμενη επικρατούσα ομάδα	Υπολογιζόμενη μέση
Β΄ Γυμνασίου	92	91 – 100	98
Γ΄ Γυμνασίου	97	101 – 110	98

Παρόλο που η υπολογιζόμενη διάμεσος είναι ίδια και στις δύο τάξεις, ο μέσος όρος και η επικρατούσα ομάδα που υπολογίζονται έχουν υψηλότερες τιμές στη Γ΄ Γυμνασίου. Οι μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου εργάστηκαν περισσότερο από τους μαθητές της Β΄ Γυμνασίου.