

ΝΕΥΣΙΣ

ΕΞΑΜΗΝΙΑΙΟ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

Τεύχος 17 * 2008

ΥΠΑΡΞΗ ΤΩΝ ΕΝΑΔΩΝ ΚΑΙ ΚΑΛΗ ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΟΥ ΠΡΟΚΛΟΥ

Α.Κ. Δέμης*

Στην παρούσα εργασία ασχολούμαι με την 6η πρόταση του έργου *Στοιχείωσις Θεολογική* του νεοπλατωνικού φιλοσόφου Πρόκλου. Στόχος μου είναι το να αποδείξω πως στο φιλοσοφικό του σύστημα ισχύει ότι:

- 1) η πραγματικότητα, δηλαδή η ολότητα των ατομικότητων κάθε είδους, είναι καλώς θεμελιωμένη,¹
- 2) η καλή θεμελίωση είναι συνέπεια της υπάρξεως μιας ιδιαίτερης ομάδας ατομικότητων, οι οποίες ονομάζονται ενάδες,
- 3) η σχετική επιχειρηματολογία του φιλοσόφου είναι λογικώς συνεπής.

Για τον σκοπό αυτό θα προσπαθήσω να αναλύσω τους συλλογισμούς, οι οποίοι υπάρχουν στην 6η πρόταση ώστε να γίνει κατανοητό το λογικό-συντακτικό υπόβαθρο της επιχειρηματολογίας του Πρόκλου.

A

Η πρόταση 6 της Θεολογικής Στοιχειώσεως είναι η ακόλουθη:

Κάθε πλήθος είναι ή εξ ηνωμένων ή εξ ενάδων. Διότι είναι φανερό πως κάθε ένα από τα πολλά δεν μπορεί να είναι και αυτό μόνον πλήθος, και κάθε από τα στοιχεία του να είναι πάλι πλήθος. Εάν δε κάθε στοιχείο δεν είναι μόνον πλήθος τότε θα είναι ή ηνωμένο ή ενάδα: ηνωμένο αν μετέχει του ενός, ενάδα αν είναι ένα εξ εκείνων εκ των οποίων είναι εκ το πρωταρχικά ηνωμένο. Διότι αν υπάρχει το αυτό καθ' εαυτό ένα, θα υπάρχει το πρωταρχικά μετέχον αυτού, το οποίο είναι το πρωταρχικά ηνωμένο, αυτό δε είναι εξ ενάδων: διότι αν είναι εξ ηνωμένων αυτά θα είναι εξ άλλων, και τούτο επ' άπειρον. Πρέπει λοιπόν το πρωταρχικά ηνωμένο να είναι εξ ενάδων. Έτσι βρήκαμε αυτό το οποίο ζητούσαμε από την αρχή.²

* Ο Α. ΔΕΜΗΣ είναι Διδάκτωρ της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών.

¹ Το τι εννοούμε με την έκφραση καλή θεμελίωση θα γίνει αντιληπτό στην συνέχεια.

² Πᾶν πλήθος ἢ ἐξ ἠνωμένων ἐστὶν ἢ ἐξ ἐνάδων. ἕκαστον γὰρ τῶν πολλῶν ὅτι μὲν οὐκ ἔσται καὶ αὐτὸ πλήθος μόνον καὶ τούτου πάλιν ἕκαστον πλήθος, δηλον. εἰ δὲ μὴ ἔστι πλήθος μόνον, ἤτοι ἠνωμένον ἐστὶν ἢ ἐνάς, καὶ εἰ μὲν μετέχον τοῦ ενός, ἠνωμένον εἰ δὲ ἐξ ὧν τὸ πρῶτως ἠνωμένον,

Από την πρώτη ανάγνωση προκύπτει άμεσα ερωτηματικό σχετικά με την σημασία της έκφρασης «...είναι εξ (εκ)...» (...έξ...έστιν...) Πιστεύω ότι το να αποφανθώ εδώ σχετικά προς το ποια είναι η πιστότερη ερμηνεία της προϋποθέτει εκτεταμένη έρευνα σχετικά με ορισμένα ζητήματα της φιλοσοφίας του Πρόκλου, η οποία βρίσκεται μακριά από τους στόχους της παρούσης εργασίας. Έτσι απλώς θα αναφέρω ότι οι πλέον πιθανές ερμηνείες αυτής της έκφρασης είναι οι ακόλουθες:

(1) ...συντίθεται από... ή ...έχει ως στοιχείο το...

(2) ...προέρχεται (αιτιακά) ή απορρέει οντολογικά από....

Όπως θα φανεί στη συνέχεια το ποια είναι η ακριβής ερμηνεία αυτής δεν έχει καμιά απολύτως επίπτωση όσον αφορά τους στόχους της παρούσας εργασίας.

Στη συνέχεια θα δώσω ορισμένες διευκρινίσεις σχετικά προς τους όρους: *αὐτοέν*, *έν*, *πλήθος*, *πολλά*, *πλήθος μόνον*, *ήνωμένον* και *πρώτως*.

Με τον όρο *αὐτοέν* ο Πρόκλος δηλώνει το καθ' *εαυτό εν*, δηλαδή εκείνο το οποίο δεν είναι τίποτε άλλο παρά μόνον *εν*.³

Με τον όρο *έν* δηλώνει την έννοια του αδιαίρετου.

Εδώ πρέπει να παρατηρήσω ότι ο φιλόσοφος συνήθως χρησιμοποιεί τον όρο *αὐτοέν* για να δηλώσει την *Πρώτη Αρχή* ή το *Αγαθό*, δηλαδή την οντολογική και λογική προϋπόθεση της πραγματικότητας. Όμως με τον ίδιο τρόπο χρησιμοποιεί συχνά και τον όρο *έν*. Δηλαδή όχι μόνον για να δηλώσει γενικώς το αδιαίρετο αλλά και την ίδια την *Πρώτη Αρχή*. Έτσι στο έργο του Πρόκλου εμφανίζεται μια αμφισημία σχετικά προς τον όρο *έν* καθώς αυτός χρησιμοποιείται για να δηλώσει:

- είτε οτιδήποτε είναι αδιαίρετο
- είτε την οντολογική ή λογική προϋπόθεση ένεκα της οποίας κάτι είναι αδιαίρετο.⁴

Στη συνέχεια θα χρησιμοποιώ τον τύπο "Έν ως όρο ταυτόσημο προς τον όρο *αὐτοέν* και τον τύπο *εν* ως όρο ταυτόσημο προς το κατηγορημα αδιαίρετο.

Σύμφωνα με όσα προηγήθηκαν και λαμβάνοντας υπ' όψιν τις προτάσεις 2 και 3 της *Θεολογικής Στοιχειώσεως* κατά τον Πρόκλο αληθεύει πως:

(I) *Το οτιδήποτε είναι εν όταν και μόνον όταν μετέχει του Ενός*⁵

Σχετικά προς τον όρο *πολλά* πρέπει να παρατηρήσω ότι μαζί με τον όρο *εν* συνιστούν

ένάς. εἰ γὰρ ἔστι τὸ αὐτοέν, ἔστι τὸ πρώτως αὐτοῦ μετέχον καὶ πρώτως ἠνωμένον. τοῦτο δὲ ἔξ ἐνάδων εἰ γὰρ ἔξ ἠνωμένων, πάλιν τὰ ἠνωμένα ἐκ τίνων, καὶ εἰς ἄπειρον. δεῖ δὲ εἶναι τὸ πρώτως ἠνωμένον ἔξ ἐνάδων καὶ εὐρομεν τὸ ἔξ ἀρχῆς.

³ Από την πληθώρα αναφορών του Πρόκλου στο *αὐτοέν* ενδεικτικά παραπέμπουμε στο: 1. *Εἰς Παρμ.* 696,32-697,8. 2. *Εἰς Πλ.Θεολ.* II. 10,14-20. 3. *Στ. Θεολ.* 2,16 κ.ε. 4,9 6,20 κ.ε. 102,4 κ.ε.

⁴ Εκτεταμένη διαπραγμάτευση σχετικά προς το *εν* συναντούμε στα κεφάλαια 1 και 2 του βιβλίου II του: *Εἰς Πλάτωνος Θεολογία*.

⁵ Ο όρος *μετοχή* στο σύστημα του Πρόκλου αποδίδει ουσιαστικά ό,τι και ο ομώνυμος πλατωνι-

ένα δίπολο κατηγορικής φύσης, το οποίο αναφέρεται στο σύνολο της πραγματικότητας και το οποίο επιφέρει μια ιδιότυπη διαμέριση αυτής με την εξής έννοια: το κάθε στοιχείο της πραγματικότητας θα χαρακτηρίζεται με ένα και μόνον ένα από τα ακόλουθα:

- μόνον εν,
- μόνον πολλά,
- εν και πολλά.

