



**ΕΘΝΙΚΟΝ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΝ ΑΘΗΝΩΝ**  
**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ & ΓΕΩΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ - ΓΕΩΘΕΡΜΙΑΣ**

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ**  
**ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ**  
**ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΥ ΣΕΙΣΜΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**  
**ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ**  
**ΥΠΕΔΑΦΙΚΩΝ ΔΟΜΩΝ**

**ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ**

**ΦΙΛΙΠΠΟΣ ΛΟΥΗΣ**  
**ΓΕΩΛΟΓΟΣ – ΓΕΩΦΥΣΙΚΟΣ MSc**

**ΑΘΗΝΑΙ**  
**2006**



**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ**  
**ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ**  
**ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ**  
**ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ**  
**ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ**  
**ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ**



**Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ**  
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα  
Εκπαίδευσης και Αρχικής  
Επαγγελματικής Κατάρτισης



**ΕΘΝΙΚΟΝ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΝ ΑΘΗΝΩΝ  
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ & ΓΕΩΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ  
ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ - ΓΕΩΘΕΡΜΙΑΣ**

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ  
ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ  
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΥ ΣΕΙΣΜΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ  
ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ  
ΥΠΕΔΑΦΙΚΩΝ ΔΟΜΩΝ**

**ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ**

**ΦΙΛΙΠΠΟΣ ΛΟΥΗΣ  
ΓΕΩΛΟΓΟΣ – ΓΕΩΦΥΣΙΚΟΣ MSc**

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Μακρόπουλος Κωνσταντίνος Καθηγητής (Επιβλέπων)  
Βαφείδης Αντώνιος Καθηγητής  
Βούλγαρης Νικόλαος Επικ. Καθηγητής

Λάγιος Ευάγγελος Καθηγητής  
Τσελέντης Γεράσιμος Καθηγητής  
Παπαδημητρίου Παναγιώτης Επικ. Καθηγητής  
Τζάνης Ανδρέας Λέκτορας

} Τριμελής  
Συμβουλευτική Επιτροπή

**ΑΘΗΝΑΙ  
2006**

ΠΡΑΚΤΙΚΟ

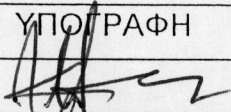

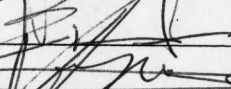
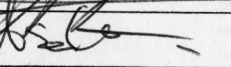

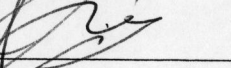
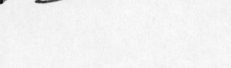
ΤΗΣ ΕΠΤΑΜΕΛΟΥΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΡΙΣΗ ΤΗΣ  
 ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ  
 ΤΟΥ Λουη Φιλίππου του Ιωάννου  
 ΠΤΥΧΙΟΥΧΟΥ Γεωλόγων-Γεωφυσικών  
 ΠΑΝ/ΜΙΟΥ Αθηνών

Η επταμελής Εξεταστική Επιτροπή που συγκροτήθηκε σύμφωνα με  
 διάταξη της παρ. 1 του άρθρου 13 του Ν. 2083/92 και την  
 από 3-2-2006 απόφαση της Γενικής Συνέλευσης  
 Ειδικής Σύθεσης του Τμήματος ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΦΥΣΙΚΗΣ της Σχολής  
Θετικών Επιστημών του Παν/μίου Αθηνών, για την κρίση  
 της διδακτορικής διατριβής του Φιλίππου Λουη  
 συνήλθε σε συνεδρίαση σήμερα την 8<sup>η</sup> Νοεμβρίου 2006, ημέρα Τετάρτη  
 στο αμφιθέατρο Δεκεμβρίου Ι. Δρακοπούλου  
 και παρακολούθησε την ανάπτυξη της διατριβής με τίτλο :  
 "Ανάπτυξη Λογισμικού για την επίλυση των μη γραμμικών  
αντίστροφων, δεικτικών προβλημάτων με εφαρμογές  
στην απεικόνιση υπεραφικών δομών"

Μετά την ανάπτυξη της διατριβής, τα μέλη της Εξεταστικής  
 Επιτροπής υπέβαλαν ερωτήσεις στον υποψήφιο τόσο γενικού  
 περιεχομένου, όσο και σχετικές με το αντικείμενο της διατριβής.

Στη συνέχεια αποχώρησε ο υποψήφιος και ακολούθησε συζήτηση  
 μεταξύ των μελών της Επιτροπής, η οποία κατέληξε στην ομόφωνη ή κατά  
πλειοψηφία (υπέρ        κατά       ) απόφαση ότι η διατριβή  
 του Λουη Φιλίππου  
 είναι πρωτότυπη και αποτελεί ουσιαστική συμβολή στην πρόοδο της  
 Επιστήμης, αποφάσισε δε ομόφωνα ή με πλειοψηφία υπέρ  
κατά να τον απονεμίει το βαθμό "ΑΡΙΣΤΑ", "ΛΙΑΝ ΚΛΑΟΣ",  
 "ΚΛΑΟΣ".

Αθήνα 8-11-2006

Α/Α	Η ΕΠΙΤΡΟΠΗ	ΒΑΘΜΙΔΑ	ΥΠΟΓΡΑΦΗ
1.	Κ. ΜΑΚΡΟΠΟΥΛΟΣ	Καθηγητής	
2.	Α. ΒΑΦΕΙΑΝΗΣ	Καθηγητής	
3.	Ν. ΒΟΥΛΓΑΡΗΣ	Επικ. Καθηγητής	
4.	Ε. ΛΑΓΙΟΣ	Καθηγητής	
5.	Γ.Α. ΤΣΕΛΕΝΤΗΣ	Καθηγητής	
6.	Π. ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΙΟΥ	Επικ. Καθηγητής	
7.	ΑΝΔΡΕΑΣ ΤΖΑΝΗΣ	Λέκτορας	

*“Η έγκριση της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής από το Τμήμα Γεωλογίας και Γεωπεριβάλλοντος της Σχολής Θετικών Επιστημών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέως”. (N. 5343/1932, αρθρ. 202, παραγρ. 2)*



*“A theory has only the alternative of being right or wrong. A model has a third possibility: it may be right but irrelevant.”*

*Μια θεωρία προσφέρει την εναλλακτική να είναι είτε σωστή ή λανθασμένη. Ένα μοντέλο όμως έχει και μια τρίτη δυνατότητα: μπορεί να είναι σωστό, αλλά μη αντιπροσωπευτικό.*

*Eigen, Manfred  
Nobel Χημείας 1967*

## **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ .....	I
ΠΡΟΛΟΓΟΣ .....	IV
ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι .....	6
ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ.....	6
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	6
1.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	7
1.2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	7
1.3 ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ.....	11
1.3.1 ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΔΡΟΜΟΥ.....	12
1.3.2 Η ΜΕΘΟΔΟΣ.....	13
1.3.3 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΔΡΟΜΟΥ	17
1.3.4 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΕΣ - ΒΕΛΤΙΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΔΡΟΜΟΥ .....	27
1.4 ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ.....	28
1.4.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ (ΤΕΧΝΙΚΗ ΚΑΜΨΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ) .....	28
1.4.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ .....	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ .....	34
ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ .....	34
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	34
2.1 ΘΕΩΡΙΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ .....	35
2.2 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ .....	38
2.3 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	40
2.4 ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ (REGULARIZATION).....	45
2.4.1 ΑΠΟΣΒΕΣΗ (DAMPING).....	46
2.4.2 ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ (SMOOTHING).....	48
2.4.3 ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑ ΤΙΚΧΟΝΟΝ .....	50
2.4.4 ΑΠΟΚΟΠΗ ΙΔΙΑΖΟΥΣΩΝ ΤΙΜΩΝ (TRUNCATED SVD – WINNOWING).....	52
2.5 ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ .....	55
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ .....	59
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ .....	59
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	59
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	59
3.2 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	63
3.2.1 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ.....	63
3.2.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΚΟΜΒΩΝ.....	68
3.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ.....	72
3.4 ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ.....	77
3.5 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΛΥΣΗ .....	85

ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV .....	92
ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ .....	92
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	92
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	93
4.2 ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΕΥΘΕΩΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ. ...	95
4.2.1 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΜΕΣΟΥ.....	97
4.2.1.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ .....	98
4.2.1.2 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΚΑΜΠΤΩΜΕΝΩΝ ΑΚΤΙΝΩΝ.....	100
4.2.1.3 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ .....	103
4.2.2 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΣΤΡΩΜΑΤΩΜΕΝΟΥ ΜΕΣΟΥ .....	107
4.2.2.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ .....	108
4.2.2.2 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΤΩΜΕΝΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ.....	110
4.2.2.3 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ .....	112
4.2.3 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΤΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΕΤΕΡΟΓΕΝΟΥΣ ΜΕΣΟΥ (ΔΟΜΗ ΑΛΑΤΟΣ). .....	116
4.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ	122
4.4 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	124
4.4.1 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΛΥΣΗ. ....	126
4.4.1.1 ΑΠΟΣΒΕΣΗ .....	127
4.4.1.2 ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ .....	133
4.4.1.3 ΑΠΟΚΟΠΗ ΙΔΙΑΖΟΥΣΩΝ ΤΙΜΩΝ .....	138
4.4.1.4 ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑ ΤΙΚΗΟΝΟΝ .....	148
4.4.2 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ. ....	152
4.4.3 ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΜΕ ΑΛΛΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ .....	156
4.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΣΥΝΘΕΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ.....	163
4.6 ΣΧΟΛΙΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ.....	164
ΚΕΦΑΛΑΙΟ V .....	166
ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ .....	166
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	166
5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	167
5.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ VSP ΣΤΟΝ ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΟ ΧΩΡΟ ΑΚΡΩΤΗΡΙΟΥ ΘΗΡΑΣ. ....	168
5.2.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	168

5.2.2	ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ .....	168
5.2.3	ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ .....	171
5.2.4	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΗΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ.....	176
5.3	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ CROSS- HOLE ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΝΩ ΛΙΟΣΙΩΝ ΑΤΤΙΚΗΣ.....	180
5.3.1	ΓΕΝΙΚΑ .....	180
5.3.2	ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ.....	183
5.3.3	ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ .....	184
5.3.4	ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ .....	190
5.4	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ΣΤΟΝ ΕΡΓΟΤΑΞΙΑΚΟ ΧΩΡΟ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟ ΑΘΗΝΩΝ.....	193
5.4.1	ΓΕΝΙΚΑ .....	193
5.4.2	ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ .....	195
5.5	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΣΕ ΣΕΙΣΜΟΛΟΓΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ.....	201
5.6	ΣΧΟΛΙΑ .....	208
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI .....	209
	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ.....	209
	ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ.....	214
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ .....	217
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	232
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	237

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στα πλαίσια της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής, με τίτλο «*Ανάπτυξη λογισμικού για την επίλυση του μη γραμμικού αντίστροφου σεισμικού προβλήματος με εφαρμογές στην απεικόνιση υπεδάφικών δομών*» έγινε προσπάθεια ανάπτυξης ενός πλήρους λογισμικού πακέτου σεισμικής τομογραφίας πρώτων αφίξεων το οποίο περιλαμβάνει τις πιο γνωστές από τις προσεγγιστικές μεθόδους επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος. Για την επίλυση του προβλήματος σεισμικής προσομοίωσης, τον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής και την χάραξη των διαδρομών των σεισμικών ακτίνων επιλέχθηκε η τεχνική ελαχίστου δρόμου που είναι γνωστή από την θεωρία των δικτύων. Η Διδακτορική Διατριβή συγχρηματοδοτήθηκε κατά 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από Εθνικούς Πόρους στα πλαίσια του Έργου «*ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ: υποτροφίες έρευνας με προτεραιότητα στη βασική έρευνα*» του ΕΠΕΑΕΚ II, κατηγορία πράξεων 2.6.1.1α «*Υποτροφίες έρευνας σε θέματα περιβάλλοντος και οικολογίας με προτεραιότητα στη βασική έρευνα*».

Η ανάθεση της εργασίας πραγματοποιήθηκε από τον Τομέα Γεωφυσικής-Γεωθερμίας του Τμήματος Γεωλογίας και Γεωπεριβάλλοντος. Το έργο αυτό εντάσσεται στα πλαίσια της ερευνητικής δραστηριότητας του Τομέα και ιδιαιτέρως του Εργαστηρίου Γεωφυσικής, το οποίο δραστηριοποιείται τόσο στην εφαρμογή διαφόρων γεωφυσικών τεχνικών με σκοπό την μελέτη του υπεδάφους όσο και στην έρευνα και ανάπτυξη καινοτόμων τεχνικών και αλγορίθμων για την επίλυση πολλών προβλημάτων της Θεωρητικής Γεωφυσικής.

Σε όλη αυτή την εμπειρία μου στάθηκαν και με βοήθησαν άνθρωποι πολλοί, ο καθένας με τον τρόπο του. Θέλω να τους ευχαριστήσω, αν και σε πολλές περιπτώσεις ένα ευχαριστώ δεν είναι αρκετό.

Τις πιο θερμές μου ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω στον Επιβλέποντα της διατριβής, Καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Μακρόπουλο, Κοσμήτορα της Σχολής Θετικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αθηνών για την αμέριστη συμπαράσταση και βοήθεια του, την ηθική αλλά και οικονομική του

υποστήριξη μέσα από το ερευνητικό πρόγραμμα ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ του Υπουργείου Παιδείας του οποίου ήταν ο Επιστημονικός Υπεύθυνος.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή κ. Αντώνιο Βαφείδη, μέλος της Συμβουλευτικής Επιτροπής για την υποστήριξη, καθοδήγηση την εποικοδομητική κριτική και παρατηρήσεις του στο ιδιαίτερο ενδιαφέροντος θέμα της διατριβής.

Ευχαριστώ θερμά τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Νικόλαο Βούλγαρη μέλος της Συμβουλευτικής Επιτροπής, ο οποίος παρακολούθησε όλη την διαδικασία εκπόνησης της εργασίας αυτής και συνέβαλε τα μέγιστα με τις εύστοχες παρατηρήσεις του ιδιαίτερα σε θέματα προγραμματισμού.

Ευχαριστώ θερμότητα τον Καθηγητή κ. Ευάγγελο Λάγιο μέλος της Εξεταστικής Επιτροπής για την ηθική συμπαράσταση και το ενδιαφέρον του για την ολοκλήρωση της διατριβής.

Θερμές ευχαριστίες στον Καθηγητή Γεράσιμο Τσελέντη, μέλος της Εξεταστικής Επιτροπής για την συζήτηση που κάναμε, τις συμβουλές και τις εύστοχες και εποικοδομητικές παρατηρήσεις του που συνέβαλαν στην τελική διαμόρφωση του κειμένου της διατριβής.

Ευχαριστώ επίσης τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Παναγιώτη Παπαδημητρίου μέλος της Εξεταστικής Επιτροπής για την συμπαράσταση, την ηθική υποστήριξη και τον ενδιαφέρον του.

Πολλές και ειλικρινείς ευχαριστίες εκφράζω επίσης στον Λέκτορα Ανδρέα Τζάνη, μέλος της Εξεταστικής Επιτροπής για τις συζητήσεις και τις εύστοχες παρεμβάσεις του πάνω σε θέματα αντιστροφής και προγραμματισμού.

Την Επίκουρη Καθηγήτρια Βασιλική Κουσκουνά ευχαριστώ θερμά για το ιδιαίτερο ενδιαφέρον της και τις εύστοχες διορθώσεις και εποικοδομητικές παρατηρήσεις της στην διαμόρφωση του κειμένου.

