

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ  
0500-1137  
ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΑΠΟ ΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ  
SMILE MATHEMATICS, 1997



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ  
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ  
Επιχειρησιακό πρόγραμμα  
Εκπαίδευσης και Αρχικής  
Επαγγελματικής Κατάρτισης

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ**  
**ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ**

Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 0500 - 1137  
Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό  
SMILE Mathematics, 1997





ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ  
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ  
Επιχειρησιακό πρόγραμμα  
Εκπαίδευσης και Αρχικής  
Επαγγελματικής Κατάρτισης

---

ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ

Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 0500 - 1137  
Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό  
SMILE Mathematics, 1997

Αθήνα, 2007

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007**

**ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ ΜΕΤΡΟ 1.1 ΕΝΕΡΓΕΙΑ 1.1.1**

**ΦΟΡΕΑΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ: ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ/ΕΛΚΕ**

**ΥΠΕΥΘΥΝΕΣ ΕΡΓΟΥ: ANNA ΦΡΑΓΚΟΥΔΑΚΗ - ΘΑΛΕΙΑ ΔΡΑΓΩΝΑ**

Η ΠΡΑΞΗ ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΚΟΙΝΟΤΙΚΟΥΣ ΠΟΡΟΥΣ (ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ)  
ΚΑΙ ΕΘΝΙΚΟΥΣ ΠΟΡΟΥΣ ΚΑΤΑ 80% ΚΑΙ 20% ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ, ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΕΡΓΟΥ

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΟΝΟΜΗ ΜΑΘΗΣΗ**

Απαντήσεις στις Δραστηριότητες 0500 - 1137. Προσαρμογή από το Εκπαιδευτικό Υλικό SMILE Mathematics, 1997

**Επιστημονική Επιμέλεια ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΣΑΚΟΝΙΔΗΣ**

**Μετάφραση - Προσαρμογή ANNA ΚΛΩΘΟΥ**

**Ηλεκτρονική Επεξεργασία ΑΧΜΕΤ ΝΙΖΑΜ**

Τίτλος πρωτοτύπου: SMILE Mathematics

Copyright: SMILE CENTRE, 1997

Copyright για την ελληνική γλώσσα: ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ “ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005 - 2007”

Παραγωγή: ON DEMAND A.E.

---

**0500 Μήπως μπορείτε να με βοηθήσετε;**

1. • Δεν είναι δυνατόν να πάει κάποιος από το σταθμό Εθνικής Αμύνης στην Κηφισιά χωρίς να αλλάξει τρένα.  
• Οι διαδρομές που ακολουθούν είναι οι 2 περισσότερο λογικές διαδρομές:
  - i) Εθνικής Αμύνης – Σύνταγμα (μπλε γραμμή)  
Σύνταγμα – Ομόνοια (κόκκινη γραμμή)
  - ii) Ομόνοια – Κηφισιά (πράσινη γραμμή)  
Σύνταγμα – Αττική (κόκκινη γραμμή/πράσινη γραμμή)
- Οι παραπάνω δύο διαδρομές είναι περίπου ίδιας διάρκειας...
- ... η διαδρομή μέσω Αττικής περνάει κοντά από το Σταθμό Λαρίσης.
- Υπάρχουν 21 σταθμοί στην πρώτη διαδρομή και 22 στη δεύτερη.

2. Ο χάρτης του Υπόγειου Σιδηρόδρομου είναι καταλληλότερος για να βρει κάποιος διαδρομές, τον αριθμό των σταθμών, σε ποια σημεία μπορεί να αλλάξει τρένα κ.λπ.

Ο τουριστικός χάρτης της Αθήνας είναι καταλληλότερος για να υπολογίσει κανείς αποστάσεις, να σημειώσει τη θέση διάφορων τοποθεσιών όπως η Ακρόπολη κ.λπ.

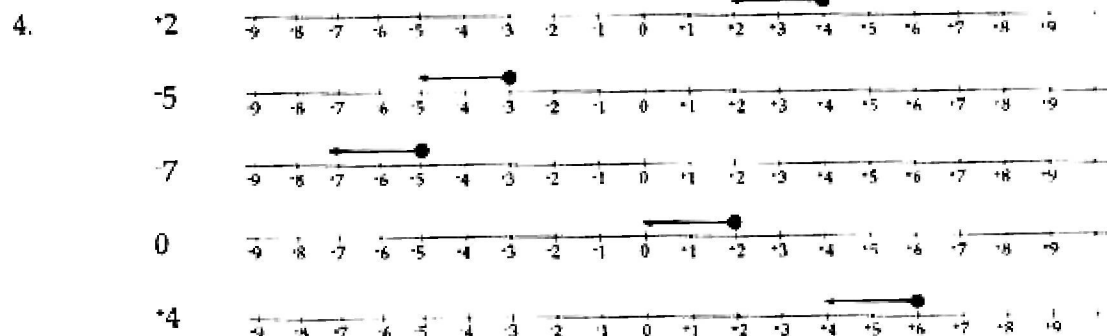
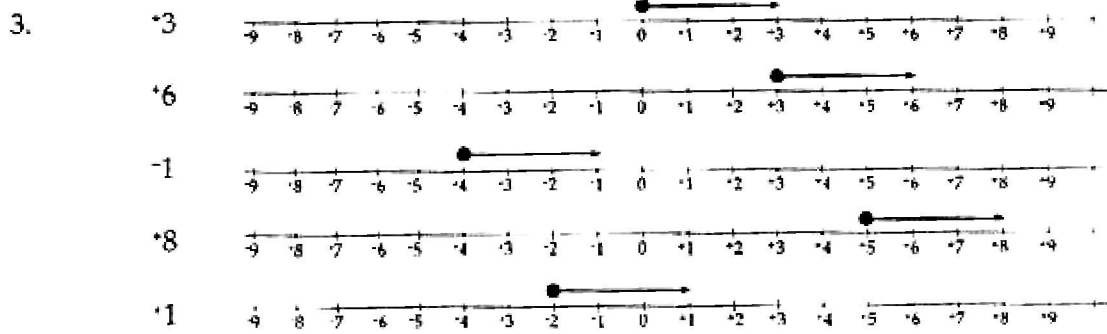
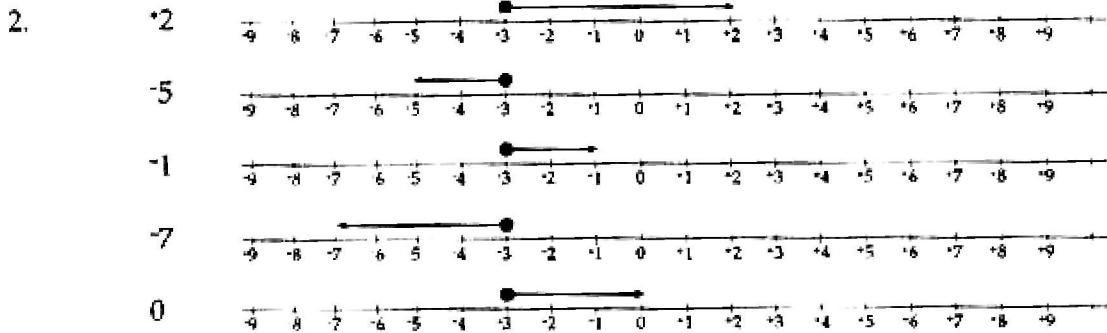
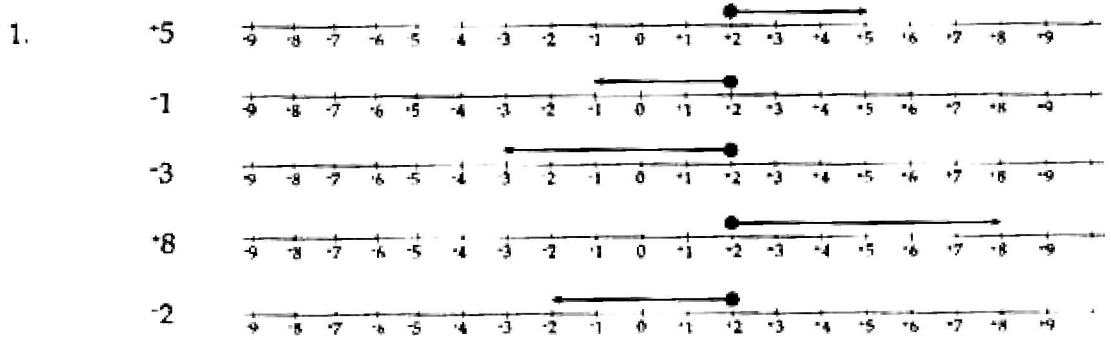
Για να απαντήσει κάποιος στις περισσότερες από τις ερωτήσεις της Πενέλοπε θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσει περισσότερο το χάρτη του Υπόγειου Σιδηρόδρομου παρά τον τουριστικό χάρτη της Αθήνας.

3. Ο χάρτης του Υπόγειου δεν σχεδιάστηκε σε κλίμακα. Η κατεύθυνση των γραμμών στο χάρτη δεν είναι απαραίτητα η σωστή κατεύθυνση των πραγματικών διαδρομών του Υπογείου.

Ο τουριστικός χάρτης της Αθήνας έχει σχεδιαστεί σε κλίμακα. Παρέχει περισσότερες πληροφορίες για το κέντρο της πόλης π.χ. για τα δημόσια κτίρια. Οι διαδρομές του Κεντρικού Υπόγειου Σιδηρόδρομου, οι ανταποκρίσεις τους και η δικτυακή σύνδεση των σταθμών παρουσιάζονται το ίδιο και στους δύο χάρτες.

**0516 Πρόσθεση ακέραιων αριθμών**

$$\begin{aligned} +7 + -4 &= \boxed{+3} \\ -3 + +10 &= \boxed{+7} \\ -5 + +3 &= \boxed{-2} \end{aligned}$$



5.

$$+2 + +3 = \boxed{+5}$$

$$+3 + \boxed{-3} = 0$$

$$\boxed{+2} + -7 = -5$$

$$+5 + +2 + -6 = \boxed{+1}$$

$$+3 + \boxed{+4} = +7$$

$$-4 + \boxed{+6} = +2$$

$$-4 + \boxed{+4} = 0$$

$$+5 + -3 = \boxed{+2}$$

$$\boxed{+6} + -4 = +2$$

$$-3 + \boxed{-4} = -7$$

$$\boxed{-4} + +2 + -5 = -7$$

$$+4 + -5 = \boxed{-1}$$

$$\boxed{-7} + +2 = -5$$



## 0517 Αφαίρεση ακέραιων αριθμών

**Κανόνας 1** Προσθέτοντας στο  $+4$

$$\begin{array}{rclcl} +4 & + & -4 & = & 0 \\ +4 & + & -3 & = & +1 \\ +4 & + & -2 & = & +2 \\ +4 & + & -1 & = & +3 \\ +4 & + & 0 & = & +4 \\ +4 & + & +1 & = & +5 \\ +4 & + & +2 & = & +6 \\ +4 & + & +3 & = & +7 \end{array}$$

**Κανόνας 2** Αφαιρώντας από το  $+4$

$$\begin{array}{rclcl} +4 & - & +4 & = & 0 \\ +4 & - & +3 & = & +1 \\ +4 & - & +2 & = & +2 \\ +4 & - & +1 & = & +3 \\ +4 & - & 0 & = & +4 \\ +4 & - & -1 & = & +5 \\ +4 & - & -2 & = & +6 \\ +4 & - & -3 & = & +7 \end{array}$$

- Ένα παράδειγμα, το οποίο δείχνει ότι το να προσθέσει κάποιος  $-4$  είναι το ίδιο με το να αφαιρέσει  $+4$  είναι το παρακάτω:

Από τον κανόνα 1  $+4 + -4 = 0$

Από τον κανόνα 2  $+4 - +4 = 0$

- Ένα παράδειγμα, το οποίο δείχνει ότι το να προσθέσει κάποιος  $+3$  είναι το ίδιο με το να αφαιρέσει  $-3$  είναι το παρακάτω:

Από τον κανόνα 1  $+4 + +3 = +7$

Από τον κανόνα 2  $+4 - -3 = +7$

- α)  $+6 - +4 = +2$     β)  $+5 - -7 = +12$     γ)  $+8 - +4 = +4$     δ)  $+3 - +8 = -5$   
ε)  $-5 - +4 = -9$     στ)  $-6 - -5 = -1$     ζ)  $-3 - -9 = +6$     η)  $-5 - +5 = -10$   
θ)  $+8 - +8 = 0$     ι)  $+5 - +3 = +2$     κ)  $-2 - -4 = +2$     λ)  $+3 - -5 = +8$   
μ)  $-4 - +1 = -5$     ν)  $-12 - -20 = +8$
- α)  $+2 - -3 = +5$     το  $-3$  είναι το ίδιο με το  $+3$ . Επομένως,  $+2 - -3 = +5$   
 $+2 + +3 = +5$      $+2 + +3 = +5$   
β)  $+2 - -5 = +7$     γ)  $+7 - +5 = +2$     δ)  $-4 - -2 = -2$     ε)  $+4 - +3 = +1$   
στ)  $-1 - -4 = +3$     ζ)  $-3 - +1 = -4$     η)  $+4 - -2 = +6$     θ)  $0 - +2 = -2$   
ι)  $-4 - +5 = -1$     κ)  $-7 - -5 = -2$
- α)  $+5 + +8 = +13$     β)  $+3 + +7 = +10$     γ)  $+2 - -7 = +9$     δ)  $-3 + +3 = 0$   
ε)  $-5 - -2 = -3$     στ)  $-8 + -6 = -14$     ζ)  $-13 - -4 + -1 = -10$

4. Ακολουθούν παραδείγματα τριών ζευγαριών αριθμών, τα οποία επαληθεύουν τις παραστάσεις. Αν δεν είσαι βέβαιος-η ότι οι απαντήσεις σου είναι σωστές, να τις δείξεις στο δάσκαλό σου ή να τις ελέγξεις μόνος/η σου χρησιμοποιώντας την αριθμογραμμή.

$$\begin{array}{llll} +7 + +5 = +12 & -10 - +7 = -17 & +20 - -1 = +21 & -20 - -27 = +7 \\ +6 + +6 = +12 & -1 - +16 = -17 & +14 - -7 = +21 & -5 - -12 = +7 \\ +3 + +9 = +12 & -13 - +4 = -17 & +10 - -11 = +21 & -7 - -14 = +7 \end{array}$$

---

### 0518 Η σειρά των πράξεων

1. (α)	$(5 \times 4) + 7$		(β)	$(6 \times 11) - 3$	
	$20 + 7$	$= 27$		$66 - 3$	$= 63$
	$5 \times (4 + 7)$			$6 \times (11 - 3)$	
	$5 \times 11$	$= 55$		$6 \times 8$	$= 48$
(γ)	$(18 : 2) + 4$		(δ)	$(24 : 6) - 3$	
	$9 + 4$	$= 13$		$4 - 3$	$= 1$
	$18 : (2 + 4)$			$24 : (6 - 3)$	
	$18 : 6$	$= 3$		$24 : 3$	$= 8$
(ε)	$(7 + 3) \times 5$		(ζ)	$(8 - 2) \times 3$	
	$10 \times 5$	$= 50$		$6 \times 3$	$= 18$
	$7 + (3 \times 5)$			$8 - (2 \times 3)$	
	$7 + 15$	$= 22$		$8 - 6$	$= 2$
(η)	$(4 + 8) : 2$		(θ)	$(12 - 9) : 3$	
	$12 : 2$	$= 6$		$3 : 3$	$= 1$
	$4 + (8 : 2)$			$12 - (9 : 3)$	
	$4 + 4$	$= 8$		$12 - 3$	$= 9$
(ι)	$(5 \times 6) : 3$		(κ)	$(12 : 3) \times 2$	
	$30 : 3$	$= 10$		$4 \times 2$	$= 8$
	$5 \times (6 : 3)$			$12 : (3 \times 2)$	
	$5 \times 2$	$= 10$		$12 : 6$	$= 2$

Όλα είναι διαφορετικά εκτός από το (ι), έτσι οι παρενθέσεις είναι σχεδόν πάντα απαραίτητες.

1. Παρακάτω, παρουσιάζονται δύο ζεύγη παραστάσεων που δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα.

$(18 + 8) + 3$		$(5 \times 2) \times 4$	
$26 + 3$	$= 29$	$10 \times 4$	$= 40$
$18 + (8 + 3)$		$5 \times (2 \times 4)$	
$18 + 11$	$= 29$	$5 \times 8$	$= 40$

Σε κάθε περίπτωση, χρησιμοποιούνται οι ίδιοι αριθμοί και οι ίδιες πράξεις αλλά οι παρενθέσεις είναι σε διαφορετικές θέσεις. Αν δεν είσαι σίγουρος/η για τις απαντήσεις σου, να τις δείξεις στο δάσκαλό σου.

3. (α)	$3 \times (5 + 7)$	$= 36$	(β)	$(3 \times 5) + 7$	$= 22$
(γ)	$(1 + 4) \times 8$	$= 40$	(δ)	$1 + (4 \times 8)$	$= 33$
(ε)	$6 - (2 \times 2)$	$= 2$	(ζ)	$(6 - 2) \times 2$	$= 8$
(η)	$11 + (9 \times 3)$	$= 38$	(θ)	$(11 + 9) \times 3$	$= 60$
(ι)	$15 - (2 \times 7)$	$= 1$	(κ)	$16 : (4 + 4)$	$= 2$
(λ)	$(18 - 6) : 3$	$= 4$	(μ)	$17 - (7 + 1)$	$= 9$
(ν)	$(5 - 3) - 2$	$= 0$	(ξ)	$(20 : 2) \times 5$	$= 50$
(ο)	$(14 + 8) : 2$	$= 11$	(π)	$16 - (2 \times 6)$	$= 4$



---

### 0549 Καραμέλες

Αριθμός που κέρδισε	6	2	3	7	2	4	4	8	0	18	21	10	12	4
Αριθμός που χάθηκε	2	6	7	3	4	2	4	3	5	20	25	15	7	19
Διαφορά	4Π	4Λ	4Λ	4Π	2Λ	2Π	0	5Π	5Λ	2Λ	4Λ	5Λ	5Π	15Π

Π= περισσότερο

Λ = λιγότερο

1.  $-2 + -4 = -6$     2.  $3 + -2 = +1$     3.  $7 + -5 = +2$     4.  $6 + -5 = +1$   
5.  $-4 + 3 = -1$     6.  $3 + -4 = -1$     7.  $-2 + -7 = -9$     8.  $-7 + -2 = -9$   
9.  $-6 + 5 = -1$     10.  $5 + -6 = -1$     11.  $-6 + -7 = -13$     12.  $2 + -2 = 0$   
13.  $-2 + 2 = 0$     14.  $-5 + -5 = -10$
- 

### 0560 Συμμετρική τομή

- Τα στερεά 2, 3, 4 και 6 θα δώσουν συμμετρικά τμήματα.
  - Τα στερεά 8, 9, και 10 έχουν ένα επίπεδο συμμετρίας.  
Το στερεό 11 έχει επτά επίπεδα συμμετρίας.  
Το στερεό 12 έχει ένα επίπεδο συμμετρίας.  
Το στερεό 13 έχει ένα επίπεδο συμμετρίας.  
Το στερεό 14 έχει τέσσερα επίπεδα συμμετρίας.  
Το στερεό 15 έχει εννέα επίπεδα συμμετρίας.
16. Οποιαδήποτε διατομή που διέρχεται από το κέντρο καθενός από τα τρία στερεά αποτελεί επίπεδο συμμετρίας. Να δείξεις στο δάσκαλό σου τα αντικείμενα και τον αντίστοιχο αριθμό επιπέδων συμμετρίας.



---

### **0563 Άθροισμα ψηφίων**

Ακολουθεί μια μέθοδος επίλυσης του προβλήματος

- Να ξεκινήσεις εξετάζοντας το άθροισμα όλων των ψηφίων από 1 – 100.

1<sup>η</sup> σειρά            1   2   3   4   5   6   7   8   9                    άθροισμα μονάδων = 45

2<sup>η</sup> σειρά    10   11   12   13   14   15   16   17   18   19                    άθροισμα δεκάδων = 10

3<sup>η</sup> σειρά    20   21   22   .   .   .

4<sup>η</sup> σειρά    30   31   .   .   .

5<sup>η</sup> σειρά    41   .   .   .

.            .   .

.            .   .

.            .   .

Το άθροισμα των ψηφίων των μονάδων στην πρώτη σειρά είναι 45.

Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων των μονάδων στη δεύτερη σειρά;

Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων όλων των μονάδων;

Το άθροισμα των ψηφίων των δεκάδων στη δεύτερη σειρά είναι 10.

Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων των δεκάδων στην τρίτη σειρά;

Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων όλων των δεκάδων;

Άθροισμα όλων των ψηφίων = άθροισμα των ψηφίων των μονάδων + άθροισμα των ψηφίων των δεκάδων + 1

Το σύνολο όλων των ψηφίων από 1 – 100 είναι 901.

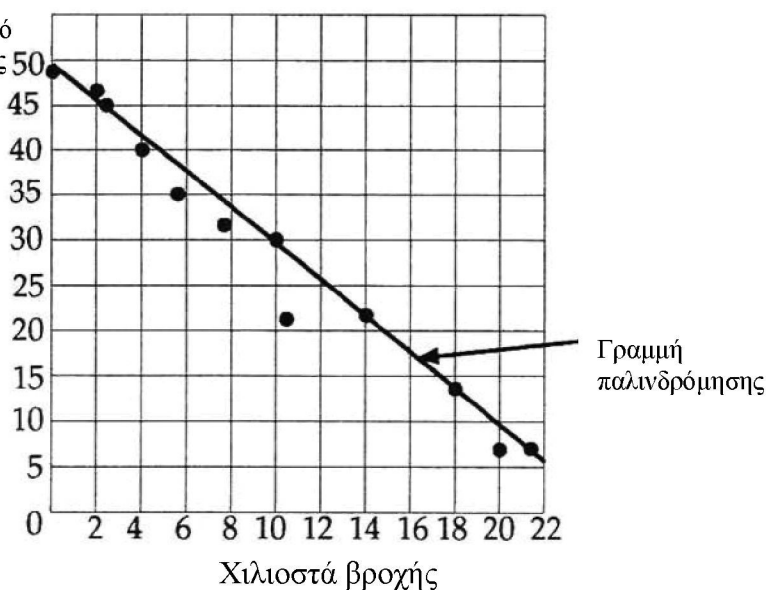
Να βεβαιωθείς ότι κατανοείς το γιατί.

- Στη συνέχεια, να εξετάσεις το άθροισμα όλων των ψηφίων από 1 – 1000.  
Το άθροισμα όλων των ψηφίων από 1 - 1000 είναι 17501.  
Να βεβαιωθείς ότι καταλαβαίνεις το λόγο.
- Τέλος, να εξετάσεις το άθροισμα όλων των ψηφίων από 1 – 10000.  
Να προσπαθήσεις να πείσεις κάποιο συμμαθητή σου ότι η λύση σου είναι σωστή.

### 0574 Ευθεία παλινδρόμησης

1. Είναι η γραμμή που ταιριάζει με τον καλύτερο τρόπο στη γενικότερη θέση των σημείων. Τα σημεία είναι τοποθετημένα προς μια κατεύθυνση, δηλαδή, από τη γωνία που βρίσκεται κάτω αριστερά προς τη γωνία που βρίσκεται πάνω δεξιά. Η καλύτερη γραμμή παλινδρόμησης ακολουθεί την ίδια κατεύθυνση. Η γραφική παράσταση δείχνει ότι, γενικά, όσο πιο ψηλός είναι κάποιος τόσο πιο μεγάλα πόδια έχει. Αυτό αποτελεί παράδειγμα **θετικής συσχέτισης**.
2. Περίπου 180εκ.
3. Περίπου μέγεθος 39 – 40

4. Αριθμός από ξαπλώστρες



5. Περίπου 30 καρέκλες.
  6. Περίπου 13 χιλιοστά.
  7. Όχι.
  8. Το γράφημα δείχνει ότι όσο περισσότερο βρέχει τόσο λιγότερες ξαπλώστρες χρησιμοποιούνται. Τα σημεία ακολουθούν μια κατεύθυνση, δηλαδή, από τη γωνία πάνω αριστερά προς τη γωνία κάτω δεξιά. Αυτό αποτελεί παράδειγμα **αρνητικής συσχέτισης**.
- Το Α αντιστοιχεί στο διάγραμμα διασποράς 3 ή 1. Αυτό δείχνει **αρνητική συσχέτιση**.
  - Το Β αντιστοιχεί στο διάγραμμα διασποράς 6 ή 4. Αυτό δείχνει **θετική συσχέτιση**.
  - Το Γ αντιστοιχεί στο διάγραμμα διασποράς 2 ή 5. Αυτό δείχνει ότι δεν υπάρχει συσχέτιση.
  - Το Δ αντιστοιχεί στο διάγραμμα διασποράς 4 ή 6. Αυτό δείχνει **θετική συσχέτιση**.
  - Το Ε αντιστοιχεί στο διάγραμμα διασποράς 2 ή 5. Αυτό δείχνει ότι δεν υπάρχει συσχέτιση.

---

**0576 «Ράβε – ξήλωνε»**

Ίσως θα ήταν πιο εύκολο να ομαδοποιήσεις τα αντικείμενα με βάση το 10 σε δεκάδες.

---

**0579 Δύο θηλιές**

Ποιος νίκησε; Παίξατε περισσότερα από ένα παιχνίδια; Γινόταν ευκολότερο το παιχνίδι όσο περισσότερο παίζατε;

---

**0580 Ντόμινο 2 διαστάσεων**

Ποιος κέρδισε; Υπάρχουν αρκετά τετράγωνα για να τοποθετήσεις όλα τα λογικά μπλοκ, αλλά δεν είναι απίθανο να τα έχεις τοποθετήσει όλα. Να εξηγήσεις γιατί.

---

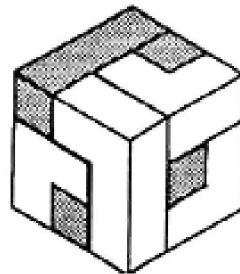
**0585 Τρεις θηλιές**

Ποιος ήταν ο νικητής; Παίξατε περισσότερα από ένα παιχνίδια; Γινόταν πιο εύκολο το παιχνίδι όσο περισσότερο παίζατε;

---

**0589 Ο κύβος Soma**

Υπάρχουν πολλές πιθανές λύσεις. Το σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζει μία από αυτές.



Πόσους διαφορετικούς τρόπους έχεις βρει; Είναι ίσως καλή ιδέα να σχεδιάσεις μία από τις λύσεις που έχεις βρει σε ισομετρικό χαρτί, για να δείξεις τον τρόπο που ακολούθησες.

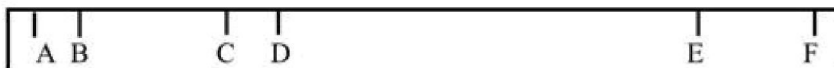
---



---

**0590 Όσο λιγότερα τόσο καλύτερα**

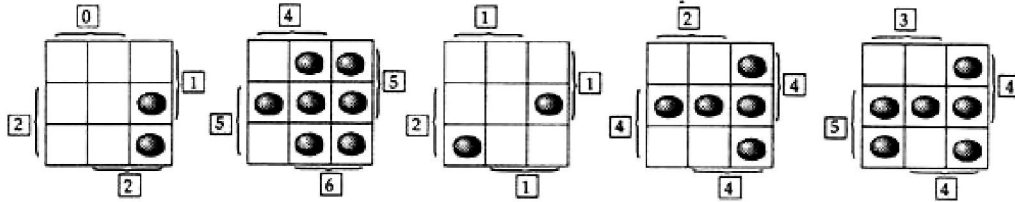
- Ακολουθεί η παρουσίαση ενός τρόπου για να μετρήσεις από το 1εκ. ως τα 10εκ.  
Για 1εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το AB.  
Για 2εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το BC.  
Για 3εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το EF.  
Για 4εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το AD.  
Για 5εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το EG.  
Για 6εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το DG.  
Για 7εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το CG.  
Για 8εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το AF.  
Για 9εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το BG.  
Για 10εκ. μπορείς να χρησιμοποιήσεις το AG.  
Αν οι απαντήσεις σου είναι διαφορετικές, να τις ελέγξεις με το δάσκαλό σου.
- Ακολουθεί ένας πιθανός τρόπος για να κάνεις όλες τις μετρήσεις, χρησιμοποιώντας μόνον 6 σημεία.



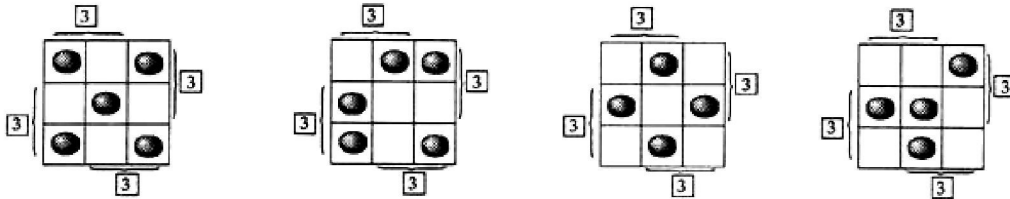
- Για να μετρήσεις μέχρι τα 10εκ. χρησιμοποιώντας μισά εκατοστόμετρα, θα χρειαστείς 9 σημεία.

**0591 Τοποθετώντας πούλια**

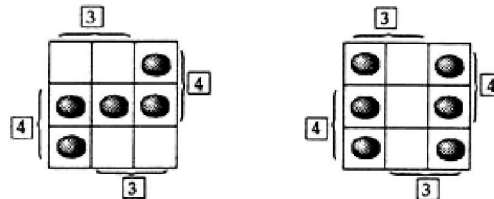
Μπορεί να έχεις περισσότερες περιπτώσεις από αυτές που ακολουθούν, αν έχεις μετρήσει τις συμμετρίες και τις περιστροφές χωριστά.



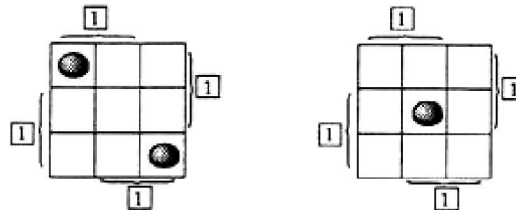
Ακολουθούν τέσσερις διαφορετικές λύσεις. Η άσκηση ζητούσε να βρεις δύο λύσεις.



Τα παρακάτω σχήματα παρουσιάζουν τις δύο διαφορετικές λύσεις.



Ακολουθούν δύο διαφορετικές λύσεις. Είναι πιθανό να βρήκες τρεις λύσεις, αν χρησιμοποίησες περιστροφές.



Ακολουθούν τρεις διαφορετικές λύσεις. Είναι πιθανό να βρήκες περισσότερες, αν χρησιμοποίησες συμμετρίες και περιστροφές.

## 0592 Κανόνες δυνάμεων

AB	CD	EF	GH	I

### Δυνάμεις του Δύο και του Τρία

1.