Με τον όρο πλήθος ο Πρόκλος δηλώνει περίπου ό,τι δηλώνει και ο Αριστοτέλης με αυτόν. Δηλαδή την έννοια εκείνου το οποίο είναι διηρημένο ή μπορεί να διαιρεθεί (διαιρετό) σε επιμέρους ατομικότητες. Σε ορισμένα σημεία του έργου του όμως χρησιμοποιεί τον όρο πλήθος για να δηλώσει την έννοια αυτού το οποίο είναι πολλά αλλά συγχρόνως και ενιαία ολότητα, πολλαπλά δομημένη. Χαρακτηριστικό της ιδιόμορφης αντίληψης του Πρόκλου περί πλήθους είναι το γεγονός πως το θεωρεί ως κάτι το οποίο μετέχει του ενός, ως ενιαία και αυτόνομη ολότητα, και όχι ως μια κατά περίπτωση και κατά μηχανιστικό τρόπο παράθεση ετερόκλητων στοιχείων. Τούτο φαίνεται πολύ καθαρά από την πρόταση 1 της Θεολογικής Στοιχειώσεως στην οποία διατυπώνεται η θέση πως κάθε πλήθος μετέχει με κάποιο τρόπο του Ενός.⁶

Η έκφραση πλήθος μόνον χρησιμοποιείται από τον Πρόκλο για να περιγραφεί εκείνο το οποίο είναι καθ' εαυτό πλήθος, δηλαδή πολλαπλότητα για την οποία ισχύει πως και αυτή και οποιουδήποτε είδους συστατικό στοιχείο της δεν είναι ένα. Συχνά χρησιμοποιεί και την έκφραση πολλά μόνον ως ταυτόσημη.

Ως προς τον όρο ήνωμένο πρέπει να πω κατ' αρχήν ότι σύμφωνα με την πρόταση 4 της Θεολογικής Στοιχειώσεως, ισχύει ότι:

(II) αν κάτι είναι ηνωμένο τότε μετέχει (με κάποιο τρόπο) του Ενός

Από τις προτάσεις (I) και (II) γίνεται αντιληπτό πως αληθεύει ότι αν κάτι είναι ηνωμένο τότε είναι και εν. Όμως πρέπει να επισημάνω ότι, κατά τον Πρόκλο, το ήνωμένο ως μετέχον του Ενός είναι και εν και όχι εν.⁷ Όπως φαίνεται από την πρόταση 2 της

κός όρος. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι μετοχή είναι το γεγονός της -με κάποιο τρόπο- παρουσίας κάποιου στοιχείου του παντός μέσα σε ένα άλλο. Αυτό το οποίο είναι παρόν σε κάτι άλλο χαρακτηρίζεται ως μετεχόμενο ενώ αυτό το οποίο επιδέχεται την παρουσία του μετεχομένου χαρακτηρίζεται ως μετέχον. Βλ. (α) A. C. LLOYD: «Procession and Division in Proclus». (Στο συλλογικό: *Soul and the Structure of Being in Late Neoplatonism*, edited by H. J. Blumenthal and A. C. Lloyd, Liverpool University Press.) (β) L. SWEENEY: Participation and the Structure of Being in Proclus' Elements of Theology. (Στο συλλογικό: *The Structure of Being, a Neoplatonic Approach*, edit by R. Baine Harris, published by State University of New York Press, Albany, 1982.)

⁶ Βλ. STANISLAS BRETON: «Le Théorème De L' Un Dans Les Éléments De Théologie De Proclus». (*Revue des Sciences Philosophiques et Théologiques*, 58, 1974, pp. 561-583.) RONALD HATHAWAY: «The Anatomy of a Neo-Platonist Metaphysical Proof». (Στο συλλογικό: *The Structure of Being, a Neoplatonic Approach*, ό.π.

⁷ Θεολ. Στοιχ. 4.1 -4.4 Πᾶν τὸ ἡνωμένον ἕτερον ἐστὶ τοῦ αὐτοενός. εἰ γὰρ ἐστὶν ἡνωμένον,

Θεολογικής Στοιχειώσεως, αν το οτιδήποτε μετέχει του Ενός, κατά την άποψη του ότι μετέχει του Ενός, είναι εν και από την άποψη πως είναι κάτι διάφορο του Ενός, είναι μη εν. Καθώς όμως το όχι εν είναι ή πολλά ή ουδέν (τίποτα), είναι φανερό πως το ηνωμένο, το οποίο δεν είναι ουδέν, θα είναι και πολλά (πλήθος). Συνεπώς στο σύστημα του Πρόκλου κάθε ηνωμένο είναι και πλήθος. Επί πλέον παρατηρούμε ότι:

- από την πρόταση 6 της Θεολογικής Στοιχειώσεως φαίνεται σαφώς πως αν ένα πλήθος μετέχει του Ενός τότε είναι ηνωμένο,
- από την πρόταση 1 φαίνεται ότι κάθε πλήθος μετέχει του Ενός.

Συνέπεια των ανωτέρω είναι το γεγονός πως στο σύστημα του Πρόκλου ισχύει αναγκαστικά ότι κάθε πλήθος είναι ηνωμένο.

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται αντιληπτό ότι:

(III) Κάθε πλήθος είναι ηνωμένο και αντιστρόφως

(Η αλλιώς: κάτι το οποίο μπορεί να χαρακτηριστεί ως ηνωμένο μπορεί να χαρακτηριστεί και ως πλήθος και αντιστρόφως.)

Εδώ πρέπει να πω πως λογική συνέπεια όσων προηγήθηκαν είναι το γεγονός πως το κατά Πρόκλον πλήθος ή ηνωμένο πρέπει να περιέχει –ή μπορεί να διαιρεθεί σε– τουλάχιστον δύο στοιχεία. Στο έργο του δεν έχω εντοπίσει περίπτωση στην οποία να υπεισέρχεται η έννοια του κενού – του χωρίς στοιχεία πλήθους.

Επίσης πρέπει να επισημάνω ότι:

- Το εν ως όρος αποδίδεται σε κάτι, το οποίο μπορεί να είναι και πολλά (και συνεπώς να είναι πλήθος), και χρησιμοποιείται για να τονίσει περισσότερο το ενιαίο του χαρακτηριζόμενου.
- Το πλήθος αποδίδεται σε κάτι, το οποίο είναι και εν και χρησιμοποιείται, ως όρος, για να τονίσει περισσότερο το γεγονός της υπάρξεως πολλαπλότητας στο χαρακτηριζόμενο.
- Το ηνωμένο αποδίδεται σε κάτι, το οποίο είναι και εν και πολλά και χρησιμοποιείται, ως όρος, για να περιγράψει ή να τονίσει τη συνύπαρξη και των δύο αυτών χαρακτηριστικών στο χαρακτηριζόμενο.

Τέλος πρέπει να πω ότι κατά τον Πρόκλο κάθε $\acute{\omicron}\nu^8$ δεν είναι μόνον εν ή μόνον πολλά

μετέχοι ἄν πη τοῦ ἑνός ταύτη, ἧ καὶ ἠνωμένον λέγεται· τὸ δὲ μετέχον τοῦ ἑνός καὶ ἑν ἔστι καὶ οὐχ ἑν.

⁸ Η κατά Πρόκλον πραγματικότητα ουσιαστικά χωρίζεται σε δύο μέρη. Το ένα από αυτά αποτελεί το επίπεδο της ουσίας, δηλαδή της υπάρξεως, στο οποίο υπάρχουν τα όντα. Τα όντα διανέμονται κατά βαθμίδες υπακούοντας σε μια σχέση οντολογικής προτερότητας. Η έσχατη βαθμίδα είναι εκείνη η οποία περιλαμβάνει τα αισθητά σώματα. Η ανωτέρα βαθμίδα είναι εκείνη του πρωτίστου όντος ή όντως όντος. Ενδιαμέσως κλιμακώνονται –από «κάτω» προς τα «επάνω»– οι βαθμίδες, οι οποίες χαρακτηρίζονται από τον Πρόκλο ως ψυχή, νους και ζωή. Το άλλο μέρος της

αλλά εν και πολλά, δηλαδή συντίθεται από πολλά, χαρακτηρίζεται από την πολλαπλότητα. Αυτό το ίδιο το πρώτιστο Ον εμπεριέχει την ενότητα και την πολλαπλότητα. Συνεπώς στο σύστημά του κάθε ον είναι ηνωμένο.