Θέλω επίσης να ευχαριστήσω τον συνάδελφο Κωνσταντίνο Μαρμαρινό για την πολύτιμη βοήθεια του στο χρονοβόρο στάδιο των συνθετικών δοκιμών του



λογισμικού αλλά και τους συναδέλφους Στέλιο Χάϊλα και Βασίλη Σακκά γεωφυσικό PhD για τις συμβουλές τους πάνω σε θέματα προγραμματισμού.

Θεωρώ επίσης υποχρέωση μου να ευχαριστήσω όλα τα μέλη του Τομέα Γεωφυσικής – Γεωθερμίας για το συνεχές ενδιαφέρον και την υποστήριξη τους.

Αμέριστη ευγνωμοσύνη εκφράζω ακόμη στους γονείς μου, γιατί με δίδαξαν να αγωνίζομαι. Ιδιαίτερες ευχαριστίες εκφράζω στον Καθηγητή Γεωφυσικής κ. Ιωάννη Λούη για την ουσιαστική καθοδήγηση τις παρατηρήσεις αλλά και τις συμβουλές του κατά την διάρκεια της προσπάθειας αυτής.

Στη σύζυγο μου και στα παιδιά μου, στους οποίους και αφιερώνω τη διατριβή αυτή, απευθύνω ένα μεγάλο ευχαριστώ για την ανοχή τους και την κατανόηση που έδειξαν τις ατέλειωτες ώρες που τους έλειψα.

## ***ΕΙΣΑΓΩΓΗ***

Η εξέλιξη της τεχνολογίας και η δυνατότητα ανάπτυξης σεισμικών πηγών και φωρατών μέσα σε γεωτρήσεις κατέστησε την σεισμική μέθοδο διερεύνησης της δομής του μέσου μεταξύ γεωτρήσεων, γνωστή ως σεισμική τομογραφία cross-hole, ένα ισχυρό εργαλείο για υψηλής ανάλυσης απεικονίσεις του υπεδάφους. Η υψηλή διακριτική ικανότητα της μεθόδου οφείλεται στην επάρκεια υψηλών συχνοτήτων στο συχνοτικό περιεχόμενο των σεισμικών δεδομένων σε αντίθεση με τις συμβατικές μεθόδους επιφανείας όπου οι υψηλές συχνοότητες απουσιάζουν στην πλειονότητα των περιπτώσεων λόγω της ισχυρής απορρόφησης τους από το επιφανειακό στρώμα χαμηλής ταχύτητας. Ένα πλήθος διαφορετικών τεχνικών έχει αναπτυχθεί τις τελευταίες δεκαετίες για την απεικόνιση του μέσου μεταξύ των γεωτρήσεων με περισσότερο διαδεδομένη την τομογραφία των πρώτων χρονικών αφίξεων.

Η θεωρητική θεμελίωση της μεθόδου εντοπίζεται παλαιότερα (Deans, 1983), με πρώτη εφαρμογή της στην ιατρική έρευνα. Οι μεγάλες δυνατότητες της τομογραφικής αντιστροφής αναγνωρίστηκαν και καθιερώθηκαν γρήγορα και η τεχνική διαδόθηκε σε σχεδόν όλους τους τομείς της επιστημονικής έρευνας και εφαρμογής, οι οποίοι σχετίζονται με την ακριβή ανακατασκευή και απεικόνιση της εσωτερικής δομής διαφόρων σωμάτων (Bond et al., 2000).

Κατά τα πρώτα στάδια ανάπτυξης της μεθόδου, η σεισμική τομογραφία είχε περιορισμένες δυνατότητες και τα αποτελέσματα αφορούσαν σε βασικές κατανομές των σεισμικών ταχυτήτων από την επεξεργασία των χρόνων διαδρομής σεισμικών κυμάτων μεγάλων σεισμών (Aki et al., 1977; Nakanishi

and Anderson, 1982; Dziewonski, 1984). Σήμερα η τεχνική αυτή έχει ένα αρκετά διευρυμένο πεδίο εφαρμογών από παγκόσμιας κλίμακας μελέτες μέχρι τοπικές μετρήσεις για την ανίχνευση συγκεκριμένων γεωλογικών δομών, καθώς και δεδομένα από εργαστηριακά πειράματα σε δείγματα πετρωμάτων (Iyer and Hirihara, 1993; Maxwell and Young, 1992; Friedel et al., 1996; Jansen, 1992; Falls, 1993). Η προσπάθεια για την ακριβέστερη και λεπτομερέστερη απεικόνιση του εσωτερικού του εδάφους είναι ένα πρόβλημα που συνεχώς εξελίσσεται μέχρι σήμερα με την ταυτόχρονη διεύρυνση του φάσματος των φυσικών παραμέτρων που μελετώνται. Έτσι οι τομογραφικές ανακατασκευές του πεδίου ταχυτήτων των P και S κυμάτων, περιλαμβάνουν ακόμα και απεικονίσεις του πεδίου εξασθένησης και ανισοτροπίας (Tarantola, 1988; Karato, 1993; Vasco et al., 1998).

Η ραγδαία πρόοδος των μαθηματικών στους τομείς της αριθμητικής ανάλυσης και της επιστήμης των υπολογιστών και η διαθεσιμότητα όλο και περισσότερων πιο ισχυρών υπολογιστικών μέσων κατέστησε την τομογραφική αντιστροφή μια ευρύτερα διαδεδομένη εφαρμογή και τους αντίστοιχους αλγόριθμους περισσότερο ισχυρούς και ακριβείς (Curties and Snieder, 1997; Vasco, 1997; Mosergaard and Tarantola, 1995; Sambridge, 1999). Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι στο μεγαλύτερο πλήθος των λογισμικών πακέτων σεισμικής τομογραφίας και αντιστροφής που κυκλοφορούν σήμερα χρησιμοποιούνται οι ίδιες μέθοδοι, κυρίως διάφορες παραλλαγές της προσέγγισης ελαχίστων τετραγώνων, που εφαρμόστηκαν τα τελευταία 40 χρόνια.

Στον ελληνικό χώρο η τομογραφική αντιστροφή εφαρμόστηκε για πρώτη φορά σε σεισμολογικά δεδομένα με σκοπό την απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων τόσο του ευρύτερου ελληνικού χώρου (Papazachos et al., 1995; Melis and Tselentis, 1997; Drakatos et al., 1997; Tselentis et. al., 2002; Virieux et al., 2003;) όσο και περιοχών τοπικών σεισμολογικών δικτύων (Voulgaris et al., 1994; Louis et al., 1995; Drakatos et al., 1998; Louis et al., 1999). Εμπειριστατωμένες έρευνες των προβλημάτων της σεισμικής προσομοίωσης και αντιστροφής έχουν υλοποιηθεί κατά την τελευταία δεκαετία από Έλληνες ερευνητές με την ανάπτυξη αντίστοιχων λογισμικών (Tselentis and Piliouras,

1992; Σουπιός, 2000; Πήλιουρας, 2002) και εφαρμογών σε προβλήματα τεχνικής γεωφυσικής (Tselentis and Piliouras, 1996; Tselentis and Athanasopoulos, 1997; Soupios et. al., 2001; Polymenakos et al., 2005; Louis et. al., 2005).

Στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής αναπτύσσεται ένα πλήρες λογισμικό πακέτο το οποίο περιλαμβάνει τις πιο γνωστές από τις προσεγγιστικές μεθόδους επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος. Οι προσεγγίσεις αυτές αφορούν σε ένα πλήθος από μαθηματικά σχήματα που εφαρμόζονται για την σταθεροποίηση των λύσεων των τομογραφικών προβλημάτων, οι οποίες πολύ συχνά αναφέρονται και ως διαφορετικές τεχνικές αντιστροφής. Οι αλγόριθμοι της εφαρμογής που αναπτύχθηκε βασίζονται στην διακριτή θεωρία αντίστροφης και γραμμικοποίηση των προβλημάτων. Ο κυριότερος λόγος της επιλογής αυτής ανάγεται στο γεγονός ότι οι προσεγγίσεις αυτές αντιμετωπίζουν αρκετά σταθερά το αντίστροφο πρόβλημα, ενώ δεν απαιτούν ιδιαίτερη υπολογιστική ισχύ σε αντίθεση με τις μεθόδους διερεύνησης του παραμετρικού χώρου όπως για παράδειγμα οι γενετικοί αλγόριθμοι.

Για την επίλυση του ευθέως σεισμικού προβλήματος, τον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής και την χάραξη των διαδρομών των σεισμικών ακτίνων επιλέχθηκε η τεχνική ελαχίστου δρόμου που είναι γνωστή από την θεωρία των δικτύων. Η τεχνική ελαχίστου δρόμου βρήκε εφαρμογή στη γεωφυσική έρευνα την τελευταία δεκαετία και αποτελεί μία από τις πλέον ακριβείς μεθόδους υπολογισμού των πρώτων χρονικών αφίξεων. Επίσης για τον έλεγχο και την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της αντιστροφής αναπτύχθηκαν και ενσωματώθηκαν στο λογισμικό αλγόριθμοι που υπολογίζουν διάφορα κριτήρια αξιολόγησης της λύσης.

Ένας από τους κύριους στόχους κατά την ανάπτυξη του λογισμικού ήταν η φιλική εφαρμογή του από τον χρήστη. Για τον λόγο αυτό το πακέτο σχεδιάστηκε έτσι ώστε να είναι αυτόνομο και υλοποιήσιμο σε προσωπικούς υπολογιστές, ενώ παράλληλα δόθηκε η δυνατότητα της οπτικής επαφής του

χρήστη με το μεγαλύτερο μέρος των διαδικασιών μέσω των γραφικών απεικονίσεων.

Η αξιολόγηση του λογισμικού μέσα από συνθετικά και πραγματικά δεδομένα το καθιστά ένα δυνατό εργαλείο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο σε ερευνητικό επίπεδο, όσο και σε πρακτικές εφαρμογές γεωφυσικών και σεισμολογικών προβλημάτων.

## **ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ**

Η διατριβή αυτή ξεκινάει με μία αναλυτική παρουσίαση των δύο κυριότερων διαδικασιών που περιγράφουν ένα αντίστροφο πρόβλημα. Στο **πρώτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται η θεωρητική θεμελίωση της τεχνικής ελαχίστου δρόμου που επιλέχθηκε για την επίλυση του ευθέως προβλήματος και μία αναλυτική εφαρμογή της σε ένα απλό πρόβλημα. Στο ίδιο κεφάλαιο γίνεται και μια συνοπτική παρουσίαση της ακτινικής θεωρίας.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** περιγράφεται το αντίστροφο πρόβλημα και δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στις τεχνικές που επιλέχθηκαν για την σταθεροποίηση της λύσης. Αναφέρονται επίσης οι κυριότερες παράμετροι αξιολόγησης των αποτελεσμάτων καθώς και ο τρόπος υπολογισμού τους.

Το **τρίτο κεφάλαιο** αναφέρεται στην ανάπτυξη του λογισμικού. Τα στάδια παραμετροποίησης, προσομοίωσης, αντιστροφής και αξιολόγησης περιγράφονται με την ανάλυση των αντίστοιχων αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν. Στο ίδιο κεφάλαιο αναφέρονται και οι κυριότερες από τις υπορουτίνες (υποπρογράμματα) που αναπτύχθηκαν μαζί με πληροφορίες για τα δεδομένα εισόδου και εξόδου του λογισμικού.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** πραγματοποιούνται αριθμητικές προσομοιώσεις για την αξιολόγηση της εφαρμογής. Γίνεται χρήση συνθετικών μοντέλων για την εξαγωγή συμπερασμάτων που αφορούν στους μηχανισμούς και τις παραμέτρους επίλυσης του ευθέως και αντίστροφου προβλήματος. Οι

συχετίσεις γίνονται με τα αποτελέσματα από την εφαρμογή γνωστών εμπορικών λογισμικών καθώς και τις αναλυτικές λύσεις όπου τούτο είναι εφικτό.

Η εφαρμογή του λογισμικού σε πραγματικά δεδομένα περιγράφεται στο **πέμπτο κεφάλαιο**. Γίνεται χρήση του λογισμικού σε προβλήματα με διαφορετικές γεωμετρίες σεισμικών πηγών και φωρατών για τον εντοπισμό εγκοίλων και ρηγμάτων, σε διάφορες εφαρμογές επίλυσης προβλημάτων τεχνικής γεωφυσικής και σεισμολογίας.

Στο **έκτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την υλοποίηση των στόχων της διατριβής, ενώ αναφέρονται και οι μελλοντικές κατευθύνσεις που πρέπει να ακολουθηθούν στην περαιτέρω έρευνα για την βελτίωση και εξέλιξη της μεθοδολογίας και του λογισμικού που αναπτύχθηκε.



# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι**

## **ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ**

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Παρουσιάζεται συνοπτικά η θεωρητική θεμελίωση της ακτινικής θεωρίας επίλυσης του ευθέως προβλήματος. Ιδιαίτερη έμφαση δίδεται στην τεχνική του ελαχίστου δρόμου που χρησιμοποιήθηκε κατά την ανάπτυξη του λογισμικού σεισμικής προσομοίωσης, ενώ γίνεται μια συνοπτική περιγραφή δύο τεχνικών επίλυσης του ευθέως προβλήματος που θεωρούνται σήμερα ως αποδεκτές για την υπολογιστική ακρίβεια τους στους χρόνους διαδρομής, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για την συγκριτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων των συνθετικών δοκιμών που έγιναν για την αξιολόγηση της ρουτίνας σεισμικής προσομοίωσης που αναπτύχθηκε.

## 1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Οι συμβατικές σεισμικές μέθοδοι προσδιορισμού της δομής της γης αφορούν κυρίως πειραματικές μετρήσεις που διεξάγονται στην επιφάνεια του εδάφους. Η σχέση μεταξύ της εσωτερικής δομής και των αντίστοιχων πειραματικών ποσοτήτων ανήκει σε μία κατηγορία προβλημάτων τα οποία επιλύονται χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές και προσεγγίσεις, τόσο ως προς το ίδιο το μέσο όσο και ως προς τις εξισώσεις που περιγράφουν την διάδοση της σεισμικής ενέργειας μέσα σε αυτό. Το πρόβλημα αυτό ονομάζεται *ευθύ πρόβλημα* και η επίλυση του είναι το πρώτο και πιο σημαντικό βήμα κατά την σεισμική αντιστροφή.

Έτσι γνωρίζοντας την πραγματική υπεδάφική δομή σε μία περιοχή μπορούμε να προβλέψουμε με σχετικά μεγάλη ακρίβεια τις αντίστοιχες τιμές των μετρούμενων ποσοτήτων, όπως για παράδειγμα τον χρόνο που χρειάζεται το σεισμικό κύμα για να διανύσει τη διαδρομή από την σεισμική πηγή μέχρι τον σεισμικό φωρατή.