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΟΥ ΔΥΟ		
2	2	$2^1$
4	$2 \times 2$	$2^2$
8	$2 \times 2 \times 2$	$2^3$
16	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2^4$
<b>32</b>	<b><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math></b>	<b><math>2^5</math></b>
<b>64</b>	<b><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math></b>	<b><math>2^6</math></b>
128	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2^7$
<b>256</b>	<b><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math></b>	<b><math>2^8</math></b>
<b>512</b>	<b><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math></b>	<b><math>2^9</math></b>
1024	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2^{10}$
<b>2048</b>	<b><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math></b>	<b><math>2^{11}</math></b>
<b>4096</b>	<b><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math></b>	<b><math>2^{12}</math></b>
8192	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2^{13}$
<b>16384</b>	<b><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math></b>	<b><math>2^{14}</math></b>
<b>32768</b>	<b><math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math></b>	<b><math>2^{15}</math></b>

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΟΥ ΤΡΙΑ		
$3^{1+}$	3	3
$3^2$	$3 \times 3$	9
$3^3$	$3 \times 3 \times 3$	27
$3^4$	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81
<b><math>3^5</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>243</b>
<b><math>3^6</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>729</b>
<b><math>3^7</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>2187</b>
$3^8$	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	<b>6561</b>
<b><math>3^9</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>19683</b>
<b><math>3^{10}</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>59049</b>
<b><math>3^{11}</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>177147</b>
<b><math>3^{12}</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>531441</b>
<b><math>3^{13}</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>1594323</b>
<b><math>3^{14}</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>4782969</b>
<b><math>3^{15}</math></b>	<b><math>3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3</math></b>	<b>14348907</b>

2. α)  $2^6$  σημαίνει  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$   
 β)  $2^3$  σημαίνει  $2 \times 2 \times 2$   
 γ)  $3^1$  σημαίνει 3  
 δ)  $3^6$  σημαίνει  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$   
 ε)  $k^7$  σημαίνει  $k \times k \times k \times k \times k \times k \times k$   
 στ)  $a^6$  σημαίνει  $a \times a \times a \times a \times a \times a$

$$\begin{array}{llll}
 3. \text{ α)} & 7^3 = 343 & \gamma) & 9^3 = 729 & \epsilon) & 14^2 = 196 \\
 & \beta) & 10^6 = 1000000 & \delta) & 6^4 = 1296 & \sigma\tau) & 1^5 = 1
 \end{array}$$

### Πολλαπλασιάζοντας Δυνάμεις

$$\begin{array}{ll}
 1. & \begin{array}{l} 5^3 = 5 \times 5 \times 5 \\ 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \\ 5^3 \times 5^4 = (5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5) \\ = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \\ = 5^7 \end{array} \\
 2. \text{ α)} & \begin{array}{l} 6^2 = 6 \times 6 \\ 6^3 = 6 \times 6 \times 6 \\ 6^2 \times 6^3 = (6 \times 6) \times (6 \times 6 \times 6) \\ = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \\ = 6^5 \end{array} \\
 & \beta) \begin{array}{l} 4^3 = 4 \times 4 \times 4 \\ 4^2 = 4 \times 4 \\ 4^3 \times 4^2 = (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4) \\ = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \\ = 4^5 \end{array} \\
 & \gamma) \begin{array}{l} 7^6 \times 7^2 = (7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7) \\ = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \\ = 7^8 \end{array} \\
 & \delta) \begin{array}{l} 2^4 \times 2^3 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \\ = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ = 2^7 \end{array} \\
 & \epsilon) \begin{array}{l} 12^5 \times 12 = (12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12) \times 12 \\ = 12^6 \end{array} \\
 & \sigma\tau) \begin{array}{l} 5^5 \times 5^2 = (5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5) \\ = 5^7 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 3. \text{ α)} & 6^2 \times 6^3 = 6^{2+3} = 6^5 \\
 & \beta) 4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5 \\
 & \gamma) 7^6 \times 7^2 = 7^{6+2} = 7^8 \\
 & \delta) 2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 \\
 & \epsilon) 12^5 \times 12 = 12^{5+1} = 12^6 \\
 & \sigma\tau) 5^5 \times 5^2 = 5^{5+2} = 5^7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 4. \text{ α)} & 2^5 \times 2^2 = 2^7 & \epsilon) & 5^{63} \times 5^2 = 5^{65} \\
 & \beta) 4^2 \times 4^3 = 4^5 & \sigma\tau) & a^5 \times a^3 = a^8 \\
 & \gamma) 3^4 \times 3^6 = 3^{10} & \zeta) & n^2 \times n^7 = n^9 \\
 & \delta) 15^{10} \times 15^3 = 15^{13} & \eta) & a^m \times a^n = a^{m+n}
 \end{array}$$

### Χρησιμοποιώντας δυνάμεις στον πολλαπλασιασμό

$$\begin{array}{lll}
 1. & 2^3 \times 2^5 = 2^8 = 256 & 4. & 2^1 \times 2^{13} = 2^{14} \\
 & & & = \\
 2. & 2^4 \times 2^6 = 2^{10} = 1024 & 5. & \frac{16384}{2^4 \times 2^{10}} = 2^{14} \\
 3. & 2^2 \times 2^7 = 2^9 = 512 & 6. & = \\
 10. & 3^2 \times 3^3 = 3^5 = 243 & 13. & \frac{16384}{2^5 \times 2^5} = 2^{10} \\
 & & & = 1024 \\
 11. & 3^4 \times 3^1 = 3^5 = 243 & 14. & 3^{10} \times 3^3 = 3^{13} \\
 & & & = \\
 12. & 3^3 \times 3^5 = 3^8 = 6561 & 15. & \frac{1594323}{3^1 \times 3^2 \times 3^3} = 3^6 \\
 & & & = 729 \\
 & & & \frac{3^2 \times 3^2 \times 3^2}{3^2} = 3^6 \\
 & & & = 729 \\
 7. & 2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^9 & & = 512 \\
 8. & 2^1 \times 2^4 \times 2^9 = 2^{14} & & = 16384 \\
 9. & 2^5 \times 2^5 \times 2^5 = 2^{15} & & = 32768 \\
 16. & 3^4 \times 3^3 \times 3^2 \times 3^1 = & & = 59049 \\
 & 3^{10} & & = 59049 \\
 17. & 3^4 \times 3^4 \times 3^1 \times 3^1 = & & = 59049 \\
 & 3^{10} & & = 59049 \\
 18. & 3^3 \times 3^3 \times 3^3 \times 3^3 = & & = 531441 \\
 & 3^{12} & & = 531441
 \end{array}$$

### Διαιρώντας Δυνάμεις

$$\begin{array}{l}
 1. \text{ α) } \frac{2^7}{2^3} = \frac{\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}x2x2x2x2}{\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}} = 2^4 \\
 \text{ β) } \frac{3^7}{3^3} = \frac{\cancel{3}x\cancel{3}x\cancel{3}x3x3x3x3}{\cancel{3}x\cancel{3}x\cancel{3}} = 3^4 \\
 \text{ γ) } \frac{2^9}{2^4} = \frac{\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}x2x2x2x2x2}{\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}} = 2^5 \\
 \text{ δ) } \frac{2^7}{2^4} = \frac{\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}x2x2x2}{\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}x\cancel{2}} = 2^3 \\
 \text{ ε) } \frac{5^{10}}{5} = \frac{\cancel{5}x5x5x5x5x5x5x5x5x5}{\cancel{5}} = 5^9 \\
 \text{ στ) } \frac{10^5}{10^2} = \frac{\cancel{10}x\cancel{10}x10x10x10}{\cancel{10}x\cancel{10}} = 10^3 \\
 \text{ ζ) } \frac{7^9}{7^8} = \frac{\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x7}{\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}x\cancel{7}} = 7^1 = 7 \\
 \text{ η) } \frac{6^5}{6^2} = \frac{\cancel{6}x\cancel{6}x6x6x6}{\cancel{6}x\cancel{6}} = 6^3 \\
 \text{ θ) } \frac{18^5}{18^2} = \frac{\cancel{18}x\cancel{18}x18x18x18}{\cancel{18}x\cancel{18}} = 18^3 \\
 \text{ ι) } \frac{q^6}{q^2} = \frac{\cancel{q}x\cancel{q}xqxqxqxq}{\cancel{q}x\cancel{q}} = q^4 \\
 \text{ κ) } \frac{m^8}{m^7} = \frac{\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}xm}{\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}x\cancel{m}} = m^1 = m
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
2. \text{ α) } 2^7 : 2^3 = 2^{7-3} = 2^4 \\
\text{ β) } 3^7 : 3^3 = 3^{7-3} = 3^4 \\
\text{ γ) } 2^9 : 2^4 = 2^{9-4} = 2^5 \\
\text{ δ) } 2^7 : 2^4 = 2^{7-4} = 2^3 \\
\text{ ε) } 5^{10} : 5^1 = 5^{10-1} = 5^9 \\
\text{ στ) } 10^5 : 10^2 = 10^{5-2} = 10^3 \\
\text{ ζ) } 7^9 : 7^8 = 7^{9-8} = 7^1 \\
\text{ η) } 6^5 : 6^2 = 6^{5-2} = 6^3 \\
\text{ θ) } 18^5 : 18^2 = 18^{5-2} = 18^3 \\
\text{ ι) } q^6 : q^2 = q^{6-2} = q^4 \\
\text{ κ) } m^8 : m^7 = m^{8-7} = m^1 \\
3. \text{ α) } 3^4 \quad \text{β) } 13^8 \quad \text{γ) } 9^4 \quad \text{δ) } 17^1 \quad \text{ε) } 2^1 \quad \text{στ) } a^{11}
\end{array}$$

### Δυνάμεις του Δέκα

1.

10	10	$10^1$
100	$10 \times 10$	$10^2$
1000	$10 \times 10 \times 10$	$10^3$
10000	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10^4$
100000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10^5$
1000000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10^6$
10000000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10^7$
100000000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10^8$
1000000000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10^9$
10000000000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10^{10}$

2. Οι απαντήσεις σας μπορεί να είναι διαφορετικές αλλά ένας αριθμός όπως ο  $10^{10}$  θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει ένα πολύ μεγάλο ποσό όπως, για παράδειγμα, ο πληθυσμός της γης.

$$\begin{array}{l}
3. \text{ α) } 10^3 : 10^2 = 10^1 \quad \text{δ) } 10^5 : 10^4 = 10^1 \\
\text{ β) } 10^5 : 10^2 = 10^3 \quad \text{ε) } 10^{10} : 10^1 = 10^9 \\
\text{ γ) } 10^6 : 10^3 = 10^3 \\
\text{ στ) } 10^3 : 10^{3+} = 10^0
\end{array}$$

Το  $10^0$  δεν συμπεριλαμβάνεται στον πίνακά σου. Χρησιμοποιώντας τον πίνακά σου, μπορείς να σκεφτείς με τι ισούται το  $10^0$ ;

4. Οποιοσδήποτε αριθμός διαιρεθεί με τον εαυτό του θα δώσει την απάντηση 1. Οποιοσδήποτε αριθμός στη μηδενική δύναμη ισούται με το 1. Αν δεν είσαι σίγουρος/η για την ορθότητα των απαντήσεών σου, να τις ελέγξεις με το δάσκαλό σου.

### Κάνοντας διάφορες πράξεις με δυνάμεις

$$\begin{array}{l}
1. \text{ α) } 27 \quad \text{ε) } 0 \quad \text{θ) } 11^2 = 121 \\
\text{ β) } 343 \quad \text{στ) } 1296 \quad \text{ι) } 8 \times 25 = 200 \\
\text{ γ) } 81 \quad \text{ζ) } 6^4 = 1296 \quad \text{κ) } 2^{10} = 1024 \\
\text{ δ) } 1 \quad \text{η) } 6^4 = 1296 \quad \text{λ) } 2^4 = 16 \\
2. \text{ α) } 125 = 5^3 \quad \text{γ) } 14641 = 11^4 \\
\text{ β) } 7776 = 6^5 \quad \text{δ) } 169 = 13^2
\end{array}$$

3. α)	$9^4$	ζ)	$5^{10} : 5^2 = 5^8$
β)	$6^{34}$	η)	$5^4 \times 5^4 = 5^8$
γ)	$y^3$	θ)	$2^2 \times 5$
δ)	$2^7 \times 3^9$	ι)	$7^0 = 1$
ε)	$3^6$		
στ)	$8^{16}$		

4. Όταν πολλαπλασιάζεις δυνάμεις του ίδιου αριθμού, **προσθέτεις** τις δυνάμεις.  
 Όταν διαιρείς δυνάμεις του ίδιου αριθμού, **αφαιρείς** τις δυνάμεις.  
 Αν δεν είσαι βέβαιος-η για την απάντησή σου, να δείξεις την εργασία σου στο δάσκαλό σου.

**0596 Μυστικός πράκτορας**

1. W O R D A S P I D I S T R A  
**23, 15, 18, 4 1, 19, 16, 9, 4, 9, 19, 20, 18, 1**

$$\begin{pmatrix} 23 & 15 \\ 18 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1916 & 94 \\ 9 & 1920 & 181 \end{pmatrix}$$

Κωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 23 & 15 \\ 18 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 41 & 19 \\ 100 & 42 \end{pmatrix}$$

Κωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 119 & 169 & 4 \\ 919 & 2018 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & 3836 & 275 \\ 29 & 9592 & 7211 \end{pmatrix}$$

**41, 19, 100, 42**

**10, 38, 36, 27, 5, 29, 95, 92, 72, 11**

2. M E E T A T A N I M A L F A R M  
 13 5 5 20 1 20 1 14 9 13 1 12 6 1 18 13

Κωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 18 & 25 \\ 41 & 70 \end{pmatrix}$$

18, 25, 41, 70  
 14, 66, 41

Κωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 149 \\ 13 & 112 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 21 \\ 62 \end{pmatrix}$$

21, 62

Κωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 18 & 13 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 1521 \\ 41 & 3154 \end{pmatrix}$$

14, 15, 21, 41, 31, 54

Κωδικοποιητής

$$= \begin{pmatrix} 24 & 14 \\ 66 & 41 \end{pmatrix}$$

24,

3. Κωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 41 & 19 \\ 100 & 42 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 23 & 15 \\ 18 & 4 \end{pmatrix}$$

23, 15, 18, 4

Κωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 3836 & 275 \\ 29 & 9592 & 7211 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1916 & 94 \\ 9 & 1920 & 181 \end{pmatrix}$$

1, 19, 16, 9, 4, 9, 19, 20, 18, 1

**ΚΩΔΙΚΑΣ W O R D A S P I D I S T R A**

4. 26, 23, 53, 64 34, 14, 19, 88, 33, 43, 52 13, 29, 32, 34, 78, 89 27, 33, 75, 84

$$\begin{pmatrix} 26 & 23 \\ 53 & 64 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 34 & 1419 & 19 \\ 88 & 3343 & 52 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 13 & 2932 \\ 34 & 7889 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 27 & 33 \\ 75 & 84 \end{pmatrix}$$

Αποκωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 26 & 23 \\ 53 & 64 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 25 & 5 \\ 1 & 18 \end{pmatrix}$$

Αποκωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 & 2932 \\ 34 & 7889 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 \\ 8 & 2025 \end{pmatrix}$$

Αποκωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 34 & 1419 & 19 \\ 88 & 3343 & 52 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 914 & 5 \\ 20 & 55 & 14 \end{pmatrix}$$

Αποκωδικοποιητής

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 & 33 \\ 75 & 84 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 15 \\ 21 & 18 \end{pmatrix}$$



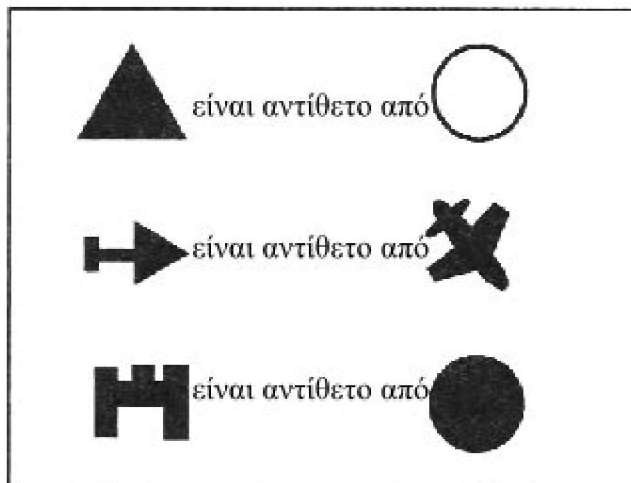
25, 5, 1, 18    14, 9, 14, 5, 20, 5, 5, 14    5, 9, 7, 8, 20, 25    6, 15, 21, 18  
Y E A R    N I N E T E E N    E I G H T Y    F O U R



---

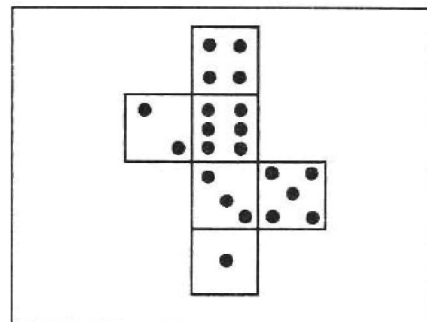
**0597 Η μέρα της Αννίας**

1. α. 1 ώρα και 45 λεπτά  
β. 1 ώρα  
γ.  $\frac{1}{2}$  ώρα  
δ. 5 ώρες και 45 λεπτά
  2. 15 ώρες
  3. 9 ώρες
- 

**0600 Από μνήμης**

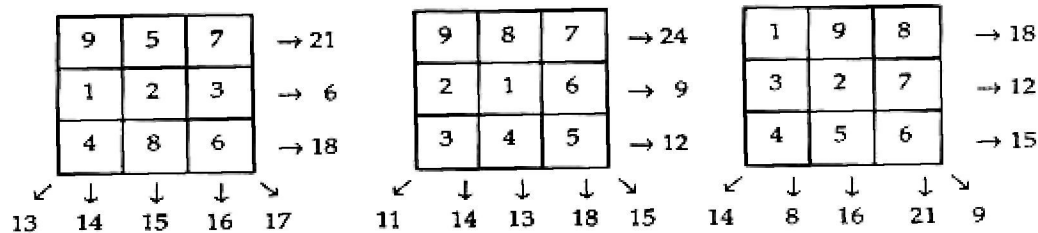


Αυτά δεν ανήκουν στο ίδιο ζάρι επειδή το ζάρι που είναι επάνω αριστερά και το ζάρι που βρίσκεται στο κάτω μέρος δείχνουν ότι το σύμβολο  και το σύμβολο  καλύπτουν την ίδια έδρα.



---

### **0601 Αντι-μαγικό τετράγωνο**



Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικές πιθανές απαντήσεις.

---

### **0603 Αρίθμηση σελίδων**

Υπάρχουν 32 σελίδες.

Πρέπει να έχεις καταλήξει ότι για τα 6 φύλλα ισχύουν τα παρακάτω:

- Σε οποιοδήποτε φύλλο, οι τέσσερις αριθμοί δίνουν πάντα άθροισμα 50.
- Σε οποιαδήποτε πλευρά του φύλλου, οι δύο αριθμοί δίνουν άθροισμα 25.

Ακολουθούν τα αποτελέσματα της διερεύνησης των κανόνων που ισχύουν για τους αριθμούς των σελίδων σε εφημερίδες διαφορετικών μεγεθών.

Αριθμός φύλλων	Αριθμός σελίδων	Άθροισμα αριθμών σε οποιοδήποτε φύλλο	Άθροισμα αριθμών σε οποιαδήποτε πλευρά
1	4	10	5
2	8	18	9
3	12	26	13
4	16	34	17
5	20	42	21
6	24	50	25
.	.	.	.
.	.	.	.
n	?	?	?

---

### **0611 Πηδω ή γλιστρό**

Καμία απάντηση για τη σπαζοκεφαλιά αλλά ο ελάχιστος αριθμός των απαιτούμενων κινήσεων που βρήκαμε ήταν 35. Κατάφερες να λύσεις τη σπαζοκεφαλιά με λιγότερες κινήσεις;

---

---

**0616 Το άγνωστο τετράγωνο**

$$\begin{aligned}4^2 &= 3^2 + (2 \times 3) + 1 \\16 &= 9 + 6 + 1\end{aligned}$$

1. Αν υποθέσουμε ότι  $(x + 1) = 8$ , τότε  $x = 7$

$$\begin{aligned}8^2 &= (7 + 1)^2 \\64 &= 7^2 + (2 \times 7) + 1^2 \\64 &= 49 + 14 + 1\end{aligned}$$

- 2.

$4^2$	$(3 + 1)^2$	$3^2 + (2 \times 3) + 1^2$	$9 + 6 + 1$	<b>16</b>
$5^2$	$(4 + 1)^2$	$4^2 + (2 \times 4) + 1^2$	<b>16 + 8 + 1</b>	<b>25</b>
$6^2$	$(5 + 1)^2$	$5^2 + (2 \times 5) + 1^2$	<b>25 + 10 + 1</b>	<b>36</b>
$7^2$	$(6 + 1)^2$	$6^2 + (2 \times 6) + 1^2$	<b>36 + 12 + 1</b>	<b>49</b>
$8^2$	$(7 + 1)^2$	$7^2 + (2 \times 7) + 1^2$	<b>49 + 14 + 1</b>	<b>64</b>
$9^2$	$(8 + 1)^2$	$8^2 + (2 \times 8) + 1^2$	<b>64 + 16 + 1</b>	<b>81</b>

3. Θα πρέπει να έχεις βρει ότι οι αριθμοί στην τελευταία στήλη είναι τα τετράγωνα των αριθμών στην πρώτη στήλη.

$$\begin{aligned}4. \quad 101^2 &= (100 + 1)^2 \\&= 100^2 + (2 \times 100) + 1^2 \\&= 10000 + 200 + 1 \\&= \mathbf{10201}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5. \quad \alpha) \quad 21^2 &= (20 + 1)^2 \\&= 20^2 + (2 \times 20) + 1^2 \\&= 400 + 40 + 1 \\&= 441\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta) \quad 51^2 &= (50 + 1)^2 \\&= 2500 + (2 \times 50) + 1^2 \\&= 2601\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma) \quad 301^2 &= (300 + 1)^2 \\&= 90000 + (2 \times 300) + 1^2 \\&= 90601\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6. \quad 1\frac{1}{2}^2 &= \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 \\&= \frac{1}{2}^2 + (2 \times \frac{1}{2}) + 1^2 \\&= \frac{1}{4} + 1 + 1 \\&= 2\frac{1}{4}\end{aligned}$$

---

### 0618 Δεκαδική εν δράσει

#### Χρησιμοποιώντας Τετράγωνα

1. α)  $3\frac{2}{10} \times 4 = 12\frac{8}{10}$   
β)  $3,2 \times 4 = 12,8$
2. α)  $2\frac{6}{10} \times 3 = 7\frac{8}{10}$   
β)  $2,6 \times 3 = 7,8$
1. α)  $3\frac{2}{10} \times 4 = 12\frac{8}{10}$   
β)  $3,2 \times 4 = 12,8$
2. α)  $2\frac{6}{10} \times 3 = 7\frac{8}{10}$   
β)  $2,6 \times 3 = 7,8$
3. α)  $17\frac{6}{10}$   
β) 17,6
4. α)  $8\frac{6}{10}$   
β) 8,6
5. α)  $2\frac{1}{10}$   
β) 2,1
6. α) 2  
β) 2,0
7. α)  $23\frac{1}{10}$   
β) 23,1
8. α)  $16\frac{8}{10}$   
β) 16,8
9. α)  $4\frac{74}{100}$   
β) 4,74
10. α)  $4\frac{89}{100}$   
β) 4,89
11. α)  $7\frac{26}{100}$   
β) 7,26
12. α)  $13\frac{17}{100}$   
β) 13,17
13. α)  $2\frac{84}{100}$   
β) 2,84
14. α)  $3\frac{12}{100}$   
β) 3,12
15. α)  $6\frac{25}{100}$   
β) 6,25
16. α)  $6\frac{75}{100}$   
β) 6,75
17. α)  $22\frac{75}{100}$   
β) 22,75
18. α)  $2\frac{75}{100}$   
β) 2,75
19. α)  $\frac{25}{100}$   
β) 0,25
20. 8,68  
23 2,52
21. 5,74  
24 11,97
22. 11,56  
25. 0,06

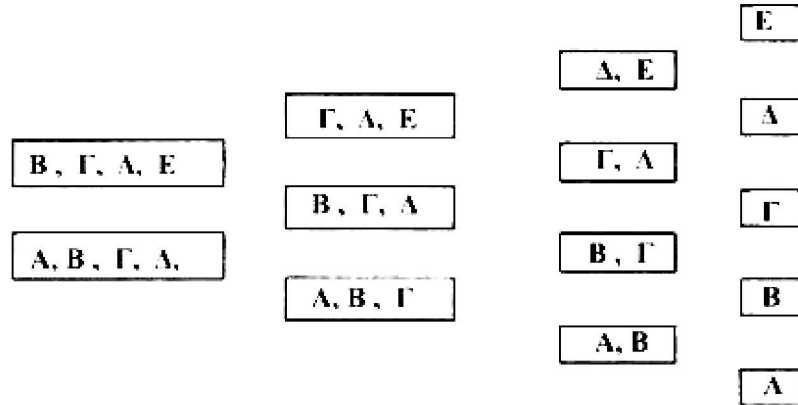
#### Χρησιμοποιώντας Κουκίδες

1. 4,83                      4. 1,62  
2. 7,98                      5. 0,01  
3. 2,58                      6. 5,89
-

### 0634 Παρακαμπτήριες γραμμές

Υπάρχει διαφορά, αν ξεκινήσει κάποιος πρώτος ή δεύτερος; Να συζητήσεις με το δάσκαλό σου για τους τρόπους με τους οποίους εργάστηκες.

1. Το πορτοκαλί τρένο μπορεί να φτάσει σε τέσσερις προορισμούς: Β, Γ, Δ ή Ε.
2. Το γκρι τρένο μπορεί να φτάσει σε τρεις προορισμούς: Β, Γ ή Δ.
3. Ακολουθούν οι απαντήσεις για όλες τις παρακαμπτηριούς:



4. Υπάρχουν τρεις τρόποι για να φτάσει κάποιος στη θέση του γκρι τρένου.
5. Υπάρχει ένας τρόπος για να φτάσει κάποιος στη θέση του πορτοκαλί τρένου.
6. Το σύνολο των τρόπων με τους οποίους μπορεί να φτάσει κάποιος σε όλες τις παρακαμπτήριες γραμμές είναι:

			1
		1	4
1	1	3	6
	2	3	4
1	1	1	1

Έχεις ξαναδεί αυτήν τη διάταξη αριθμών;

Το σύνολο των διαδρομών για τους προορισμούς Α, Β, Γ, Δ και Ε = 1+4+6+4+1=16

7.  $A = 1\ 1\ 1\ 1$  Αυτή είναι η μόνη διαδρομή που καταλήγει στο Α.
8. α) Β  
β) Υπάρχουν τρεις επιπλέον διαδρομές που καταλήγουν στο Β:  
 $0\ 1\ 1\ 1$ ,  $1\ 1\ 0\ 1$  και  $1\ 1\ 1\ 0$ .

9.

Προορισμός	Διαδρομές
A	1 1 1 1
B	1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1
Γ	1 1 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 1 0 0 1 1
Δ	1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
E	0 0 0 0

---

## **0660 Παλινδρομήσεις**

Η παλινδρομηση είναι φαινόμενο που παρατηρείται σε καθεμία από τις βασικές γλώσσες του κόσμου, ωστόσο δεν είναι εύκολο να προκύψει. Παρακάτω, ακολουθούν δύο γνωστά παραδείγματα από την αγγλική γλώσσα:

- A man, a plan, a canal, Panama
- Was it a car or a cat I saw?

Η διερεύνηση των παλινδρομικών αριθμών είναι ένα γνωστό άλυτο πρόβλημα. Υπάρχει η άποψη ότι από όποιον αριθμό και αν αρχίσει κάποιος, θα καταλήξει σε έναν παλινδρομικό αριθμό μετά από έναν πεπερασμένο αριθμό με βήματα. Κανένας δεν ξέρει κατά πόσο είναι αληθινή αυτή η εικασία. Ο μικρότερος αριθμός που μπορεί να θεωρηθεί παράδειγμα αντίθετης άποψης είναι ο 196. Οι υπολογιστές ακολούθησαν διαδικασία εκατοντάδων χιλιάδων βημάτων χωρίς να καταλήξουν σε παλινδρομικό αριθμό (αλλά κανένας μέχρι στιγμής δεν έχει αποδείξει ότι δεν θα καταλήξει ποτέ σε τέτοιον αριθμό). Ακολουθούν κάποιες ερωτήσεις που ίσως σε βοηθήσουν να διερευνήσεις διεξοδικότερα παλινδρομικούς αριθμούς.

- Ποιοι είναι οι πρώτοι παράγοντες του 343;
- Οι αριθμοί 777, 434 και 252 είναι επίσης παλινδρομικοί αριθμοί με τρία ψηφία, οι οποίοι είναι πολλαπλάσια του 7. Να βρεις όλους τους υπόλοιπους αριθμούς της συγκεκριμένης κατηγορίας και να αποδείξεις ότι το άθροισμα των δύο πρώτων ψηφίων πρέπει να είναι 7 ή 14.
- Πόσα από τα παλινδρομικά πολλαπλάσια του 7 διαιρούνται ακριβώς με το 3;
- Αν ο τριψήφιος παλινδρομικός αριθμός  $100a + 10b + a$  είναι πολλαπλάσιο του 11, να αποδείξεις ότι  $2a = b$  ή  $2a = b + 11$ . Στη συνέχεια, να βρεις όλους τους αριθμούς αυτής της κατηγορίας και να επαληθεύσεις ότι κάθε φορά που ο καθένας από τους συγκεκριμένους αριθμούς διαιρείται με το 11, το πηλίκο είναι είτε πολλαπλάσιο του 11 είτε αριθμός κατά μία μονάδα μεγαλύτερος από ένα πολλαπλάσιο του 11.
- Να βρεις τέσσερις τριψήφιους παλινδρομικούς αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του 19.
- Να αποδείξεις ότι όλοι οι τριψήφιοι παλινδρομικοί αριθμοί που είναι πολλαπλάσια του 29 είναι επίσης πολλαπλάσια του 8. Να επαληθεύσεις ότι το άθροισμα των δύο πρώτων ψηφίων είναι πάντοτε πολλαπλάσιο του 5.
- Να αποδείξεις ότι όλοι οι τριψήφιοι παλινδρομικοί αριθμοί που είναι πολλαπλάσια του 31 είναι επίσης πολλαπλάσια του 7. Επίσης, να δείξεις ότι το άθροισμα των τριών ψηφίων τους διαιρείται ακριβώς με το 11.

---

## **0674 Θανατηφόρο γεύμα**

- Να ανοίξεις πρώτα το κουτί που γράφει «βόμβα». Γιατί;  
Αν τα σάντουιτς δεν είναι μέσα στο κουτί, να ανοίξεις το κουτί που γράφει «απόρητο». Γιατί δεν θα πρέπει να ανοίξεις το κουτί που γράφει «γεύμα»;

---

### **0675 Κομμάτια κύβου**

Ο μικρότερος αριθμός κοψιμάτων για έναν  $3 \times 3 \times 3$  κύβο είναι 6 κοψίματα. Δεν είναι δυνατόν να το κάνεις με λιγότερα κοψίματα ακόμη και αν τακτοποιείς τα κομμάτια μετά από κάθε κόψιμο.

- Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός κοψιμάτων για μεγαλύτερους κύβους και ορθογώνια παραλληλεπίπεδα;

---

### **0677 Χάρτες λογικής**

Αν έπαιξες το παιχνίδι χρησιμοποιώντας τον ίδιο πίνακα και τα ίδια γνωρίσματα όπως στην κάρτα, ποια λογικά μπλοκ ήταν καλύτερο να χρησιμοποιήσεις;

---

### **0678 Προσθέτω 7 κάρτες**

Πώς αποφάσισες ότι το παιχνίδι τελείωσε; Ποιος νίκησε;  
Ποια ήταν η μεγαλύτερη βαθμολογία;

---

### **0679 7 κάρτες μείον**

Πώς αποφάσισες πότε τελείωσε το παιχνίδι; Ποιος είναι ο νικητής;  
Ποιο ήταν το μεγαλύτερο σκορ;

---

**0680 Υποκλοπή μηνυμάτων**

1. Κωδικοποιητής  $A = \begin{pmatrix} 50 & 66 & 81 \\ 85 & 114 & 139 \end{pmatrix}$   
 $= \mathbf{50\ 66\ 81\ 85\ 114\ 139}$

Αποκωδικοποιητής  $A = \begin{pmatrix} 15 & 18 & 23 \\ 5 & 12 & 12 \end{pmatrix}$   
 $= \mathbf{15\ 18\ 23\ 5\ 12\ 12}$

2. Οι κανόνες που ισχύουν για κωδικοποιητές και αποκωδικοποιητές υποδεικνύουν ότι για έναν κωδικοποιητή τύπου  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  ο αποκωδικοποιητής θα έπρεπε να είναι  $\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ . Επομένως, αν ο Κωδικοποιητής είναι  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , τότε ο Αποκωδικοποιητής είναι  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Μπόρεσες να εφαρμόσεις τον αποκωδικοποιητή;

**Για να πάρεις τον αποκωδικοποιητή**

1. & 2. Θα έπρεπε να έχεις διαπιστώσει ότι ο κανόνας λειτουργεί για όλους τους άλλους κωδικοποιητές.

3. Αποκωδικοποιητής  $= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

4.  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 54 & 8 & 63 & 59 \\ 40 & 7 & 47 & 44 \end{pmatrix}$   
 $= \begin{pmatrix} 14 & 1 & 16 & 15 \\ 12 & 5 & 15 & 14 \end{pmatrix}$   
 $= \mathbf{14\ 1\ 16\ 15\ 12\ 5\ 15\ 14}$   
 $\mathbf{N\ A\ P\ O\ L\ E\ O\ N}$

5. A  $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$       B.  $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$       Γ.  $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$   
Δ  $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$       E  $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$



---

**0684 Σαράντα πύργοι**

Οι παρακάτω πύργοι από 4 κυβάρια είναι όλοι διαφορετικοί:

- 6 πύργοι με πράσινο χρώμα στη βάση.
- 6 πύργοι με το πράσινο χρώμα δεύτερο ξεκινώντας από τη βάση.
- 6 πύργοι με το πράσινο χρώμα τρίτο ξεκινώντας από τη βάση.
- 6 πύργοι με το πράσινο χρώμα στο επάνω μέρος.

Υπάρχουν 24 διαφορετικοί πύργοι των 4 κύβων.

Αριθμός χρωμάτων	Αριθμός διαφορετικών πύργων	
1	1	1 που μπορεί να γραφεί ως 1!
2	2	$2 \times 1$ που μπορεί να γραφεί ως 2!
3	6	$3 \times 2 \times 1$ που μπορεί να γραφεί ως 3!
4	24	$4 \times 3 \times 2 \times 1$ που μπορεί να γραφεί ως 4!
10	3628800	$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ που μπορεί να γραφεί ως 10!
40	*	$40 \times 39 \times 38 \dots \dots \dots 3 \times 2 \times 1$ που μπορεί να γραφεί ως 40!
n	*	$n(n-1)(n-2) \dots \dots 3 \times 2 \times 1$ που μπορεί να γραφεί ως n!

- \* Για ποιο λόγο πιστεύεις ότι δεν έχουν δοθεί αυτές οι απαντήσεις;
- ! είναι ένα σύμβολο που σημαίνει «παραγοντικό».

---

**0689 Ένας τυχαίος κώδικας**

b = 8            f = 19            h = 7            k = 10            m = 2  
n = 26           q = 4            t = 24            w = 1            x = 6

Το μήνυμα λέει: Random means not regular, by chance, without order.

---

**0691 . . . . . και τώρα Σουαζίλι**

1 → moja            2 → mbili            3 → tatu            4 → nne            5 → tano  
6 → sita            7 → saba            8 → nane            9 → tisa            10 → kumi

---

**0694 Ποιοι διακόπτες;**

1. (α) A και B
- (β) A ή B (ή και τα δύο)
- (γ) A ή B ή Γ
- (δ) A και Γ ή B και Γ
- (ε) A και B ή Γ και Δ
- (ζ) A και Γ ή A και Δ ή B και Γ ή B και Δ

---

**0695 Να εντοπίσεις το λάθος**

Στην 4<sup>η</sup> σειρά προς τα κάτω, το 3<sup>ο</sup> και το 4<sup>ο</sup> βέλος από αριστερά θα έπρεπε να είναι το ένα στη θέση του άλλου.

---

**0705 Σταυρόλεξα**

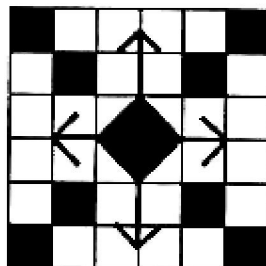
<sup>1.</sup> 1	7		<sup>2.</sup> 2	<sup>3.</sup> 5
2		<sup>4.</sup> 3		0
	<sup>5.</sup> 2	6	4	
<sup>6.</sup> 1		6		<sup>7.</sup> 4
<sup>8.</sup> 6	9		<sup>9.</sup> 9	9

	<sup>1.</sup> 1	1	<sup>2.</sup> 1	
<sup>3.</sup> 2	4		<sup>4.</sup> 3	<sup>5.</sup> 2
1		<sup>6.</sup> 5		9
<sup>7.</sup> 6	0		<sup>8.</sup> 2	7
	<sup>9.</sup> 1	0	5	

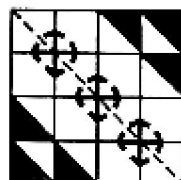
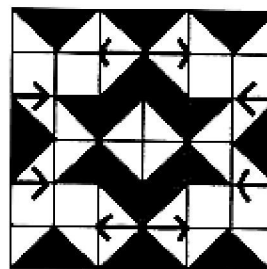
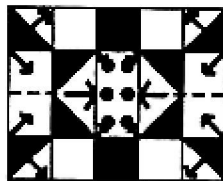
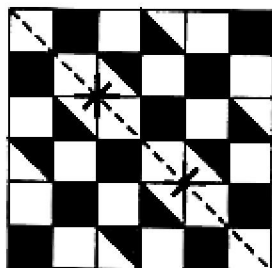
---

**0709 Αντικατοπτρισμός**

Αυτό είναι το συμπληρωμένο συμμετρικό σχέδιο.



Θα πρέπει να έχεις σχεδιάσει τουλάχιστον δύο από τα παρακάτω σχέδια.



Να δείξεις στο δάσκαλό σου το δικό σου συμπληρωμένο σχέδιο. Ίσως θα ήθελες να εκθέσεις την εργασία σου.

---

**0716 Σγέσεις**

1. α) Έχει σκιαστεί επειδή η Τζόθι είναι κόρη της Λάξιμ.  
 β) Δεν έχει σκιαστεί γιατί ο Μινές δεν είναι κόρη της Παρβάτι.