Με τον όρο *ένάς* ο Πρόκλος δηλώνει τα στοιχεία της πραγματικότητας τα πλησιέστερα στην Πρώτη Αρχή. Ένα από τα κυριότερα χαρακτηριστικά των ενάδων αποτελεί το γεγονός πως είναι στον μέγιστο βαθμό απλές, έχουν τέλεια ενότητα. Προηγούνται οντολογικά κάθε πολλαπλότητας και υπερβαίνουν κάθε είδους διαίρεση, μερισμό, σύνθεση ή σχέση. Δηλαδή οι ενάδες, στο πλαίσιο του συστήματος του Πρόκλου, αποτελούν κατά κάποιον τρόπο άτομα. Εδώ πρέπει να τονίσω ότι οι ενάδες δεν είναι όντα, αλλά προηγούνται οντολογικά όλων των όντων. Κατά συνέπεια εντάσσονται και αυτές όπως και η Πρώτη Αρχή στο επίπεδο που προηγείται του όντος, δηλαδή στο επίπεδο του υπερουσίου. Διαφέρουν από το αίτιό τους, το *αὐτοέν*, κατά το ότι είναι μεθεκτές από όντα ενώ αυτό δεν είναι μεθεκτό. Καθεμιά από αυτές είναι εν, το οποίο μετέχεται από όντα.

Από όσα προηγήθηκαν συμπεραίνουμε ότι ως προς τη σχέση της τριάδας *μόνον έν*, *έν-πολλά*, *μόνον πολλά* και της τριάδας *ένάς*, *ήνωμένο*, *πλήθοςμόνον*, ισχύει ότι:

- κάτι ονομάζεται *ένάς* όταν και *μόνον* όταν είναι τέτοιο ώστε να επιδέχεται τον χαρακτηρισμό *μόνον έν*,⁹
- κάτι ονομάζεται *ήνωμένο* όταν και *μόνον* όταν είναι τέτοιο ώστε να επιδέχεται τον χαρακτηρισμό *έν-πολλά*, και
- κάτι ονομάζεται *πλήθοςμόνον* όταν και *μόνον* όταν είναι τέτοιο ώστε να επιδέχεται τον χαρακτηρισμό *μόνον πολλά*.

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται αντιληπτό πως στο σύστημα του Πρόκλου αληθεύει η πρόταση:

(IV) Καθετί είναι ή ενάδα ή ηνωμένον ή πλήθοςμόνον¹⁰

Ο όρος πρώτως χρησιμοποιείται από τον Πρόκλο άμεσα συνδεδεμένη με τη σχέση του οντολογικῶς πρότερον. Η σχέση αυτή διατάσσει τα στοιχεία της πραγματικότητας σε τρόπο ώστε αυτά να δομούν μια ιεραρχία, και χαρακτηρίζεται από τις εξής ιδιότητες:

πραγματικότητας συνιστά το επίπεδο του υπερουσίου, το οποίο προηγείται οντολογικῶς του επιπέδου της ουσίας. Σ' αυτό ανάγεται η Πρώτη Αρχή, η οποία αποτελεί τη λογική και οντολογική προϋπόθεση των πάντων.

⁹ Τούτο οφείλεται στο ότι κάθε ενάδα είναι στον μέγιστο βαθμό απλή, έχει τέλεια ενότητα, προηγείται οντολογικά κάθε πολλαπλότητας και υπερβαίνει κάθε είδους διαίρεση, μερισμό, σύνθεση ή σχέση, δεν μπορεί να είναι *έν-πολλά* και συνεπώς δεν μπορεί να χαρακτηριστεί με τον όρο *ήνωμένο*. (Οι ενάδες φαίνεται ότι αποτελούν εκείνα τα στοιχεία, τα οποία επιδέχονται τον χαρακτηρισμό *μόνον έν*, χωρίς να ταυτίζονται προς το *Έν*, το οποίο εν τέλει δεν επιδέχεται κανένα κατηγορημα. Διακρίνονται ως προς το *Έν* όχι διότι μπορούν να χαρακτηρισθούν με κάποιο τρόπο με το κατηγορημα *πολλά*, αλλά διότι σχετίζονται με την πολλαπλότητα αφού είναι πολλές και μετέχονται από τα όντα).

¹⁰ Εδώ πρέπει να παρατηρήσουμε ότι καθώς κάθε πλήθος μετέχει του *ένός*, κάθε πλήθος θα

- 1) αν το α είναι *οντολογικῶς* πρότερον του β τότε:
 - το α είναι εγγύτερο στο *Εν* απ' ότι το β,
 - το α είναι περισσότερο όμοιο προς το *Εν* απ' ότι είναι το β.
- 2) αν το α είναι αίτιο του β, τότε:
 - το α είναι *οντολογικῶς* πρότερον του β, και
 - αν το β μετέχει του α τότε το α είναι *οντολογικῶς* πρότερον του β.

Άρα είναι φανερό πως:

- το α μετέχει πρώτως του *Ενός* όταν και μόνον όταν το α μετέχει του *Ενός* και δεν υπάρχει στοιχείο β, διάφορο του α, το οποίο είναι *οντολογικῶς* πρότερο του α και μετέχει του *Ενός*, και
- το α είναι πρώτως *ήνωμένο* όταν και μόνον όταν είναι *ήνωμένο* και δεν υπάρχει άλλο *ήνωμένο*, το οποίο προηγείται *οντολογικῶς* του α.

B

Το αρχικό τμήμα της 6ης πρότασης, το οποίο *απαρτίζεται* από τους τρεις πρώτους στίχους, *εμπεριέχει* τον ακόλουθο συλλογισμό:

- (Α) Κάθε ένα από τα πολλά δεν είναι μόνον πλήθος.
- (Β) Αν κάτι δεν είναι μόνον πλήθος, τότε είναι *ήνωμένο* ή *ενάς*
- (Γ) Κάθε ένα από τα πολλά είναι *ήνωμένο* ή *ενάς*.

Η πρόταση (Α) αποτελεί *θεμελιώδες* δόγμα της φιλοσοφίας του Πρόκλου και είναι *αντικείμενο* διαπραγμάτευσης της πρότασης 1 της *Θεολογικής Στοιχειώσεως*.

Η πρόταση (Β) αποτελεί *άμεση συνέπεια* της πρότασης (IV).

Ο ανωτέρω συλλογισμός είναι *έγκυρος* αφού αποτελεί τυπικό δείγμα του *Modus Ponens*.

Η συνέχεια της επιχειρηματολογίας του Πρόκλου έχει την ακόλουθη μορφή:

- (Δ) Αν υπάρχει το αυτοέν υπάρχει το πρώτως αυτού μετέχον.
- (Το οποίο είναι το πρώτως *ήνωμένο*) (οι τρεις μεσαίοι στίχοι)
- (Ε) Υπάρχει το αυτοέν.
- (Η πρόταση αυτή υπονοείται)
- (Ζ) Αν το πρώτως *ήνωμένο* είναι εξ *ήνωμένων*, τότε αυτά θα είναι εξ άλλων και τούτο εις άπειρον. (6ος και 7ος στίχος)
- (Η) Άρα το πρώτως *ήνωμένο* είναι εξ *ενάδων*. (τελευταίοι στίχοι)

Όπως γίνεται αντιληπτό, η τελευταία ακολουθία προτάσεων, που χρησιμοποιεί ο Πρόκλος για να καταλήξει στο επιθυμητό αποτέλεσμα, δεν συνιστά μια αυστηρά δομημένη αποδεικτική διαδικασία αλλά είναι μια *ελλιπής* συνάρθρωση αξιωμάτων και επιχειρημάτων.

Θεωρώ πως είναι στείρο το να ασχοληθώ με την κατάδειξη της συντακτικής σαθρό-

είναι *ήνωμένο* και συνεπώς δεν υπάρχει στην πραγματικότητα μια πολλαπλότητα, η οποία μπορεί να χαρακτηριστεί *πλήθος* μόνον.

τητας ή της εκφραστικής ισχύος της επιχειρηματολογίας αυτής. Αντίθετα, πιστεύω πως παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον η διερεύνηση του ερωτήματος:

«Τι θέλει να αποδείξει εδώ ο Πρόκλος και σε ποιες αρχές του συστήματός του –εκπεφρασμένες ή μη– στηρίζει την προσπάθεια αποδείξεως;».

Η απάντηση στο ερώτημα αυτό θα μας απασχολήσει στη συνέχεια.

Όπως φαίνεται από τη δομή της επιχειρηματολογίας που περιέχει η 6η πρόταση αλλά και από τη συχνότητα με την οποία εμφανίζεται στο κείμενο η πρόταση (H), συμπεραίνουμε ότι ο Πρόκλος θέλει να αποδείξει πως το αρχικό ηνωμένο είναι εξ ενάδων.