## 1.2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατά την διέγερση ενός ελαστικού μέσου, όπως θεωρείται στις περισσότερες περιπτώσεις η γη, οι δημιουργούμενες διαταραχές που καλούνται σεισμικά κύματα έχουν μελετηθεί με βάση την κυματική εξίσωση (Aki and Richards, 1980)

$$\frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \nabla^2 \psi \quad (1.1)$$

όπου η χρονική παράγωγος της μετατόπισης συνδέεται με την χωρική παράγωγο μέσω μιας σταθεράς αναλογίας ίσης με το αντίστροφο του τετραγώνου της σεισμικής ταχύτητας. Σε ομογενή μέσα διάδοσης της σεισμικής ενέργειας η επίλυση της εξίσωσης (1.1) σε μία διάσταση είναι μια εύκολη

διαδικασία καθώς υπάρχει η δυνατότητα υπολογισμού της αναλυτικής λύσης. Προβλήματα όμως αρχίζουν να υφίστανται στους υπολογισμούς καθώς το μέσο γίνεται πιο πολύπλοκο με την παρουσία παραγόντων όπως η ανισοτροπία, η ανελαστική απορρόφηση, το φαινόμενο της ασθενούς περίθλασης, η σφαιρικότητα του μετώπου κύματος στο εγγύς της πηγής πεδίο, κλπ. Υπάρχουν αρκετοί άλλοι τρόποι για να γραφεί η παραπάνω σχέση οδηγώντας πάντα στην ίδια λογική. Κατά πολλούς η θεωρητική σεισμολογία μπορεί να εκφραστεί σαν η επιστήμη που επιχειρεί την λύση της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης χρησιμοποιώντας διάφορες μορφές απλοποιήσεων και προσεγγίσεων και θεωρώντας ότι το μέσο διάδοσης είναι πλήρως ελαστικό, έτσι ώστε οι παραμορφώσεις που υφίστανται κατά την διάδοση σεισμικού κύματος μέσα από αυτά να παύουν να υφίστανται με την απομάκρυνση των τάσεων που τις προκάλεσαν.

Οι σεισμικές αποκρίσεις αποτυπώνονται στις σεισμικές καταγραφές οι οποίες χαρακτηρίζονται από δύο βασικές μεταβλητές: τους χρόνους διαδρομής και τα πλάτη των σεισμικών κυμάτων. Επειδή το αντικείμενο της παρούσας έρευνας αφορά στην σεισμική τομογραφία των πρώτων αφίξεων, η θεωρητική θεμελίωση επικεντρώνεται μόνο στην μελέτη της μεταβλητής των χρόνων διαδρομής των πρώτων αφίξεων .

Μία ιδιαίτερα χρήσιμη παράμετρος είναι οι σεισμικές ακτίνες, οι μαθηματικές δηλαδή κατασκευές των οποίων η τροχιά ορίζεται ως η διεύθυνση διάδοσης της σεισμικής ενέργειας και οι οποίες χρησιμοποιούνται για την κατανόηση της διάδοσης των σεισμικών κυμάτων στο χώρο. Σε ομογενή μέσα οι σεισμικές ακτίνες είναι ευθύγραμμες διαδρομές που συνδέουν το σημείο της πηγής με αυτό του δέκτη. Ο χρόνος που χρειάζεται η σεισμική ακτίνα να οδεύσει από το ένα σημείο στο άλλο είναι συνάρτηση της σεισμικής ταχύτητας του μέσου.

Η διαρκής εξέλιξη των σεισμικών ερευνών πεδίου εμπλουτίζει συνεχώς το περιεχόμενο των σεισμικών δεδομένων με αποτέλεσμα να αυξάνονται και οι απαιτήσεις για πιο ρεαλιστικές προσομοιώσεις των σύνθετων και πολύπλοκων δομών. Η πλήρης προσομοίωση διάδοσης σεισμικών κυμάτων με διαφορετικά εύρη συχνοτήτων, σε ανισοτροπικά μη-ομογενή μέσα τριών διαστάσεων συνιστά

πρόβλημα, η λύση του οποίου είναι σε εξέλιξη καθώς οι απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ και μνήμη είναι τεράστιες.

Η ακτινική προσέγγιση και γενικότερα η ακτινική ασυμπτωτική θεωρία (ή γεωμετρική θεωρία) αφορά μια απλουστευμένη θεώρηση για την επίλυση της πλήρους κυματικής εξίσωσης ενώ αποτελεί και την πιο διαδεδομένη θεώρηση για την επίλυση του ευθέως προβλήματος σεισμικής προσομοίωσης. Με την ακτινική προσέγγιση υποθέτουμε ότι η διάδοση της σεισμικής ενέργειας γίνεται υπό την μορφή επιπέδων μετώπων κύματος. Επιπλέον βασικές προϋποθέσεις ισχύος της ακτινικής θεωρίας είναι α) το μήκος κύματος να είναι σχετικά μικρό σε σχέση με τις μεταβολές στο μέσο διάδοσης β) το μέσο να θεωρείται τοπικά ομογενές γ) η πηγή σεισμικής ενέργειας να έχει σημειακό χαρακτήρα, που σημαίνει διαστάσεις πηγής πολύ μικρότερες από το μήκος κύματος. [Η τελευταία θεώρηση καταρρίπτεται σε περιπτώσεις σειμών μεγάλου μεγέθους όπου η πηγή μπορεί να αποτελείται από ένα πολύπλοκο σύστημα ρηγμάτων (Faletic, 1997)] και δ) το κυματικό πεδίο σε τοπική κλίμακα θα πρέπει να προσομοιάζει αυτό του ομογενούς μέσου.

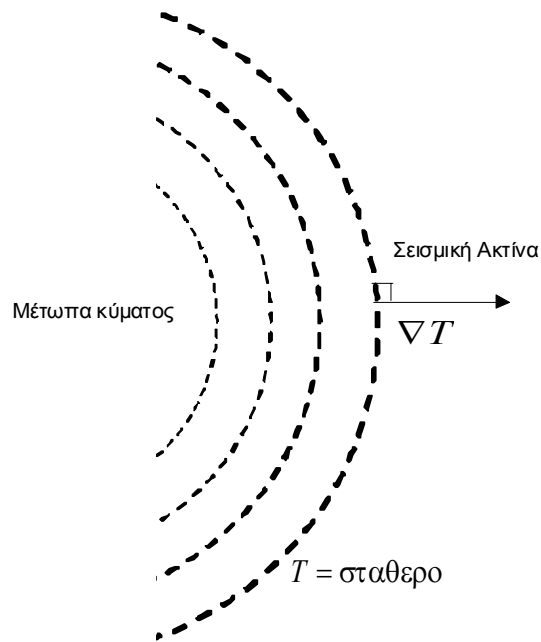
Η ακτινική μέθοδος σεισμικής προσομοίωσης για λεπτομερή μελέτη των μετωπικών κυμάτων έχει εφαρμοσθεί από τους Cervený and Ravindra (1971). Η διάδοση με την ίδια προσέγγιση σε ανελαστικού χαρακτήρα μέσα έχει μελετηθεί από τους Hearn and Krebes (1990), και Krebes and Slawinski (1991).

Κατά την ασυμπτωτική προσέγγιση τα πλάτη των σεισμικών αφίξεων και οι σεισμικές φάσεις (χρόνοι διαδρομής) είναι συναρτήσεις ανεξάρτητες του συχνотικού περιεχομένου του κύματος και θεωρούνται ποσότητες με ήπια μεταβολή σε σχέση με το ιδιαίτερα ανομοιογενές πεδίο μετατοπίσεων του μέσου.

Οι χρόνοι διαδρομής παρέχονται από την επίλυση του κινηματικού μέρους της εξίσωσης (1.1) η οποία στην περίπτωση αυτή καταλήγει στην σχέση:

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{V^2} \quad (1.2)$$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή από την βιβλιογραφία ως εξίσωση eikonai (Kennet, 1985) και ορίζει ότι το μέγεθος της βαθμίδας του παράγοντα της φάσης  $T$  ισούται με την βραδύτητα του μέσου. Σταθερές τιμές του  $T$  ορίζουν τα μέτωπα κύματος (Σχήμα 1.1) ενώ τα ανύσματα κάθετα στο  $T$  ή παράλληλα στο  $\nabla T$  είναι οι σεισμικές ακτίνες.