2. **B** «είναι αδελφή του»

	Γ	Π	Σ	N	Λ	T	M
Γ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Π	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Σ	Δ	Δ	Δ	▲	Δ	Δ	Δ
N	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Λ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
T	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲
M	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ

3. **Γ** «είναι γονέας του»

	Γ	Π	Σ	N	Λ	T	M
Γ	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ	Δ
Π	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ	Δ
Σ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
N	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	▲
Λ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	▲
T	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
M	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ

4. **Δ** «είναι παιδί του»

	Γ	Π	Σ	N	Λ	T	M
Γ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Π	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Σ	▲	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
N	▲	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Λ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
T	Δ	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ
M	Δ	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ

5. **Ε** Ανάστροφος του Γ

	Γ	Π	Σ	N	Λ	T	M
Γ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Π	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Σ	▲	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
N	▲	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Λ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
T	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ	Δ
M	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ	Δ

Αποτελούν τον ίδιο πίνακα  
 Η Ανάστροφος του Z

6. **Z** «είναι εγγόνι του»

	Γ	Π	Σ	N	Λ	T	M
Γ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Π	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Σ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
N	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Λ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
T	▲	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
M	▲	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ

	Γ	Π	Σ	N	Λ	T	M
Γ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	▲
Π	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	▲
Σ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
N	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Λ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
T	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
M	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ

Ο ανάστροφος του πίνακα Z παρουσιάζει τη σχέση «είναι ο παππούς του».

7.  $\Theta$  «είναι ο αδελφός ή η αδελφή του»

	Γ	Π	Σ	N	Λ	T	M
Γ	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Π	Δ	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Σ	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ	Δ
N	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ	Δ
Λ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	Δ	Δ
T	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	Δ
M	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	▲

I Ανάστροφος του  $\Theta$

	Γ	Π	Σ	N	Λ	T	M
Γ	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Π	Δ	▲	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
Σ	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ	Δ
N	Δ	Δ	▲	▲	Δ	Δ	Δ
Λ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	Δ	Δ
T	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	Δ
M	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	▲	▲

Ο πίνακας I παρουσιάζει την ίδια σχέση με τον πίνακα  $\Theta$ , δηλαδή τη σχέση «είναι ο αδελφός ή η αδελφή του».

8. Η κύρια διαγώνιος ξεκινάει από την επάνω αριστερή γωνία και καταλήγει στην κάτω δεξιά γωνία του πίνακα.

Οι πίνακες  $\Theta$  και I είναι συμμετρικοί ως προς την κύρια διαγώνιο.

Η σχέση «είναι ο αδελφός ή η αδελφή του» είναι ανάστροφη σχέση, καθώς η Τζόθι δεν μπορεί να είναι αδελφή του Μινές χωρίς να είναι ο Μινές αδελφός της Τζόθι.

9.  $K$  «είναι δίπλα σε»

	T	M	Mπ	I	Σ	P
T	□	■	□	□	□	■
M	■	□	■	□	□	□
Mπ	□	■	□	■	□	□
I	□	□	■	□	■	□
Σ	□	□	□	■	□	■
P	■	□	□	□	■	□

Λ είναι Ανάστροφος του K

	T	M	Mπ	I	Σ	P
T	□	■	□	□	□	■
M	■	□	■	□	□	□
Mπ	□	■	□	■	□	□
I	□	□	■	□	■	□
Σ	□	□	□	■	□	■
P	■	□	□	□	■	□

Ο πίνακας Λ παρουσιάζει την ίδια σχέση με τον πίνακα K «είναι δίπλα σε».

10.  $M$  «είναι αριστερά του»

	T	M	Mπ	I	Σ	P
T	□	□	□	□	□	■
M	■	□	□	□	□	□
Mπ	□	■	□	□	□	□
I	□	□	■	□	□	□
Σ	□	□	□	■	□	□
P	□	□	□	□	■	□

N Ανάστροφος του M

	T	M	Mπ	I	Σ	P
T	□	■	□	□	□	□
M	□	□	■	□	□	□
Mπ	□	□	□	■	□	□
I	□	□	□	□	■	□
Σ	□	□	□	□	□	■
P	■	□	□	□	□	□

Ο πίνακας N παρουσιάζει τη σχέση «είναι δεξιά του».

11.

$\Xi$  «είναι απέναντι»

	T	M	Mπ	I	Σ	P
T	■	□	□	■	□	□
M	□	■	□	□	■	□
Mπ	□	□	■	□	□	■
I	■	□	□	■	□	□
Σ	□	■	□	□	■	□
P	□	□	■	□	□	■

$\Theta$  Ανάστροφος του  $\Xi$

	T	M	Mπ	I	Σ	P
T	■	□	□	■	□	□
M	□	■	□	□	■	□
Mπ	□	□	■	□	□	■
I	■	□	□	■	□	□
Σ	□	■	□	□	■	□
P	□	□	■	□	□	■

Ο πίνακας  $\Theta$  παρουσιάζει την ίδια σχέση με τον πίνακα  $N$  «είναι απέναντι».

12. Οι πίνακες  $K$ ,  $\Lambda$ ,  $\Xi$  και  $\Theta$  είναι συμμετρικοί ως προς την κύρια διαγώνιο.

Οι πίνακες  $K$  και  $\Lambda$  είναι αντίστροφοι γιατί η Μπράιονι δεν γίνεται να είναι δίπλα στον Ίρβιγκ χωρίς να είναι ο Ίρβιγκ δίπλα στην Μπράιονι.

Οι πίνακες  $\Xi$  και  $\Theta$  είναι ομοίως αντίστροφοι.

---

**0718 Μυστικές ταυτότητες**

GEORGE

1.

$$\begin{pmatrix} 7 & 5 & 15 \\ 18 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 64 & 34 & 70 \\ 25 & 12 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 64 & 34 & 70 \\ 25 & 12 & 20 \end{pmatrix}$$

2.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 64 & 34 & 70 \\ 25 & 12 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 14 & 10 & 30 \\ 36 & 14 & 10 \end{pmatrix}$$

14 10 30 36 14 10  
N J ? N J ?

Αυτό **δεν** έχει νόημα.

3.

	Κωδικοποιητής	Λέξη	Μήνυμα
ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ	$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	$= \begin{pmatrix} 11 \\ 20 \end{pmatrix}$

		Λέξη	Μήνυμα
ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	$= \begin{pmatrix} 11 \\ 20 \end{pmatrix}$

4.  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Β:  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Γ:  $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\Delta: \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ναι, ο κανόνας ισχύει.

$$6. \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Είναι διπλάσιο του ταυτοτικού πίνακα

$$7. \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ο κανόνας ισχύει.

$$8. \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 64 & 34 & 70 \\ 25 & 12 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 15 \\ 18 & 7 & 15 \end{pmatrix}$$

7 5 15 18 7 5  
G E O R G E

$$9. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{Πρέπει να διαιρέσεις με το 3.}$$

Επομένως, ο αποκωδικοποιητής είναι

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{ή} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Επειδή} \quad \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{Πρέπει να διαιρέσεις με το 7.}$$

$$\text{Επομένως, ο αποκωδικοποιητής είναι} \quad \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{ή} \quad \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Επομένως,  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$  είναι ο αποκωδικοποιητής.

$$12. \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{Πρέπει να διαιρέσεις με το 10.}$$

Επομένως, ο αποκωδικοποιητής είναι  $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  ή  $\begin{pmatrix} \frac{2}{10} & -\frac{4}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{pmatrix}$

$$13. \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Επομένως  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  είναι ο αποκωδικοποιητής.

$$14. \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ Πρέπει να διαιρέσεις με το 2.}$$

Επομένως, ο αποκωδικοποιητής είναι  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$  ή  $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$15. \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{10} & -\frac{4}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

### **0719 Αναπτύγματα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου**

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει 6 πλευρές.  
Οι πλευρές όλες είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα.

### **0720 Αναπτύγματα πυραμίδων**

Να δείξεις τις πυραμίδες που έκανες στο δάσκαλό σου. Έλεγξες τα αναπτύγματα των πυραμίδων που έχεις φτιάξει;

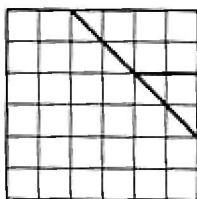
5. Οι πλευρές των τριγώνων δεν έχουν αρκετό μήκος και δεν συναντιούνται.



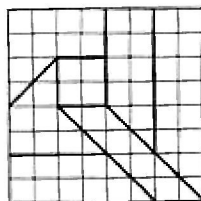
---

**0721 Τετράγωνα Τάγγκραμ**

1. Μια λύση είναι:



2. Μια πιθανή λύση είναι:



2. 100 τετραγωνικά εκατοστά

3. 36 τ. εκ. και 64 τ. εκ.

4.

$$\begin{aligned} 10^2 &= 6^2 + 8^2 \\ 100^2 &= 36^2 + 64^2 \end{aligned}$$

---

**0725 Πίστα ταχύτητας**

Να σημειώσεις τα τελευταία τέσσερα διανύσματα που χρησιμοποίησες και να τα δείξεις στο δάσκαλό σου.

---

**0727 Ποιος είναι ποιος;**

Ο Βασίλης λέει πάντα την αλήθεια, άρα δεν είναι στη μέση. Αφού ο Βασίλης δεν είναι στη μέση, το άτομο στην αριστερή πλευρά λέει ψέματα, άρα δεν είναι ο Βασίλης.

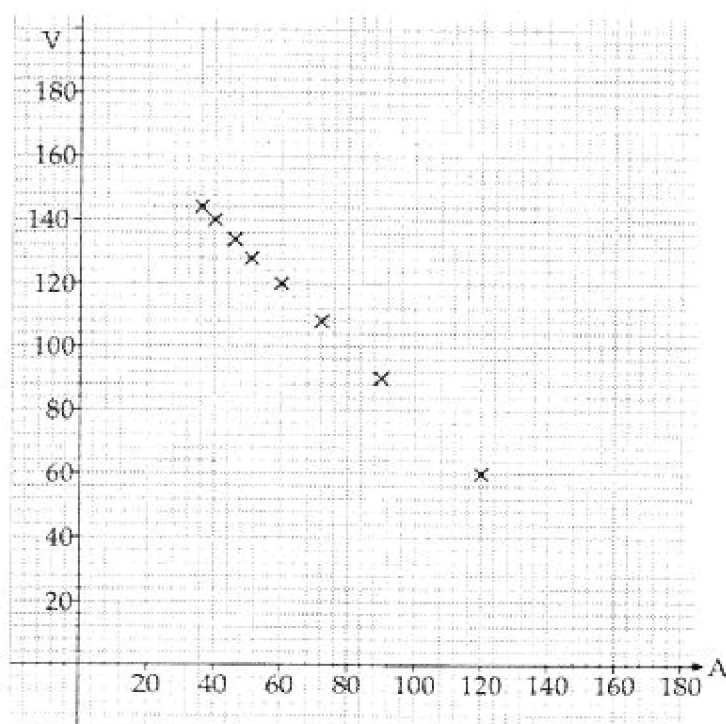
Γι' αυτό ο Βασίλης είναι στη δεξιά πλευρά. Ο Βασίλης λέει πάντα την αλήθεια. Γι' αυτό ο Γουίλ είναι στη μέση και ο Φίλιππος πρέπει να είναι στην αριστερή πλευρά.

---

### 0731 Κανονικά πολύγωνα

1. & 2.

Πολύγωνο	Αριθμός πλευρών	V	A
Τρίγωνο	3	60°	120°
Τετράγωνο	4	90°	90°
Κανονικό Πεντάγωνο	5	108°	72°
Κανονικό Εξάγωνο	6	120°	60°
Κανονικό Επτάγωνο	7	128,5°	51,5°
Κανονικό Οκτάγωνο	8	135°	45°
Κανονικό Εννιάγωνο	9	140°	40°
Κανονικό Δεκάγωνο	10	144°	36°



Τα σημεία πρέπει να βρίσκονται σε ευθεία γραμμή.

3. Δεν πρέπει να ενώσεις τα σημεία, καθώς δεν υπάρχουν πιθανές τιμές για τη γωνία V ανάμεσα, για παράδειγμα, στις 60° και 90°. Δεν είναι δυνατόν να έχεις ένα πολύγωνο με «μισές πλευρές»!
4.  $V + A = 180^\circ$
5. Το OPQ είναι ισοσκελές τρίγωνο.
6. Η ευθεία OP διχοτομεί τη γωνία V.

$$7. \hat{\text{OPQ}} = \frac{1}{2}V$$

$$8. \hat{\text{PQO}} = \frac{1}{2}V$$

9. Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι  $180^\circ$ .

$$\text{Στο τρίγωνο } \hat{\text{OPQ}} : \frac{1}{2}V + \frac{1}{2}V + A = 180^\circ$$

$$V + A = 180^\circ$$

11. Στην πρώτη μέθοδο χρησιμοποιούνται κανονικότητες που προκύπτουν από συγκεκριμένα παραδείγματα, για να σε βοηθήσουν να οδηγηθείς στη γενίκευση της σχέσης ανάμεσα στις γωνίες  $V$  και  $A$ . Η μέθοδος αυτή ονομάζεται επαγωγική. Σύμφωνα με το δεύτερο τρόπο, χρησιμοποιείται μια μέθοδος απόδειξης για ένα πολύγωνο με τυχαίο αριθμό πλευρών. Αυτή η μέθοδος ονομάζεται παραγωγική. Ίσως θελήσεις να συζητήσεις τις δύο διαφορετικές μεθόδους με το δάσκαλό σου.

---

### **0732 Χάρακας, μολύβι, διαβήτη**

- Τα τρίγωνα 4 και 6 μπορούν να σχεδιαστούν.
- Τα τρίγωνα 5 και 7 δεν μπορούν να σχεδιαστούν.

8. Με την κατασκευή μπορείς να παρατηρήσεις ότι τα δύο τόξα που σχεδιάσες δεν τέμνονται ποτέ μεταξύ τους, έτσι δεν είναι δυνατόν να αποκτήσεις το τρίτο σημείο του τριγώνου. Θα πρέπει να βρεις μια σχέση ανάμεσα στο μεγαλύτερο μήκος και στα δύο μικρότερα.

1. Τα τρίγωνα 4 και 1 είναι ισοσκελή τρίγωνα.  
Το τρίγωνο 6 είναι ένα ισόπλευρο τρίγωνο.

### 0734 Αρχίζοντας με $\alpha^2$

- Χρησιμοποιώντας το διάγραμμα μπορείς να διαπιστώσεις ότι το τετράγωνο με πλευρά  $(\alpha + \beta)$  είναι μεγαλύτερο από
  - δύο ορθογώνια  $\alpha \times \beta$  και
  - ένα τετράγωνο  $\beta^2$
- $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \boxed{2\alpha\beta} + \boxed{\beta^2}$
- $(5 + 3)^2 = 5^2 + (2 \times 5 \times 3) + 3^2$   
 $8^2 = 25 + 30 + 9$   
 $8^2 = 64$   
Η ταυτότητα ισχύει.
- $(102)^2 = (100 + 2)^2$   
 $= 100^2 + (2 \times 100 \times 2) + 2^2$   
 $= 10000 + 400 + 4$   
 $(102)^2 = 10404$
- $(2\alpha)^2 = \alpha^2 + 2\alpha^2 + \alpha^2$   
 $= 4\alpha^2$
- $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$   
Η διαφορά είναι  $2\alpha\beta$ .
- $96^2 = (100 - 4)^2$   
 $= 100^2 - (2 \times 100 \times 4) + 4^2$   
 $= 10000 - 800 + 16$   
 $= 9216$
- $(\alpha - \gamma)^2 = \boxed{\alpha^2 - 2\alpha\gamma + \gamma^2}$
- $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - (2\alpha\beta - \beta^2)$   
 $= \alpha^2 - \boxed{2\alpha\beta} + \boxed{\beta^2}$
- $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$   
 $(7 - 4)^2 = 49 - (2 \times 7 \times 4) + 4^2$   
 $3^2 = 49 - 56 + 16$   
 $3^2 = 9$
- $99^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$   
 $(100 - 1)^2 = 100^2 - (2 \times 100 \times 1) + 1^2$   
 $= 10000 - 200 + 1$   
 $= 9801$
- $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$   
Διαφορά  $= (\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2) - (\alpha^2 - \beta^2)$   
 $= 2\beta^2 - 2\alpha\beta$
- $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$   
 $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$   
Διαφορά  $= 4\alpha\beta$
- Μήκος  $= \alpha + \beta$   
Πλάτος  $= \alpha - \beta$
- $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \boxed{\alpha^2} - \boxed{\beta^2}$
- $(10 + 1)(10 - 1) = 10^2 - 1^2$   
 $11 \times 9 = 100 - 1$   
 $99 = 99$

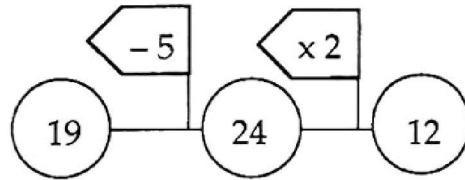
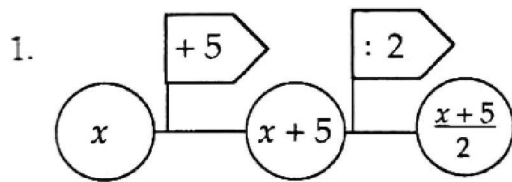
$$\begin{aligned}
17. \quad 103 \times 97 &= (100 + 3)(100 - 3) \\
&= 100^2 - 3^2 \\
&= 10000 - 9 \\
&= 9991
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
18. \alpha) \quad x^2 + 2xy + y^2 &= (\alpha + \beta)^2 + 2(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) + (\alpha - \beta)^2 \\
&= \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + 2(\alpha^2 - \beta^2) + \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 \\
&= \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + 2\alpha^2 - 2\beta^2 + \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 \\
&= 4\alpha^2
\end{aligned}$$

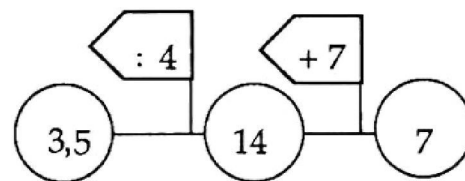
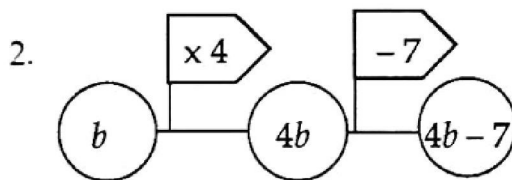
$$\begin{aligned}
\beta) \quad (x + y)^2 &= (\alpha + \beta + \alpha - \beta)^2 \\
&= (2\alpha)^2 \\
&= 4\alpha^2
\end{aligned}$$

Επομένως,  $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$ .

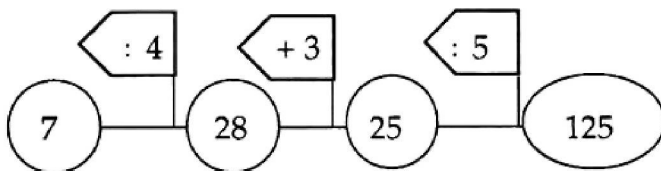
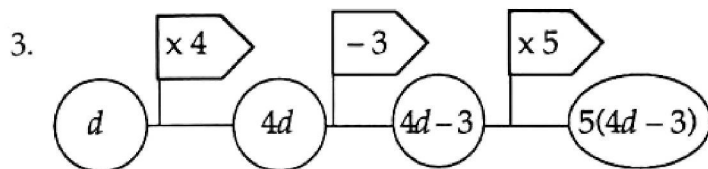
**0736 Επίλυση εξισώσεων**



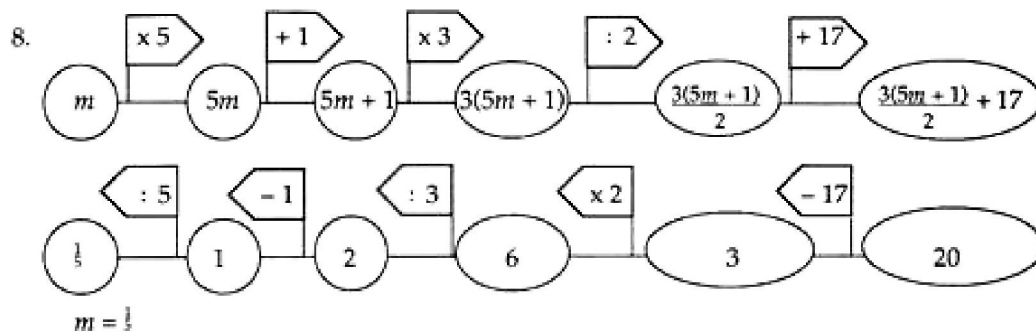
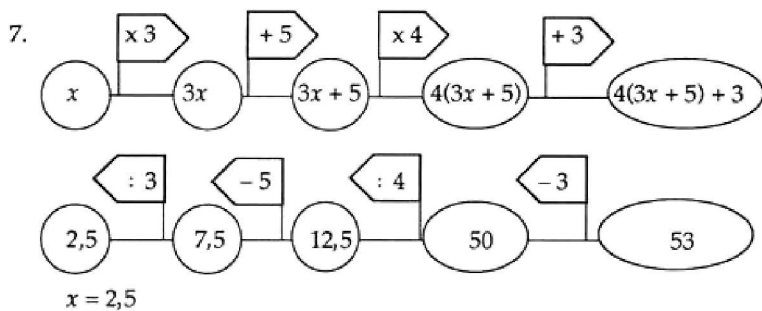
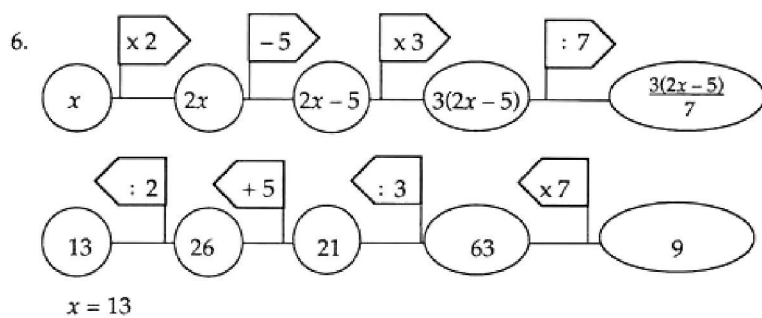
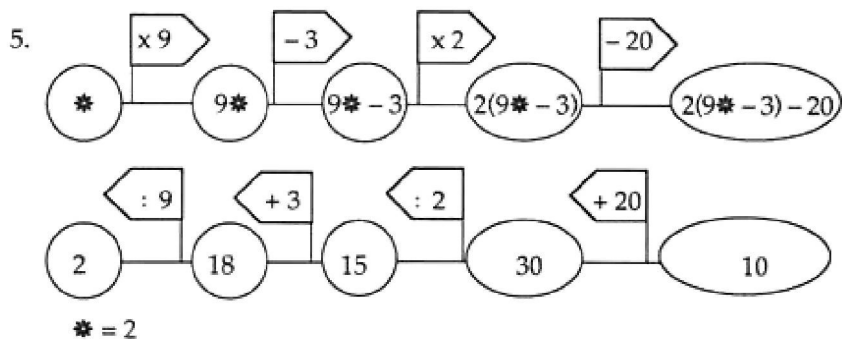
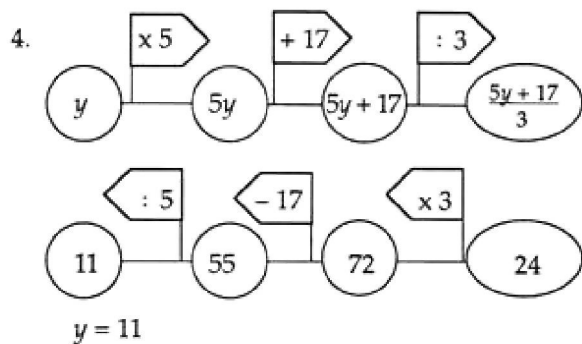
$x = 19$



$b = 3,5$



$d = 7$



**0737 Ποια είναι η πιθανότητα;**

1. α) 5  
β) 0
2. α) Είναι πιθανό να έχεις βρει ότι η στήλη «1» κέρδισε. Αν το αποτέλεσμα σου ήταν διαφορετικό, να σχολιάσεις το σχεδιάγραμμα σου με το δάσκαλό σου.  
β) Υπάρχουν περισσότεροι τρόποι για να επιτύχεις διαφορά μίας μονάδας από οποιοδήποτε άλλο αριθμό.  
γ) Είναι πιθανό να έχεις ρίξει το ζάρι περισσότερες από 40 φορές.

3.

		Πρώτο ζάρι					
		1	2	3	4	5	6
Δεύτερο ζάρι	1	0	1	2	3	4	5
	2	1	0	1	2	3	4
	3	2	1	0	1	2	3
	4	3	2	1	0	1	2
	5	4	3	2	1	0	1
	6	5	4	3	2	1	0

- α) Ακολουθούν κάποια στοιχεία που μπορεί να έχεις προσέξει.
  - Η πρώτη σειρά είναι η αντίστροφη της 6ης σειράς.  
Η δεύτερη σειρά είναι αντίστροφη της 5ης σειράς κ.λπ.
  - Η πρώτη στήλη είναι αντίστροφη της 6ης στήλης κ.λπ.
  - Η κύρια διαγώνιος που ξεκινάει από την επάνω αριστερή γωνία και καταλήγει στην κάτω δεξιά γωνία συμπεριλαμβάνει μόνο τον αριθμό 0.
  - Ευθείες παράλληλες της κύριας διαγωνίου περιλαμβάνουν τον ίδιο αριθμό.
  - Οι αριθμοί της δευτερεύουσας διαγωνίου που ξεκινάει από την κάτω αριστερή γωνία και καταλήγει στην πάνω δεξιά γωνία είναι συμμετρικοί. Οι αριθμοί που βρίσκονται σε ευθείες παράλληλες της δευτερεύουσας διαγωνίου είναι επίσης συμμετρικοί.
  - Σε οποιαδήποτε οριζόντια ή κάθετη γραμμή οι αριθμοί αυξάνονται ή μειώνονται μόνο κατά μία μονάδα τη φορά.

3. β) 36

4. α)

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Υπάρχουν 6 τετράγωνα, τα οποία έχουν σκιαστεί. Η πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι 0 είναι  $\frac{6}{36} \left( \frac{1}{6} \right)$  γιατί από τις 36 πιθανές απαντήσεις οι 6 είναι μηδενικές.



β)

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Υπάρχουν 10 τετράγωνα, τα οποία έχουν σκιαστεί.  $\frac{10}{36}$

γ)

Διαφορά	0	1	2	3	4	5
Πιθανότητα	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$


δ) Τα κλάσματα που εκφράζουν πιθανότητα έχουν άθροισμα  $\frac{36}{36} = 1$  από τη

στιγμή που οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, 5 είναι τα μόνα πιθανά αποτελέσματα.

5. Είναι πιθανό να έχεις λιγότερα χρήματα. Στο σύνολο των 36 πιθανών αποτελεσμάτων:

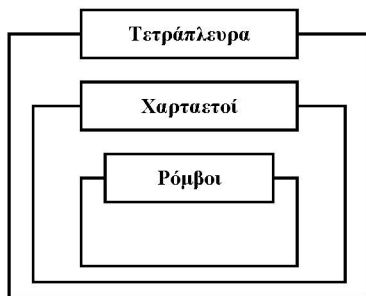
- Τα 28 θα έδιναν 10 λεπτά περισσότερο.
  - Το καθένα από τα υπόλοιπα 8 θα έδινε 40 λεπτά λιγότερο.
- Επομένως, στις 36 προσπάθειες, η αναμενόμενη απώλεια θα είναι 40 λεπτά.

## 0738 Η οικογένεια των τετραπλεύρων

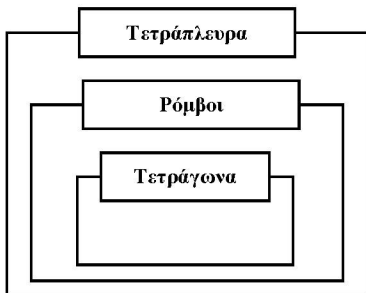
1. Ο ορισμός του χαρταετού είναι:  
« Ο Χαρταετός είναι ένα τετράπλευρο που έχει:
  - δύο ζεύγη διαδοχικών ίσων πλευρών,
  - ένα ζεύγος ίσων γωνιών,
  - έναν άξονα συμμετρίας».
2. Ο ορισμός του ρόμβου είναι:  
« Ο ρόμβος είναι ένα τετράπλευρο που έχει:
  - τέσσερις ίσες πλευρές,
  - τις απέναντι πλευρές ίσες,
  - τις απέναντι πλευρές παράλληλες,
  - δύο άξονες συμμετρίας».
3. α) Είναι δυνατό να σχεδιάσουμε ένα χαρταετό που να μην ικανοποιεί τον ορισμό του ρόμβου. Ο συγκεκριμένος χαρταετός δεν ικανοποιεί τον ορισμό του ρόμβου γιατί:
  - όλες οι πλευρές του δεν είναι ίσες,
  - έχει μόνον έναν άξονα συμμετρίας,
  - οι απέναντι πλευρές δεν είναι παράλληλες.

β) Δεν είναι δυνατό να σχεδιάσουμε ένα ρόμβο που να μην ικανοποιεί τον ορισμό του χαρταετού. Οποιοσδήποτε ρόμβος θα ικανοποιεί τον ορισμό του χαρταετού:

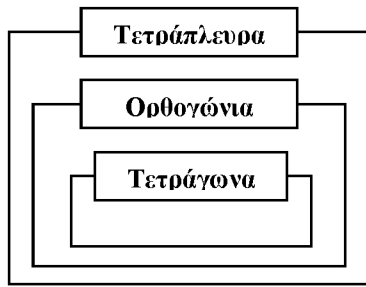
  - δύο ζεύγη διαδοχικών ίσων πλευρών (και οι τέσσερις πλευρές είναι ίσες),
  - ένα ζεύγος ίσων γωνιών (υπάρχουν δύο ζεύγη ίσων γωνιών),
  - ένας άξονας συμμετρίας (υπάρχουν δύο άξονες συμμετρίας).
4. «Όλοι οι **ρόμβοι** είναι **χαρταετοί**»  
«**Οι ρόμβοι** είναι ειδικές περιπτώσεις **χαρταετών**».



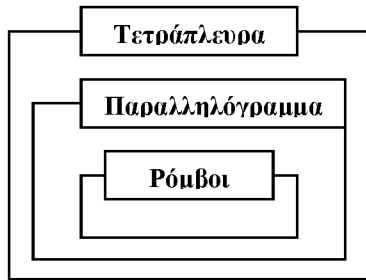
5. α) Τα **τετράγωνα** είναι ειδικές περιπτώσεις **ρόμβων**.



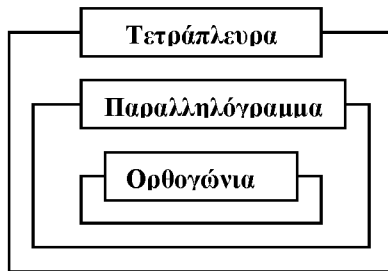
β) Τα **τετράγωνα** είναι ειδικές περιπτώσεις **ορθογώνιων**.



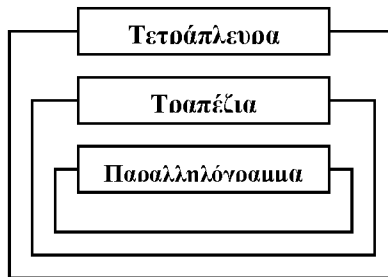
γ) Οι **ρόμβοι** είναι ειδικές περιπτώσεις **παραλληλογράμμων**.



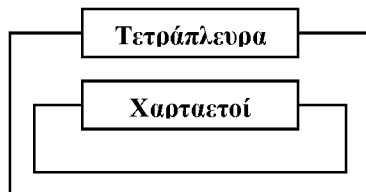
δ) Τα **ορθογώνια** είναι ειδικές περιπτώσεις **τραπεζίων**.



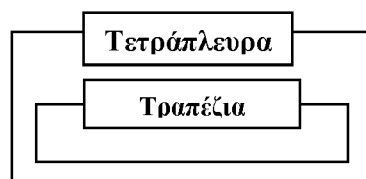
ε) Τα **παραλληλόγραμμο** είναι ειδικές περιπτώσεις **τραπεζίων**.



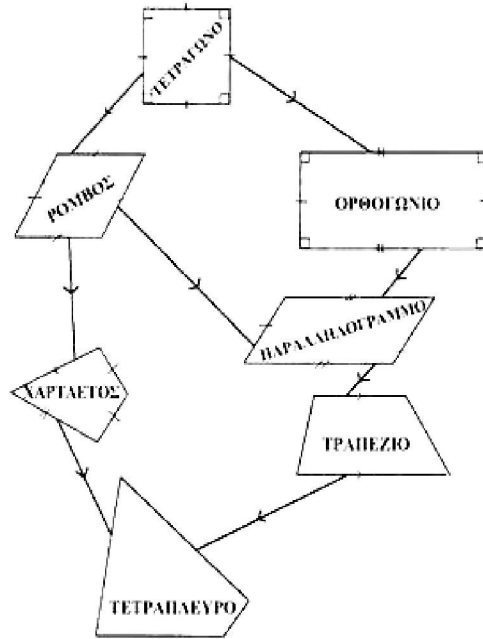
στ) Οι **χαρταετοί** είναι ειδικές κατηγορίες **τετραπλεύρων**.



ζ) Τα **τραπέζια** είναι ειδικές περιπτώσεις **τετραπλεύρων**.

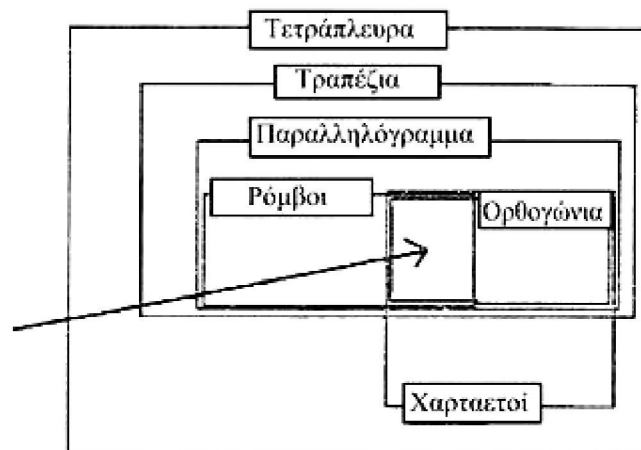


6.