Οι προτάσεις (Δ) και (Ε) αποτελούν θεμελιώδη αξιώματα του συστήματος του Πρόκλου και άμεση συνέπειά τους είναι το ότι ισχύει πως:

Π_1 : Υπάρχει το πρώτως ηνωμένο.

(Η πρόταση αυτή υπονοείται στο επιχείρημα του Πρόκλου).

Το πρώτο τμήμα της (Ζ) συνιστά τη συνεπαγωγή: αν το πρώτως ηνωμένο είναι εξ ηνωμένων, τότε κάθε ένα από αυτά τα ηνωμένα θα είναι εξ άλλων. Είναι προφανές πως ο τύπος ...άλλων... αναφέρεται στα ηνωμένα. Δηλαδή το συμπέρασμα της συνεπαγωγής είναι το: ...κάθε ένα από αυτά τα ηνωμένα θα είναι εξ ηνωμένων... Διότι αν δεν αναφέρεται σε ηνωμένα, τότε –σύμφωνα με όσα έχουμε πει στα προηγούμενα– θα αναφέρεται σε ενάδες. Τούτο όμως δεν δικαιολογεί την εμφάνιση καμιάς επ' άπειρον αναδρομής. Αντιθέτως –όπως θα δούμε στη συνέχεια– η αναφορά σε ηνωμένα δικαιολογεί την εμφάνιση μιας επ' άπειρον αναδρομής. Αν δεχθούμε την ανωτέρω ερμηνεία της εν λόγω συνεπαγωγής, τότε εγείρεται το θέμα του ότι η αλήθεια αυτής δεν είναι δυνατόν να γίνει αποδεκτή μόνο με τα συντακτικά δεδομένα της περιρρέουσας επιχειρηματολογίας. Ό,τι έχει αναφερθεί μέχρι το σημείο αυτό δεν εξηγεί γιατί είναι έγκυρη η συνεπαγωγή αυτή. Έτσι τίθεται το ζήτημα του γιατί εκείνα εκ των οποίων είναι εκ το πρώτως ηνωμένο είναι και πάλιν εξ ηνωμένων (και τούτα είναι εξ ηνωμένων κ.ο.κ.). Τι εμποδίζει τον Πρόκλο να δεχθεί ότι τα ηνωμένα αυτά είναι δυνατόν να είναι εξ ενάδων; Η με άλλα λόγια: ποια θέση του φιλοσοφικού του συστήματος, σε συνδυασμό με την υπόθεση: «το πρώτως ηνωμένο είναι εξ ηνωμένων», τον υποχρεώνει να αποδεχθεί ότι τα ηνωμένα αυτά θα είναι εκ νέου εξ ηνωμένων; Η απάντηση νομίζω πως είναι η ακόλουθη.

Κατ' αρχήν πρέπει να θυμίσω ότι οι πιθανότερες ερμηνείες της εκφράσεως «...είναι εξ (εκ)...» (...έξ...έστιν...):

- ...προέρχεται από... ή
- ...συντίθεται από... .

Όπως φαίνεται από το έργο του Πρόκλου, κάθε κομβική οντολογική μονάδα της πραγματικότητας γειτνιάζει οντολογικά –χωρίς την παρεμβολή κάποιου στοιχείου– με εκείνο το πλήθος, το οποίο απαρτίζεται από τα πλέον όμοια, οντολογικώς εγγύτερα προς αυτήν στοιχεία. (Παράδειγμα αυτής της γειτνίασης αποτελεί η σχέση μεταξύ αιτίου και των πρώτων παραγώγων του). Αν λοιπόν δεχθούμε ότι, στο πλαίσιο του συστήματος του Πρόκλου, υπάρχουν στοιχεία, τα οποία δεν είναι πολλαπλά, δηλαδή δεν είναι δυνατόν να τους αποδίδεται ο χαρακτηρισμός έν-πολλά ή ο χαρακτηρισμός πολλά μόνον, τότε σύμφωνα με όσα έχουν προηγηθεί αυτά θα επιδέχονται τον χαρακτηρισμό μόνον έν, δηλαδή θα είναι οι ενάδες. Τότε υπάρχουν οι εξής δύο δυνατές περιπτώσεις:

- Υπάρχουν πλήθη, τα οποία απαρτίζονται από ενάδες. Τότε κάθε τέτοιο πλήθος θα είναι ένα από αυτά, τα οποία μπορούμε να χαρακτηρίσουμε ως τα οντολογικώς εγγύτερα προς το ίδιο το Εν.¹¹ Κατά συνέπεια το πλήθος εκείνο, το οποίο ο φιλόσοφος χαρακτηρίζει ως το πρώτως ηνωμένο, θα πρέπει να αναζητηθεί μεταξύ αυτών. Με άλλα λόγια το πρώτως ηνωμένο θα συντίθεται, θα απαρτίζεται, από ενάδες και μόνον. Είναι φανερό, από τον ορισμό του πρώτως ηνωμένου, πως στην περίπτωση αυτή το *είναι έκ* σημαίνει ...συντίθεται από... και δεν μπορεί να σημαίνει ...απορρέει από... διότι σε αυτήν την περίπτωση οι ενάδες από τις οποίες απορρέει το πρώτως ηνωμένο θα είναι οντολογικώς πρότερες αυτού, πράγμα το οποίο είναι άτοπο από τον ορισμό του.¹² Συνεπώς όσα επισήμανα εδώ είναι δυνατόν να διατυπωθούν με την έκφραση: *το πρώτως ηνωμένο είναι εξ ενάδων και μόνον.*
- Δεν υπάρχει πλήθος, το οποίο απαρτίζεται από ενάδες. (Δηλαδή οι ενάδες δεν μπορούν να αποτελούν στοιχεία απαρτίζοντα πλήθη.) Τότε βεβαίως κάθε πλήθος θα συντίθεται όχι από ενάδες αλλά από ηνωμένα. Κάθε ηνωμένο, ακόμη και το πρώτως ηνωμένο, συνεπώς θα ευρίσκεται στο επίπεδο της ύπαρξης. Κατά συνέπεια το οποιοδήποτε ηνωμένο θα απορρέει οντολογικά από ενάδες. Έτσι το πρώτως ηνωμένο απορρέει από ενάδες και δεν είναι δυνατόν να απορρέει και από ηνωμένα.¹³ Δηλαδή το πρώτως ηνωμένο θα απορρέει μόνον από ενάδες. Είναι φανερό πως σε μια τέτοια περίπτωση το *είναι έκ* θα σημαίνει ...απορρέει οντολογικά από... και όχι ...συντίθεται από... (αφού δεν υπάρχουν πλήθη που περιέχουν ενάδες). Συνεπώς τα ανωτέρω είναι δυνατόν να διατυπωθούν επίσης με την έκφραση: *το πρώτως ηνωμένο είναι εξ ενάδων και μόνον.*

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται αντιληπτό πως σε κάθε περίπτωση –όποια και να είναι η σημασία της έκφρασης *είναι έκ*– αληθεύει ότι:

Π₂: *Αν υπάρχουν ενάδες, τότε το πρώτως ηνωμένο είναι εξ ενάδων μόνον.*

Από όσα έχουν προηγηθεί γίνεται αντιληπτό πως ο ακόλουθος συλλογισμός είναι έγκυρος.

- Αν ένα οποιοδήποτε *έξ ὧν* είναι *έκ* το πρώτως ηνωμένο είναι ηνωμένο, τότε αυτό δεν είναι ενάδα. [Λόγω της (IV)]
- Αν ένα οποιοδήποτε *έξ ὧν* είναι *έκ* το πρώτως ηνωμένο δεν είναι ενάδα, τότε δεν υπάρχουν ενάδες. [Λόγω της Π₂]
- Αν δεν υπάρχουν ενάδες, τότε το οτιδήποτε θα είναι ηνωμένο. [Λόγω της (IV)]

¹¹ Το «εγγύτερα» εδώ έχει την έννοια πως δεν θα υπάρχουν άλλες κλάσεις-πλήθη στοιχείων του συστήματος του Πρόκλου οντολογικώς πρότερα εκείνων που απαρτίζονται μόνον εξ ενάδων.

¹² Έχουμε πει ότι μεταξύ αυτού και του Ενός δεν μπορεί να παρεμβάλλεται οντολογικά κάποιο άλλο επίπεδο.