Σχήμα 1.1 Μέτωπα κύματος και σεισμικές ακτίνες.

Η χρήση μόνο της εικονικής εξίσωσης κοστίζει την απώλεια της πληροφορίας που περιέχεται στο πλάτος των σεισμικών αφίξεων (δυναμική πληροφορία) ωφελεί όμως σε ταχύτητα υπολογισμών. Εντούτοις, η επίλυση του δυναμικού μέρους της κυματικής εξίσωσης και ο υπολογισμός των πλάτων των σεισμικών κυμάτων μπορεί να εκτελεστεί σε μετέπειτα στάδιο και μόνο εάν και όπου αυτό είναι απαραίτητο.

Τα τελευταία χρόνια έχει παρατηρηθεί μια πληθώρα ανάπτυξης νέων μεθόδων και αλγορίθμων υπολογισμού των σεισμικών ακτίνων και των χρόνων

διαδρομής των σεισμικών κυμάτων με βάση διαφορετικές τεχνικές και προσεγγίσεις. Οι σεισμικοί αυτοί αλγόριθμοι βασίζονται στην επίλυση της ίδιας κυματικής εξίσωσης διαφοροποιούμενοι για παράδειγμα στο τρόπο παραμετροποίησης του μέσου διάδοσης ή στο είδος των πληροφοριών που απαιτούνται για την κατασκευή του μοντέλου. Κατατάσσοντας τις τεχνικές αυτές με βάση το εύρος, αλλά και την συχνότητα εφαρμογής τους, πρώτες έρχονται οι αμιγώς ακτινικές μέθοδοι (Andersen and Kak, 1982; Langan et al., 1985; Um and Thurber, 1987; Bohm et. al., 1999; Vesnaver, 1996) με κυριότερους εκπροσώπους τις τεχνικές σκόπευσης (shooting method) και κάμψης (bending method). Δεύτερες ακολουθούν οι μέθοδοι προσέγγισης με πεπερασμένες διαφορές (Vidale, 1988; Podvin and Lecomte, 1991) όπου οι σεισμικές ακτίνες προσδιορίζονται έμμεσα, αφού πρώτα υπολογισθεί το κυματικό πεδίο και τέλος ακολουθούν οι τεχνικές ελαχίστου δρόμου και διαστελλόμενων μετώπων κύματος (Moser, 1991; Saito, 1989).

Για την ανάπτυξη της ρουτίνας επίλυσης του ευθέως προβλήματος που αποτελεί τον πυρήνα του πλήρους λογισμικού πακέτου που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής επελέγη η τεχνική του ελαχίστου δρόμου (shortest path ray tracing, SPR). Στα ακόλουθα γίνεται μια αναλυτική περιγραφή της μεθόδου ελαχίστου δρόμου (SPR) καθώς και μία συνοπτική παρουσίαση των μεθόδων που από την διεθνή βιβλιογραφία θεωρούνται σήμερα ως αποδεκτές για την ακρίβεια τους και οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν ως μέτρο σύγκρισης και αξιολόγησης των αποτελεσμάτων του λογισμικού που αναπτύχθηκε.

### **1.3 ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ**

Η σεισμική προσομοίωση αφορά στην χάραξη των σεισμικών ακτίνων και στον προσδιορισμό των χρονών διαδρομής μέσα σε ένα μέσο (ομογενές ή ανομοιογενές ισότροπο ή ανισότροπο) και αποτελεί το πλέον σημαντικό βήμα στη σεισμική τομογραφία και γενικότερα στη σεισμική αντιστροφή, καθώς ένας



μειωμένης αξιοπιστίας αλγόριθμος σεισμικής προσομοίωσης αναπόφευκτα θα οδηγήσει σε μειωμένης ακρίβειας αποτελέσματα κατά την αντιστροφή. Επιπλέον, οι περιορισμοί της σεισμικής μεθόδου που επιλέγεται αλλά και οι προσεγγίσεις που γίνονται κατά την κατασκευή της ρουτίνας που εκτελεί την προσομοίωση καθορίζουν την ακρίβεια τόσο στον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής όσο και των μοντέλων ταχύτητας που προκύπτουν κατά την διαδικασία αντιστροφής τους.

Η μέθοδος του ελαχίστου δρόμου βασίζεται στην ευρύτερη θεωρία των δικτύων ανταλλαγής πληροφοριών, ενώ είναι γνωστή και σαν «το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητού» (traveling salesman problem).

### **1.3.1 ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΔΡΟΜΟΥ**

Η χάραξη των σεισμικών ακτίνων αποτελεί την πλέον χρονοβόρα διαδικασία στη φάση επίλυσης του ευθέως προβλήματος που προηγείται της μη γραμμικής τομογραφικής αντιστροφής. Σε τυπικά πειράματα σεισμικής τομογραφίας μεταξύ γεωτρήσεων (cross-hole) το πλήθος των σεισμικών ακτίνων που συνήθως απαιτούνται είναι αρκετά μεγάλο και γι' αυτό τον λόγο ο υπολογιστικός χρόνος και η ποσότητα της μνήμης είναι σημαντικοί και καθοριστικοί παράγοντες στην επιλογή του πλέον κατάλληλου αλγορίθμου σεισμικής προσομοίωσης. Από την άλλη πλευρά η ακρίβεια τόσο στους χρόνους διαδρομής των σεισμικών κυμάτων όσο και στις χωρικές συντεταγμένες των σεισμικών ακτίνων είναι εξίσου μεγάλης σημασίας, καθώς η αξιοπιστία των τομογραφικών απεικονίσεων εξαρτάται από τα σφάλματα κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος (Weber, 1995).

Η εύρεση των σεισμικών ακτίνων ελαχίστου δρόμου είναι μία από τις πλέον διαδεδομένες τεχνικές προσομοίωσης σήμερα καθώς εμφανίζει αρκετά πλεονεκτήματα έναντι άλλων τεχνικών όπως σταθερή απόδοση σε οποιασδήποτε μορφής διακριτή παραμετροποίηση (κελιά, κόμβους κλπ), είναι

σχετικά γρήγορη όταν χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό μεγάλου πλήθους σεισμικών ακτίνων, παρέχει ακρίβεια υπολογισμού στις περιθλώμενες ακτίνες, τα μετωπικά κύματα και τις ακτίνες σε σκιερές ζώνες, ενώ δεν έχει περιορισμό όσον αφορά διαστάσεις του μέσου διάδοσης. Εντούτοις, όταν απαιτείται ιδιαίτερα υψηλή ακρίβεια η τεχνική ελαχίστου δρόμου απαιτεί υπερβολικά χρονοβόρους υπολογισμούς και μεγάλες ποσότητες μνήμης.

### **1.3.2 Η ΜΕΘΟΔΟΣ**

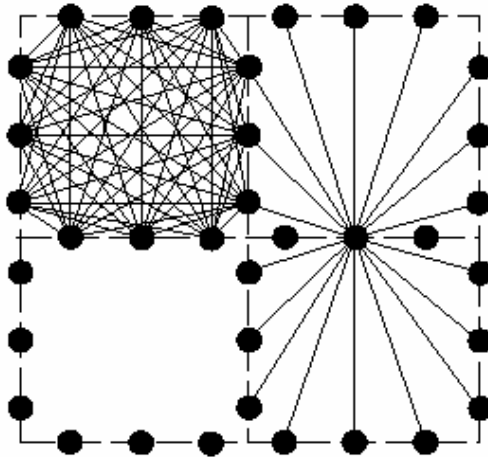
Σε αντιστοιχία με τον περιοδεύοντα πωλητή που αναζητεί την συντομότερη χρονικά διαδρομή για να επισκεφθεί μια σειρά από πόλεις με σκοπό να περιορίσει το χρόνο που ταξιδεύει, έχουμε τις τροχιές των σεισμικών ακτίνων όπου υπολογίζουμε την συντομότερη χρονική διαδρομή τους μέσω ενός δικτύου που αναπαριστά την γη. Κάθε τέτοιο δίκτυο αποτελείται από σημεία-κόμβους (nodes) όπου κάθε ένα από αυτά συνδέεται με ευθεία γραμμή με ένα άλλο συγκεκριμένο πλήθος κόμβων που βρίσκονται στην γειτονία του. Οι συνδέσεις αυτές ονομάζονται τόξα (arcs) και το μήκος κάθε τέτοιου τόξου αναπαριστά τον χρόνο διαδρομής του σεισμικού κύματος κατά μήκος του τόξου που συνδέει τους δύο συγκεκριμένους κόμβους. Κάθε κόμβος συνδέεται με ένα περιορισμένο πλήθος κόμβων της γειτονιάς του, όχι όμως με κόμβους που βρίσκονται πιο μακριά. Είναι επομένως δυνατή η μετάβαση από ένα κόμβο σε ένα άλλο μέσω των συνδέσεων.