**Πρόκληση**

Ποιο σχήμα ανήκει εδώ;



**0740 Βρες τη λύση!**

1.  $x = 18$

3.  $x = 0.2$

5.  $p = 10$

7.  $y = 46$

9.  $a = 0.2$

10.  $p = -1$

12.  $x = -5$

14.  $\beta = -3$

15.  $\Omega = 7$

2.  $x = 71$

4.  $x = 7.25$

6.  $x = 9$

8.  $t = 5$

11.  $\phi = 14$

13.  $\theta = 9$

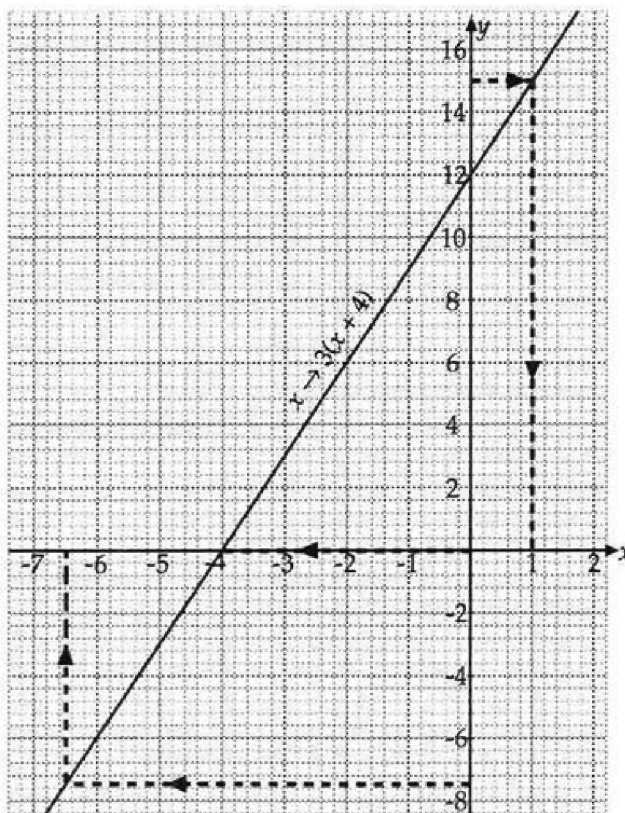
### 0743 Χρησιμοποιώντας γραφήματα

1.	x	→	2x - 3
	-2	→	-7
	-1	→	-5
	0	→	-3
	4	→	5
	6	→	9

2. (-2, -7)  
(-1, -5)  
(0, -3)  
(4, 5)  
(6, 9)

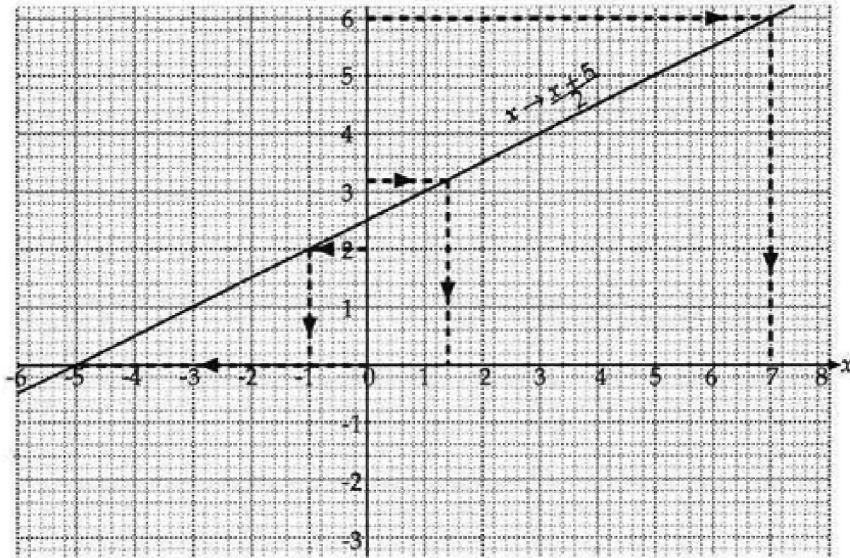
6. α) x = 3 Να ελέγξεις  $2 \times 3 - 3 = 3$  ✓  
β) x = -1 Να ελέγξεις  $2 \times -1 - 3 = -5$  ✓  
γ) x = 5 Να ελέγξεις  $2 \times 5 - 3 = 7$  ✓  
δ) x = 1,5 Να ελέγξεις  $2 \times 1,5 - 3 = 0$  ✓

7.



- α)  $x = 1$  Να ελέγξεις  $3(1 + 4) = 15$  ✓  
 β)  $x = -6,5$  Να ελέγξεις  $3(-6,5 + 4) = -7,5$  ✓  
 γ)  $x = -4$  Να ελέγξεις  $3(-4 + 4) = 0$  ✓

8.



- α)  $x = -1$   
 β)  $x = 7$   
 γ)  $x = 1,4$   
 δ)  $x = -5$

### 0744 Εξισώσεις και γραφικές παραστάσεις

1. Μπορεί να μάντεψες τη σωστή απάντηση αλλά δεν θα είσαι πάντα τόσο τυχερός/ή.
2. Η  $x = -3$  δίνει το ίδιο αποτέλεσμα και για τις δύο απεικονίσεις αλλά δεν είναι απαραίτητο να έχεις επιλέξει αυτήν την τιμή για το  $x$ .
3. Αν σχεδιάσεις τις γραφικές παραστάσεις με ακρίβεια, οι ευθείες τέμνονται στο σημείο  $x = -3$ .
4.  $(-3, 2)$
5. Το  $-3$  απεικονίζεται στον ίδιο αριθμό.

$$x \rightarrow \frac{x+7}{2}$$

$$-3 \rightarrow \frac{-3+7}{2} = 2$$

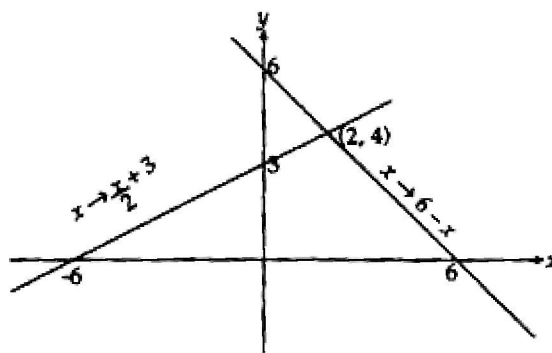
$$x \rightarrow 2(x+4)$$

$$-3 \rightarrow 2(-3+4) = 2$$

6.

$$\begin{array}{rcl} & -3 & \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ \frac{-3+7}{2} & = & 2(-3+4) \\ \frac{4}{2} & = & 2 \times 1 \\ 2 & = & 2 \end{array}$$

*6	→	0	*6	→	6
2	→	4	2	→	4
0	→	6	0	→	3
-2	→	8	-2	→	1
-6	→	12	-6	→	-3



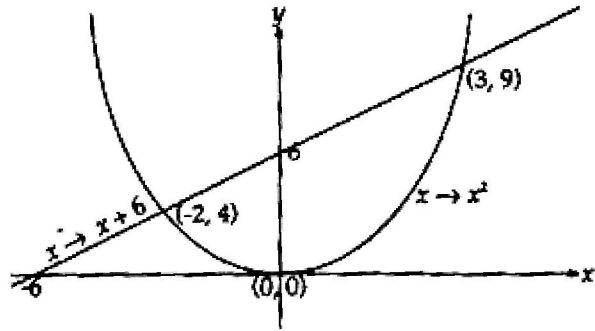
7. α)  $x \rightarrow 6 - x$        $x \rightarrow \frac{x}{2} + 3$

Η λύση για την εξίσωση  $6 - x = \frac{x}{2} + 3$  είναι  $(2, 4)$

$$6 - 2 = \frac{2}{2} + 3$$

$$4 = 4$$

*3	→	9	→	*3	→	9
2	→	4	→	2	→	8
0	→	0	→	0	→	6
-2	→	4	→	-2	→	4
-3	→	9	→	-6	→	0



β)  $x \rightarrow x^2$      $x \rightarrow x + 6$

Οι λύσεις για την εξίσωση

Να ελέγξεις την εξίσωση για τις τιμές

Να ελέγξεις το ζεύγος  $(-2, 4) \rightarrow$

$$x^2 = x + 6 \text{ είναι } (3, 9) \text{ και } (-2, 4).$$

$$(3, 9) \rightarrow 3^2 = 3 + 6$$

$$9 = 9$$

$$x^2 = x + 6$$

$$(-2)^2 = -2 + 6$$

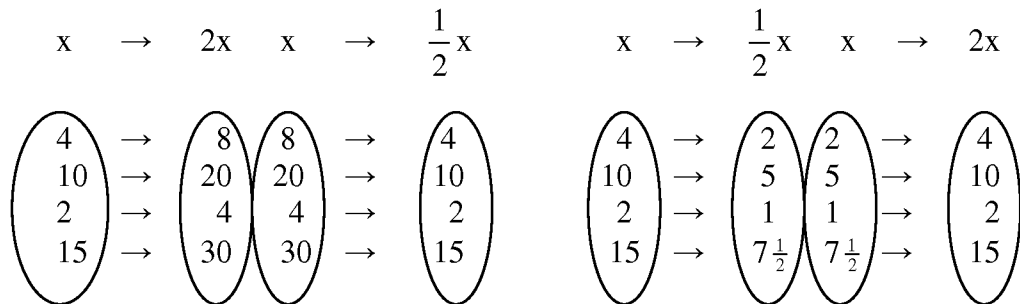
$$4 = 4$$

\* Είναι πιθανό να έχεις επιλέξει διαφορετικές τιμές για το  $x$ .

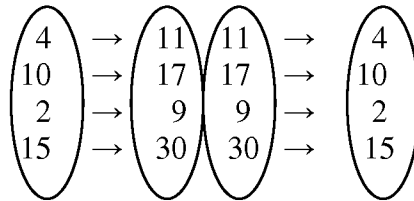


## 0745 Αντίστροφοι αριθμοί

1. Τα διαγράμματα απεικόνισης που ακολουθούν δείχνουν ότι οι  $x \rightarrow 2x$  και  $x \rightarrow \frac{1}{2}x$  είναι μεταξύ τους αντίστροφες.

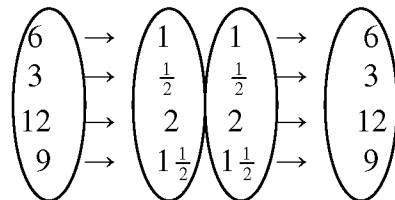


2. α)  $x \rightarrow x+7$   $x \rightarrow x-7$



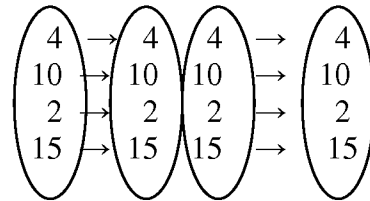
Η αντίστροφη είναι η  $x \rightarrow x-7$

- γ)  $x \rightarrow \frac{x}{6}$   $x \rightarrow 6x$



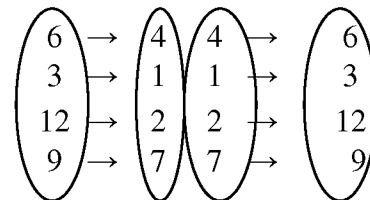
Η αντίστροφη είναι η  $x \rightarrow 6x$

- β)  $x \rightarrow x$   $x \rightarrow x$



Η αντίστροφη είναι η  $x \rightarrow x$

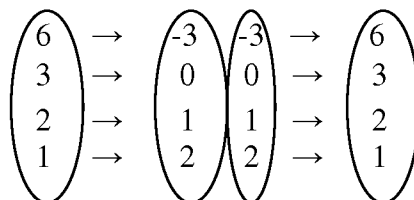
- δ)  $x \rightarrow x-2$   $x \rightarrow x+2$



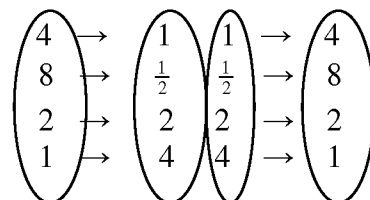
Η αντίστροφη είναι η  $x+2$

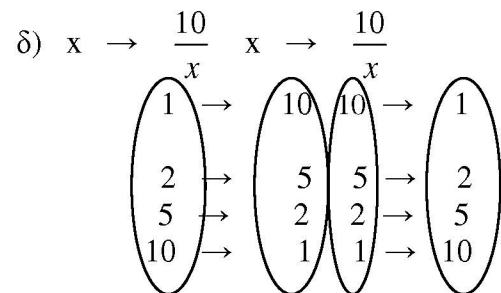
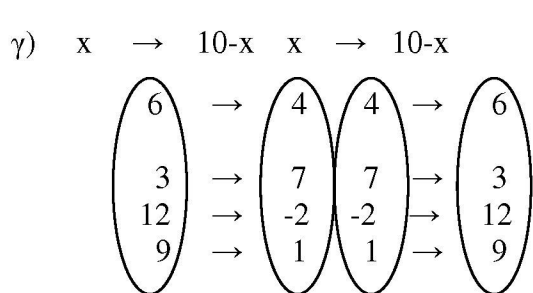
3.  $x \rightarrow x$  αποτελεί απεικόνιση που είναι αντίστροφη του εαυτού της.

4. α)  $x \rightarrow 3-x$   $x \rightarrow 3-x$



- β)  $x \rightarrow \frac{4}{x}$   $x \rightarrow \frac{4}{x}$





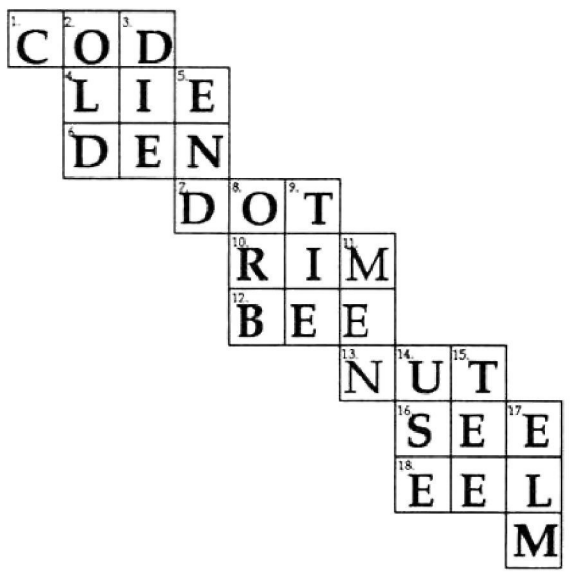
Αυτές οι απεικονίσεις είναι αντίστροφες των εαυτών τους επειδή η αντίστροφη απεικόνιση είναι η **ίδια** με την αρχική απεικόνιση.

5. Οποιαδήποτε απεικόνιση της μορφής  $x \rightarrow k - x$   
 Π. χ.  $x \rightarrow 10 - x$   
 $x \rightarrow 3 - x$   
 $x \rightarrow 43 - x$

ή  $x \rightarrow -$   
 $x \rightarrow \frac{1}{-}$   
 $x \rightarrow \frac{1}{-}$  είναι αντίστροφη του εαυτού της.

Αν δεν είσαι σίγουρος-η για τις απεικονίσεις, να δείξεις την εργασία σου στο δάσκαλό σου.

**0748 Σταυρόλεξο πολλαπλασιασμού**



---

**0749 Τρεις αριθμοί**

8	6	5	2	3	6
1	4	6	8	7	2
7	1	3	5	5	5
9	4	8	9	3	7
6	4	2	7	2	1
2	2	7	5	1	8

1. Υπάρχουν πολλές απαντήσεις. Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικές πιθανές:

(α)  $22=(6 \times 4)-2$

(β)  $16=8+7+1$

(γ)  $26=(9 \times 2)+8$

(δ)  $21=7 \times (5-2)$

(ε)  $3=(7-1)-3$

2. Υπήρχαν κάποιες «απαντήσεις» που ήταν αδύνατο να βρεθούν;

## 0750 Μονόπολη

1. Να συζητήσεις τους λόγους με το δάσκαλό σου.
- 2.

Σκορ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Τρόποι δημιουργίας του σκορ	1+1	1+2 2+1	1+3 3+1 2+2	1+4 4+1 2+3 3+2	1+5 5+1 2+4 4+2 3+3	1+6 6+1 2+5 5+2 3+4 4+3	2+6 6+2 3+5 5+3 4+4	3+6 6+3 4+5 5+4	4+6 6+4 5+5	5+6 6+5	6+6
Σύνολο	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

3. 5 τρόποι
4. 3 τρόποι
5. Είναι πιο πιθανό να φέρεις 6 γιατί υπάρχουν περισσότεροι τρόποι για να επιτύχεις αυτό το σκορ.
6. Είναι εξίσου πιθανό – υπάρχουν 4 τρόποι για να φέρεις 5 και 4 τρόποι για να φέρεις 9.
7. 36 τρόποι συνολικά.
8. Είναι ριψοκίνδυνο γιατί υπάρχουν 6 διαφορετικοί τρόποι για να φέρεις κάποιο σκορ που θα σε οδηγήσει στο Mayfair.

9.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	
2	3	4	5	6		8
3	4	5	6		8	9
4	5	6		8	9	10
5	6		8	9	10	11
6		8	9	10	11	12

10.

Σκορ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Πιθανότητα	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

11. Σε σύνολο 36 υποθετικών προσπαθειών:  
Τα αγόρια θα πάρουν 360 λεπτά ή 3,6 ευρώ.  
Είναι πιθανό να πληρώσουν:

- α) 6 φορές από 30 λεπτά = 180 λεπτά ή 1,8 ευρώ
- β) 6 φορές από 20 λεπτά = 120 λεπτά ή 1,2 ευρώ

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Επομένως, το αναμενόμενο κέρδος είναι  $(3,6 \text{ ευρώ} - 3 \text{ ευρώ}) = 60 \text{ λεπτά}$

12. Υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να φέρεις 7. Ίσως είναι προτιμότερο να αποφασίσεις αφού ρίξεις το ζάρι.

---

### **0752 Επαναλαμβανόμενα ψηφία**

Η απάντηση είναι πάντα ο τριψήφιος αριθμός με τον οποίο ξεκίνησες. Επαναλαμβάνοντας τα τρία ψηφία για να δημιουργήσεις έναν εξαψήφιο αριθμό έχεις πολλαπλασιάσει τον αρχικό τριψήφιο αριθμό με το 1001, δηλαδή  $7 \times 11 \times 13$ .

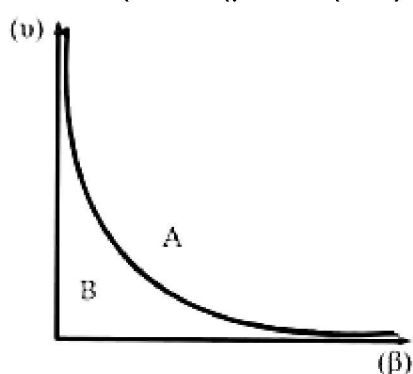
#### ***Πρόκληση***

Αφού φτιάξεις το διάγραμμα ροής, να το ελέγξεις δοκιμάζοντας διάφορους αριθμούς. Θα πρέπει να βρεις ότι η απάντησή σου είναι πάντα ο τετραψήφιος αριθμός με τον οποίο ξεκίνησες.

---

### **0755 Ορθογώνια**

1. Να δείξεις τα αποτελέσματα που βρήκες στο δάσκαλό σου.
2. Τα σημεία στη γραφική σου παράσταση πρέπει να σχηματίζουν μια ομαλή καμπύλη. Αν όχι, να ελέγξεις την εργασία σου με το δάσκαλό σου.
3. Για κάθε σημείο, οι τιμές για  $\beta$  και  $\nu$  πρέπει να έχουν γινόμενο  $\beta\nu = 36$ .
4. Για κάθε σημείο, οι τιμές για  $\beta$  και  $\nu$  πρέπει να έχουν γινόμενο  $\beta\nu < 36$ .
5. Για κάθε σημείο, οι τιμές για  $\beta$  και  $\nu$  πρέπει να έχουν γινόμενο  $\beta\nu > 36$ .



6. Οποιοδήποτε σημείο στην περιοχή B (κάτω από την καμπύλη) θα έχει  $\beta\nu < 24$ .  
Οποιοδήποτε σημείο στην περιοχή A (πάνω από την καμπύλη) θα έχει  $\beta\nu > 24$ .
7. α)  $\nu \approx 2,82$  εκ.  
β) Οποιαδήποτε τιμή του  $\nu$ , όπου  $\nu > 2,82$  εκ.  
γ) Οποιαδήποτε τιμή του  $\nu$ , όπου  $\nu < 2,82$  εκ.

---

**0758 Ο αριθμός που «δεν ταιριάζει»**

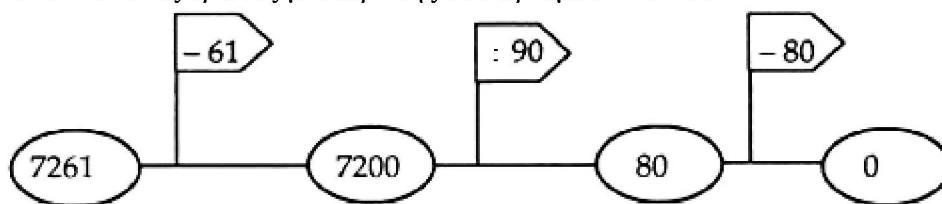
- |    |   |                |
|----|---|----------------|
| 1. | <i>Κανόνας</i>  | <i>Αριθμός</i> |
|    | Περιττοί αριθμοί  | 158            |
|    | Διαιρώ με το 7 και το υπόλοιπο είναι 4  | 143            |
|    | 3-ψήφιοι αριθμοί  | 53             |
| 2. | Παρακάτω, παρουσιάζονται κάποιοι κανόνες. Οι δικοί σου μπορεί να είναι διαφορετικοί. Αν δεν είσαι βέβαιος για τους κανόνες σου, να τους ελέγξεις με το δάσκαλό σου. |                |
|    | <i>Κανόνας</i>  | <i>Αριθμός</i> |
|    | 2-ψήφιοι αριθμοί  | 9              |
|    | Διαιρώ με το 5 και το υπόλοιπο είναι 4  | 25             |
|    | Περιττοί αριθμοί  | 64             |
|    | Τετραγωνικοί αριθμοί  | 79             |
| 3. | Ζήτησε από κάποιον να ελέγξει τους κανόνες σου.   |                |

### 0760 Για να φτάσουμε γρήγορα στο μηδέν

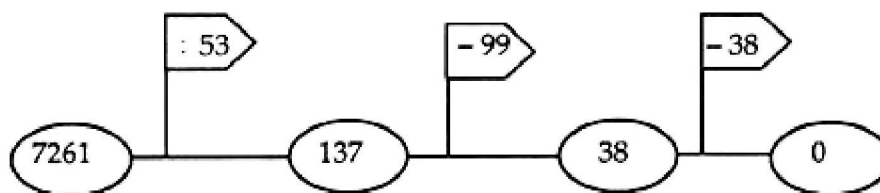
Ένας τετραψήφιος αριθμός μπορεί πάντα να μετατραπεί σε μηδέν χρησιμοποιώντας δύο ψηφία τη φορά με μια διαδικασία τριών βημάτων το πολύ. Μπορείς να προσθέσεις, να αφαιρέσεις, να πολλαπλασιάσεις ή να διαιρέσεις χρησιμοποιώντας 2 οποιαδήποτε ψηφία. Επειδή, όμως, μετατρέπεις τον αριθμό σε μηδέν είναι καλύτερο να κάνεις διαίρεση και αφαίρεση.

- Η αφαίρεση ενός θετικού διψήφιου αριθμού οδηγεί πάντα στη μείωση του αρχικού αριθμού.
- Η διαίρεση με θετικό διψήφιο αριθμό μεγαλύτερο της μονάδας οδηγεί πάντα στη μείωση του αρχικού αριθμού.

Ακολουθεί ένας τρόπος μετατροπής του αριθμού 7261 σε 0.



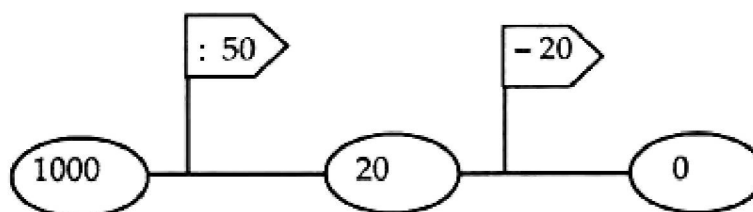
Παρακάτω, παρουσιάζεται κάποιος άλλος τρόπος.



Δεν ήταν δυνατό να γίνει η μετατροπή σε λιγότερα από τρία βήματα.

Είναι πιθανό να μετατρέψουμε σε 0 κάποιους τετραψήφιους αριθμούς με διαδικασίες που περιλαμβάνουν λιγότερα από τρία βήματα.

Για παράδειγμα:



Παρακάτω, παρουσιάζονται μερικά ακόμη παραδείγματα:

1500 → διαιρούμε με το 30 μετά αφαιρούμε 50

2225 → διαιρούμε με το 25 μετά αφαιρούμε 89

2500 → διαιρούμε με το 50 μετά αφαιρούμε 50

4032 → διαιρούμε με το 64 μετά αφαιρούμε 63

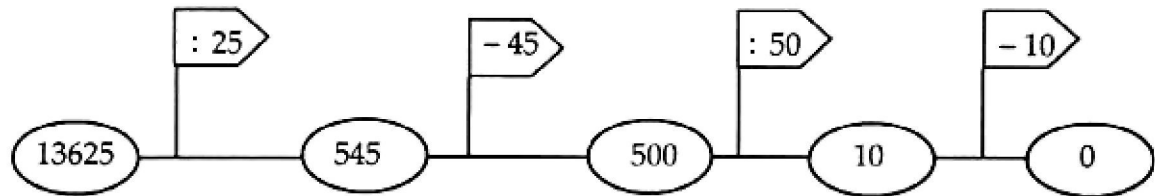
9801 → διαιρούμε με το 99 μετά αφαιρούμε 99

Οποιοσδήποτε τετραψήφιος αριθμός που είναι γινόμενο δύο διψήφιων αριθμών μπορεί να μετατραπεί σε μηδέν σε 2 φάσεις: πρώτα τον διαιρούμε με το μεγαλύτερο διψήφιο παράγοντα και μετά αφαιρούμε το αποτέλεσμα.

Από οποιονδήποτε τετραψήφιο αριθμό που δεν είναι γινόμενο δύο διψήφιων αριθμών πρέπει πρώτα να αφαιρέσουμε ένα διψήφιο αριθμό πριν τον διαιρέσουμε με το μεγαλύτερο παράγοντα και αφαιρέσουμε το αποτέλεσμα.

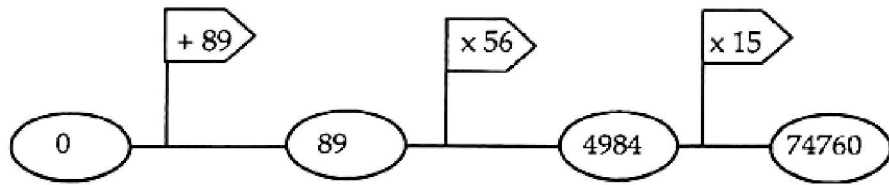
Οποιοσδήποτε πενταψήφιος αριθμός μπορεί να μετατραπεί σε μηδέν σε τέσσερις (4) το πολύ φάσεις.

Για παράδειγμα:



Μπορείς να βρεις έναν πενταψήφιο αριθμό που να είναι δυνατόν να μετατραπεί σε μηδέν με λιγότερα βήματα; Ένας τρόπος είναι να εργαστείς αντίστροφα για να βρεις μερικά παραδείγματα.

Για παράδειγμα, να ξεκινήσεις από το 0, να προσθέσεις ένα διψήφιο αριθμό και να πολλαπλασιάσεις με δύο άλλους διψήφιους αριθμούς.



Επομένως, είναι πιθανό να μετατρέψουμε τον αριθμό 74760 σε μηδέν σε τρεις φάσεις (να διαιρέσουμε με το 15, να διαιρέσουμε με το 56 και να αφαιρέσουμε το 89). Ποιοι πενταψήφιοι αριθμοί μπορούν να μετατραπούν σε 0 με διαδικασίες που έχουν λιγότερα από 4 βήματα;

Τι ισχύει για τους εξαψήφιους αριθμούς;



---

### **0761 Τροχιές**

Κάθε απάντηση προκύπτει με το να επιστρέφεις στον αρχικό υπολογισμό και να στρογγυλοποιείς την απάντηση μόνο στον τελευταίο υπολογισμό. Αν έχεις χρησιμοποιήσει απαντήσεις από προηγούμενους υπολογισμούς, οι απαντήσεις σου θα είναι λιγότερο ακριβείς.

1.	40000 χμ	
2.	Χρησιμοποιώντας το πλήκτρο $\pi$	12732χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο χιλιόμετρο
		12732,395χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο μέτρο
	Χρησιμοποιώντας $\pi= 3,14$	12739χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο χιλιόμετρο
		12738,854χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο μέτρο
3.	Χρησιμοποιώντας το πλήκτρο $\pi$	6366χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο χιλιόμετρο
		6366,198χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο μέτρο
	Χρησιμοποιώντας $\pi= 3,14$	6369χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο χιλιόμετρο
		6369,427χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο μέτρο
4.	Χρησιμοποιώντας το πλήκτρο $\pi$ ή το $\pi = 3,14$ η τροχιά του δορυφόρου είναι 40050χμ με στρογγυλοποίηση στο πλησιέστερο χιλιόμετρο.	
5.	Περίπου 1 ώρα και 20 λεπτά.	
6.	Το μήκος του σχοινιού = 40000χμ	

Αν χρησιμοποιήσεις το πλήκτρο  $\pi$  ή  $\pi = 3,14$ , το σχοινί που απαιτείται είναι 0,006χμ ή 6μ. Ουσιαστικά, απαιτούνται 2π μέτρα περισσότερο. Μπορείς να καταλάβεις γιατί;






---

### **0772 Εκτίμηση γωνιών**

Να σημειώσεις την ακριβή μέτρηση σε όλες τις γωνίες.

---

**0775 Μετρώντας γωνίες**1.  $360^\circ$ 2.  $90^\circ$ 

3. Γωνία	Μέγεθος (σε στροφές)	Μέγεθος (σε μοίρες)	Μέγεθος (σε ορθές γωνίες)
	1 στροφή	$360^\circ$	4 ορθές γωνίες
	$\frac{1}{2}$ στροφή	$180^\circ$	2 ορθές γωνίες
	$\frac{1}{4}$ στροφή	$90^\circ$	1 ορθή γωνία
	$\frac{3}{4}$ στροφή	$270^\circ$	3 ορθές γωνίες
	$\frac{3}{8}$ στροφή	$45^\circ$	$\frac{1}{2}$ ορθή γωνία

4. Αν οι απαντήσεις σου είναι κοντά στο αποτέλεσμα, να τις θεωρήσεις σωστές.  
Αν οι απαντήσεις σου είναι πολύ διαφορετικές, να τις δείξεις στο δάσκαλό σου.

(γ)  $68^\circ$  (δ)  $11^\circ$ (ε)  $243^\circ$  (ζ)  $117^\circ$ 

Οι απαντήσεις σου στο (ε) και στο (ζ) θα πρέπει να δίνουν άθροισμα  $360^\circ$ . Γιατί;

(η)  $159^\circ$  (θ)  $21^\circ$ 

Οι απαντήσεις σου στο (η) και στο (θ) θα πρέπει να δίνουν άθροισμα  $180^\circ$ . Γιατί;

(ι)  $45^\circ$  (κ)  $45^\circ$ 

Οι απαντήσεις σου στο (ι) και στο (κ) θα πρέπει να είναι ίδιες γιατί οι γωνίες είναι κατά κορυφήν.

(λ)  $90^\circ$  (μ)  $270^\circ$ 

Οι απαντήσεις σου στο (λ) και στο (μ) θα πρέπει να δίνουν άθροισμα  $360^\circ$ . Γιατί;

(ν)  $90^\circ$  (ξ)  $90^\circ$ (ο)  $45^\circ$  (π)  $135^\circ$  (ρ)  $180^\circ$ 

Οι απαντήσεις σου στο (ο), στο (π) και στο (ρ) θα πρέπει να δίνουν άθροισμα  $360^\circ$ .  
Γιατί;

---

**0776 Σχεδιάζοντας γωνίες**

1. Να δώσεις σε κάποιον άλλο να ελέγξει τις γωνίες σου.

2. & 3. Κάθε ζεύγος γωνιών δίνει άθροισμα  $360^\circ$ .

---

### **0779 Μέγιστο γινόμενο**

1.  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
2. Για οποιονδήποτε αριθμό το μέγιστο γινόμενο μπορεί να προκύψει, αν ακολουθήσουμε τον παρακάτω κανόνα:
  - Αν ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 3, τον χωρίζουμε σε τριάδες.  
Π.χ. 18  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
  - Αν ο αριθμός είναι κατά 1 μικρότερος από ένα πολλαπλάσιο του 3, τον χωρίζουμε σε τριάδες και μία δυάδα.  
Π.χ. 17  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2$
  - Αν ο αριθμός είναι κατά 1 μεγαλύτερος από ένα πολλαπλάσιο του 3, τον χωρίζουμε σε τριάδες και δύο δυάδες.  
Π.χ. 16  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$

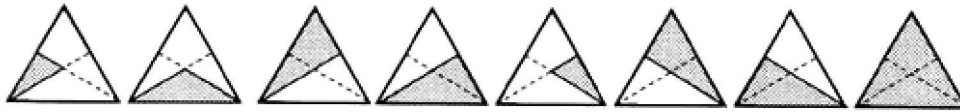
---

### **0781 Αντιστροφή**

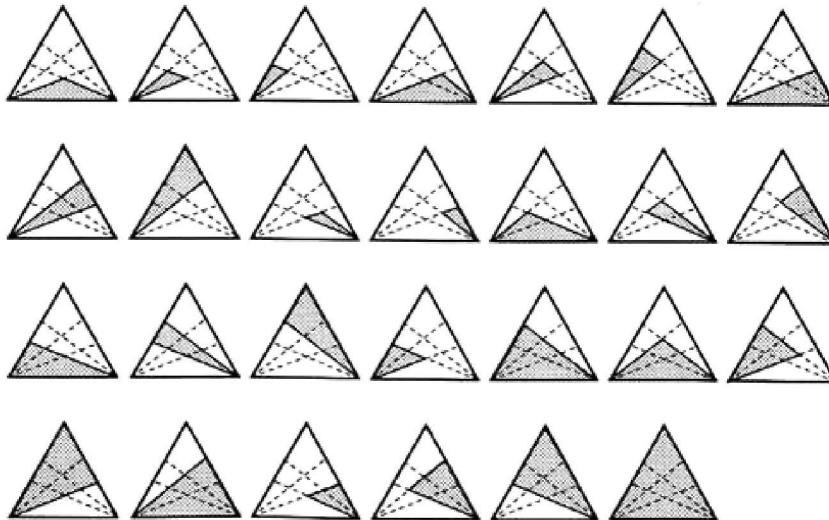
1. Επιστρέφοντας στην πόλη.
2. Επιστρέφεις πίσω 5 ευρώ.
3. Δεν υπάρχει αντιστροφή, δεν μπορείς να σχηματίσεις ξανά ένα αυγό.
4. Άφησε τη ρόδα να ξεφουσκώσει.
5. Βγάλε από τον αριθμό 6.
6. Δεν υπάρχει αντιστροφή.
7. Γύρισε αντίστροφα από τους δείκτες του ρολογιού κατά  $60^\circ$ .
8. Δεν υπάρχει αντιστροφή.
9. Πολλαπλασίασε έναν αριθμό με το 2.
10. Αναποδογύρισε το άδειο φλιτζάνι.
11. Δεν υπάρχει αντιστροφή.
12. Δεν υπάρχει αντιστροφή.
13. Να δείξεις τον κατάλογο με τις πράξεις και τις αντιστροφές τους στο δάσκαλό σου.

### 0783 Δημιουργία κύβων από τρίγωνα

Αν χαραξείς μια ευθεία από δύο κορυφές σχηματίζονται 8 τρίγωνα.



Αν χαραξείς δύο γραμμές από δύο κορυφές σχηματίζονται 27 τρίγωνα.