¹³ Το τελευταίο αληθεύει διότι, αν ήταν δυνατόν το πρώτως ηνωμένο να απορρέει και από κάποια ηνωμένα, τότε, σύμφωνα με όσα είπαμε για τη σημασία του όρου πρώτως, αυτά θα ήταν οντολογικώς πρότερα του πρώτως ηνωμένου, πράγμα το οποίο είναι άτοπο.

Συμπέρασμα:

Π_3 : Αν ένα οποιοδήποτε εξ ων είναι εκ το πρώτως ηνωμένο είναι ηνωμένο, τότε το οτιδήποτε θα είναι ηνωμένο.

Θεωρώ ότι ο συλλογισμός αυτός αποκαλύπτει τη δομή του πρώτου μέρους της (Z) και καταδεικνύει το γεγονός πως το μέρος αυτό απηχεί μια λογικώς έγκυρη επιχειρηματολογία. Βεβαίως από όσα προηγήθηκαν γίνεται φανερό πως η εγκυρότητα αυτή οφείλεται στην αλήθεια της πρότασης Π_2 .

Γ

Στο σημείο αυτό πρέπει να εξετάσω το τι ακριβώς σημαίνει η αναφορά στο άπειρο στο δεύτερο μέρος της (Z) και το γιατί αυτή η αναφορά σημειοδοτεί την κατάληξη σε άτοπο.

Υποθέτω πως αληθεύει η πρόταση:

Φ : Το οτιδήποτε είναι ηνωμένο.

Τότε:

- Αρχικά έχουμε μια κλάση –έστω A_0 – η οποία ταυτίζεται με αυτό το οποίο ο φιλόσοφος ονομάζει πρώτως ηνωμένο. (Όπως έχω πει ό,τι χαρακτηρίζεται ως ηνωμένο χαρακτηρίζεται και ως πλήθος και αντιστρόφως).
- Στη συνέχεια έχουμε τα στοιχεία των στοιχείων του A_0 . (Δηλαδή τα στοιχεία του πρώτως ηνωμένου, το οποίο ως ηνωμένο είναι και πλήθος). Αυτά είναι ηνωμένα λόγω του ότι ισχύει η πρόταση Φ . Τα στοιχεία αυτά συνιστούν μια κλάση A_1 . Η κλάση αυτή δεν είναι κενή αφού τα στοιχεία του A_0 ως ηνωμένα δεν αντιστοιχούν σε κενές κλάσεις.
- Καθώς έχει ορισθεί η κλάση A_1 , της οποίας τα στοιχεία είναι ηνωμένα, λόγω της ισχύος της Φ ορίζεται η κλάση A_2 , η οποία περιέχει τα στοιχεία των στοιχείων της A_1 .
- Η διαδικασία αυτή δεν λήγει αφού ισχύει η πρόταση Φ και αφού κάθε ηνωμένο απαρτίζεται από κάποια στοιχεία. Συνεπώς γεννάται μια ατέρμων διαδοχή $(A_n)_{n \in \omega}$ μη κενών κλάσεων, που απαρτίζονται από ηνωμένα. (ω είναι το σύνολο των φυσικών αριθμών).

Σχετικά προς την απειρία της προαναφερθείσας διαδοχής πρέπει να επισημάνω τα εξής: Όπως είναι φανερό η απειρία της ισοδυναμεί με την απειρία μεταβάσεων από βαθμίδα σε βαθμίδα ηνωμένων. Βεβαίως ανεξάρτητα από τη διαδικασία θεώρησης βαθμίδων, το σύνολο των στοιχείων της διαδοχής τους υφίσταται ως στατικό και ολοκληρωμένο όλον και όχι ως ρέουσα λειτουργία εμφάνισης διαρκώς νέων στοιχείων. Τούτο οφείλεται στην ισχύ της παραδοχής ισχύος της Φ . Οι προαναφερθείσες μεταβάσεις συνιστούν, από πλευράς στοχαστή, διαδικασία ιχνηλάτησης εφ' άπαξ υφισταμένων διακριτών στοιχείων γραμμικώς διατεταγμένων. Δηλαδή η διαδικασία αυτή δεν είναι μια παραγωγική νοητή αποδόμηση του πρώτως ηνωμένου στα συστατικά του. Δεν αποτελεί διαδικασία θεώρησης ενός δυνάμει απείρου πλήθους. Αντιθέτως εφ' όσον αληθεύει η πρόταση Φ , τότε αληθεύει πως για κάθε $n \in \omega$ υπάρχει το A_n , δηλαδή πως υπάρχει η προαναφερθείσα διαδοχή ως ένα υφιστάμενο όλον, το οποίο περιέχει το A_n για κάθε $n \in \omega$. Συνεπώς

εφόσον δεχτούμε ότι ισχύει η εν λόγω πρόταση, η απειρία της διαδοχής $(A_n)_{n \in \omega}$ δεν είναι το ατέρμον της δυνατότητας θεωρήσεως των στοιχείων της, αλλά το κατά πληθικό αριθμό άπειρο, το ενεργεία άπειρον. Αυτό το είδος απειρίας όμως απορρίπτεται ρητά από τον Πρόκλο.¹⁴

Όσα προηγήθηκαν καταδεικνύουν πως στο δεύτερο μέρος της (Z) υπονοούνται οι ακόλουθες προτάσεις:

- 1) Αν το οτιδήποτε είναι ηνωμένο, τότε υφίσταται ένα τουλάχιστον ενεργεία άπειρο πλήθος.
- 2) Δεν υπάρχει ενεργεία άπειρο πλήθος.

Έτσι γίνεται αντιληπτό πως η (Z) εμπεριέχει ουσιαστικά την ακόλουθη σειρά προτάσεων, η οποία συνιστά έγκυρο συλλογισμό:

- 1) Αν ένα οποιοδήποτε εξ ων είναι εκ το πρώτως ηνωμένο είναι ηνωμένο, τότε αυτό δεν είναι ενάδα.
- 2) Αν ένα οποιοδήποτε εξ ων είναι εκ το πρώτως ηνωμένο δεν είναι ενάδα, τότε δεν υπάρχουν ενάδες.
- 3) Αν δεν υπάρχουν ενάδες, τότε το οτιδήποτε θα είναι ηνωμένο.
- 4) Αν το οτιδήποτε είναι ηνωμένο, τότε υφίσταται ένα τουλάχιστον ενεργεία πλήθος.
- 5) Δεν υπάρχει ενεργεία πλήθος.

Συμπέρασμα: Δεν ισχύει πως ένα οποιοδήποτε εξ ων είναι εκ το πρώτως ηνωμένο είναι ηνωμένο.

Όπως γίνεται άμεσα αντιληπτό -λόγω και της (IV)- στο σύστημα του Πρόκλου το συμπέρασμα αυτό έχει ως συνέπεια πως το οποιοδήποτε εξ ων είναι εκ το πρώτως ηνωμένο θα είναι ενάδα. Δηλαδή ισχύει η (H).

Δ

Σχετικά με την απειρία της διαδοχής $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ πρέπει να επισημάνω τα εξής: Είδαμε πως εφ' όσον ισχύει η Φ , τότε για κάθε $n \in \omega$ δεδομένου του συνόλου A_n θα υπάρχει το σύνολο A_{n+1} . Όμως στην επιχειρηματολογία του Πρόκλου δεν υπάρχει κάτι το οποίο να διασφαλίζει την πραγματική απειρία με την διαδοχή: $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ Με αυτό εννοώ ότι είναι δυνατόν τα σύνολα αυτής να μην είναι διάφορα μεταξύ τους, με αποτέλεσμα το πλήθος τους να μην είναι πραγματικά άπειρο. Από την άλλη

¹⁴ *Εἰς Τίμ.* 1.453.15 - 1.453.21 «λέγεται δὴ τὸ ἄπειρον τριχῶς, ἢ κατὰ δύναμιν ἢ κατὰ πλῆθος ἢ κατὰ μέγεθος. τὸ μὲν οὖν κατὰ δύναμιν ἄπειρόν ἐστιν ἐν τοῖς θείοις καὶ ἐν τῷ κόσμῳ -τὸ γὰρ ἀνέκλειπτον καὶ ἀέναον τῆς κατὰ δύναμιν ἀπειρίας ἴδιον- τὸ δὲ κατὰ πλῆθος πῶς μὲν ἔστι, πῶς δὲ οὐ -ἄθρόον μὲν γὰρ οὐκ ἔστι, κατὰ μέρος δ' ἔστι- τὸ δὲ κατὰ μέγεθος οὐδ' ὅλως ἔστι».

Εἰς Τίμ. 1.456.29 - 1.456.31 «τὸ γὰρ κατὰ πλῆθος ἄπειρον οὐδὲ ἐν τοῖς θνητοῖς ὑφέστηκε, μὴ ὅτι γε ἐν τοῖς ἀιδίοις».