Με βάση λοιπόν την αρχή του Fermat (αρχή ελαχίστου χρόνου) μεταξύ δύο οιονδήποτε κόμβων (πηγή-δέκτης) και κατά μήκος συγκεκριμένων τόξων, το χρονικά συντομότερο μονοπάτι, προσδιορίζεται από κάποιο αλγόριθμο (Dijkstra, 1959), και προσεγγίζει την σεισμική ακτίνα μεταξύ των σημείων αυτών, υπολογίζοντας έτσι τους χρόνους διαδρομής της πρώτης σεισμικής άφιξης. Αν οι κόμβοι είναι σε σχετικά μικρές αποστάσεις μεταξύ τους και υπάρχουν αρκετές συνδέσεις δημιουργώντας μεγάλη ακτινική κάλυψη στο μοντέλο (Matarese, 1993), οι σεισμικές ακτίνες που προκύπτουν από αυτή την

μέθοδο είναι τέλειες προσεγγίσεις των πραγματικών σεισμικών ακτίνων σε όλο το μοντέλο καθώς τα προβλήματα τοπικής σύγκλισης εκμηδενίζονται.

Η επίλυση του προβλήματος ελαχίστου δρόμου μπορεί να επιτευχθεί για οποιαδήποτε παραμετροποίηση ενός μοντέλου ταχύτητας και ανεξάρτητα από την ταξινόμηση των κόμβων, αρκεί πάντα να υπάρχει μια διαδρομή από οποιονδήποτε κόμβο προς τον κόμβο της πηγής (Urdaneta and Biondi, 2001).

Μεταξύ των δικτύων που εφαρμόζονται για την σεισμική προσομοίωση με την τεχνική ελαχίστου δρόμου είναι εκείνο που βασίζεται σε ένα παραμετροποιημένο μοντέλο με την χρήση ορθογωνίων κελιών σταθερής βραδύτητας (Σχήμα 1.2) όπου κάθε κόμβος συνδέεται άμεσα μόνο με αυτούς στην άμεση γειτονία του.



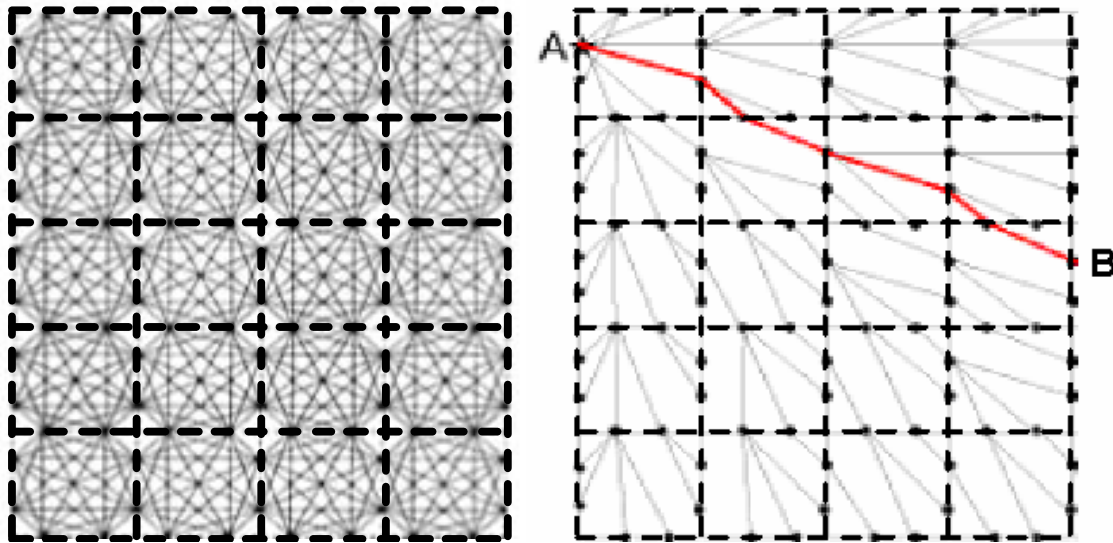
Σχήμα 1.2. Παράδειγμα δικτύου όπου αναπαριστάνονται οι κόμβοι και τα τόξα (συνδέσεις μεταξύ των κόμβων). Οι τελείες αντιπροσωπεύουν τους κόμβους του δικτύου οι οποίοι είναι τοποθετημένοι περιμετρικά στα όρια των κελιών (διακεκομμένες γραμμές). Τα τόξα εμφανίζονται με τις συνεχόμενες γραμμές. Στο άνω αριστερά κελί έχουν χαραχθεί όλα τα τόξα στο εσωτερικό του κελιού. Στη δεξιά πλευρά του σχήματος φαίνονται όλες οι πιθανές συνδέσεις ενός κεντρικού κόμβου με τους γειτνιαζόντες αυτού. (Βασισμένο σε Fischer and Lees, 1993).

Η χρήση δικτύων που βασίζονται σε τέτοιου είδους παραμετροποιήσεις (κανονικά δίκτυα) επιτρέπει εκτός από την ισοκατανομή στην χάραξη των

σεισμικών ακτίνων στο μοντέλο και την κατασκευή των ισόχρονων (καμπύλες ίδιας φάσης) που αναπαριστούν τις μειωπικές επιφάνειες των σεισμικών κυμάτων σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές.

Η ακρίβεια της μεθόδου ελαχίστου δρόμου, για μία συγκεκριμένη διακριτοποίηση ενός μέσου (κελιά σταθερής ταχύτητας), βασίζεται κυρίως στο πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού καθώς όσο μεγαλώνει το σύνολο των κόμβων τόσο αυξάνει το πλήθος των πιθανών συνδέσεων (διαδρομών) από τις οποίες πρέπει να επιλεγεί αυτή του ελαχίστου δρόμου (χρόνου).

Στις περιπτώσεις όπου αντί για κελιά χρησιμοποιούνται σημεία με συγκεκριμένες τιμές ταχύτητας, τότε η ακρίβεια της μεθόδου εξαρτάται επίσης και από την ομαλότητα του μοντέλου καθώς υπεισέρχονται οι παράγοντες εύρεσης των τιμών της ταχύτητας σε ενδιάμεσες θέσεις με διάφορες μεθόδους εξομάλυνσης και παρεμβολής.