- Οι αριθμοί των τριγώνων είναι κυβικοί αριθμοί
 

$1 \times 1 \times 1 = 1$
$2 \times 2 \times 2 = 8$
$3 \times 3 \times 3 = 27$

Τα προηγούμενα υποδεικνύουν ότι το επόμενο διάγραμμα θα έχει

$$4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ τρίγωνα}$$

Αν έχεις μετρήσει τα τρίγωνα μεθοδικά, θα έχεις διαπιστώσει ότι υπήρχαν 64 τρίγωνα.

Αριθμός ευθειών που χαραχτήκαν από δύο κορυφές	Αριθμός τριγώνων
0	$1 = 1^3$
1	$8 = 2^3$
2	$27 = 3^3$
3	$64 = 4^3$
n	$= (n + 1)^3$

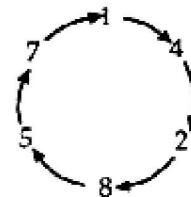
---

**0784 Η προπαίδια του 142.857**

1.

x	142857
1	142857
2	285714
3	428571
4	571428
5	714285
6	857142
7	999999

2. Στις πρώτες 6 σειρές τα ψηφία (1, 4, 2, 8, 5, 7) επαναλαμβάνονται κυκλικά. Στην έβδομη σειρά το σχέδιο διακόπτεται.



3.

8	1142856
9	1285713

4. Στην όγδοη σειρά προστίθεται το 1 στα ψηφία της πρώτης σειράς και το τελευταίο ψηφίο μειώνεται κατά ένα. Η ίδια σχέση παρατηρείται ανάμεσα στη 2η και στην 9η σειρά. Μπορείς λοιπόν να συμπληρώσεις τις επόμενες πέντε σειρές.

10	1428570
11	1571427
12	1714284
13	1857141
14	1999998

5. Ο καλύτερος τρόπος για να ελέγξεις τα αποτελέσματα της εργασίας σου θα είναι να επεκτείνεις το λογιστικό φύλλο.

6.  $\frac{1}{7} = 0,1\dot{4}285\dot{7}$

$$\frac{2}{7} = 0,2\dot{8}571\dot{4}$$

$$\frac{3}{7} = 0,4\dot{2}857\dot{1}$$

Τα ψηφία είναι ίδια με αυτά στους πίνακες πολλαπλασιασμού του 142.857. Η οικογένεια των «εβδόμων» είναι μοναδική. Οποιοσδήποτε αριθμός της συγκεκριμένης ομάδας (εκτός από τα πολλαπλάσια του 7), όταν γραφεί με δεκαδική μορφή, παρουσιάζει πάντα το ίδιο επαναλαμβανόμενο μοτίβο. Το σχέδιο είναι ένας εξαψήφιος κύκλος του 142.857.

Χρησιμοποιώντας τον κανόνα που ισχύει στους πίνακες πολλαπλασιασμού του 142.857, βλέπουμε ότι  $\frac{7}{7} = 0,9999999$ . Μπορείς να εξηγήσεις για ποιο λόγο;

---

---

### **0788 Κατασκευή γωνιών με το χέρι**

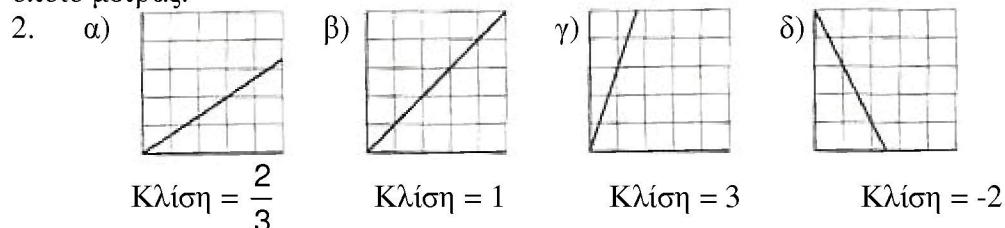
1.  $\hat{\beta} = 22\frac{1}{2}^\circ$   
 $\hat{\gamma} = 45^\circ$   
 $\hat{\delta} = 67\frac{1}{2}^\circ$   
 $\hat{\varepsilon} = 90^\circ$

2. Αν οι γωνίες που έχεις σχεδιάσει έχουν μέγεθος πολύ διαφορετικό από αυτό που δίνεται, να ζητήσεις από το δάσκαλό σου να ελέγξει την εργασία σου.

---

### **0789 Κλίση**

1. Ναι, η ευθεία γραμμή έχει πάντοτε την ίδια κλίση ανεξάρτητα από το σημείο στο οποίο μετράς.



3. Η κλίση είναι ίση με το συντελεστή του x.  
Π.χ Αν  $x \rightarrow 5x + 3$ , η κλίση είναι 5.

---

### **0790 Πανόραμα του Λονδίνου**

1.

Μαρμάρινη αγίδα	233°
Κοινοβούλιο	170°
Καθεδρικός Αγίου Παύλου	068°

2. Αν οι δικές σου γωνίες προσανατολισμού ήταν πολύ διαφορετικές, να ελέγξεις την εργασία σου μαζί με το δάσκαλό σου.

3. Να ζητήσεις από κάποιον άλλο να ελέγξει τις δικές σου γωνίες προσανατολισμού.

5. Γενικά, τα πανοράματα δίνουν ακριβείς οδηγίες και κάποιες πληροφορίες για το είδος του κτιρίου που θα ψάξεις να βρεις. Οι πληροφορίες αυτές δεν αφορούν αποστάσεις (κατά κανόνα) και δεν περιλαμβάνουν εμπόδια όπως ποτάμια ή κτίρια.

---

---

### **0791 Εκατομμυριούχος**

- Οι απαντήσεις που ακολουθούν μπορούν να αποτελέσουν έναν οδηγό επειδή η τιμή του συναλλάγματος αλλάζει συχνά.

Οι απαντήσεις που ακολουθούν είναι βασισμένες στις τιμές συναλλάγματος που δίνονται στην κάρτα.

1. Η.Π.Α            1 £ = 0,81 € = 0,546 £  
    Όχι                Ένα δολάριο ισούται με 0,546 £  
                          1.000.000 \$ = 546.000 £  
                          1.832.000 \$ = 1.000.000 £
2. Ιταλία            1 € = 1936,27 λιρέτες Ιταλίας  
    Ένα εκατομμύριο λιρέτες Ιταλίας αξίζουν 516,46 €.
3. Γαλλία            1 € = 6,55957 φράγκα Γαλλίας  
    Ένα εκατομμύριο γαλλικά φράγκα αξίζουν 152.449,01 €.  
    Ένας Γάλλος εκατομμυριούχος θα χρειαζόταν 847.551 € επιπλέον, τα οποία είναι 570.825,59 £.
4. 673.500 £

---

### **0792 Η διαπραγμάτευση του μισθού**

	Διευθυντής	Προϊστάμενος	Ειδικευμένος εργάτης	Ανειδίκευτος εργάτης
Καθαρός μισθός σε ευρώ	22000	15600	11800	8100
Με επίδομα 10%	24000	17160	12980	8910
Ισόποση κατανομή 8260 ευρώ	23180	16780	12980	9280

(α) Ο Διευθυντής θα πάρει περισσότερα χρήματα, αν υποστηρίξει την αύξηση του 10%.

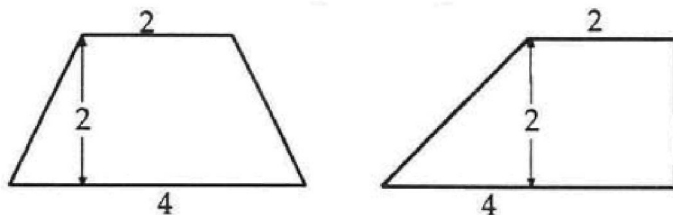
(β) Ο ειδικευμένος εργάτης θα πάρει το ίδιο ποσό με οποιονδήποτε τρόπο συμφωνηθεί να γίνει η μοιρασιά.

Αν οι ειδικευμένοι εργάτες υποστήριζαν τους ανειδίκευτους εργάτες (ψηφίζοντας μαζί τους ή απέχοντας από την ψηφοφορία) η επιλογή της ισόποσης κατανομής θα ήταν η πιο δημοφιλής.

---

### 0794 Το τραπέζιο

1.  $\alpha = 1$  μονάδα       $\beta = 4$  μονάδες       $\nu = 2$  μονάδες
2. 5 τετραγωνικές μονάδες
3. & 5. Αν δεν μπορείς να διακρίνεις κάποιον κανόνα στον πίνακά σου, να δείξεις τα αποτελέσματα που βρήκες στο δάσκαλό σου.
6. Για να βρεις το εμβαδόν κάθε τραπέζιου:
  - Να προσθέσεις το μήκος των δύο παράλληλων πλευρών ( $\alpha + \beta$ )
  - Να πολλαπλασιάσεις το άθροισμα που προκύπτει με την απόσταση των δύο παράλληλων πλευρών (ύψος =  $\nu$ )
  - Να διαιρέσεις με το δύο
7. α) 6 τετραγωνικές μονάδες  
β) 8 τετραγωνικές μονάδες  
γ)  $10\frac{1}{2}$  τετραγωνικές μονάδες
8. Να ζητήσεις από κάποιον να ελέγξει τα τραπέζιά σου. Ακολουθούν δύο πιθανές απαντήσεις για το α).



9. Αν  $\alpha = 0$ , το τραπέζιο μετατρέπεται σε τρίγωνο.

$$A = \frac{(0 + \beta)\nu}{2} = \frac{\beta\nu}{2} = \text{εμβαδόν τριγώνου}$$

10. α) Αν  $\beta = 0$ , το σχήμα μετατρέπεται σε τρίγωνο.

$$\text{Εμβαδόν} = \frac{\alpha\nu}{2}$$

- β) Αν  $\nu = 0$ , το σχήμα γίνεται μια ευθεία γραμμή.

$$\text{Εμβαδόν} = 0$$

- γ) Αν  $\alpha = \beta$ , το σχήμα γίνεται ένα παραλληλόγραμμο.

$$\text{Εμβαδόν} = \beta\nu$$

- δ) Αν  $\alpha = \beta = \nu$ , το σχήμα μετατρέπεται είτε σε τετράγωνο είτε σε παραλληλόγραμμο.

$$\text{Εμβαδόν} = \nu^2$$



### 0797 Πίνακες και μετασχηματισμοί

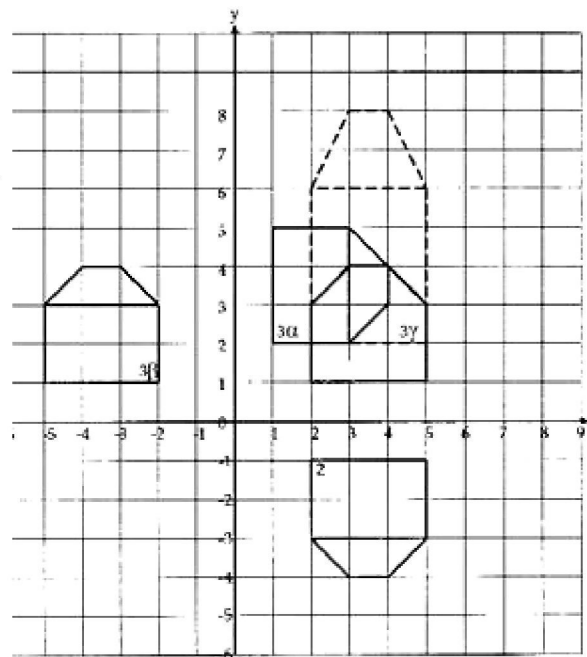
- $(2, 3) \rightarrow (2, -3)$                        $(5, 3) \rightarrow (5, -3)$   
 $(3, 4) \rightarrow (3, -4)$                        $(5, 1) \rightarrow (5, -1)$   
 $(4, 4) \rightarrow (4, -4)$                        $(2, 1) \rightarrow (2, -1)$
- Συμμετρία ως προς τον άξονα x
- α)  $(2, 3) \rightarrow (3, 2)$   
 $(3, 4) \rightarrow (4, 3)$   
 $(4, 4) \rightarrow (4, 4)$   
 $(5, 3) \rightarrow (5, 3)$   
 $(5, 1) \rightarrow (1, 5)$   
 $(2, 1) \rightarrow (1, 2)$

Συμμετρία ως προς την ευθεία  $y = x$

- β)  $\rightarrow (-2, 3)$   
 $\rightarrow (-3, 4)$   
 $\rightarrow (-4, 4)$   
 $\rightarrow (-5, 3)$   
 $\rightarrow (-5, 1)$   
 $\rightarrow (-2, 1)$

Συμμετρία ως προς τον άξονα y

- γ)  $\rightarrow (2, 6)$   
 $\rightarrow (3, 8)$   
 $\rightarrow (4, 8)$   
 $\rightarrow (5, 6)$   
 $\rightarrow (5, 2)$   
 $\rightarrow (5, 1)$



Μεγέθυνση του ύψους του σπιτιού με κλίμακα +2

- $(2, 3) \rightarrow (2, -3) \rightarrow (4, -3)$   
 $(3, 4) \rightarrow (3, -4) \rightarrow (6, -4)$   
 $(4, 4) \rightarrow (4, -4) \rightarrow (8, -4)$   
 $(5, 3) \rightarrow (5, -3) \rightarrow (10, -3)$   
 $(5, 1) \rightarrow (5, -1) \rightarrow (10, -1)$   
 $(2, 1) \rightarrow (2, -1) \rightarrow (4, -1)$

Συμμετρία ως προς τον άξονα y και μεγέθυνση του πλάτους με κλίμακα +2

- $\rightarrow (-2, 3) \rightarrow (3, -2)$   
 $\rightarrow (-3, 4) \rightarrow (4, -3)$   
 $\rightarrow (-4, 4) \rightarrow (4, -4)$   
 $\rightarrow (-5, 3) \rightarrow (3, -5)$   
 $\rightarrow (-5, 1) \rightarrow (1, -5)$   
 $\rightarrow (-2, 1) \rightarrow (1, -2)$

Περιστροφή  $90^\circ$  προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

- «Να αλλάξεις το πρόσημο της συντεταγμένης x» και «να διπλασιάσεις τη συντεταγμένη y».

7. α)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

β) Πρέπει να έχεις βρεις ότι

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

8.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

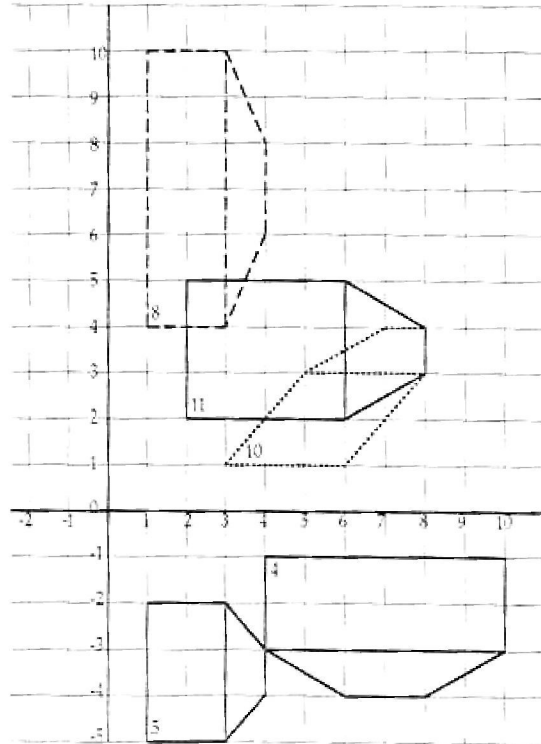
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$



Μεγέθυνση του πλάτους με κλίμακα 2 και συμμετρία ως προς την ευθεία  $y = x$ .

9. α)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

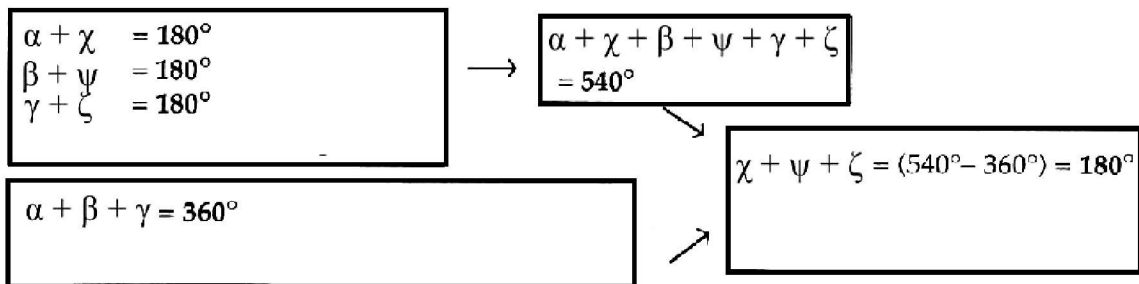
β)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

10. α)  $\begin{matrix} (2, 3) & \rightarrow & (5, 3) \\ (3, 4) & \rightarrow & (7, 4) \\ (4, 4) & \rightarrow & (8, 4) \\ (5, 3) & \rightarrow & (8, 3) \\ (5, 1) & \rightarrow & (6, 1) \\ (2, 1) & \rightarrow & (3, 1) \end{matrix}$

11. α)  $\begin{matrix} (2, 3) & \rightarrow & (6, 2) \\ (3, 4) & \rightarrow & (8, 3) \\ (4, 4) & \rightarrow & (8, 4) \\ (5, 3) & \rightarrow & (6, 5) \\ (5, 1) & \rightarrow & (2, 5) \\ (2, 1) & \rightarrow & (2, 2) \end{matrix}$

β)  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

**0800 Πολύγωνα: εσωτερικές γωνίες**



Οι εσωτερικές γωνίες ενός τριγώνου έχουν άθροισμα  $180^\circ$ .

Οι εξωτερικές γωνίες ενός τριγώνου έχουν άθροισμα  $360^\circ$ .

Αν κόψουμε και κολλήσουμε τις 3 γωνίες, θα έχουμε μια κατά προσέγγιση ευθεία γραμμή. Αν μετρήσουμε τις 3 γωνίες, θα έχουμε  $x + y + z = 180^\circ$  (περίπου).

Και οι δύο απαντήσεις που ακολουθούν είναι απαντήσεις κατά προσέγγιση για τα συγκεκριμένα τρίγωνα. Ο πρώτος τρόπος είναι πιο γενικός.

1. α)  $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$   
 β)

$$\begin{aligned} \alpha + \omega &= 180^\circ \\ \beta + x &= 180^\circ \\ \gamma + y &= 180^\circ \\ \delta + z &= 180^\circ \end{aligned}$$

.....  
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \omega + x + y + z = 720^\circ$   
 .....

γ) Επομένως,  $\omega + x + z = 360^\circ$

δ) Οι εσωτερικές γωνίες ενός τετράπλευρου έχουν άθροισμα  $360^\circ$

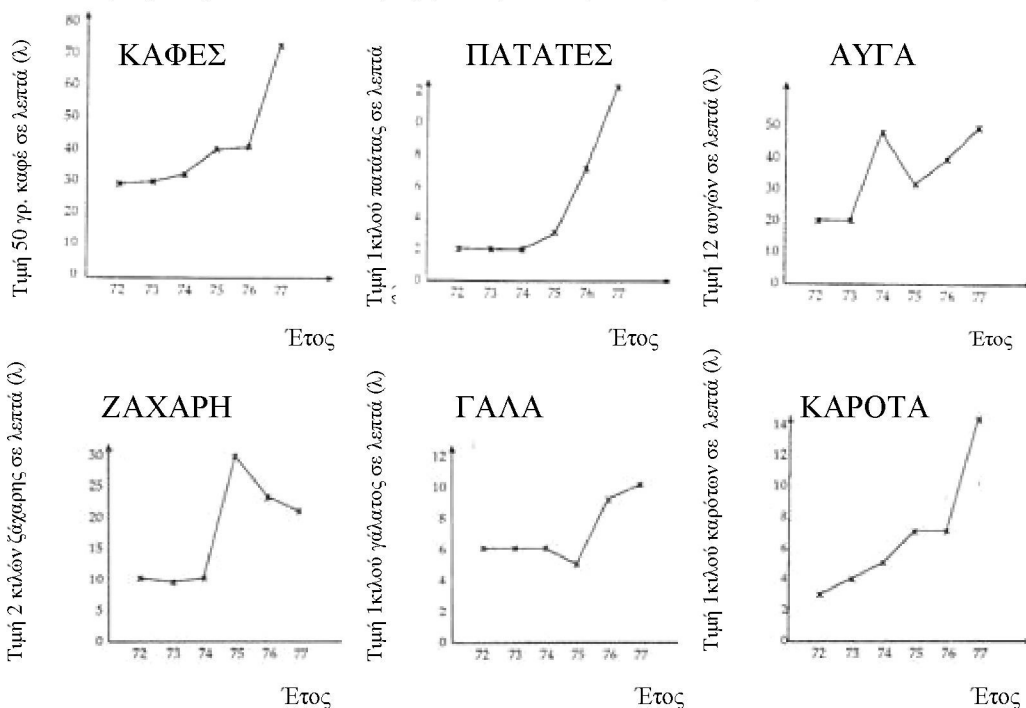
2. α)  $540^\circ$   
 β)  $1080^\circ$

3.

Πολύγωνο	Αριθμός πλευρών	Άθροισμα εσωτερικών γωνιών (σε μοίρες)
Τρίγωνο	3	$(3 \times 180) - 360 = 180$
Τετράπλευρο	4	$(4 \times 180) - 360 = 360$
Πεντάγωνο	5	$(5 \times 180) - 360 = 540$
Εξάγωνο	6	$(6 \times 180) - 360 = 720$
Οκτάγωνο	8	$(8 \times 180) - 360 = 1080$
Δεκάγωνο	10	$(10 \times 180) - 360 = 1440$
-	22	$(22 \times 180) - 360 = 3600$
-	n	$(n \times 180) - 360 = 180n - 360$

## 0804 Πληθωρισμός

1. Οι δικές σου γραφικές παραστάσεις μπορεί να διαφέρουν κάπως από τις παρακάτω, ανάλογα με την κλίμακα που χρησιμοποίησες. Πρέπει, όμως, να δείχνουν τις ίδιες αυξήσεις και πτώσεις. Η καλύτερη λύση κάθε φορά είναι να επιλέγεις κλίμακα κατάλληλη για τη διακύμανση των τιμών.



2. α) καρότα και ζάχαρη  
β) ζάχαρη  
γάλα και ζάχαρη
- Οι τιμές εξαρτώνται και από άλλους παράγοντες εκτός από τον πληθωρισμό, όπως, για παράδειγμα, από τη διαθεσιμότητα.
3. α) Παρόλο που οι τιμές στα λουκάνικα και στη ζάχαρη παρουσίασαν διαφορετική αύξηση, η αύξηση και στα δύο είδη αντιπροσωπεύει ποσοστό λίγο πιο πάνω από 100% από το 1972 έως το 1977.  
β) 50 γρ. 43 λ  
1 κιλό πατάτες 10 λ  
12 αυγά 28 λ  
1 κιλό γάλα 4 λ  
1 κιλό καρότα 11 λ
4. Ο καφές παρουσίασε τη μεγαλύτερη αύξηση τις χρονιές από το 1972 έως το 1977 (43 λ).  
Το γάλα παρουσίασε τη μικρότερη αύξηση (4 λ).
- 5.

Είδος Διατροφής	1972 τιμή	1977 τιμή	Αύξηση Τιμής	Αύξηση τιμής: τιμή του 1972	Ποσοστό αύξησης
1 κιλό λουκάνικα	21 λ	44 λ	23 λ	$\frac{23}{21} = 1,095$	$1,095 \times 100\% = 109,5\%$
50 γρ. καφές	29 λ	72 λ	43 λ	$\frac{43}{29} = 1,483$	$1,483 \times 100\% = 148,3\%$



---

**0806 Από τραπέζιο σε παραλληλόγραμμο**

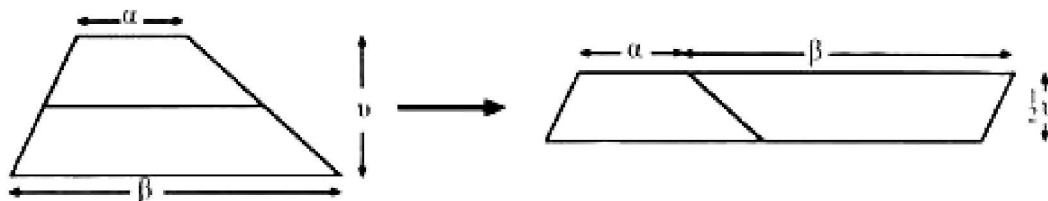
3. Εμβαδόν = 11τ.εκ.

4. Τα δύο τραπέζια που δίνονται έχουν εμβαδόν:

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (2 + 4) = 6\tau.\text{εκ.}$$

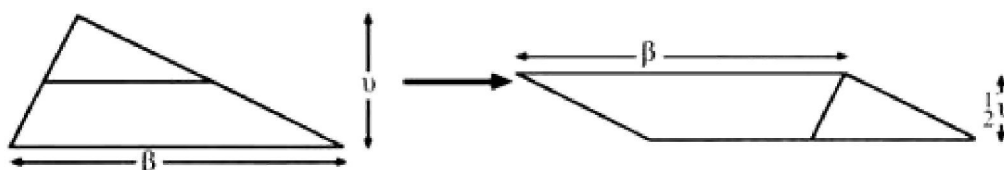
$$\frac{1}{2} \times 2 \times (2 + 5,8) = 7,8\tau.\text{εκ.}$$

5.



Το εμβαδόν οποιουδήποτε τραπέζιου ισούται με  $\frac{1}{2} \times \upsilon \times (\alpha + \beta)$   
επειδή το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου = βάση  $\times$  ύψος

6.



Το εμβαδόν οποιουδήποτε τριγώνου =  $\frac{1}{2} \upsilon \times \beta$

**0808 Σπάζω τον κώδικα**

◻	⚡ ⚡ //	12	T
◻	⚡ //	8	H
◻	⚡ //	7	I ή S
◻	⚡ //	7	I ή S
^	⚡ /	6	C
<	⚡	5	
>	⚡	5	
└	⚡ ⚡ ⚡	15	E
∨	⚡ ///	9	A
◻	///	4	
◻	//	2	
<	⚡	5	
∨	///	4	
◻	/	1	
└	//	2	
◻	///	4	
◻	///	3	
^	//	2	
◻	//	2	

Το μυστικό μήνυμα είναι: «This is a direct substitution code which means that each letter of the alphabet has been replaced by a different symbol (αυτός ο κώδικας είναι ένας κώδικας απευθείας αντικατάστασης που σημαίνει ότι κάθε γράμμα της αλφαβήτου αντικαταστάθηκε από ένα διαφορετικό σύμβολο)».

Το δεύτερο μήνυμα είναι: «This is a bit more difficult (αυτό είναι λίγο πιο δύσκολο)»

Τα σύμβολα προέρχονται από τη χρήση των τεσσάρων μερών του συμβόλου X, δηλαδή των > ∨ < ^ και των εννέα μερών του ⚡ δηλ. └ ∨ ∟ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻ ◻

Έτσι, δημιουργούνται 13 διαφορετικά σύμβολα. Τοποθετώντας μία τελεία μέσα σε καθένα από αυτά, σχηματίζουμε 13 ακόμη – ένα για κάθε γράμμα της αγγλικής αλφαβήτου.

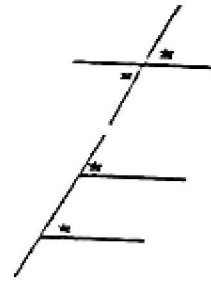
---

**0809 Δίπλωσέ το**

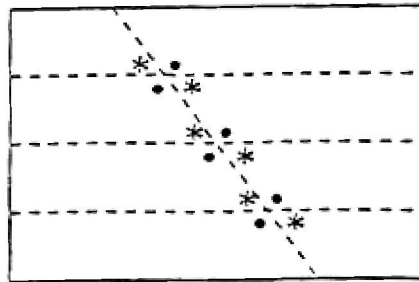
1.  $\alpha = \varepsilon = \iota = \mu = \theta = \delta$   
 $\beta = \gamma = \zeta = \eta = \kappa = \lambda$

2. Οι κατά κορυφήν γωνίες είναι ίσες.

Οι εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες.



3. Το σχεδιάγραμμα που ακολουθεί δείχνει ποιες γωνίες θα έπρεπε να περιμένεις να είναι ίσες.



4.

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\beta + \delta = 180^\circ$$

$$\delta + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ \text{ και}$$

$$\beta + \delta = 180^\circ$$

$$\text{άρα } \alpha = \delta$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ \text{ και}$$

$$\gamma + \alpha = 180^\circ$$

$$\text{άρα } \beta = \gamma$$

Οι παράλληλες ευθείες απέχουν πάντα το ίδιο μεταξύ τους, δεν συναντώνται ποτέ.

Όταν μία ευθεία τέμνει παράλληλες ευθείες, οι αντίστοιχες γωνίες είναι ίσες.

Οι  $\alpha$  και  $\varepsilon$  είναι εκτός εντός και επί τα αυτά γωνίες, το ίδιο και οι  $\beta$  και  $\zeta$ .



---

**0812 Μη κανονικές επιφάνειες**

1. Μια ικανοποιητική εκτίμηση θα ήταν 27 τετράγωνα με αποτέλεσμα το εμβαδόν να είναι 270000 τ.μ.

2. α) Η μέτρηση του μήκους των ορθογώνιων με ακρίβεια χιλιοστού δίνει  
 $(100 \times 600) + (100 \times 580) + (100 \times 530) + (100 \times 450) + (100 \times 340) +$   
 $(100 \times 250) + (100 \times 160)$   
 $= 100 \times (600 + 580 + 530 + 450 + 340 + 250 + 160)$   
 $= 291000 \text{ τ.μ.}$

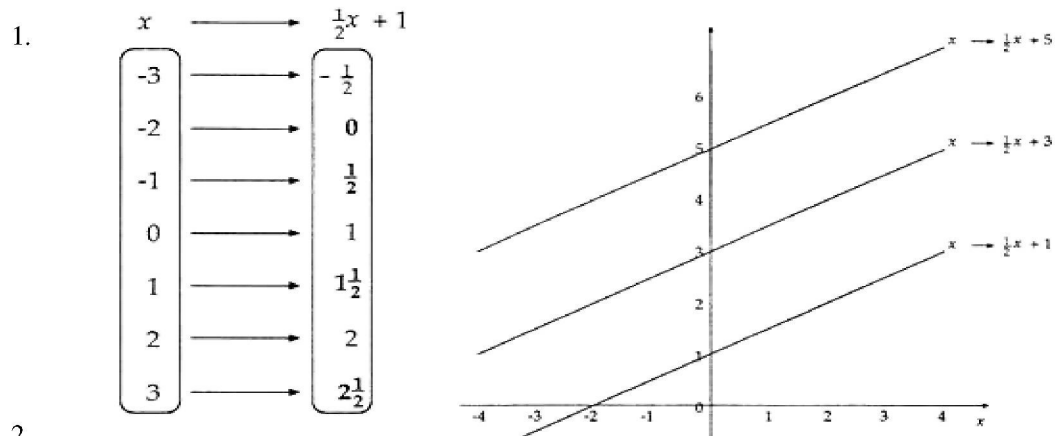
β) Η απάντηση δεν θα είναι ακριβής επειδή κάθε ορθογώνιο θα περιλαμβάνει και άλλα τμήματα γης. Για παράδειγμα, το ορθογώνιο Α θα περιλαμβάνει τμήματα του ποταμού Μαρίτσα.

3.  $\frac{1}{2} \times 100(600 + 580) + \frac{1}{2} \times 100(580 + 530) + \frac{1}{2} \times 100(530 + 450) +$   
 $\frac{1}{2} \times 100(450 + 340) + \frac{1}{2} \times 100(340 + 250) + \frac{1}{2} \times 100(250 + 160) +$   
 $\frac{1}{2} \times 100(160 + 120) = \frac{1}{2} \times 100(1180 + 1110 + 980 + 790 + 590 + 410 + 280)$   
 $= \frac{1}{2} \times 100(5340) = 267000 \text{ τ.μ.}$

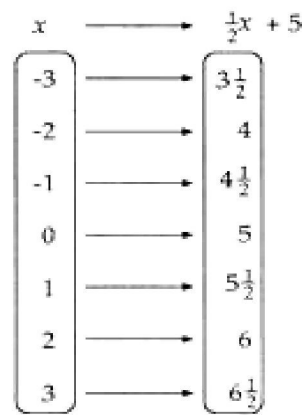
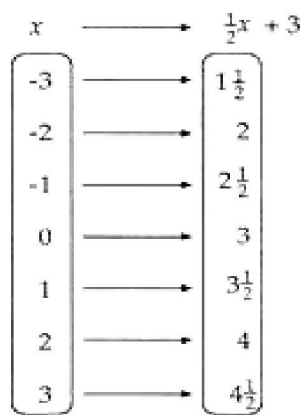
4. Το κάτω χωράφι μπορεί να μοιραστεί σε πέντε τραπέζια και ένα τρίγωνο. Τα δικά σου τραπέζια μπορεί να είναι λίγο διαφορετικά από αυτά αλλά η τελική απάντηση δεν θα διαφέρει πολύ.

$$\frac{1}{2} \times 100(330 + 590) + \frac{1}{2} \times 100(590 + 700) + \frac{1}{2} \times 100(700 + 660) +$$
$$\frac{1}{2} \times 100(660 + 540) + \frac{1}{2} \times 100(540 + 330) + \frac{1}{2} \times 100(330 + 120)$$
$$= \frac{1}{2} \times 100(920 + 1290 + 1360 + 1200 + 870) + \frac{1}{2} \times 39600$$
$$= \frac{1}{2} \times 100(5640) + 19800$$
$$= 282000 + 19800$$
$$= 301800 \text{ τ.μ.}$$

### 0817 Γραφικές παραστάσεις ευθειών



2.



3. Ο σταθερός αριθμός στην απεικόνιση (π.χ.  $+3$  στην απεικόνιση  $x \rightarrow \frac{1}{2}x + 3$ )

δείχνει το σημείο τομής με τον άξονα  $y$ .

4. Οι τρεις ευθείες είναι μεταξύ τους παράλληλες.  
Η κλίση τους είναι η ίδια.

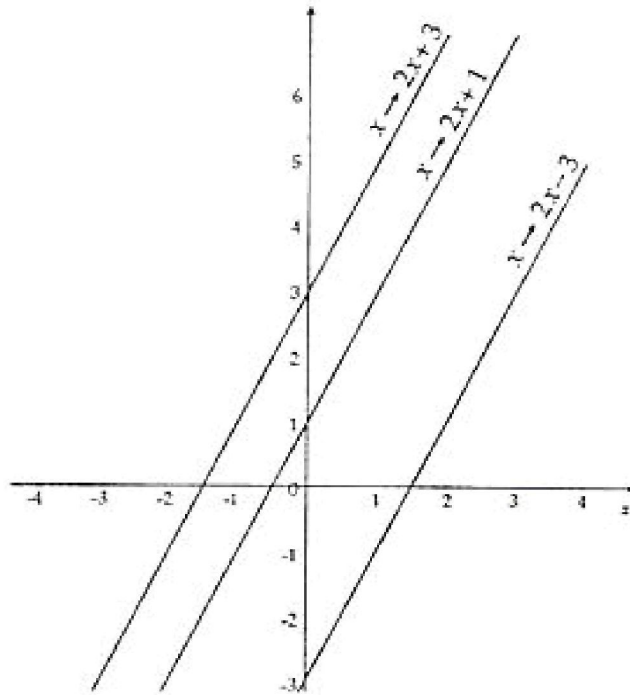
Ο συντελεστής του  $x$  (π.χ.  $\frac{1}{2}$  στην απεικόνιση  $x \rightarrow \frac{1}{2}x + 3$ ) δίνει την **κλίση** της κάθε ευθείας.