πλευρά, όπως φαίνεται από τον τρόπο που επιχειρηματολογεί, ο Πρόκλος θεωρεί υφισταμένη μια εν ενεργεία απειρία συνόλων. Πόσο δικαιολογημένη είναι αυτή η παραδοχή του σχετικά προς την απειρία της εν λόγω διαδοχής στο πλαίσιο του συστήματός του; Η απάντηση στο ερώτημα αυτό θα μας απασχολήσει στη συνέχεια.

Η επ' άπειρον αναδρομή, η οποία περιγράφηκε στα προηγούμενα παράγεται όπως είδαμε από την παραδοχή πως η πρόταση Φ είναι αληθής. Η απειρία της καταδείχθηκε κατασκευαστικά καθώς περιγράφηκε ο τρόπος παραγωγής της λόγω της ισχύος της Φ . Εδώ λοιπόν τίθεται το ζήτημα του αν η ύπαρξη αυτής της απειρίας τεκμηριώνεται και λογικά. Αυτό θα με απασχολήσει στη συνέχεια. Η διερεύνηση αυτού του ζητήματος με υποχρεώνει να μελετήσω λεπτομερέστερα μερικές από τις ιδιότητες της έννοιας του είναι εκ. Για τον σκοπό αυτό με την εισαγωγή μερικών συμβόλων δημιουργώ μια περιστασιακή υβριδική φυσική-συμβολική γλώσσα με στόχο την όσο το δυνατόν συντομότερη διαπραγμάτευση των θεμάτων που ακολουθούν. Έτσι εισάγω:

- Το διμελές κατηγορηματικό σύμβολο Π , το οποίο αντιστοιχεί στην έννοια είναι εκ: $\Pi(-,-)$: το - είναι ένα από αυτά εκ των οποίων είναι εκ το - .
- Το μονομελές κατηγορηματικό σύμβολο ϵ , το οποίο αντιστοιχεί στην έννοια της ενάδας: $\epsilon(-)$: το - είναι ενάδα.
- Το μονομελές κατηγορηματικό σύμβολο η , το οποίο αντιστοιχεί στην έννοια του ηνωμένου: $\eta(-)$: το - είναι ηνωμένο.
- Τη σταθερά ι , η οποία αντιστοιχεί στο πρώτως ηνωμένο.

Κατ' αρχήν πρέπει να επισημάνω ότι η διμελής σχέση, στην οποία αντιστοιχεί το Π , είναι ολικώς μη ανακλαστική και μεταβατική ανεξαρτήτως από την ερμηνεία της έκφρασης είναι εκ. Όπως έχω πει στα προηγούμενα, υπάρχουν δύο πιο πιθανές ερμηνείες της έκφρασης αυτής. Ας δούμε λοιπόν ξεχωριστά την καθεμιά από αυτές τις δύο περιπτώσεις:

(1) Το $\Pi(-,-)$ ερμηνεύεται ως: «το - είναι παραγωγικό αίτιο του -».

Στο σύστημα του Πρόκλου αληθεύει ότι το αίτιο και το υπ' αυτού παραγόμενο δεν μπορεί να ταυτίζονται. Ή με άλλα λόγια, το οτιδήποτε δεν είναι δυνατόν να είναι παραγωγικό αίτιο του εαυτού του.

Επίσης κατά τον Πρόκλο ισχύει ότι καθετί το οποίο παράγεται από κάποιες ατομικότητες του συστήματός του παράγεται κατά μείζονα λόγο και από οτιδήποτε παράγει αυτές. Η αλλιώς: αν το α είναι παραγωγικό αίτιο του β και αυτό είναι του γ , τότε το α είναι παραγωγικό αίτιο του γ .

(2) Το $\Pi(-,-)$ ερμηνεύεται ως: «το - είναι ένα εξ εκείνων των οποίων συντίθεται το-».

Στην περίπτωση αυτή πρέπει να πω ότι καθώς το είναι εκ αναφέρεται στη σχέση μιας ατομικότητας με ένα ηνωμένο -δηλαδή ένα πλήθος- και δεν είναι η σχέση της οντολογικής παραγωγής, προφανώς είναι η σχέση του περιέχεσθαι.¹⁵ Συνεπώς μπορού-

¹⁵ *Εἰς Πλάτ. Θεολ. 3.42.8 - 3.42.12* «Καὶ τὰ τοῦ ὄντος γένη διττά, τὰ μὲν δημιουργικά

με να πούμε ότι το $\Pi(-,-)$ σημαίνει με άλλα λόγια ότι «το -είναι ένα στοιχείο του-». Κατά τον Πρόκλο το στοιχείο είναι κάτι το απλούστερο στο οποίο αναλύεται το σύνθετο.¹⁶ Λογική συνέπεια αυτού είναι τα ακόλουθα:

- Το οτιδήποτε δεν μπορεί να είναι στοιχείο του εαυτού του. (Διότι στην αντίθετη περίπτωση θα έπρεπε να είναι απλούστερο του εαυτού του, κάτι το οποίο είναι άτοπο).
- Αν το α είναι στοιχείο του β και αυτό στοιχείο του γ , τότε το α είναι στοιχείο του γ . (Διότι αν αναλύσουμε το γ τότε θα λάβουμε το απλούστερο β . Συνεχίζοντας την ανάλυση του β θα λάβουμε το απλούστερο α . Συνεπώς με μια συνολική παράθεση των δύο αναλύσεων παρατηρούμε ότι το γ αναλύεται στο απλούστερο α).¹⁷

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται φανερό πως ανεξαρτήτως ερμηνείας αληθεύουν τα ακόλουθα:

- Το οτιδήποτε δεν μπορεί να είναι ένα εξ εκείνων εκ των οποίων είναι εκ ο εαυτός του.

Τούτο συμβολικά παίρνει την ακόλουθη μορφή:

(i) $(\forall x)[\neg\Pi(x, x)]$

- Αν το οποιοδήποτε είναι ένα εξ εκείνων εκ των οποίων είναι εκ ένα δεύτερο και αυτό ένα εξ εκείνων εκ των οποίων είναι εκ ένα άλλο, τότε το αρχικό είναι ένα εξ εκείνων εκ των οποίων είναι εκ το τελευταίο. Τούτο παίρνει την ακόλουθη μορφή:

(ii) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[\Pi(x, y)\&\Pi(y, z)\rightarrow\Pi(x, z)]$

Εδώ πρέπει να επισημάνω ότι στο σύστημα του Πρόκλου αληθεύει πως αν κάτι είναι ηνωμένο τότε είναι φανερό πως αυτό θα είναι εξ άλλων τινών. Ή με άλλα λόγια αν κάτι είναι ηνωμένο τότε υπάρχει κάτι άλλο, το οποίο είναι ένα εξ εκείνων εκ των

τῶν ὄντων, τὰ δὲ στοιχεῖα τῆς ἐκάστου φύσεως· τὰ μὲν γὰρ αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ προϋφέστηκεν ὡς ποιητικά, τὰ δὲ ἐκ τούτων ἀπογεννώμενα συνίστησιν ἕκαστον».

¹⁶ Εἰς Εὐκλ. 72.23 - 73.14 «Πάλιν δὲ τὸ στοιχεῖον λέγεται διχῶς, ὡς φησὶν ὁ <Μέναιχμος>. καὶ γὰρ τὸ κατασκευάζον ἐστὶ τοῦ κατασκευαζομένου στοιχείου, ὡς τὸ πρῶτον παρ' <Εὐκλείδη> τοῦ δευτέρου, καὶ τοῦ πέμπτου τὸ τέταρτον. οὕτω δὲ καὶ ἀλλήλων εἶναι πολλὰ στοιχεῖα ῥηθήσεται· κατασκευάζεται γὰρ ἐξ ἀλλήλων. δείκνυται γὰρ καὶ ἐκ τοῦ τέτρασιν ὀρθαῖς εἶναι ἴσας τὰς ἔξω τῶν εὐθυγράμμων γωνίας τὸ πλῆθος τῶν ἐντὸς ὀρθαῖς ἴσων καὶ ἀνάπαλιν ἐκ τούτου ἐκεῖνο. καὶ ἔοικεν λήμματι τὸ τοιοῦτο στοιχεῖον. ἄλλως δὲ λέγεται στοιχεῖον, εἰς ὃ ἀπλούστερον ὑπάρχον διαιρεῖται τὸ σύνθετον· οὕτως δὲ οὐ πᾶν ἔτι ῥηθήσεται παντὸς στοιχείου, ἀλλὰ τὰ ἀρχαιδέστερα τῶν ἐν ἀποτελέσματος λόγῳ τεταγμένων, ὥσπερ τὰ αἰτήματα στοιχεῖα τῶν θεωρημάτων. κατὰ δὲ τοῦτο τοῦ στοιχείου τὸ σημαίνόμενον καὶ τὰ παρ' <Εὐκλείδη> στοιχεῖα συνετάχθη, τὰ μὲν τῆς περὶ τὰ ἐπίπεδα γεωμετρίας, τὰ δὲ τῆς στερεομετρίας. οὕτω δὲ καὶ ἐν τοῖς ἀριθμητικοῖς καὶ ἐν τοῖς ἀστρονομικοῖς στοιχειώσεσι πολλοὶ συνέγραψαν».