5. Οι τρεις ευθείες είναι μεταξύ τους παράλληλες, επομένως, η κλίση τους είναι ίδια.

Έχουν διαφορετική κλίση από τις ευθείες της ερώτησης 1.

Η κλίση είναι 2.

Οι σταθερές δείχνουν τα σημεία τομής με τον άξονα των  $y$ .



6. Αυτές οι ευθείες δεν θα είναι παράλληλες.  
 Οι κλίσεις τους διαφέρουν.  
 Οι τιμές της κλίσης είναι 1, 2 και 3 αντιστοίχως.  
 Οι ευθείες τέμνουν τον κάθετο άξονα στο ίδιο σημείο, έχουν το ίδιο σημείο τομής με τον άξονα των  $y$ ,  $+1$ .  
 Η γραφική παράσταση της  $x \rightarrow \frac{5}{2}x + 1$  θα περάσει, επίσης, από το σημείο  $+1$  στον κάθετο άξονα.  
 Η κλίση θα είναι  $\frac{5}{2}$ .
7. Η κλίση θα είναι 5.  
 Η ευθεία θα περάσει από το σημείο  $+3$  στον κάθετο άξονα.

## 0818 Διαφορές τετραγώνων

### Σελίδα 2

$$4^2 - 1 = (4 + 1)(4 - 1)$$

$$16 - 1 = 5 \times 3$$

$$15 = 15$$

Επομένως,  $4^2 - 1$  και  $(4 + 1)(4 - 1)$  είναι τα ίδια.

Θα πρέπει να έχεις βρει ότι:

$$5^2 - 1 = (5 + 1)(5 - 1) \quad \text{και} \quad 6^2 - 1 = (6 + 1)(6 - 1)$$

$$25 - 1 = 6 \times 4 \quad \text{και} \quad 36 - 1 = 7 \times 5$$

$$24 = 24 \quad \text{και} \quad 35 = 35$$

### Σελίδα 3

$$a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$$

$$10^2 - 1 = (10 + 1)(10 - 1)$$

$$100 - 1 = 11 \times 9$$

$$99 = 99$$

Επομένως, η ταυτότητα ισχύει για  $a = 10$ .

$$\begin{aligned} \text{Χρησιμοποιώντας την ταυτότητα } 21 \times 19 &= (20 + 1)(20 - 1) \\ &= 20^2 - 1 \\ &= 400 - 1 \\ &= 399 \end{aligned}$$

### Σελίδα 4

$$6^2 - 2^2 = (6 + 2)(6 - 2)$$

$$36 - 4 = 8 \times 4$$

$$32 = 32$$

Επομένως,  $6^2 - 2^2$  και  $(6 + 2)(6 - 2)$  είναι τα ίδια.

Οποιοδήποτε μέγεθος και να έχεις επιλέξει για το  $a$ , θα πρέπει να έχεις βρει ότι

$$a^2 - 2^2 = (a + 2)(a - 2)$$

### Σελίδα 5

$$a^2 - 2^2 = (a + 2)(a - 2)$$

$$\text{Αν } a = 2\frac{1}{2} \quad 2\frac{1}{2}^2 - 2^2 = (2\frac{1}{2} + 2)(2\frac{1}{2} - 2)$$

$$6\frac{1}{4} - 4 = 4\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Επομένως, η ταυτότητα ισχύει για  $a = 2\frac{1}{2}$ .

$$\begin{aligned} \text{Χρησιμοποιώντας την ταυτότητα } 32 \times 28 &= (30 + 2)(30 - 2) \\ &= 30^2 - 2^2 \\ &= 900 - 4 \\ &= 896 \end{aligned}$$

**Σελίδα 6**

$$5^2 - 3^2 = (5 + 3)(5 - 3)$$

$$25 - 9 = 8 \times 2$$

$$16 = 16$$

Επομένως,  $5^2 - 3^2$  και  $(5 + 3)(5 - 3)$  είναι τα ίδια.

Οποιοδήποτε μέγεθος και να έχεις επιλέξει για το  $a$ , θα πρέπει να έχεις βρει ότι  $a^2 - 3^2 = (a + 3)(a - 3)$ .

**Σελίδα 7**

Η ταυτότητα είναι  $a^2 - 3^2 = (a + 3)(a - 3)$ .

Το  $a^2 - 3^2$  θα πρέπει να είναι ίσο με το  $(a + 3)(a - 3)$  για οποιονδήποτε ακέραιο ή κλάσμα έχεις χρησιμοποιήσει.

$$\begin{aligned} \text{Αν } a = 3, \quad 3^2 - 3^2 &= (3 + 3)(3 - 3) \\ 9 - 9 &= 6 \times 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Επομένως, η ταυτότητα ισχύει για  $a = 3$  επειδή και οι δύο πλευρές γίνονται μηδέν.

**Σελίδα 8**

Η ταυτότητα  $a^2 - \beta^2 = (a + \beta)(a - \beta)$  πρέπει πάντα να ισχύει.

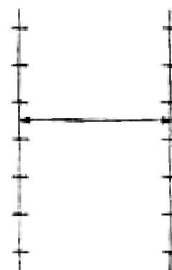
Η συγκεκριμένη ταυτότητα μπορεί να διατυπωθεί ως «Η διαφορά των τετραγώνων των δύο αριθμών ( $a^2 - \beta^2$ ) ισούται με το άθροισμα των δύο αριθμών ( $a + \beta$ ) πολλαπλασιαζόμενο με τη διαφορά των δύο αριθμών ( $a - \beta$ )».

---

### 0822 Τομή σε ένα σημείο

Αν θέλεις να εξετάσεις τι συμβαίνει με διάφορες απεικονίσεις, υπάρχει ένα σημαντικό σημείο που πρέπει να θυμάσαι:

**Να φροντίζεις ώστε η απόσταση ανάμεσα στις ευθείες να παραμένει η ίδια.**



Σε πολλές περιπτώσεις διερεύνησης είναι καλή ιδέα να ξεκινάς, μετατρέποντας το πρόβλημα σε όσο πιο απλό γίνεται.

Στη συγκεκριμένη διερεύνηση έχει νόημα να εξετάσεις ομάδες απεικονίσεων, όπως οι παρακάτω:

$$\begin{array}{ll} x \rightarrow 2x & \text{ή} & x \rightarrow 2x \\ x \rightarrow 2x + 3 & & x \rightarrow 3x \\ x \rightarrow 2x - 5 & & x \rightarrow 4x \\ x \rightarrow 2x + 10 & & x \rightarrow 5x \\ \text{κ.λπ.} & & \text{κ.λπ.} \end{array}$$

Η καταγραφή των σημείων συνάντησης σε ένα διάγραμμα θα σε βοηθήσει να διακρίνεις κανόνες που ισχύουν.

Στη συνέχεια, μπορούν να εξεταστούν άλλες ομάδες απεικονίσεων, όπως:

$$\begin{array}{ll} x \rightarrow \frac{1}{2}x & \text{ή} & x \rightarrow -2x \\ x \rightarrow \frac{2}{3}x & & x \rightarrow -3x \\ x \rightarrow \frac{3}{5}x & & x \rightarrow -4x \\ \dots\text{κ.λπ.} & & \dots\text{κ.λπ.} \end{array}$$

Τι συμβαίνει με την απεικόνιση  $x \rightarrow x$ ;

Αν βρεις κανόνες που ισχύουν για αυτές τις ομάδες απεικονίσεων, θα μπορούσες να προβλέψεις το τι συμβαίνει με άλλες απεικονίσεις, όπως οι παρακάτω:

$$\begin{array}{l} x \rightarrow 2x + 1 \\ x \rightarrow 7x - 3 \\ x \rightarrow \frac{1}{2}x + 10 \\ x \rightarrow -3x + 4 \\ \dots\text{κ.λπ.} \end{array}$$

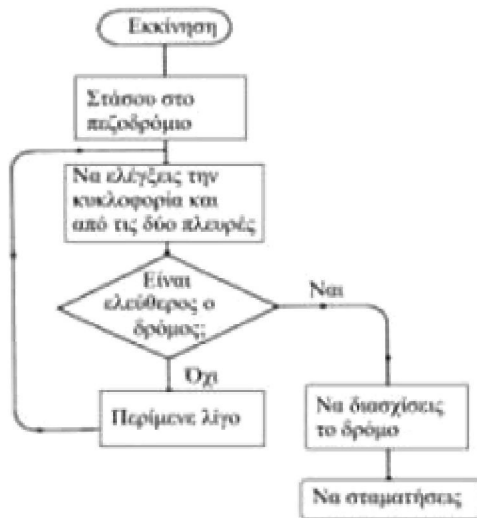
.....και να γενικεύσεις το τι ισχύει για το σημείο συνάντησης οποιασδήποτε απεικόνισης.

## 0823 Συμπληρώνοντας διαγράμματα ροής

1. Παρακολουθώ τηλεόραση



Αν έχεις τηλεχειριστήριο η σειρά μπορεί να είναι διαφορετική. Αν είναι έτσι, να φτιάξεις ξανά το διάγραμμα και να το δείξεις στο δάσκαλό σου.



2. Διασχίζω ένα ποτάμι



8. Να ζητήσεις από το δάσκαλό σου να ελέγξει το διάγραμμα ροής.

---

**0830 Ομαδοποιήσεις από την αρχή**

4 τρίγωνα, 12 τετράγωνα και 8 κύκλοι απαιτούνται για την ακόλουθη σχέση:

$$4(T\rho + 3T\varepsilon + 2K\nu)$$

1.  $4T\varepsilon + 8K\nu = 4(T\varepsilon + 2K\nu)$

2.  $12T\varepsilon + 18K\nu = 3(4T\varepsilon + 6K\nu)$

$$12T\varepsilon + 18K\nu = 6(2T\varepsilon + 3K\nu)$$

$$12T\varepsilon + 18K\nu = 2(6T\varepsilon + 9K\nu)$$

3. Δύο γιατί  $8T\rho + 12K\nu = 2(4T\rho + 6K\nu)$

και  $8T\rho + 12K\nu = 4(2T\rho + 3K\nu)$

4. Οκτώ γιατί  $32K\nu + 8T\rho + 24T\varepsilon = 8(4K\nu + T\rho + 3T\varepsilon)$

5. α)  $4K\nu + 12T\rho = 4(K\nu + 3T\rho)$

β)  $6T\varepsilon + 12T\rho + 6K\nu = 6(T\varepsilon + 2T\rho + K\nu)$

γ)  $7F + 14L = 7(F + 2L)$

δ)  $10x + 15\psi = 5(2x + 3\psi)$

ε)  $16\alpha + 4\beta + 8\gamma + 8\delta = 4(4\alpha + \beta + 2\gamma + 2\delta)$

6. Ο μεγαλύτερος αριθμός ομάδων είναι ο μέγιστος κοινός παράγοντας όλων των αριθμών.

---

**0832 Σύντομη διαίρεση**

1. 42

4. 21

7. 210

2. 11

5. 10

8. 321

3. 21

6. 143

9. 101

---

**0833 Σύντομη διαίρεση-μεταφορά**

1. 24

4. 28

7. 151

10. 26 υπόλοιπο 2

2. 13

5. 311 υπόλοιπο 1

8. 36 υπόλοιπο 1

11. 72 υπόλοιπο 1

3. 14

6. 203

9. 121 υπόλοιπο 2

---

**0834 Διαιρούμενες λωρίδες**

1.  $24\text{εκ.} : 4 = 6 \text{εκ.}$

2.  $16\text{εκ.} : 8 = 2 \text{εκ.}$

3.  $16 : 8 = 6.$

4. 5

5. 5

6. 4

7.  $2\frac{1}{2}$

8.  $2\frac{1}{2}$

9. 13

10. 4

---



---

### **0835 Μοιραζόμαστε έναν κύβο**

Πρόβλημα 1ο

Το κάθε άτομο θα μπορούσε να έχει 1 στρώση ή 3 στήλες ή 9 μονάδες.

Πρόβλημα 2ο

Το κάθε άτομο θα μπορούσε να έχει 1 στρώση, 1 στήλη και 1 μονάδα. Περισσεύει 1 μονάδα.

Πρόβλημα 3ο

α) Το κάθε άτομο θα μπορούσε να έχει 2 στρώσεις ή 8 στήλες ή 16 μονάδες.

β) Το κάθε άτομο θα μπορούσε να έχει 1 στρώση, 1 στήλη και 1 μονάδα. Περισσεύει 1 μονάδα.

Πρόβλημα 4ο

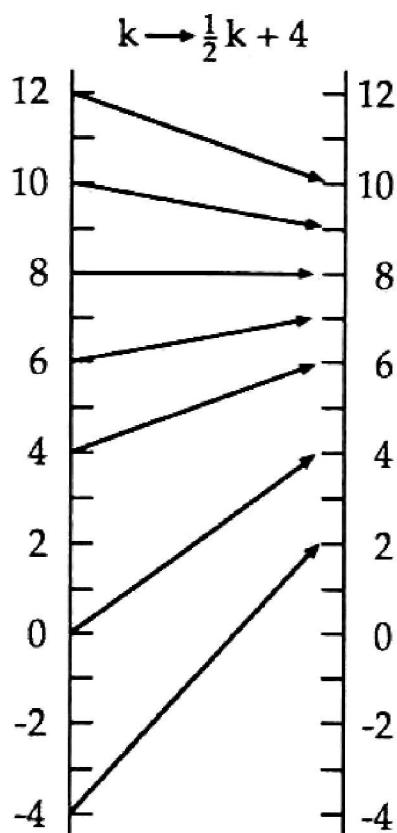
α) Το κάθε άτομο θα μπορούσε να έχει 2 στρώσεις ή 20 στήλες ή 200 μονάδες.

β) Το κάθε άτομο θα μπορούσε να έχει 2 στρώσεις και 5 στήλες.

γ) Το κάθε άτομο θα μπορούσε να έχει 1 στρώση, 6 στήλες και 6 μονάδες. Περισσεύουν 4 μονάδες.

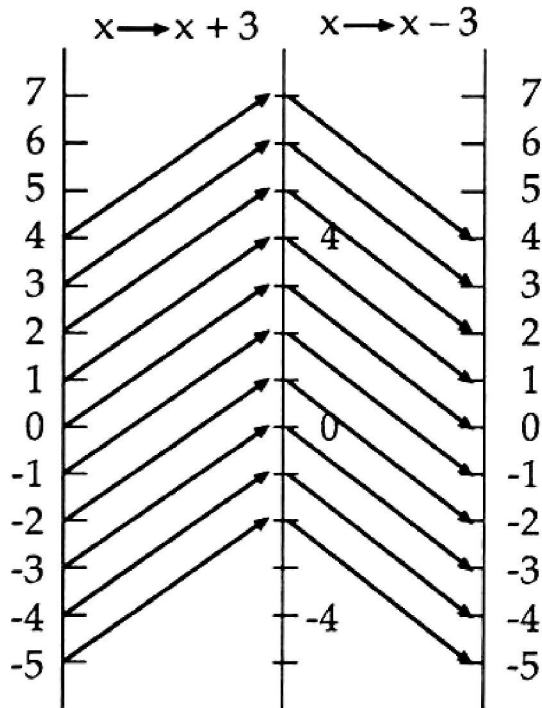
0837 Αντίστροφες απεικονίσεις

1.



2. Να δείξεις το δικό σου διάγραμμα απεικόνισης στο δάσκαλό σου.
3. Η κεντρική γραμμή χρησιμοποιείται για να δείξει αριθμούς που προέρχονται από την πρώτη μηχανή απεικόνισης και οι οποίοι, στη συνέχεια, εισέρχονται στη δεύτερη μηχανή απεικόνισης.
4. Ο αριθμός της πρώτης απεικόνισης ( $2x + 1$ ), στη συνέχεια, εισέρχεται από τη δεύτερη απεικόνιση  $x \rightarrow x - 4$ , η οποία μπορεί να γραφεί ως  $(2x + 1) \rightarrow (2x + 1) - 4$ . Επομένως, η συνδυαστική απεικόνιση μπορεί να αποδοθεί ως  $x \rightarrow (2x + 1) - 4$  ή, πιο απλά, ως  $x \rightarrow 2x - 3$ .

5.



6. Η απλή απεικόνιση είναι  $x \rightarrow x$ .

Να δείξεις το δικό σου διάγραμμα απεικόνισης στο δάσκαλό σου.

7. Το αποτέλεσμα του συνδυασμού των  $x \rightarrow \frac{x+7}{2}$  και  $x \rightarrow 2x - 7$  είναι

$x \rightarrow x$ .

8. α) και γ) αποτελούν ζευγάρια αντίστροφων απεικονίσεων.

9. Η αντίθετη της β)  $x \rightarrow 7$  είναι η  $x \rightarrow x - 7$

Η αντίστροφη της δ)  $x \rightarrow \frac{x}{2} + 3$  είναι η  $x \rightarrow 2(x - 3)$ .

10.  $x \rightarrow \frac{x+7}{2}$

---

### 0838 Συντελεστής κλίμακας

A. Η μεγέθυνση με κλίμακα 3 κάνει την κάθε πλευρά του γράμματος τρεις φορές μεγαλύτερη.

Η μεγέθυνση με κλίμακα 2 κάνει την κάθε πλευρά του γράμματος δύο φορές μεγαλύτερη.

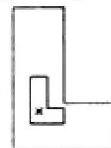
Η μεγέθυνση με κλίμακα  $\frac{1}{2}$  κάνει την κάθε πλευρά του γράμματος κατά το μισό μεγαλύτερη.

Η μεγέθυνση με κλίμακα που κυμαίνεται από 0 έως 1 κάνει τα σχήματα μικρότερα. Παρόλα αυτά, τα σχήματα που προκύπτουν χαρακτηρίζονται μεγεθύνσεις.

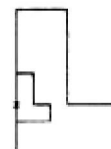
Οι παραπάνω κανόνες ισχύουν ανεξάρτητα από το σχήμα που θα επιλέξεις ως αρχή.

B. Η θέση του μεγεθυμένου σχήματος εξαρτάται από τη θέση του κέντρου μεγέθυνσης. Καθένα από τα παρακάτω σχήματα παρουσιάζει μια μεγέθυνση του σχήματος L με κλίμακα 3.

1. Όταν το κέντρο της μεγέθυνσης βρίσκεται στο εσωτερικό του σχήματος, το σχήμα που προκύπτει από τη μεγέθυνση περιβάλλει το αρχικό σχήμα.



2. Όταν το κέντρο της μεγέθυνσης βρίσκεται σε κάποια πλευρά του αρχικού σχήματος, τότε το σχήμα που προκύπτει από τη μεγέθυνση έχει τη συγκεκριμένη πλευρά κοινή με το αρχικό σχήμα.



3. Όταν το κέντρο της μεγέθυνσης βρίσκεται στη γωνία του αρχικού σχήματος, τότε το σχήμα που προκύπτει έχει τις πλευρές της συγκεκριμένης γωνίας κοινές με το αρχικό σχήμα.



Γ. Το εμβαδόν του νέου σχήματος θα μεταβάλλεται ανάλογα με το τετράγωνο της κλίμακας της μεγέθυνσης.

Αν η μεγέθυνση είναι σε κλίμακα 2, τότε το εμβαδόν του νέου σχήματος είναι 4 φορές μεγαλύτερο του αρχικού.

Αν η μεγέθυνση είναι σε κλίμακα 3, τότε το εμβαδόν του νέου σχήματος είναι 9 φορές μεγαλύτερο του αρχικού.

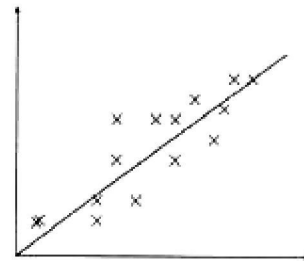
Αν η μεγέθυνση είναι σε κλίμακα  $\frac{1}{4}$ , τότε το εμβαδόν μειώνεται κατά το  $\frac{1}{16}$ .

### **0840 Η πιο συμφέρουσα αγορά**

Καθένα από τα διαγράμματα διασποράς θα παρουσιάσει θετική συσχέτιση. Αυτό συμβαίνει γιατί οι μεγαλύτερες συσκευασίες οποιουδήποτε είδους διατροφής κοστίζουν περισσότερο από τις μικρότερες συσκευασίες.

Αν τοποθετήσεις το βάρος στον οριζόντιο άξονα και την τιμή στον κάθετο άξονα του διαγράμματος διασποράς, οποιοδήποτε προϊόν βρίσκεται πιο χαμηλά από τη γραμμή της βέλτιστης εφαρμογής/προσέγγισης θα αξίζει τα χρήματα που κοστίζει.

Αν εισάγεις τα δεδομένα που έχεις σε βάση δεδομένων, θα μπορείς γρήγορα να τα παρουσιάσεις με διαφορετικούς τρόπους. Σε κάθε διάγραμμα να σημειώνεις κάποια επεξηγηματικά σχόλια σχετικά με το τι παρουσιάζει. Ποιο είδος διαγράμματος παρουσιάζει τις περισσότερες πληροφορίες και με περισσότερη σαφήνεια;



### **0843 Πολύ μεγάλοι αριθμοί**

- $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$
- $10000000 = 10^7$
- $10^6 = 1000000 = 1$  εκατομμύριο
- |    |             |                          |                      |
|----|-------------|--------------------------|----------------------|
| α) | 300000      | = $3 \times 100000$      | = $3 \times 10^5$    |
| β) | 70000       | = $7 \times 10000$       | = $7 \times 10^4$    |
| γ) | 80000000    | = $8 \times 10000000$    | = $8 \times 10^7$    |
| δ) | 2000        | = $2 \times 1000$        | = $2 \times 10^3$    |
| ε) | 90000000000 | = $9 \times 10000000000$ | = $9 \times 10^{10}$ |
- $10^5$  ή  $1 \times 10^5$
- Ο Ερμής απέχει  $6 \times 10^7$  χμ.  
Η Αφροδίτη απέχει  $10^8$  χμ.  
Ο Άρης απέχει  $2 \times 10^8$  χμ.
- Την εποχή που εκδόθηκε το βιβλίο Leapfrogs LINKS BOOK, οι τιμές είχαν ως εξής:
  - Η άκρη του γαλαξία μας είναι  $10^{20}$  μίλια μακριά.
  - Η άκρη του γνωστού σύμπαντος είναι  $10^{24}$  μίλια μακριά.Όμως, αυτές οι αποστάσεις αποτελούν ζήτημα διαφωνίας για τους αστρονόμους. Οι εκτιμήσεις για την απόσταση ως την άκρη του γνωστού σύμπαντος ποικίλουν ανάμεσα στα 120.000.000.000 ή  $1,2 \times 10^{10}$  έτη φωτός και στα 20.000.000.000 ή  $2 \times 10^{10}$  έτη φωτός.
- |                             |
|-----------------------------|
| $3,64 \times 10^1 = 36,4$   |
| $3,64 \times 10^2 = 364$    |
| $3,64 \times 10^3 = 3640$   |
| $3,64 \times 10^4 = 36400$  |
| $3,64 \times 10^5 = 364000$ |
- Ο εκθέτης στη δύναμη δηλώνει τον αριθμό των θέσεων κατά τις οποίες η υποδιαστολή μετακινείται προς τα δεξιά. (Οι μαθηματικοί υποστηρίζουν ότι η υποδιαστολή είναι εκείνη που παραμένει σταθερή, ενώ τα ψηφία μετακινούνται προς τα αριστερά! Γιατί ισχυρίζονται κάτι τέτοιο;)

$$\begin{array}{l}
10. \quad 256,3 = 2,563 \times 100 \quad = 2,563 \times 10^2 \\
\quad 137,6 = 1,376 \times 100 \quad = 1,376 \times 10^2 \\
\quad 9200 = 9,2 \times 1000 \quad = 9,2 \times 10^3 \\
\quad 72310 = 7,231 \times 10000 \quad = 7,231 \times 10^4 \\
\quad 22 = 2,2 \times 10 \quad = 2,2 \times 10^1
\end{array}$$

11. Η Σελήνη απέχει  $3,82171 \times 10^5$  χμ από τη Γη.

Η άκρη του Ηλιακού Συστήματος απέχει  $3,573 \times 10^9$  μίλια από τη Γη.

12. & 13. Αποστάσεις από τον Ήλιο (η μικρότερη πρώτα) σε χμ:

Ερμής	$5,8 \times 10^7$
Αφροδίτη	$1,08 \times 10^8$
Γη	$1,49 \times 10^8$
Κρόνος	$1,43 \times 10^9$
Πλούτωνας	$5,898 \times 10^9$
Alpha Centauri	$4,035 \times 10^{13}$
Βέγκα	$2,53368 \times 10^{14}$
Alpha Cygni	$1,53 \times 10^{16}$

14. Ο Κρόνος απέχει από τον Ήλιο 10 φορές περισσότερο από όσο η Γη.

15. Ο Alpha Centauri απέχει από τον Ήλιο περίπου 15 φορές περισσότερο από όσο η Γη – για να ακριβολογούμε, απέχει περίπου  $3 \times 10^5$  φορές περισσότερο, δηλαδή περίπου 300.000 φορές την απόσταση από τον Ήλιο!

16. α)  $3,8 \times 10^9$

β)  $1,9 \times 10^6$

Όσο πιο μεγάλος είναι ο εκθέτης της δύναμης τόσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός (ισχύει για θετικούς αριθμούς σε κανονική μορφή) – Να γράψεις τους αριθμούς κανονικά, για να ελέγξεις αν αυτό ισχύει.

14. Να δείξεις τις απαντήσεις σου στο δάσκαλό σου.

---

### 0844 Πολύ μικροί αριθμοί

$$0,0000006 = 6 \times 10^{-7}$$

1.  $0,0000001 = 10^{-7}$

2. α)  $0,6 = 6 \times 0,1 = 6 \times 10^{-1}$

β)  $0,0006 = 6 \times 0,0001 = 6 \times 10^{-4}$

γ)  $0,00062 = 6,2 \times 0,0001 = 6,2 \times 10^{-4}$

δ)  $0,00129 = 1,29 \times 0,001 = 1,29 \times 10^{-3}$

ε)  $0,0075 = 7,5 \times 0,001 = 7,5 \times 10^{-3}$

3. Ο εκθέτης της δύναμης του 10 δηλώνει πόσες θέσεις μετακινήθηκε η υποδιαστολή. (Οι Μαθηματικοί υποστηρίζουν ότι η υποδιαστολή παραμένει σταθερή και τα ψηφία είναι εκείνα που μετακινούνται προς τα αριστερά! Γιατί ισχυρίζονται κάτι τέτοιο;)

4. Βακτηρίδια  $2,5 \times 10^{-5}$  διάμετρος

Αιμοσφαίρια  $7,5 \times 10^{-4}$  διάμετρος

5. Το μικρότερο είναι πρώτο: Άτομο Υδρογόνου  $2 \times 10^{-7}$  mm

Βακτηρίδιο πνευμονίας  $10^{-6}$  mm

Μόριο  $10^{-5}$

(πρωτεΐνη από ασπράδι αυγού)

Ιός γρίπης  $5 \times 10^{-5}$  mm

Ιός παρωτίτιδας  $2,25 \times 10^{-4}$  mm

Τσίμπημα καρφίτσας  $10^{-1}$  mm

Πρωτόζωα παραμύκια  $2 \times 10^{-1}$  mm

6. α)  $9,3 \times 10^9$

β)  $4,6 \times 10^{-3}$

Ο αριθμός με τη μεγαλύτερη δύναμη του 10 είναι πάντα ο μεγαλύτερος αριθμός.

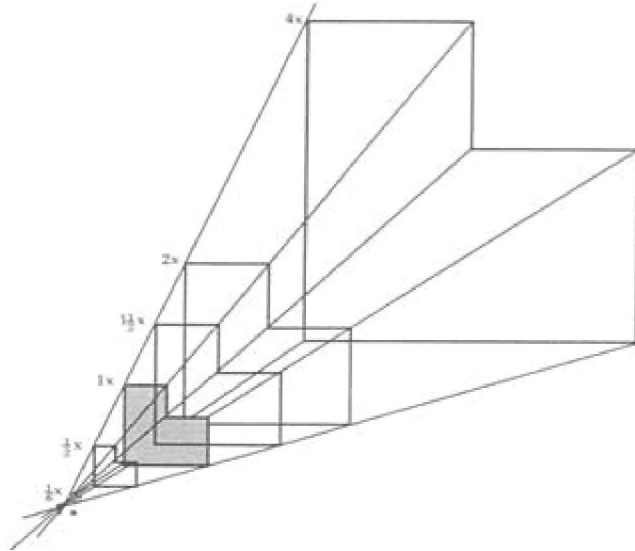
Στο α) ο  $10^9$  είναι μεγαλύτερος από τον  $10^8$ .

Στο β) ο  $10^{-3}$  είναι μεγαλύτερος από τον  $10^{-4}$ .

7. Να δείξεις τις απαντήσεις σου στο δάσκαλό σου.

## 0845 Αρνητικός συντελεστής κλίμακας

1. & 2.

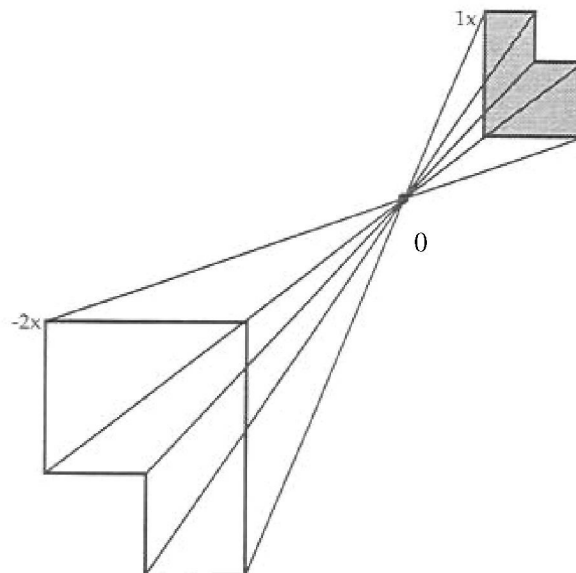


\* Η μεγέθυνση με συντελεστή κλίμακας 0 είναι η κουκίδα, το κέντρο της μεγέθυνσης.

3. Καθώς ο συντελεστής κλίμακας μικραίνει, μικραίνει και το σχήμα.

4. Με συντελεστή κλίμακας  $-2$ , το σχήμα απέχει διπλάσια απόσταση αλλά στην αντίθετη κατεύθυνση από το O.

5.



6. Ο συντελεστής κλίμακας  $-1$  περιστρέφει το σχήμα κατά  $180^\circ$ .

7. Η θέση της κουκίδας δεν μεταβάλλει το αποτέλεσμα που δημιουργεί αρνητικό συντελεστή κλίμακας, μόνο τη θέση του ειδώλου.

8.  $+3 \times +2 = +6$

9.  $+3 \times -2 = -6$

10.  $-5 \times +2 = -10$

11.  $-5 \times -2 = +10$

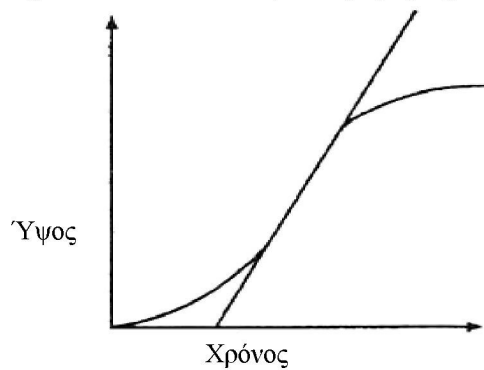


12. α) Στα θετικά βέλη, ο θετικός συντελεστής κλίμακας δίνει θετικό βέλος.  
ο αρνητικός συντελεστής κλίμακας δίνει αρνητικό βέλος.
- β) Στα αρνητικά βέλη, ο θετικός συντελεστής κλίμακας δίνει αρνητικό βέλος.  
ο αρνητικός συντελεστής κλίμακας δίνει θετικό βέλος.
- 

### **0847 Πικάντικη μουστάρδα**

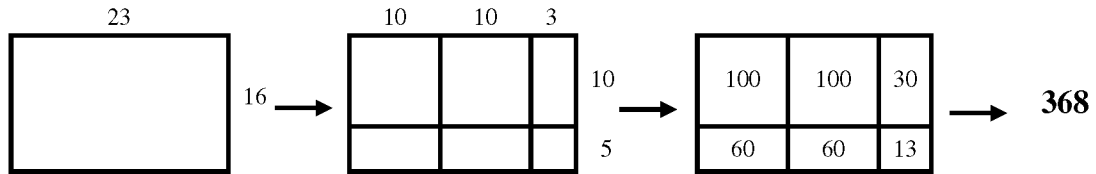
Μια γραμμική εξίσωση θα περιγράψει την κύρια ανάπτυξη με αρκετή ακρίβεια. Όμως, μια εξίσωση της μορφής  $y = mx - c$  δεν θα περάσει από το σημείο της αρχής των αξόνων  $(0, 0)$ . Αυτό συμβαίνει εξαιτίας της αργής εκκίνησης, ενώ οι σπόροι βλασταίνουν.

Αν συνεχίσεις να καταγράφεις την ανάπτυξη των σπόρων, η καμπύλη ανάπτυξης τελικά θα εκφυλιστεί σχεδόν σε ευθεία παράλληλη προς τον άξονα του χρόνου. Γιατί;

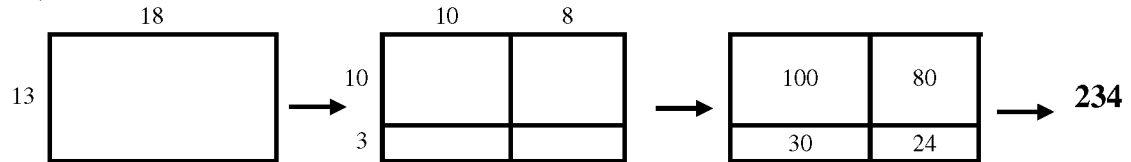


**0850 Προβλήματα πολλαπλασιασμού**

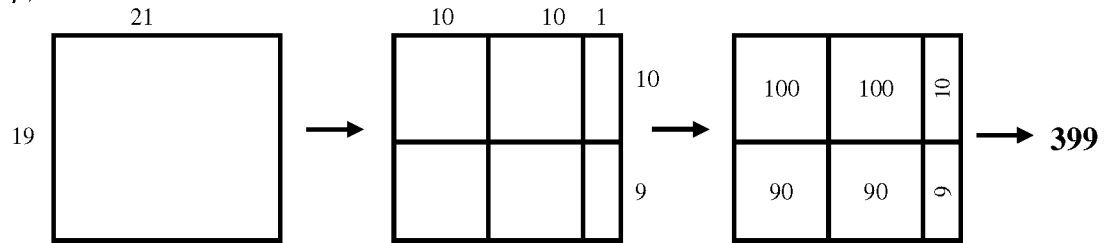
$23 \times 16$



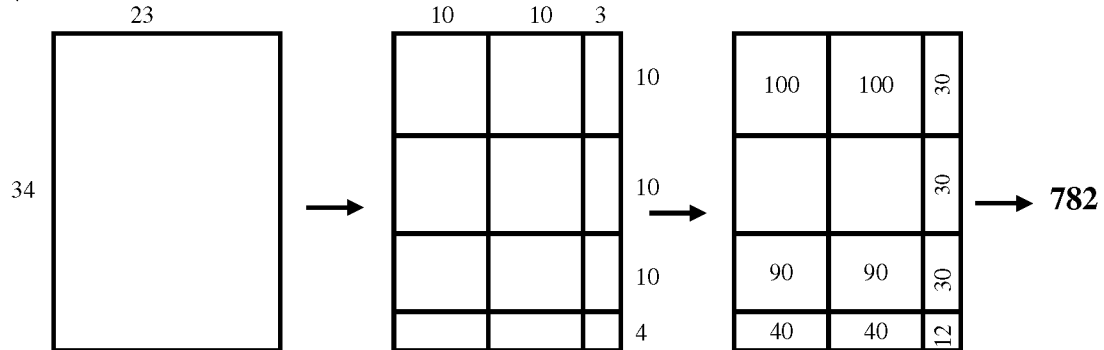
1<sup>α</sup>)  $18 \times 13 = 234$



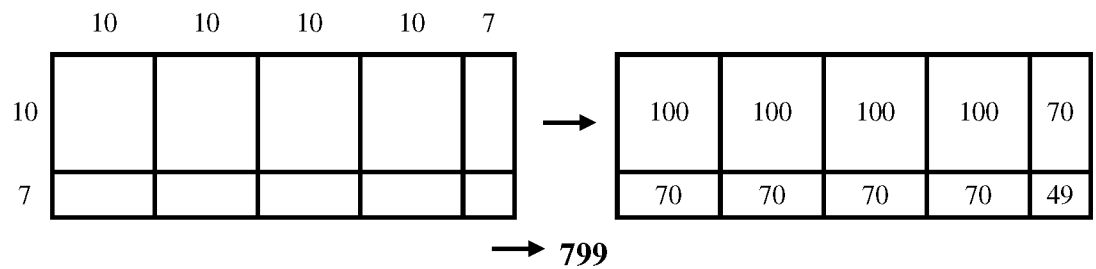
β)  $21 \times 19 = 399$



γ)  $23 \times 34 = 782$



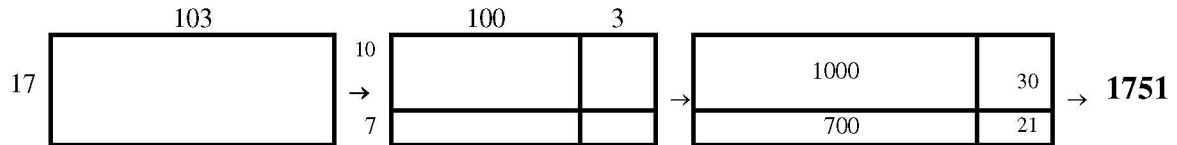
δ)  $47 \times 17 = 799$



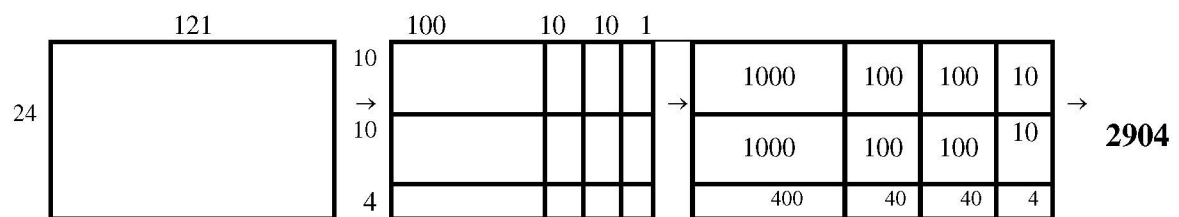
2. Ο τρόπος αυτός δεν είναι τόσο ικανοποιητικός για αριθμούς ανάμεσα στο 50 και στο 100 γιατί χρειάζεται να σχεδιάσεις υπερβολικά πολλά τετράγωνα. Ισχύει ακόμη αλλά δεν είναι πολύ σύντομος.

Για αριθμούς ανάμεσα στο 100 και στο 150, ο τρόπος αυτός είναι πιο σύντομος γιατί μπορείς να σχεδιάσεις το 100 πρώτα.

$$103 \times 17 = 1751$$



$$121 \times 24 = 2904$$

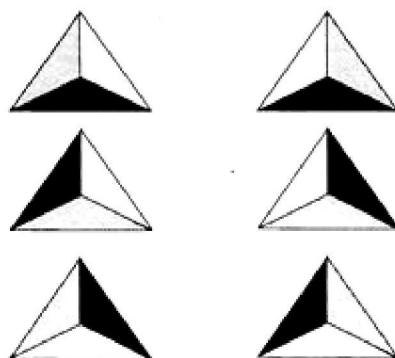


### 0851 Σχέδια με πλακάκια

Να σχεδιάσεις ή να φωτογραφίσεις ένα από τα σχέδιά σου.

### 0852 Χρωματισμός τριγώνων

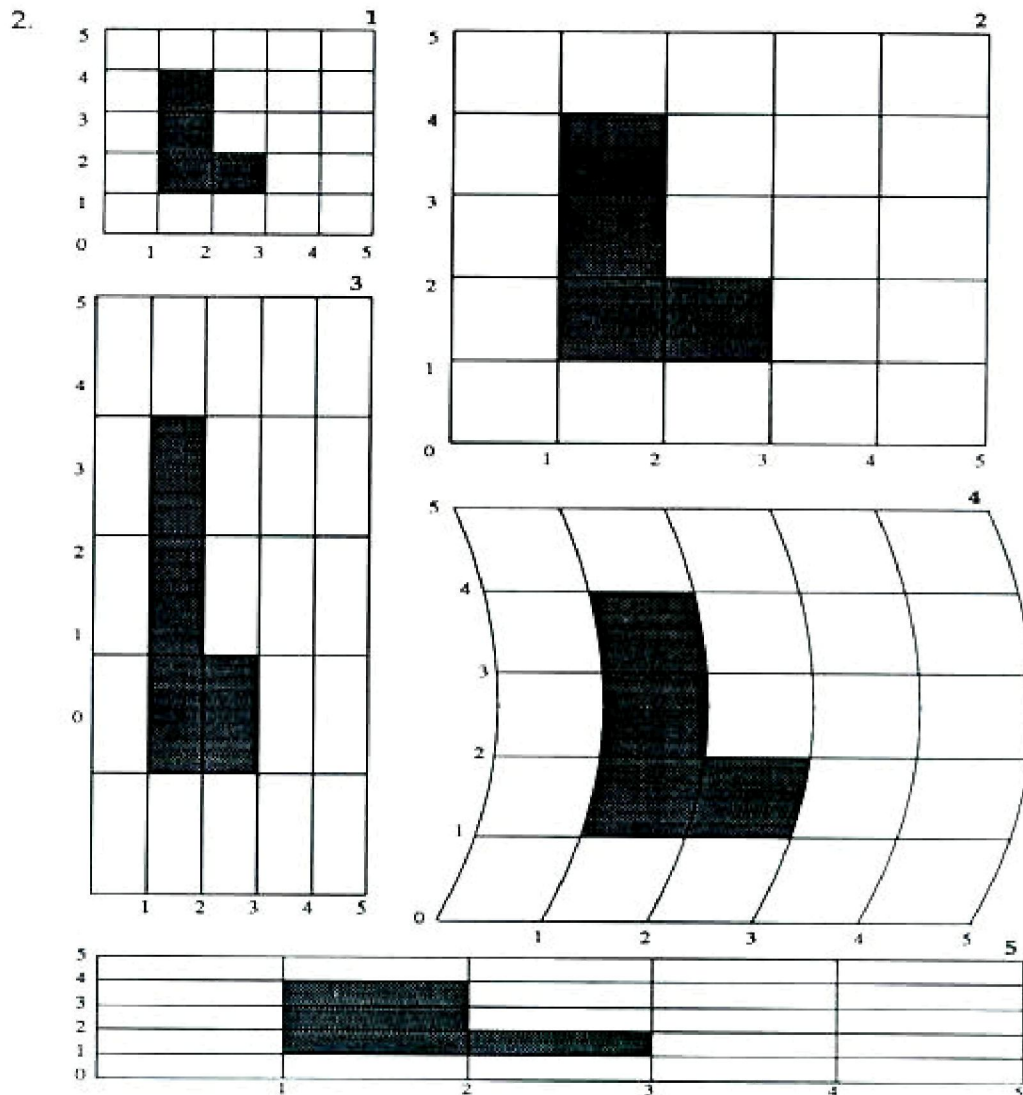
Να χρωματίσεις πρώτα τα τρίγωνα πριν τα κόψεις. Ένας τρόπος για να τα χρωματίσεις, ώστε το καθένα να φαίνεται διαφορετικό, είναι ο παρακάτω:



Είσαι ικανοποιημένος από το σχέδιο που προκύπτει όταν τοποθετήσεις τα έξι τρίγωνα μαζί, έτσι ώστε το κάθε χρώμα να αγγίζει ένα διαφορετικό χρώμα; Να κολλήσεις το σχέδιο στο τετράδιό σου.

## 0853 Πλέγματα

1. Το Α είναι στο (1,1)  
Το Β είναι στο (3,1)  
Το Γ είναι στο (3,2)  
Το Δ είναι στο (2,2)  
Το Ε είναι στο (2,4)  
Το Ζ είναι στο (1,4)



3. Να δείξεις στο δάσκαλό σου το σχήμα που έφτιαξες στο τετράδιό σου.  
Να συζητήσεις σχετικά με τις αλλαγές του σχήματος σε κάθε πλέγμα.

---

## **0854 Περίμετρος**

- 1 Τρίγωνο
- 2  $AB = 7$  εκατοστά
- 3  $ΒΓ = 6$  εκατοστά
- 4  $ΓΑ = 7$  εκατοστά
- 5 Η περίμετρος είναι 20 εκατοστά (  $7εκ. + 6εκ. + 7εκ. = 20$  )
- 6 Κάθε πλευρά του τετραγώνου έχει μήκος 3εκ. Η περίμετρος είναι 12 εκ.
- 7 α) Ορθογώνιο

μήκος: 7εκ.

πλάτος:  $3\frac{1}{2}$  εκ. ( ή 3,5 εκ.)

**περίμετρος = 21 εκ.**

β) Τραπεζίο

μεγάλη βάση : 8 εκ.

μικρή βάση :  $2\frac{1}{2}$  εκ. ( ή 2,5 εκ.)

δεξιά πλευρά :  $3\frac{1}{2}$  εκ. ( ή 3,5 εκ.)

αριστερή πλευρά : 3εκ.

**περίμετρος = 17 εκ.**

γ) Παραλληλόγραμμο

πάνω και κάτω πλευρά : 4 εκ.

δεξιά και αριστερή πλευρά : 3 εκ.

**περίμετρος = 14 εκ.**

δ) Εξάγωνο

Ξεκινώντας από πάνω, οι πλευρές έχουν τα παρακάτω μήκη:

$2\frac{1}{2}$  εκ. +  $3\frac{1}{2}$  εκ. + 4 εκ. + 4 εκ. + 3 εκ. + 3 εκ.

**περίμετρος = 20 εκ.**

---

**0855 Ποιο είναι το μήκος;**

1.  $AB = 2$  εκ.

4.  $BΓ = 4$  εκ.

7.  $ΓΖ = 9$  εκ.

2.  $ΑΓ = 6$  εκ.

5.  $BE = 10$  εκ.

8.  $ΓΕ = 6$  εκ.

3.  $AE = 12$  εκ.

6.  $AZ = 15$  εκ.

9.  $ΔΖ = 5$  εκ.

**10 και 11.** Ήταν επιτυχείς οι κατά προσέγγιση υπολογισμοί σου;  
Αν όχι, να εξασκηθείς με κάποια άλλα αντικείμενα όπως το παπούτσι σου, το δάχτυλό σου.....

12.  $HΘ = 2$  εκ.

$IK = 7\frac{1}{2}$  εκ. ( ή 7,5 εκ.)

$ΛΜ = 7\frac{1}{2}$  εκ. ( ή 7,5 εκ.)

$ΝΞ = 10\frac{1}{2}$  εκ. ( ή 10,5 εκ.)

$ΟΠ = 2\frac{1}{2}$  εκ. ( ή 2,2 εκ.)

$ΣΤ = 4\frac{3}{4}$  εκ. ( ή 4,8 εκ.)

$ΥΡ = 4\frac{1}{4}$  εκ. ( ή 4,2 εκ.)

Αν οι μετρήσεις σου είναι πολύ διαφορετικές από τις παραπάνω, να συμβουλευτείς το δάσκαλό σου.

---

**0856 Ημερήσια θερμοκρασία**

1. Τρίτη  $22^{\circ}C$

Τετάρτη  $25^{\circ}C$

Πέμπτη  $24^{\circ}C$

Παρασκευή  $35^{\circ}C$

2. Παρασκευή

3. Δευτέρα

4.  $15^{\circ}C$

• Να δείξεις στο δάσκαλό σου τις μετρήσεις θερμοκρασίας που έκανες στην τάξη σου.

• Ίσως έχεις διαπιστώσει ότι η θερμοκρασία μέσα στην τάξη είναι υψηλότερη από την εξωτερική θερμοκρασία.

---

---

### **0857 Βρέχει**

1. 115 mm
2. 70 mm
3. 45 mm
4. 25 mm
5. 210 mm
6. 40 mm
7. 100 mm
8. 60 mm
9. 190 mm
10. Ιανουάριος
11. Μάρτιος

Είναι πιθανό να επιλέξεις το μήνα Ιούλιο για τις διακοπές σου επειδή τότε, φυσιολογικά, σημειώνονται οι λιγότερες βροχοπτώσεις και κάνει ζέστη. Όμως υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που πρέπει να λάβεις υπόψη σου, όπως το γεγονός ότι τον Ιούλιο οι γονείς σου δεν μπορούν να πάνε διακοπές.

---

### **0858 Στρογγυλά αντικείμενα**

Είναι απαραίτητο να ελέγξει τις μετρήσεις ο δάσκαλός σου.

---

### **0859 Ζεύγη τριγώνων**

1. Τα τρίγωνα **α** και **β** είναι όμοια τρίγωνα.  
Τα τρίγωνα **γ** και **δ** είναι όμοια τρίγωνα.  
Τα τρίγωνα **ε** και **ζ** είναι όμοια τρίγωνα.  
Τα τρίγωνα **η** και **θ** είναι όμοια τρίγωνα.
2. Τα τρίγωνα **α**, **β**, **γ** και **δ** έχουν μία γωνία ορθή.
3. Τα τρίγωνα **α** και **β** μπορούν να σχηματίσουν ένα τετράγωνο.  
Τα τρίγωνα **γ** και **δ** μπορούν να σχηματίσουν ένα ορθογώνιο.
4. Υπάρχουν πολλά πιθανά σχήματα – ο ρόμβος και το παραλληλόγραμμο είναι δύο από αυτά.

Δύο τρίγωνα είναι όμοια όταν έχουν τις πλευρές και τις γωνίες ίσες μεταξύ τους.
---

---

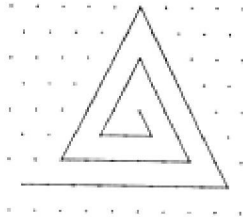
### **0860 Το ίδιο εμβαδόν**

Το Γ, το Ζ και το Η έχουν το ίδιο εμβαδόν (16 τετράγωνα).  
Το Δ, το Ε και το Θ έχουν το ίδιο εμβαδόν (18 τετράγωνα).

---

### 0861 Σπιδάλ τριγώνων

1.

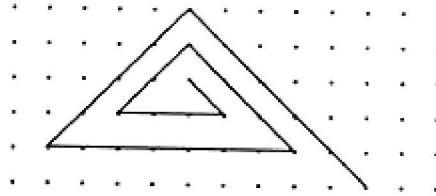


Στο πρώτο σπιδάλ, οι αριθμοί ανεβαίνουν κατά 1 κάθε φορά.

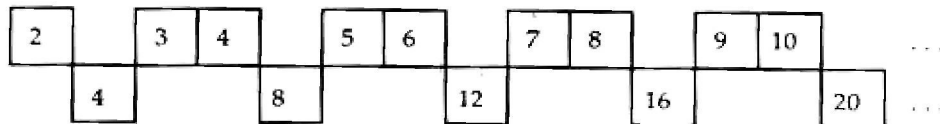
2 3 4 5 6 7 8 9 ...

2. Στο δεύτερο σπιδάλ, είναι πιο δύσκολο να βρεις τον κανόνα.

Μπορεί να χωριστεί  
σε δύο  
κανόνες



Πρώτος κανόνας



Δεύτερος κανόνας

Στην πρώτη περίπτωση, οι αριθμοί μεγαλώνουν κατά 1 κάθε φορά.

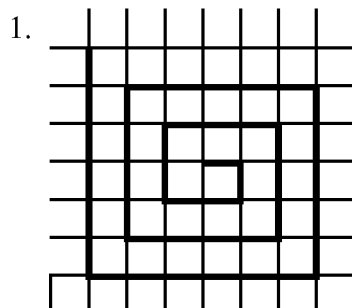
Στη δεύτερη περίπτωση, οι αριθμοί μεγαλώνουν κατά 4 κάθε φορά.

Μετά από τους πρώτους δύο αριθμούς, υπάρχουν δύο αριθμοί από την πρώτη περίπτωση, στη συνέχεια ένας αριθμός από τη δεύτερη περίπτωση κ.ο.κ.



---

## 0862 Σπирάλ τετραγώνων

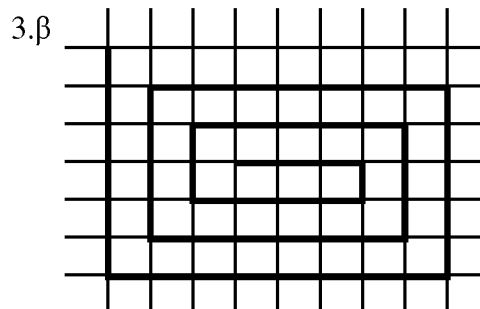
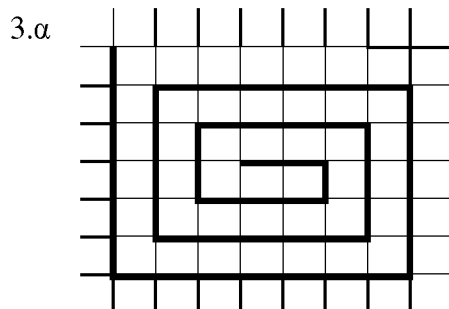


2. Η ακολουθία για το παραπάνω σπирάλ είναι η εξής:

1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7 .....

Ο τρόπος με τον οποίο προκύπτει η ακολουθία είναι:

Πρόσθεσε 0, πρόσθεσε 1, πρόσθεσε 0, πρόσθεσε 1, .....



Η αριθμητική ακολουθία για τα παραπάνω σπирάλ είναι:

α) 2, 1, 3, 2, 4, 3, 5, 4, 6, 5, 7, 6, .....

β) 3, 1, 4, 2, 5, 3, 6, 4, 7, 5, 8, 6, .....

Οι τρόποι με τους οποίους προκύπτουν οι δύο ακολουθίες είναι:

α) αφαίρεσε 1, πρόσθεσε 2, αφαίρεσε 1, πρόσθεσε 2, .....

β) αφαίρεσε 2, πρόσθεσε 3, αφαίρεσε 2, πρόσθεσε 3, .....

Για καθένα από τα σπирάλ που σχεδίασες, να ζητήσεις από το δάσκαλό σου να ελέγξει τις ακολουθίες και τους τρόπους με τους οποίους προκύπτουν.


---

### 0863 Παιγνίδι με τράπουλα





















































1.  $52 : 2 = 26$
2.  $52 : 4 = 13$  επομένως, 13 κάρτες ο καθένας.
3.  $48 : 4 = 12$   
 $48 : 8 = 6$   
 $48 : 6 = 8$   
 $48 : 3 = 16$
4.  $30 : 3 = 10$  επομένως, 10 κάρτες ο καθένας.
5.  $52 : 4 = 13$  επομένως, χρειάζονται 4 παίκτες.
6. α) Ο καθένας από τους τρεις παίκτες έχει 7 κάρτες  $3 \times 7 = 21$ , δηλαδή 21 κάρτες.  
 $52 - 21 = 31$ , άρα απομένουν 31 κάρτες.  
β)  $52 : 7 = 7$ , υπόλοιπο 3.  
Επομένως, 7 παίκτες θα μπορούσαν να παίξουν. Δε θα ήταν όμως ενδιαφέρον παιχνίδι, καθώς θα περίσσευαν μόνο 3 κάρτες.  
6 παίκτες σχηματίζουν πραγματικά τη μεγαλύτερη ομάδα, αφού θα περίσσευαν 11 κάρτες.
7.  $52 : 9 = 5$ , υπόλοιπο 7, επομένως θα μπορούσαν να παίξουν 5 παίκτες. Θα υπήρχαν 7 κάρτες υπόλοιπο.

---

### 0864 Κάτοικοι

1. Το σύμβολο  αντιστοιχεί σε πέντε ανθρώπους.
2. α) Βρύση β) Αετοχώρι γ) Πεύκα δ) Γιαννούλι ε) Κοτρωσιά  
70                      105                      120                      95                      140

3.

Ευγενικό																	
Σιδηροχώρι																	
Πόρος																	
Κίρκη																	

Τα εικονογραφήματα αποτελούν έναν ικανοποιητικό τρόπο παρουσίασης δεδομένων.

---

---

**0866 Μοιράζοντας πούλια**

- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| 1. $12 : 2 = 6$ | 4. $24 : 2 = 12$ |
| 2. $12 : 3 = 4$ | $24 : 3 = 8$     |
| 3. $18 : 2 = 9$ | $27 : 3 = 9$     |
| $18 : 6 = 3$    | $28 : 7 = 4$     |
| $18 : 9 = 2$    | $30 : 5 = 6$     |
|                 | $32 : 8 = 4$     |
|                 | $36 : 9 = 4$     |
|                 | $39 : 3 = 13$    |

---

**0867 Διαιρώντας πούλια**

- |                               |                            |
|-------------------------------|----------------------------|
| 1. $15 : 3 = 5$               |                            |
| 2. $23 : 5 = 4$ υπόλοιπο 3    |                            |
| 3. α) $18 : 6 = 3$            | β) $18 : 5 = 3$ υπόλοιπο 3 |
| 4. α) $17 : 3 = 5$ υπόλοιπο 2 | β) $25 : 5 = 5$            |
| γ) $21 : 4 = 5$ υπόλοιπο 1    | δ) $7 : 2 = 3$ υπόλοιπο 1  |
| ε) $35 : 7 = 5$               | ζ) $35 : 6 = 5$ υπόλοιπο 5 |
| ζ) $43 : 7 = 6$ υπόλοιπο 1    | θ) $31 : 9 = 3$ υπόλοιπο 4 |

---

**0870 Να βρεις αυτό που δεν ταιριάζει**

Το «ε» δεν είναι κεφαλαίο γράμμα.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να απαντήσεις σε κάθε ερώτηση. Θα πρέπει να έχεις δώσει μία από τις παρακάτω απαντήσεις.

	<b><u>Αυτό που δεν ταιριάζει</u></b>	<b><u>Αιτιολογία</u></b>
1.	17	Δεν είναι πολλαπλάσιο του 10 ή δεν τελειώνει σε μηδέν.
2.	Πάπια ή Ποντίκι	Δεν έχει τέσσερα πόδια. Δεν είναι ζώο της φάρμας.
3.	3 12	Δεν είναι ζυγός αριθμός. Αριθμός με δύο ψηφία.
4.	Κοχύλι	Δεν είναι λαχανικό.
5.	3×7	Δεν ισούται με το 24.

Για τις παρακάτω ερωτήσεις θα πρέπει να έχεις δώσει δύο διαφορετικές απαντήσεις:

6.	Μπανάνα ή Ντομάτα ή Μήλο	Δεν είναι στρογγυλή. Δεν είναι γλυκό φρούτο. Δεν έχει περισσότερα από έξι γράμματα.
7.	2×1 ή 15:3	Δεν είναι διαίρεση. Δεν ισούται με 2.
8.	Τέσσερα ή Ένα ή Δέκα	Δεν έχει λιγότερα από πέντε γράμματα. Δεν είναι ζυγός αριθμός. Δεν έχει μονό αριθμό ψηφίων.

Θα πρέπει να έχεις βρει μερικές από τις παρακάτω απαντήσεις:

9.	(120:10):2 72:2 18:3	Έχει παρενθέσεις ή έχει τρεις αριθμούς ή έχει δύο σύμβολα της διαίρεσης. Δεν ισούται με 6. Περιέχει ένα ζυγό αριθμό.
10.	6 26	Μονοψήφιος αριθμός. Δεν είναι πολλαπλάσιο του 6 ή δεν βρίσκεται στον πίνακα πολλαπλασιασμού του 6.
11.	9 ή ή ή	Μονοψήφιος αριθμός περιττός αριθμός δεν είναι πολλαπλάσιο του 2 ή δεν βρίσκεται στον πίνακα πολλαπλασιασμού του 2 δεν είναι πολλαπλάσιο του 4 ή δεν βρίσκεται στον

ή πίνακα πολλαπλασιασμού του 4  
δεν είναι πολλαπλάσιο του 8 ή δε βρίσκεται στον  
πίνακα πολλαπλασιασμού του 8.

12. Έχεις σημειώσει τους λόγους για τους οποίους το 8 δεν ταιριάζει στο σύνολο των αριθμών σου;
- 

**0871 Βαρύτερο / Ελαφρύτερο**

Να δείξεις την εργασία σου στο δάσκαλό σου για να την ελέγξει.

---

**0872 Πόσο βαρύ είναι;**

Να δείξεις την εργασία σου στο δάσκαλό σου για να την ελέγξει.

---

**0873 Καινούργια ρούχα**

Να δείξεις την εργασία σου στο δάσκαλό σου για να την ελέγξει.

---

### 0876 Ταυτότητες

$$\begin{array}{l} 1. \quad \alpha = 12, \beta = 3 \quad \alpha(\alpha + \beta) = \alpha^2 + \alpha\beta \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 12 \times (12 + 3) = 12^2 + (12 \times 3) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 12 \times 15 = 144 + 36 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 180 = 180 \end{array}$$

$$2. (\alpha + \beta)(\alpha + \gamma) = \alpha^2 + \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma$$

3. Για να ελέγξεις αν ισχύει η ταυτότητά σου, πρέπει να αντικαταστήσεις με κάποιες τιμές τα  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  και να δεις αν οι δύο πλευρές της ταυτότητας είναι μεταξύ τους ίσες.

$$\begin{array}{l} \text{Π.χ. } \alpha = 3, \beta = 5, \gamma = 12 \quad (\alpha + \beta)(\alpha + \gamma) = \alpha^2 + \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad (3 + 5)(3 + 12) = 3^2 + (3 \times 5) + (3 \times 12) + (5 \times 12) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 8 \times 15 = 9 + 15 + 36 + 60 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 120 = 120 \end{array}$$

$$4. (m + n)^2 = (m + n)(m + n) \\ = m^2 + 2mn + n^2$$

5. Να αντικαταστήσεις με κάποιες τιμές τα  $m$  και  $n$  και να ελέγξεις αν οι δύο πλευρές της ταυτότητας είναι μεταξύ τους ίσες.

$$\begin{array}{l} \text{Π.χ. } m = 4, n = 7 \quad (m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad (4 + 7)^2 = 4^2 + (2 \times 4 \times 7) + 7^2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 11^2 = 16 + 56 + 49 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 121 = 121 \end{array}$$

$$6. (x + y + z)z = xz + yz + z^2$$

$$7. (a + 2b)(2a + b) = 2a^2 + 5ab + 2b^2$$

$$\begin{array}{l} 8. \alpha) \quad (x + y + z)z = xz + yz + z^2 \\ \quad \text{π.χ. } x = 0,2, y = 0,6, z = 1,3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad (0,2 + 0,6 + 1,3) 1,3 = (0,2 \times 1,3) + (0,6 \times 1,3) + 1,3^2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 2,1 \times 1,3 = 0,26 + 0,78 + 1,69 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 2,73 = 2,73 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad (a + 2b)(2a + b) = 2a^2 + 5ab + 2b^2 \end{array}$$

$$\text{Π.χ. } a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4}\right) \left(2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{5}{4}\right) = 2 \times \frac{1}{4} + \frac{5}{8} + 2 \times \frac{1}{16}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{1}{2} + \frac{5}{8} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{1}{2} + \frac{6}{8}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\beta) \quad (x + y + z)z = xz + yz + z^2$$

$$\text{Π.χ. } x = -7, y = -2, z = -4$$

$$(-7 + -2 + -4) \cdot -4 = (-7 \times -4) + (-2 \times -4) + (-4)^2$$

$$-13 \times -4 = 28 + 8 + 16$$

$$52 = 52$$

$$(a + 2b)(2a + b) = 2a^2 + 5ab + 2b^2$$

$$\text{Π.χ. } a = -9, b = -1$$

$$(-9 + 2 \times -1)^2 (2 \times -9 + -1) = 2 \times (-9)^2 + 5 \times -9 \times -1 + 2 \times (-1)^2$$

$$(-11) \cdot (-19) = 2 \times 81 + 45 + 2$$

$$209 = 209$$

### **0877 Γωνίες 4, μια ανασκόπηση**

1.  $x = 40^\circ$
2.  $y = 70^\circ$
3. Σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο, η κάθε γωνία είναι  $60^\circ$ .
4.  $a = 40^\circ, b = 75^\circ$
5.  $100^\circ + 40^\circ + 60^\circ + 75^\circ + 45^\circ + 40^\circ = 360^\circ$
6.  $c = 120^\circ, d = 37^\circ$
7.  $g = 130^\circ, e = f = 50^\circ$
8.  $h = 68^\circ, j = 105^\circ$ . Το άθροισμα των γωνιών ενός πενταγώνου είναι  $540^\circ$ .
9. Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι  $180^\circ$ . Υπάρχουν τρία τρίγωνα. Επομένως, το άθροισμα των γωνιών είναι  $3 \times 180^\circ = 540^\circ$ .
10. Υπάρχουν πέντε τρίγωνα. Επομένως, το άθροισμα των γωνιών είναι  $5 \times 180^\circ = 900^\circ$
11. Οι γωνίες  $r$  και  $s$  είναι ίσες.
12.  $w = 25^\circ$   
 $x = 60^\circ$   
 $x + y + z = 360^\circ$
13.  $k = 30^\circ$   
 $m + n + o + p + q = 360^\circ$
14. Οι 1, 3 και 5 είναι ίσες μεταξύ τους. Οι 4 και 2 είναι μεταξύ τους ίσες.
15. Οι απαντήσεις σου μπορεί να διαφέρουν λίγο από τις παρακάτω.  
Ορθή γωνία είναι η γωνία ενός τετραγώνου.  
Η οξεία γωνία είναι μικρότερη από την ορθή γωνία.  
Η αμβλεία γωνία είναι μεγαλύτερη από μία ορθή γωνία αλλά μικρότερη από δύο ορθές.
16. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει τις τρεις πλευρές του μεταξύ τους ίσες και τις τρεις γωνίες του μεταξύ τους ίσες.  
Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει δύο πλευρές ίσες μεταξύ τους και δύο γωνίες μεταξύ τους ίσες.

---

## **0883 Σύντομεύσεις**

Υπάρχουν πολλοί σύντομοι τρόποι, οι οποίοι βοηθούν ώστε να πολλαπλασιάσουμε ή να διαιρούμε νοερά. Ακόμα και αν δεν ξέρεις όλους τους πίνακες πολλαπλασιασμού από μνήμης, μπορείς να χρησιμοποιήσεις αυτούς που ξέρεις για να υπολογίσεις όσους δεν ξέρεις. Είναι σημαντικό να έχεις τους δικούς σου σύντομους τρόπους υπολογισμού και να μη στηρίζεσαι πάντα στο κομπιουτεράκι.

Παρακάτω, παρουσιάζονται κάποιοι από τους σύντομους τρόπους υπολογισμού. Μπορείς να τους εξηγήσεις;

*Σύντομοι τρόποι πολλαπλασιασμού*

Πολλαπλασιασμός επί 10	αν ο αριθμός είναι φυσικός, προσθέτουμε ένα μηδενικό. αν ο αριθμός είναι δεκαδικός, μετακινούμε την υποδιαστολή μία θέση προς τα δεξιά.
Πολλαπλασιασμός επί 100	αν ο αριθμός είναι φυσικός, προσθέτουμε δύο μηδενικά. αν ο αριθμός είναι δεκαδικός, μετακινούμε την υποδιαστολή δύο θέσεις προς τα δεξιά.
Πολλαπλασιασμός επί 20	πολλαπλασιάζουμε επί 10 και διπλασιάζουμε ή διπλασιάζουμε και πολλαπλασιάζουμε επί δέκα.
Πολλαπλασιασμός επί 5	πολλαπλασιάζουμε επί 10 και διαιρούμε δια δύο ή διαιρούμε δια δύο και πολλαπλασιάζουμε επί 10.
Πολλαπλασιασμός επί 4	διπλασιάζουμε δύο φορές.
Πολλαπλασιασμός επί 9	πολλαπλασιάζουμε επί 10 και αφαιρούμε τον αριθμό που πολλαπλασιάζουμε.
Πολλαπλασιασμός επί 11	πολλαπλασιάζουμε επί 10 και προσθέτουμε τον αριθμό που πολλαπλασιάζουμε.
Πολλαπλασιασμός επί 15	πολλαπλασιάζουμε επί 10, διαιρούμε δια 2 και προσθέτουμε τις δύο απαντήσεις.
<i>Σύντομοι τρόποι διαίρεσης</i>	
Διαίρεση δια 10	τοποθετούμε μια υποδιαστολή ανάμεσα στα τελευταία δύο ψηφία.
Διαίρεση δια 100	τοποθετούμε μια υποδιαστολή ανάμεσα στο δεύτερο και στο τρίτο ψηφίο από το τέλος.
Διαίρεση δια 20	διαιρούμε δια 10 και στη συνέχεια δια 2.
Διαίρεση δια 5	διαιρούμε δια 10 και στη συνέχεια διπλασιάζουμε.
Διαίρεση δια 4	διαιρούμε δύο φορές δια 2.
Διαίρεση δια 8	διαιρούμε τρεις φορές δια 2.