¹⁷ Εἶναι φανερό πως τούτος ο συλλογισμός εμπεριέχει υπόρρητα την παραδοχή πως η ανάλυση σε απλούστερο είναι μεταβατική, κάτι το οποίο είναι διαισθητικά και εμπειρικά προφανές και για το οποίο δεν έχουμε καμία αντίθετη ένδειξη στο έργο του Πρόκλου.

οποίων είναι εκ αυτό το ηνωμένο. Αυτό ισχύει για τους εξής λόγους: Αν το είναι εκ σημαίνει συντίθεται, τότε το ηνωμένο ως πλήθος περιέχει τουλάχιστον δύο στοιχεία όπως έχουμε πει στα προηγούμενα. Δηλαδή θα είναι εκ κάποιων στοιχείων. Αν το είναι εκ σημαίνει προέρχεται από, τότε το κάθε ηνωμένο –ως ον– θα απορρέει από κάποια αιτία. Δηλαδή θα είναι εκ από κάποια αιτία. Επομένως και στις δύο περιπτώσεις ισχύει ο ισχυρισμός που προηγείται. Συμβολικά παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$(iii) (\forall x)[n(x) \rightarrow (\exists y)\Pi(y, x)].$$

Κατόπιν όσων προηγήθηκαν έχουμε φθάσει στο σημείο να μπορούμε να αποδείξουμε ότι στο σύστημα του Πρόκλου αν αποδεχθούμε ότι δεν υπάρχουν ενάδες, τότε υφίσταται ένα τουλάχιστον ενεργεία άπειρον πλήθος. Με αυτό εννοώ ότι με τις προϋποθέσεις που έχουν τεθεί στα προηγούμενα μπορούμε να αποδείξουμε ότι υπάρχει μια κλάση άπειρη κατά Tarski: δηλαδή μια κλάση X τέτοια ώστε υπάρχει μια μη κενή οικογένεια υποκλάσεων της με την ιδιότητα: για κάθε κλάση, η οποία είναι στοιχείο αυτής, υπάρχει ένα άλλο στοιχείο της οικογένειας, το οποίο είναι γνησία υποκλάση της πρώτης.

Λόγω της παραδοχής πως δεν υπάρχουν ενάδες γίνεται αντιληπτό λόγω της (IV) πως κάθε στοιχείο του συστήματος του Πρόκλου είναι ηνωμένο. Κατά συνέπεια η (iii) παίρνει την απλουστεύρα μορφή:

$$(iv) (\forall x)(\exists y)\Pi(y, x)$$

Συμβολίζω με H την κλάση όλων των ηνωμένων (η οποία με τις παρούσες προϋποθέσεις συνιστά το σύμπαν του συστήματος του Πρόκλου) και με H_x την κλάση όλων εκείνων εκ των οποίων είναι εκ το x . Τότε αν είναι α τυχαίο στοιχείο του σύμπαντος (η ύπαρξή του είναι εξασφαλισμένη λόγω του ότι υπάρχει το πρώτως ηνωμένο), αληθεύουν τα ακόλουθα:

- Υπάρχει β τέτοιο ώστε αληθεύει ο $\Pi(\beta, \alpha)$. (Λόγω του (iv)).
- Η H_β είναι υποκλάση του H_α . (Αυτό ισχύει διότι αν είναι χ ένα τυχαίο στοιχείο του H_β τότε θα ισχύει $\Pi(\chi, \beta)$ και συνεπώς λόγω του ότι ισχύει $\Pi(\beta, \alpha)$ και του (ii) θα ισχύει $\Pi(\chi, \alpha)$. Δηλαδή το χ θα είναι στοιχείο του H_α).
- Η H_α είναι διάφορη της H_β . (Διότι το β είναι στοιχείο της H_α – αφού ισχύει $\Pi(\beta, \alpha)$ – χωρίς να είναι στοιχείο της H_β – διότι σε αντίθετη περίπτωση θα ήταν $\Pi(\beta, \beta)$, το οποίο είναι άτοπο λόγω της (i)).

Κατά συνέπεια έχω δείξει ότι για οποιοδήποτε στοιχείο α της H θα υπάρχει ένα στοιχείο β της H τέτοιο ώστε η H_β να είναι γνησία υποκλάση της H_α . Έτσι αν θεωρήσω την οικογένεια των H_x για όλα τα $x \in H$ ισχύει ότι αν λάβω ένα στοιχείο της, αυτό θα είναι η H_α , για κάποιο α , και επομένως θα υπάρχει κάποιο β για το οποίο θα ισχύει πως η H_β είναι γνήσια υποκλάση της H_α . Δηλαδή για την H κατασκευάσα μια οικογένεια υποκλάσεων της για την οποία αληθεύει ότι για κάθε στοιχείο αυτής υπάρχει ένα άλλο στοιχείο της, το οποίο αποτελεί γνησία υποκλάση του αρχικού. Τούτο βεβαίως σημαίνει ότι η H είναι άπειρη κατά Tarski.

Βλέπουμε λοιπόν ότι η ύπαρξη απειρίας, που διαισθητικά και χωρίς απόδειξη αποδέχεται ο Πρόκλος, τεκμηριώνεται και λογικά.

Ε

Από όσα προηγήθηκαν είναι φανερό πως ολόκληρη η επιχειρηματολογία, η οποία ενυπάρχει –ρητά η υπόρητα– στην πρόταση 6 της Θεολογικής Στοιχειώσεως μπορεί να ανασυσταθεί ως εξής:

1. Καθετί είναι ή μόνον πλήθος μόνον ή μόνον ηνωμένον ή μόνον ενάδα.
2. Καθετί δεν είναι πλήθος μόνον.
3. Υπάρχει το αυτοέν.
4. Αν υπάρχει το αυτοέν υπάρχει το πρώτως αυτού μετέχον.
5. Αν υπάρχει το πρώτως ηνωμένο τότε αυτό είναι εξ ενάδων μόνον ή είναι εξ ηνωμένων μόνον ή είναι εκ στοιχείων χαρακτηριζομένων ως πλήθος μόνον.
6. Αν υπάρχουν ενάδες, τότε το πρώτως ηνωμένο είναι εξ ενάδων.
7. Δεν υπάρχει ενεργεία άπειρο πλήθος.
8. Καθετί το οποίο δεν είναι πλήθος μόνον είναι ηνωμένο ή ενάδα. (Από το 1).
9. Καθετί είναι ηνωμένο ή ενάδα. (Από 2 και 8).
10. Υπάρχει το πρώτως ηνωμένο. (Από 3 και 4).
11. Το πρώτως ηνωμένο είναι εξ ενάδων. (Από 5, 6, 7, 9 και 10).

Οι προτάσεις 1 έως και 7 ουσιαστικά αποτελούν τα αξιώματα επί των οποίων ο Πρόκλος εδραιώνει την εγχυρότητα του συλλογισμού του.

Από όσα προηγήθηκαν πιστεύω ότι δύο σημεία έχουν ιδιαίτερη σημασία για το σύστημα του Πρόκλου και γενικότερα για την ελληνική φιλοσοφία.

Το πρώτο είναι το ότι ο φιλόσοφος αποδεικνύει στην πραγματικότητα με την επιχειρηματολογία, την οποία αναπτύσσει στην πρόταση 6 της Θεολογικής Στοιχειώσεως ότι υπάρχουν ενάδες. Όπως έγινε αντιληπτό, μια από τις θεμελιωδέστερες θέσεις επί των οποίων εδράζεται η απόδειξη είναι το ότι δεν είναι δυνατόν να υπάρχει ένα ενεργεία άπειρο πλήθος. Η ιδιότυπη περατοκρατία του Πρόκλου έχει ως λογική συνέπεια την ύπαρξη των ενάδων. Το δεύτερο αναφέρεται στο γεγονός πως η πραγματικότητα δεν είναι αναλύσιμη, κατά την σχέση II, πέραν των ενάδων, στο ότι δηλαδή οι ενάδες αποτελούν στοιχεία καλής θεμελίωσης της πραγματικότητας κατά την σχέση II. Εδώ πρέπει να κάνω κάποιες παρατηρήσεις. Ας υποθέσουμε ότι αληθεύει το εξής:

Υπάρχει μια ιδιότητα¹⁸ ι, η οποία:

1. αποδίδεται σε τουλάχιστον ένα στοιχείο του σύμπαντος του συστήματος του Πρόκλου, και
2. για οποιοδήποτε στοιχείο επιδέχεται την ιδιότητα αυτή θα υπάρχει ένα δεύτερο στοιχείο, το οποίο επίσης επιδέχεται την ιδιότητα ι και το οποίο είναι ένα εξ εκείνων εκ των οποίων είναι εκ το πρώτο στοιχείο.