---

### **0884 Θετικό ή αρνητικό:**

Τα παραδείγματα και τα προβλήματα που αναφέρονται στο συγκεκριμένο φυλλάδιο παρουσιάζουν τους παρακάτω γενικούς κανόνες:

$$\text{Θετικό} \times \text{Θετικό} = \text{Θετικό}$$

$$\text{Αρνητικό} \times \text{Αρνητικό} = \text{Θετικό}$$

$$\text{Αρνητικό} \times \text{Θετικό} = \text{Αρνητικό}$$

$$\text{Θετικό} \times \text{Αρνητικό} = \text{Αρνητικό}$$

Οι παραπάνω κανόνες μπορούν να συνοψιστούν καλύτερα στον πίνακα που ακολουθεί:

<b>x</b>	+	-
+	+	-
-	-	+

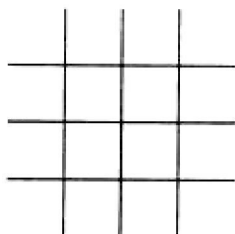
Είναι πιθανό, όμως, να μη συμφωνείς ότι η περίπτωση Φίλων και Εχθρών ακολουθεί αυτόν τον κανόνα. Μερικές φορές το γεγονός ότι κάποιος είναι φίλος του φίλου σου δεν σημαίνει απαραίτητα ότι είναι και δικός σου φίλος, επίσης. Για τον ίδιο λόγο, ο εχθρός του εχθρού σου δεν είναι απαραίτητα φίλος σου.

---

### **0885 Τρίλιζα αριθμών**

Να σκεφτείς όλους τους πιθανούς τρόπους με τους οποίους μπορείς να σχηματίσεις μια σειρά από αριθμούς με άθροισμα 10.

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις έναν πίνακα, όπως αυτόν του υποδείγματος, και να χρησιμοποιήσεις τους αριθμούς 0 ως 15, για να σχηματίσεις μια σειρά από αριθμούς με άθροισμα 20.



---

### **0886 Δύο ομάδες**

Ένας τρόπος με τον οποίο μπορείς να ταξινομήσεις τα σχήματα είναι ο παρακάτω:

Τετράπλευρα (Σχήματα με τέσσερις πλευρές)  
Α, Δ, Η, Θ, Ι, Κ

Τρίγωνα (Σχήματα με τρεις πλευρές)  
Β, Γ, Ε, Ζ, Λ

Πόσους διαφορετικούς τρόπους βρήκες για να ταξινομήσεις τα σχήματα;

---

---

### **0888 Κάρτες Smile: Διάγραμμα ροής**

Οι απαντήσεις σου θα εξαρτηθούν από τον τρόπο με τον οποίο ο δάσκαλός σου οργανώνει το μάθημα.

---

### **0889 Η γέρικη βελανιδιά**

1. 30 μ.

Να πεις στο δάσκαλό σου ποιο κτίριο πιστεύεις ότι έχει ύψος 30 μ.

2. 10 μ.

3. Ανάμεσα στα 2 και 3 μέτρα.

4. 40 χρόνια

5. 50 χρόνια

6. Μετά από 100 χρόνια.

Η βελανιδιά αλλάζει κατά διαφορετικά ποσά με διαφορετικό τρόπο κάθε 10 χρόνια, ανάλογα με τη δεκαετία στην οποία αναφέρεται κανείς. Η δεκαετία κατά την οποία αλλάζει περισσότερο είναι αυτή ανάμεσα στα 20 και 30 χρόνια. Τότε, παρουσιάζει το μεγαλύτερο αριθμό ανάπτυξης. Κατά τη δεκαετία ανάμεσα στα 110 και 120 χρόνια δεν αλλάζει καθόλου.

---

### **0892 Αιώρηση**

Ο χρόνος μιας πλήρους αιώρησης ισούται με το χρόνο που απαιτείται για δέκα πλήρεις αιωρήσεις διαιρεμένο δια του 10.

Σε ένα τέτοιο πείραμα, διαφοροποιήσεις στο χρόνο για μικρές αιωρήσεις, οι οποίες θα μπορούσαν να είναι αποτέλεσμα της μεταβολής του μεγέθους της αιώρησης ή της μάζας, δεν είναι εύκολο να ανιχνευτούν.

Το μήκος του σπάγκου επηρεάζει το χρόνο της αιώρησης.

Ένα εκκρεμές μήκους περίπου 25εκ. θα έχει περίοδο αιώρησης 1 δευτερολέπτου. (Θεωρητικά, είναι 24,84εκ.)

---

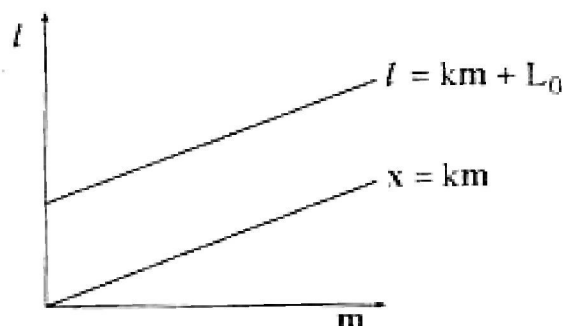
---

### 0893 Επιμήκυνση

Τα αποτελέσματά σου εξαρτώνται από το ελατήριο που χρησιμοποιείς. Όμως, γενικά, θα πρέπει να βρεις ότι η επιμήκυνση του ελατηρίου  $x$  (το πόσο τεντώθηκε) είναι ευθέως **ανάλογη** με τη μάζα  $m$  που την προκάλεσε,  $x$  α  $m$ , ή  $x = km$ . Με την προϋπόθεση ότι δεν θα τεντώσεις υπερβολικά το ελατήριο, θα πρέπει να έχεις τη γραφική παράσταση μιας ευθείας γραμμής.

Οι παρακάτω εξισώσεις περιγράφουν τις σχέσεις ανάμεσα σε  $l$ ,  $m$ ,  $x$  και  $L_0$  (το μήκος του ελατηρίου πριν την επιμήκυνση):

$$\begin{aligned}x &= l - L_0 \\x &= km \\l &= km + L_0\end{aligned}$$



Τι τιμές βρήκες για τους αριθμούς  $k$  και  $L_0$ ;

---

### 0896 Τι πάχος έχει;

- Τα δέκα δεκάλεπτα έχουν περίπου 14 χιλιοστά πάχος. Επομένως, το νόμισμα του ενός δεκάλεπτου έχει πάχος  $14 : 10 = 1,4$  χιλ.
- Οι εκατό κάρτες έχουν περίπου 33 χιλ. πάχος. Επομένως, η μία κάρτα έχει πάχος περίπου  $33 : 100 = 0,33$  χιλ ή  $\frac{1}{3}$  χιλ.
- Πεντακόσια φύλλα από χαρτί σχεδίασης έχουν πάχος περίπου 5εκ. Επομένως, το ένα φύλλο έχει πάχος περίπου  $5 : 500 = 0,01$  εκ ή 0,1 χιλ.
- Δύο τετράδια ασκήσεων έχουν πάχος περίπου 5 χιλ. (ανάλογα με το είδος του τετραδίου). Επομένως, αν οι 100 σελίδες έχουν πάχος 5 χιλ, τότε η μία σελίδα έχει πάχος περίπου  $5 : 100 = 0,05$  χιλ.
- Συχνά, το πάχος της κλωστής μετρείται σε Denier επειδή το χιλιοστόμετρο (χιλ) είναι μεγάλη μονάδα μέτρησης. Τα καλσόν των 15 den κατασκευάζονται με πιο λεπτή κλωστή από τα καλσόν των 30 den. Με πόσα den ισούται το 1χιλ;



---

**0904 Αφαίρεση με κρατούμενο**

$$\begin{array}{r} 66 \\ - 18 \\ \hline 48 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 91 \\ - 72 \\ \hline 19 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 461 \\ - 295 \\ \hline 166 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 703 \\ - 25 \\ \hline 678 \end{array}$$
  
$$\begin{array}{r} 192 \\ - 127 \\ \hline 65 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 125 \\ - 53 \\ \hline 72 \end{array}$$

---

**0905 Σπαζοκεφαλιές με ντόμινο**

Ακολουθεί μια λύση για το παζλ 4.

9	ε	3	3	3	0	5
9	1	1	1	1	0	5
9	4	4	4	4	0	5
6	2	2	2	2	0	5
6	1	1	1	1	ε	4
9	5	5	5	5	ε	4
9	2	2	2	2	3	4
9	0	0	0	0	3	4

Έχεις σημειώσει τα αποτελέσματα για κάποια από τα άλλα παζλ;

---

**0982 Το μήκος με γράμματα**

<b>A.</b>		1.	2.	3.
	α) το εμβαδόν	30	$3x^2$	$8x^2$
	β) η περίμετρος	22	$8x$	$12x$

- B.**
1.  $x = 2$
  2.  $x = 3$
  3.  $x = 5$
  4.  $x = 1$

- Γ.**
1.  $x = 2$
  2.  $x = 3$
  3.  $x = 2,5$
  4.  $x = 5$
  5.  $x = 0,5$

<b>Δ.</b>		1.	2.	3.
	α) το εμβαδόν	$xy$	$6ab$	$4p^2$
	β) η περίμετρος	$2(x + y)$	$2(2a + 3b)$	$8p$

**Ε.** Μερικές πιθανές τιμές για το  $x$  και για το  $y$  είναι:

$x$		1	2	3	4	6	8	12	24
$y$		24	12	8	6	4	3	2	1

ή άλλες αν τα  $x$  και  $y$  δεν είναι ακέραιοι αριθμοί.

**ΣΤ.** Μερικές πιθανές τιμές για τα  $a$  και  $b$  είναι:

$a$		3	6	4,5	1,5
$b$		3	1	2	4

ή κάποιες άλλες.

### 1007 Αθροιστική συχνότητα και τεταρτημόρια

1. 160,5 εκ.

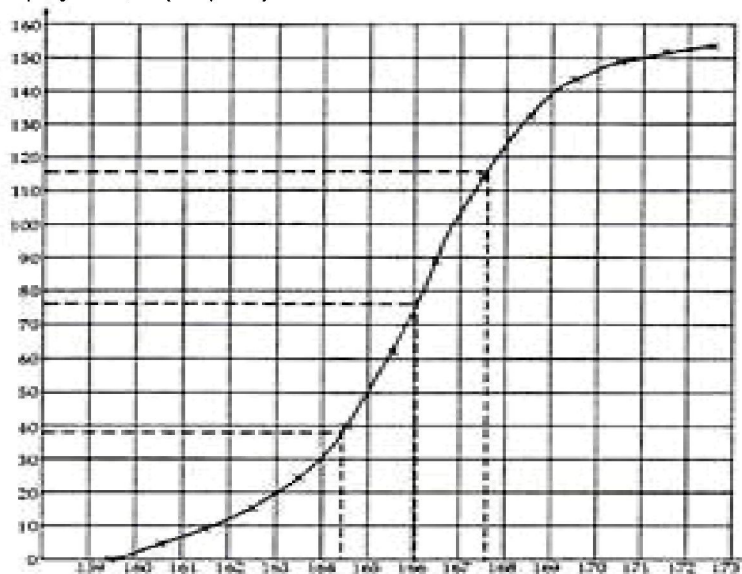
2.

Ύψος (εκ.)	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Ύψος μαθητών όπως παρουσιάζεται από την αθροιστική συχνότητα
160	4	4	< 160,5 εκ
161	5	9	< 161,5 εκ
162	6	15	< 162,5 εκ
163	9	24	< 163,5 εκ
164	16	40	< 164,5 εκ
165	22	62	< 165,5 εκ
166	27	89	< 166,5 εκ
167	25	114	< 167,5 εκ
168	18	132	< 168,5 εκ
169	11	143	< 169,5 εκ
170	6	149	< 170,5 εκ
171	3	152	< 171,5 εκ
172	2	154	< 172,5 εκ

Η τελευταία είσοδος στη στήλη της αθροιστικής συχνότητας πρέπει να είναι 154, αυτός είναι ο συνολικός αριθμός των μαθητών.

3. Το σημείο (159,5 , 0) ανήκει στην καμπύλη γιατί δεν υπάρχουν μαθητές που έχουν ύψος 159,5 ή λιγότερο.

4.



5. α) 166,1 εκ *Οι απαντήσεις σου μπορεί να διαφέρουν λίγο από αυτές επειδή εξαρτώνται από την ακρίβεια της γραφικής παράστασης.*

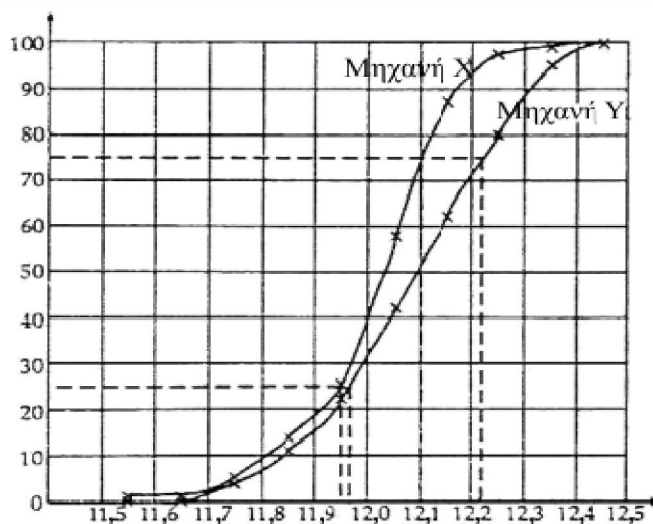
β) 164,5 εκ

γ) 167,6 εκ

δ) 3,1 εκ

6. α)

Διάμετρος (mm)	11,5	11,6	11,7	11,8	11,9	12,0	12,1	12,2	12,3	12,4
X Συχνότητα	0	0	3	8	11	20	20	18	15	5
X Αθροιστική συχνότητα	0	0	3	11	22	42	62	80	95	100
Y Συχνότητα	1	0	4	9	13	31	30	9	2	1
Y Αθροιστική συχνότητα	1	1	5	14	27	58	88	97	99	100



β) Ενδο-τεταρτημοριακό εύρος:

$$\text{Μηχανή X} = 12,22 - 11,97 = 0,25 \text{ χιλ.}$$

$$\text{Μηχανή Y} = 12,1 - 11,95 = 0,15 \text{ χιλ.}$$

*Οι απαντήσεις σου μπορεί να διαφέρουν λίγο από αυτές γιατί εξαρτώνται από την ακρίβεια της γραφικής παράστασης.*

γ) Η Μηχανή Y δίνει πιο σταθερά αποτελέσματα και, επομένως, είναι περισσότερο αξιόπιστη.



---

**1013 Μέτρο Διανύσματος**

- A 1. 2 2. 3 3.  $\sqrt{(2^2 + 3^2)} = \sqrt{13}$
- B 1.  $\sqrt{13}$  2. 13 3.  $\sqrt{53}$
- C 1.  $\sqrt{17}$  2.  $\sqrt{18}$  3.  $\sqrt{68}$  4. 3
- D 1. 4 2.  $\alpha_1$  3.  $\alpha_2$  4. 0
- E 1.  $\alpha_1$  2.  $\alpha_2$  Μέγεθος  $\vec{PQ} = \sqrt{(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)}$
- F  $\alpha=5$  ή  $-5$   $\beta=4$  ή  $-4$   $c=3$  ή  $-3$   $d=0$
- G 1.  $\sqrt{13}$   
2. 7  
3.  $\sqrt{40}$   
4. ναι  $7^2 = (\sqrt{40})^2 + 3^2$   
5. 7  
6. ναι
- H 1.  $\alpha_3$  2.  $\alpha_1$  3.  $\alpha_2$  4.  $\alpha_3$  5.  $\sqrt{(\alpha_1^2 + \alpha_3^2)}$   
 $OR^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$
- J 1.  $PQ^2 = 5$  2.  $HK^2 = 149$  3.  $PQ = \sqrt{5}$ ,  $HK = \sqrt{149}$
- K 1.  $\sqrt{13}$  2.  $\sqrt{41}$  3.  $\sqrt{48}$

---

**1081 Σπαζοκεφαλιές****Σπαζοκεφαλιά Α**

- |               |       |
|---------------|-------|
| 1. $3n+6=33$  | $n=9$ |
| 2. $7n+5=61$  | $n=8$ |
| 3. $8n+3=35$  | $n=4$ |
| 4. $6n+9=51$  | $n=7$ |
| 5. $7n+10=59$ | $n=7$ |

**Σπαζοκεφαλιά Β**

- |                       |            |   |
|-----------------------|------------|---|
| 1. $6\rho+5=23$       | $\rho=3$   | Ένα σακουλάκι ρύζι ζυγίζει 3 κ.                 |
| 2. $8\beta+4=33$      | $\beta=4$  | Ένα βιβλίο κοστίζει 4 ευρώ.                     |
| 3. $32+41+4\kappa=89$ | $\kappa=4$ | Ένα ζευγάρι κάλτσες κοστίζει 4 ευρώ.            |
| 4. $6\pi+3=12$        | $\pi=1,5$  | Χρησιμοποιεί 1,5μ. υφάσματος για ένα πουκάμισο. |
| 5. $2\pi+3\pi=6$      | $\pi=1,2$  | Το κόστος για ένα παιδί είναι 1,20 ευρώ.        |

---

**1094 Όγκος πρισμάτων**

1.  $5 \times 5 \times 5 = 125\text{κ.εκ.}$
2.  $\pi \times 2^2 \times 6 = 75,40\text{κ.εκ.}$   
ή  $3,14 \times 2^2 \times 6 = 75,36\text{κ.εκ.}$
3.  $\frac{1}{2} (4 \times 3) \times 6 = 36\text{κ.εκ.}$
4.  $3 \times 7 \times 4 = 84\text{κ.εκ.}$
5.  $\pi \times 3^2 \times 7 = 197,92\text{κ.εκ.}$   
ή  $3,14 \times 3^2 \times 7 = 197,82\text{κ.εκ.}$
6.  $2 \times 7 \times 5 = 70\text{κ.εκ.}$
7.  $\frac{1}{2} (\pi \times 2^2 \times 8) = 50,27\text{κ.εκ.}$
8.  $\frac{1}{2} (1 + 3) \times 3 \times 8 = 48\text{κ.εκ.}$
- ή  $\frac{1}{2} (3,14 \times 2^2 \times 8) = 50,24\text{κ.εκ.}$
9.  $[(3 \times 3) + (3 \times 2)] \times 8 = 120\text{κ.εκ.}$
10.  $\frac{1}{4} (\pi \times 4^2 \times 5,25) = 65,97\text{κ.εκ.}$   
ή  $\frac{1}{4} (3,14 \times 4^2 \times 5,25) = 65,94\text{κ.εκ.}$

---

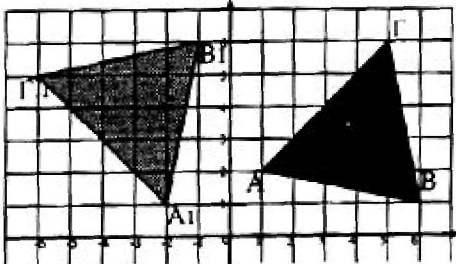
**1097 Από τα κλάσματα στα ποσοστά**

	1.	$\frac{19}{20} = \frac{95}{100} = 0,95 = 95\%$
	2.	$\frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 0,65 = 65\%$
	3.	$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 0,6 = 60\%$
	4.	$\frac{18}{25} = \frac{72}{100} = 0,72 = 72\%$
	5.	$\frac{23}{25} = \frac{92}{100} = 0,92 = 92\%$
	6.	$\frac{36}{60} = \frac{60}{100} = 0,6 = 60\%$
	7.	$\frac{69}{75} = \frac{23}{25} = \frac{92}{100} = 0,92 = 92\%$
	8.	$\frac{26}{40} = \frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 0,65 = 65\%$
	9.	$\frac{102}{120} = \frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 0,85 = 85\%$
	10.	$\frac{26}{40} = \frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 0,65 = 65\%$
B	1.	$0,75 = 75\%$
	2.	$0,375 = 37,5\%$
	3.	$0,625 = 62,5\%$
	4.	$0,875 = 87,5\%$
	5.	$0,0625 = 6,25\%$
Γ	A	$\frac{42}{150} = 0,28 = 28\%$
	B	$\frac{128}{320} = 0,40 = 40\%$
	Γ	$\frac{54}{180} = 0,30 = 30\%$
	Δ	$\frac{84}{480} = 0,175 = 17,5\%$
	E	$\frac{27}{72} = 0,375 = 37,5\%$
	Z	$\frac{64}{256} = 0,25 = 25\%$

Αν θέλεις να έχεις πιθανότητα να περάσετε το ΜΟΤ, θα πρέπει να επιλέξεις το γκαράζ Δ. Όμως, το χαμηλό ποσοστό αποτυχιών στο συγκεκριμένο συνεργείο ίσως αποτελεί ένδειξη ότι δεν είναι τόσο αυστηροί όσο οι υπόλοιποι και επιτρέπουν τη διέλευση οχημάτων που δεν είναι ασφαλή. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να επιλέξεις το γκαράζ (συνεργείο) Β, το οποίο φαίνεται να έχει το υψηλότερο επίπεδο (στάνταρντς).

Δ	Gloucester	$\frac{6400}{8000} = 80\%$
	Harrogate	$\frac{2220}{6000} = 37\%$
	Jarrow	$\frac{2100}{7500} = 28\%$
	Keswick	$\frac{2550}{15000} = 17\%$
	Leicester	$\frac{11970}{21000} = 57\%$
	Margate	$\frac{1140}{3800} = 30\%$

### 1112 Περιστροφή

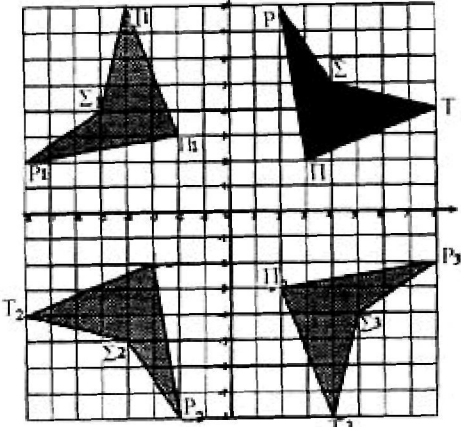
1. α) 

β)  $A (1, 2) \rightarrow A_1 (-2, 1)$   
 $B (6, 1) \rightarrow B_1 (-1, 6)$   
 $\Gamma (5, 6) \rightarrow \Gamma_1 (-6, 5)$

2. β)  $\Pi (3, 2) \rightarrow \Pi_1 (-2, 3)$   
 $P (2, 8) \rightarrow P_1 (-8, 2)$   
 $\Sigma (4, 5) \rightarrow \Sigma_1 (-5, 4)$   
 $T (8, 4) \rightarrow T_1 (-4, 8)$

3. β)  $\Pi (3, 2) \rightarrow \Pi_2 (-3, -2)$   
 $P (2, 8) \rightarrow P_2 (-2, -8)$   
 $\Sigma (4, 5) \rightarrow \Sigma_2 (-4, -5)$   
 $T (8, 4) \rightarrow T_2 (-8, -4)$

4. β)  $\Pi (3, 2) \rightarrow \Pi_3 (2, -3)$   
 $P (2, 8) \rightarrow P_3 (8, -2)$   
 $\Sigma (4, 5) \rightarrow \Sigma_3 (5, -4)$   
 $T (8, 4) \rightarrow T_3 (4, -8)$

2, 3, 4, α) 

---

### 1115 Γραφικές παραστάσεις

**A.** Στη γραφική παράσταση:

- 1) οι  $36^{\circ}\text{ F}$  θα έπρεπε να ισοδυναμούν με  $2^{\circ}\text{ C}$  και
- 2) οι  $-17^{\circ}\text{ C}$  θα έπρεπε να ισοδυναμούν με  $2^{\circ}\text{ F}$ .

Αν αυτό δεν συμβαίνει, θα πρέπει να σχεδιάσεις ξανά τη γραφική παράσταση γιατί η προηγούμενη δεν θα είναι ακριβής.

**B.**

1. $158^{\circ}\text{ F}$	4. $200^{\circ}\text{ F}$
2. $36^{\circ}\text{ F}$	5. $100^{\circ}\text{ F}$
3. $58^{\circ}\text{ F}$	6. $164^{\circ}\text{ F}$

**Γ.**

1. $16^{\circ}\text{ C}$	4. $74^{\circ}\text{ C}$
2. $48^{\circ}\text{ C}$	5. $28^{\circ}\text{ C}$
3. $96^{\circ}\text{ C}$	6. $66^{\circ}\text{ C}$

- Οι εφημερίδες παρέχουν τις τελευταίες πληροφορίες για το ξένο συνάλλαγμα. Οι πίνακες που ακολουθούν αφορούν τη μετατροπή μιλίων σε χιλιόμετρα. Οι αριθμοί της μεσαίας στήλης μπορεί να χρησιμοποιηθούν και στις δύο μετατροπές.  
Π.χ.  $1\text{ μίλι} = 1,61\text{ Km}$   
 $1\text{ Km} = 0,62\text{ μίλια}$

Μίλια		Km
0,62	<b>1</b>	1,61
1,24	<b>2</b>	3,22
1,86	<b>3</b>	4,83
2,49	<b>4</b>	6,44
3,11	<b>5</b>	8,05
.....	.....	.....

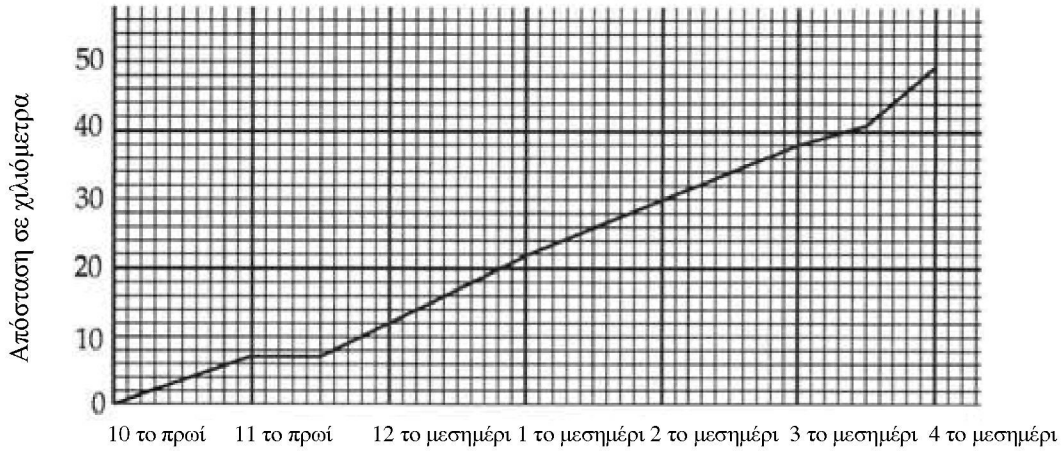
## 1127 Γραφικές παραστάσεις χρόνου-απόστασης

Λόγοι που στηρίζουν το γεγονός ότι είναι αδύνατο να ταξιδέψει κάποιος με σταθερή ταχύτητα είναι οι παρακάτω:

- Στη μετακίνηση με ποδήλατο αυξάνεις ταχύτητα προοδευτικά.
  - Είναι αναγκαίο να μειώνεις ταχύτητα στους σηματοδότες, στις διαβάσεις πεζών, σε περιπτώσεις κυκλοφοριακής συμφόρησης, κ.λπ.
1. Η ποδηλάτισσα έφτασε στον προορισμό της στις **12 το μεσημέρι**, βρισκόταν **30χμ.** μακριά από το σπίτι της.
  2. Έκανε την πρώτη της στάση στις **10.30 το πρωί**. Ξεκουράστηκε για **30 λεπτά**.
  3. Απείχε **17χμ.** από το σπίτι.
  4. Κάλυψε μια απόσταση **13χμ.** από τις 11 το πρωί ως τις 12 το μεσημέρι.
  5. Η μέση ταχύτητά της
    - α) μεταξύ 9 και 10 το πρωί ήταν **10 χμ. ανά ώρα**
    - β) μεταξύ 10 και 10.30 το πρωί ήταν **14χμ/ώρα**
  6. Ξεκουράστηκε μεταξύ **12 και 1 το μεσημέρι**.
  7. Είχε να καλύψει άλλα **30χμ.** για να φτάσει στο σπίτι.
  8. Η μέση ταχύτητά της στο ταξίδι της επιστροφής ήταν **15χμ/ώρα**.
  9. α) Στις 11.30 το πρωί απείχε **23,5χμ.** από το σπίτι.  
β) Στις 1.30 το μεσημέρι απείχε **22,5χμ.** από το σπίτι.
  10. α) Απείχε 13χμ. από το σπίτι στις **10.12 το πρωί**.  
β) Απείχε 22χμ. από το σπίτι στις **11.24 το πρωί**.
  - A 1. Ο προορισμός απείχε **240χμ.** από το σπίτι της οδηγού. Έφτασε εκεί στις **2.30 το μεσημέρι**.
    2. α) Είναι πιθανό να ταξίδευε στην εθνική οδό μεταξύ **10.30 και 11 το πρωί** και μεταξύ **1.30 και 2.00 το μεσημέρι**. (Όταν η κλίση του γραφήματος είναι η πιο απότομη.)  
β) Είναι πιθανό να καθυστέρησε εξαιτίας της κίνησης στο δρόμο μεταξύ **1.00 και 1.30 το μεσημέρι**. (Όταν η κλίση της γραφικής παράστασης ήταν η λιγότερο απότομη.)
    3. Έκανε την πρώτη της στάση στις **10 το πρωί**. Απείχε **96χμ.** από το σπίτι.
    4. Η απόσταση της οδηγού από το σπίτι:
      - α) στις 9.30 το πρωί ήταν **68χμ.**
      - β) στις 1.30 το μεσημέρι ήταν **184χμ.**
      - γ) στις 11.30 το πρωί ήταν **156χμ.**
      - δ) στις 1.45 το μεσημέρι ήταν **200χμ.**
      - ε) στις 12.30 το μεσημέρι ήταν **172χμ.**
    5. Η απόσταση της οδηγού από το σπίτι:
      - α) ήταν 200χμ. στις **1.45 το μεσημέρι**
      - β) ήταν 96χμ. μεταξύ **10.00 και 10.30 το πρωί**
      - γ) ήταν 140χμ. στις **11.00 το πρωί**
      - δ) ήταν 224χμ. στις **2.06 το μεσημέρι**
      - ε) ήταν 36χμ. στις **8.54 το πρωί**
    6. Η μέση ταχύτητα της οδηγού μεταξύ:
      - α) 9 και 10 το πρωί ήταν **56χμ/ώρα**

- β) 10.30 και 11 το πρωί ήταν **88χμ/ώρα**
  - γ) 1 και 1.30 το μεσημέρι ήταν **24χμ/ώρα**
  - δ) 1.30 και 2 το μεσημέρι ήταν **72χμ/ώρα**
  - ε) 2 και 2.30 το μεσημέρι ήταν **40χμ/ώρα**
7. Η μέση ταχύτητα της οδηγού σε όλο το ταξίδι ήταν **48χμ/ώρα**.

**B** Η γραφική παράσταση Χρόνου–Απόστασης για το ταξίδι του Πέτρου.

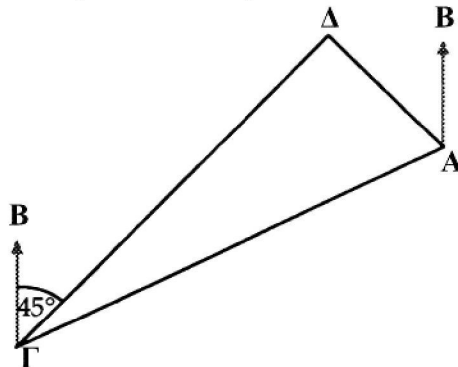


Ο Πέτρος απείχε **49χμ.** από το σπίτι στις 4 η ώρα το μεσημέρι.

### 1130 Ταξίδια

Διαφορετικοί χάρακες και μοιρογνωμόνια θα σου δώσουν λίγο διαφορετικές απαντήσεις. Δεν είναι δυνατό να έχουμε απόλυτη ακρίβεια όταν κάνουμε μετρήσεις. Υπάρχει πάντα κάποιο περιθώριο λάθους. Αν οι απαντήσεις σου έχουν μέχρι 3 μοίρες απόκλιση από τις απαντήσεις που δίνονται και οι αποστάσεις έχουν απόκλιση μέχρι 2χιλ. (μετά από μετατροπή χρησιμοποιώντας την κατάλληλη κλίμακα), τότε να θεωρήσεις τις απαντήσεις σου σωστές.

1. 910χιμ, γωνία προσανατολισμού 090°
2. 910χιμ, γωνία προσανατολισμού 280°
3. α)



- β) 14χιμ, γωνία 045°

	Α στο Γ		Γ στο Δ		Α στο Δ	
	Απόσταση	Γωνία	Απόσταση	Γωνία	Απόσταση	Γωνία
4.	700χιμ	175°	<b>1400χιμ</b>	<b>052°</b>	1200χιμ	082°
5.	500χιμ	090°	375χιμ	250°	200χιμ	131°
6.	185χιμ	110°	260χιμ	270°	110χιμ	235°
7.	1000χιμ	220°	1640χιμ	020°	780χιμ	<b>354°</b>

8. 66χιμ, γωνία 338°

### 1132 Ποια είναι η πιθανότητα;

1. (α)  $\frac{1}{6}$       (β)  $\frac{1}{6}$       (γ)  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$       (δ)  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
2. (α)  $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$       (β)  $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$       (γ)  $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$       (δ)  $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$
3. (α)  $\frac{1}{3}$       (β)  $\frac{1}{3}$       (γ)  $\frac{2}{3}$
4. (α) 1      (β) 0
5. (α)  $\frac{1}{10}$       (β)  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$       (γ)  $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$       (δ)  $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
6. Δεν έχει νόημα γιατί, αν και υπάρχουν τρία πιθανά αποτελέσματα (κερδίζει η γηπεδούχος, φέρνει ισοπαλία ή κερδίζει η ομάδα που φιλοξενείται) δεν είναι εξίσου πιθανά.



---

**1136 Επίλυση εξισώσεων**

- A.** 1.  $x = 1,5$  2.  $x = 5$  3.  $x = 4$  4.  $x = 1,5$  5.  $x = -1$
- B.** 1.  $x = 5$  2.  $x = 7$  3.  $x = -2$  4.  $x = 4$  5.  $x = 15$
- Γ.** 1.  $x = 3$  2.  $x = 2$  3.  $x = 2,5$  4.  $x = 11$  5.  $x = -2$
- Δ.** 1.  $x = 4,5$  2.  $x = 1,5$  3.  $x = 3$  4.  $x = 6,5$  5.  $x = 11,5$
6.  $x = 13$  7.  $x = 8$  8.  $x = -12$  9.  $x = 4$  10.  $x = 17$
- 

**1137 Επίλυση δυσκολότερων εξισώσεων**

- A** 1.  $x = 6$  2.  $x = -6$  3.  $x = 1,5$  4.  $x = -2$  5.  $x = 2,25$
- B** 1.  $x = 3$  2.  $x = 3$  3.  $x = 2,4$  4.  $x = 2,4$  5.  $x = -5$   
6.  $x = -6$  7.  $x = -5$  8.  $x = -2$  9.  $x = 1,5$  10.  $x = 1,3$
- Γ** 1.  $x = 2$  2.  $x = 5$  3.  $x = 1,5$  4.  $x = 4$  5.  $x = 2$   
6.  $x = 3$  7.  $x = 2$  8.  $x = 0,5$  9.  $x = -2$  10.  $x = -13$
- Δ** 1.  $x = 2$  2.  $x = -4$  3.  $x = 1,5$  4.  $x = 1$  5.  $x = -1,5$   
6.  $x = -4$  7.  $x = 10$  8.  $x = 2,3$  9.  $x = 2$  10.  $x = -1$
-