Δηλαδή υπάρχει μια ιδιότητα ι, η οποία αποδίδεται σε ένα τουλάχιστον στοιχείο και ικανοποιεί την:

$$(v) (\forall x)\{i(x) \rightarrow (\exists y)[i(y) \wedge \Pi(y, x)]\}.$$
¹⁹

¹⁸ Όπως η ιδιότητα του ηνωμένον με την οποία ασχοληθήκαμε στα προηγούμενα.

¹⁹ JON BARWISE: *The situation in logic*, pg. 192, CSLI 1989.

Αν συμβολίσουμε με I την κλάση των στοιχείων του σύμπαντος του συστήματος του Πρόκλου, τα οποία επιδέχονται την ιδιότητα i ορίζουμε ως I_x την κλάση όλων των στοιχείων της I , τα οποία είναι εξ εκείνων εκ των οποίων είναι εκ το x για οποιοδήποτε στοιχείο x του I . Τότε ισχύουν τα εξής:

- Η I δεν είναι κενή σύμφωνα με την υπόθεσή μας σχετικά προς την ιδιότητα i .
- Για κάθε στοιχείο x της I η I_x δεν είναι κενή. (Τούτο ισχύει λόγω του (v)).
- Αν επαναλάβουμε τους συλλογισμούς τους σχετικούς προς την κλάση H και τις υποκλάσεις τις H_x , τότε αποδεικνύεται πανομοιότυπα ότι η κλάση I είναι άπειρη κατά Tarski.

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται αντιληπτό ότι αν δεχθούμε πως υπάρχει στο σύστημα του Πρόκλου μια ιδιότητα i με τις προϋποθέσεις τις τεθείσες στα προηγούμενα, τότε αναγκαστικά υπάρχει στο σύστημα αυτό ένα τουλάχιστον ενεργεία άπειρο πλήθος. Όπως έχουμε πει όμως, δεν είναι δυνατόν να συμβαίνει κάτι τέτοιο. Κατά συνέπεια δεν είναι δυνατόν να υπάρχει στο σύστημα του φιλοσόφου ιδιότητα με τις ανωτέρω τεθείσες προϋποθέσεις. Άρα αληθεύει το ακόλουθο:

Για κάθε ιδιότητα i , η οποία αποδίδεται σε ένα τουλάχιστον στοιχείο του συστήματος του Πρόκλου ισχύει ότι υπάρχει στοιχείο αυτού, το οποίο επιδέχεται την ιδιότητα i και τέτοιο ώστε κάθε ένα εξ εκείνων εκ των οποίων είναι εκ το στοιχείο αυτό δεν επιδέχεται την ιδιότητα αυτή. Ή αλλιώς: Για κάθε ιδιότητα i αληθεύει ότι:

$$(\exists x) i(x) \rightarrow \{(\exists y) i(y) \wedge (\forall z) [\Pi(z, y) \rightarrow \neg i(z)]\}$$

Τα ανωτέρω καταδεικνύουν ότι το σύστημα του Πρόκλου είναι καλώς θεμελιωμένο κατά τη σχέση είναι εκ.

Εδώ πρέπει να τονίσω ότι το συμπέρασμα αυτό δεν είναι κάτι στο οποίο κατέληξα αυθαίρετα. Όσα προηγήθηκαν είναι η προσπάθεια λογικής διερεύνησης μιας σαφώς εκπεφρασμένης βασικής θέσης του Πρόκλου, η οποία διατρέχει το έργο του. Η καλή θεμελίωση του συστήματός του και ο ρόλος των ενάδων σε σχέση με αυτήν συναντάται σε διάφορα σημεία των έργων του, όπως για παράδειγμα στα σχόλιά του στον πλατωνικό *Παρμενίδη*.²⁰

²⁰ Είς Παρμ. 1219.30 - 1220.24 «Καὶ τὸ ἐν οὖν αἴτιον ἐνάδων ἐστὶ καὶ ἐνώσεως τοῖς πᾶσι, καὶ πάντα ἐκεῖθεν, ὡς ἡ ἐνάδες ὄντα ἢ ἐκ τινων ἐνάδων· καὶ γὰρ τὸ ὄν αὐτὸ καὶ πᾶν ἀπλῶς ἢ ἐν ἐστὶν ἢ ἐκ τινων ἐνάδων· εἰ γὰρ ἡνωμένον, δῆλον ὡς ἐκ τινων ἐστὶ· ταῦτα δὲ εἰ μὲν ἐνάδες, δῆλον τὸ συμβαῖνον· εἰ δὲ ἡνωμένα, πάλιν εἰς τὰ ἐξ ὧν ἐστὶ μεταβατέον, καὶ ἢ ἐπ' ἄπειρον ἢ εἰς τινὰς ἐνάδας καταληκτέον, ἐξ ὧν τὸ ἡνωμένον ἐστὶν ὡς ἐκεῖ στοιχείων. Ἄφ' ὧν καὶ λάβοις ἂν ὅτι πάντα τὰ πράγματα ἢ ἐνάδες εἰσὶν ἢ ἀριθμοί· τὸ γὰρ μὴ ὄν ἐνάς, ἀλλ' ἡνω 1220 μένον, εἴπερ ἐστὶν ἐκ τινων ἐνάδων πεπερασμένων, ἀριθμὸς ἐστὶ, καὶ οὗτος ἂν εἴη πρῶτος ἀριθμὸς ὁ ἐξ ἀδιαιρέτων ὑποστάς· ἐκάστη γὰρ ἐνάς ἀδιαίρετος· ὁ δὲ τῶν ὄντων ἀριθμὸς καὶ ἐξ ὄντων, οὐκ ἐξ ἀδιαιρέτων· ὥστε εἴ τι μὲν αἴτιον τῶν ὄντων, εἰκότως οὐ πάντων ἐστὶν αἴτιον, εἴ τι δὲ τῶν ἐνάδων ἐξ ὧν τὰ πάντα, εἰκότως πάντων αἴτιον· οὐδὲν γὰρ ἐστὶν ὁ μὴ ἐστὶν ἢ ἐνάς ἢ ἐξ ἐνάδων. Οὐκ ἄρα δεῖ πάντων αἰτίας ἐν τῷ ἐνὶ εἶναι λέγειν, εἰ δὲ μὴ τοῦτο λέγοντας, τινῶν αἴτιον ἡγεῖσθαι τὸ ἐν ὡς τῶν ἐνάδων αἴτιον, εἴπερ πάντα ἐκ τούτων ὑφέστηκεν. Ἐπειδὴ τοίνυν καὶ τῆς θείας ψυχῆς ἐστὶν

αίτιον, καθόσον καὶ ταύτη ἢ ὑπόστασις ἐστὶν ὡς πᾶσι τοῖς οὖσιν ἐξ ἐνάδων, εἰκότως ἐπέκεινα αὐτὸ δεῖ δειχθῆναι καὶ ταύτης· καὶ γὰρ αἱ θεῖαι ψυχαὶ, καθόσον μὲν εἰσι νοεραὶ, νοῦν ἔχουσιν αἴτιον, καθόσον δὲ οὐσίαι, τὸ ὄν, καθόσον δὲ ἐνοειδεῖς, τὸ ἐν, ἀπ' ἐκείνου λαβοῦσαι τὴν ὑπόστασιν, ἢ ἐκάστη πληθὸς ἐστὶ τινων ἐνάδων, καὶ τούτων μὲν ὡς στοιχείων· ἔχει δὲ καὶ ἐκάστη ἐνίζον τὸ πληθὸς ἐν, διὸ καὶ ὅλον ὃ τι ἐστὶν ἐκάστη, καὶ οὐχὶ πληθὸς ἀσύντακτον. Ὅτι δ' οὖν καὶ τούτων ἐπέκεινα τὸ ἐν, διὰ τῶν προκειμένων ἀποδείκνυται ἐφόδων·