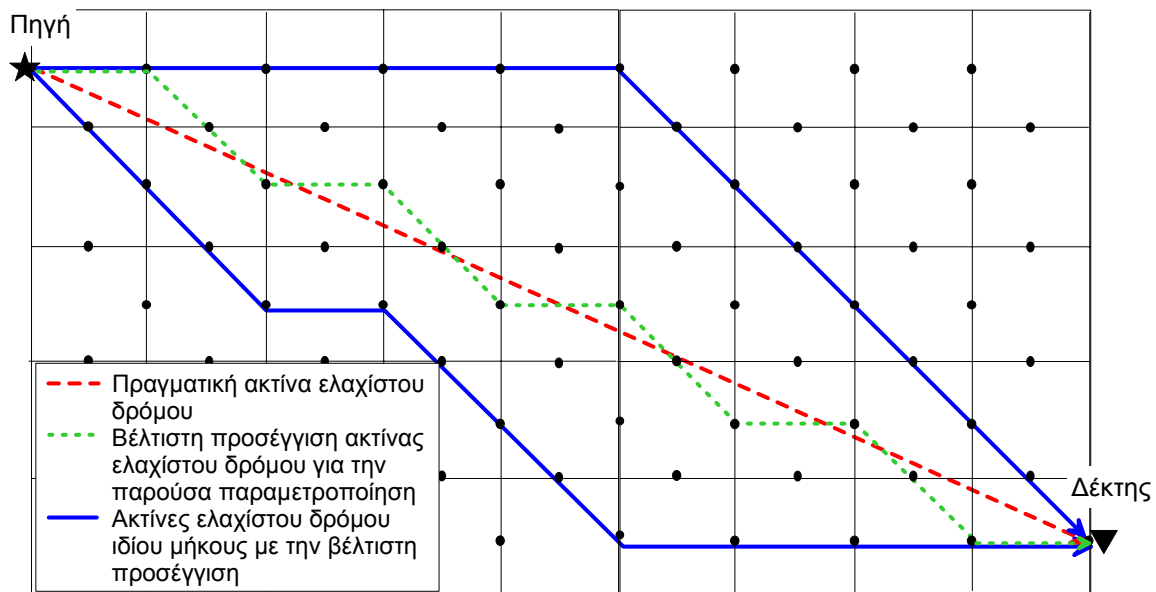


Σχήμα 1.3 Οργάνωση κελιών σε ένα δίκτυο (αριστερά). Οι μαύρες συνεχόμενες γραμμές (δεξιά) συμβολίζουν τις ελάχιστες διαδρομές μεταξύ ενός (A) και των υπολοίπων κόμβων και η κόκκινη γραμμή την ελάχιστη διαδρομή από το A στο B. (Βασισμένο σε Moser, 1991).

Το κόστος της τεχνικής εντοπίζεται στον υπολογιστικό χρόνο ο οποίος αυξάνει ανάλογα με τον πλήθος των συνδέσεων ενώ η απαίτηση σε εσωτερική μνήμη για

την αποθήκευση αυτής της πληροφορίας που θα χρησιμοποιηθεί μετέπειτα στην αντιστροφή είναι επίσης πολύ μεγάλη. Τούτο είναι άμεσο αποτέλεσμα της διαδικασίας που ακολουθεί η συγκεκριμένη τεχνική καθώς υπολογίζονται οι σεισμικές ακτίνες σε όλο το μοντέλο ξεκινώντας από ένα συγκεκριμένο κόμβο.

Η χρήση περιορισμένου πλήθους κόμβων (Σχήμα 1.4) έχει ως αποτέλεσμα την εισαγωγή μεγάλων ποσοστών σφάλματος στους χρόνους διαδρομής καθώς οι σεισμικές ακτίνες ακολουθούν τεθλασμένη διαδρομή (zig-zag) ακόμα και στην περίπτωση του ομογενούς μέσου.



Σχήμα 1.4 Δίκτυο με περιορισμένο πλήθος κόμβων – συνδέσεων όπου χρησιμοποιείται ένας μόνο κόμβος ανά πλευρά κελιού. Εμφανίζονται τρία ισοδύναμα χρονικά μονοπάτια ελαχίστου δρόμου μεταξύ της πηγής (άνω αριστερά τμήμα του μοντέλου) και του δέκτη (κάτω δεξιά τμήμα του μοντέλου). Το πεδίο ταχυτήτων είναι ομογενές σε όλο το μοντέλο. Αν και τα τρία μονοπάτια έχουν το ίδιο μήκος (χρόνο) το μονοπάτι με την στικτή γραμμή είναι αυτό που προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική ελάχιστη διαδρομή (διακεκομμένη λεπτή γραμμή) και άρα αποτελεί την πλέον κατάλληλη επιλογή.

Ακόμα, οι ίδιες οι σεισμικές ακτίνες είναι χωρικά ανακριβείς καθώς υπάρχουν και άλλες διαδρομές ελαχίστου δρόμου μεταξύ δύο συγκεκριμένων σημείων

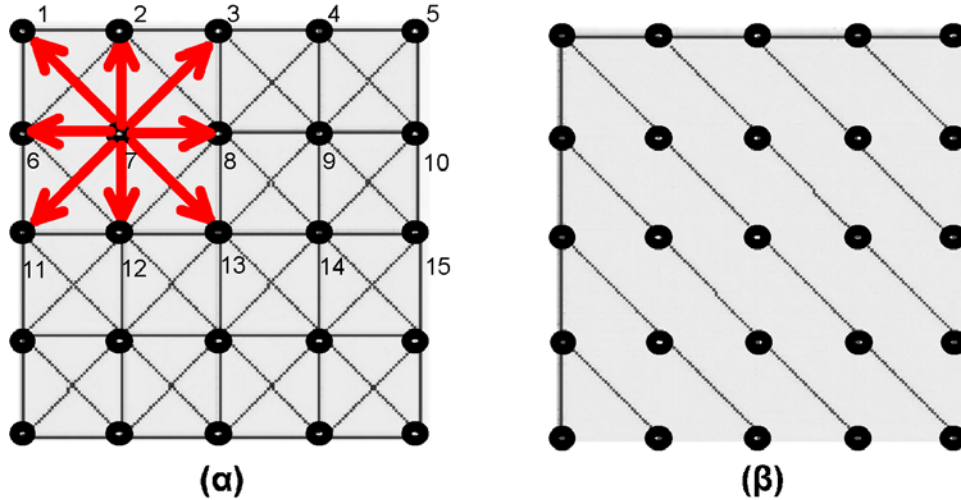
ιδίως σε περιοχές με ιδιαίτερος χαμηλές μεταβολές στην ταχύτητα (Weber, 1995).

Για διδιάστατα μοντέλα ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος ελαχίστου δρόμου με τον αλγόριθμο του Dijkstra είναι ανάλογος του  $\Theta(n^2)$  όπου  $n$  το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού. Μεταβαίνοντας σε τρεις διαστάσεις ο υπολογιστικός χρόνος (Fischer and Lees, 1993) είναι ανάλογος του  $\Theta(n^4)$ .

### **1.3.3 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΔΡΟΜΟΥ**

Οι Nakanishi and Yamaguchi (1986) και μετέπειτα ο Moser (1991) πραγματοποίησαν μια προσέγγιση των σεισμικών ακτίνων στηριζόμενοι στις ελάχιστες διαδρομές και την θεωρία δικτύων. Στο σχήμα 1.5 χρησιμοποιείται ένα μοντέλο ταχύτητας με κανονική παραμετροποίηση ορθογωνίων κελιών. Η σεισμική ταχύτητα επιλέγεται στο εσωτερικό των κελιών και είναι σταθερή ενώ οι κόμβοι τοποθετούνται περιμετρικά στα όρια των κελιών. Δύο κόμβοι συνδέονται μόνο όταν δεν υπάρχει όριο κελιού μεταξύ τους. Ο χρόνος διαδρομής μεταξύ δύο κόμβων με διαδοχικές συνδέσεις βρίσκεται από το γινόμενο της μεταξύ τους απόστασης με τη βραδύτητα του ενδιάμεσου κελιού. Ο συνολικός χρόνος διαδρομής μεταξύ δύο σημείων, που ανήκουν σε κόμβους, βρίσκεται από το άθροισμα των επιμέρους χρόνων που συνιστούν την ακτίνα ελαχίστου χρόνου.

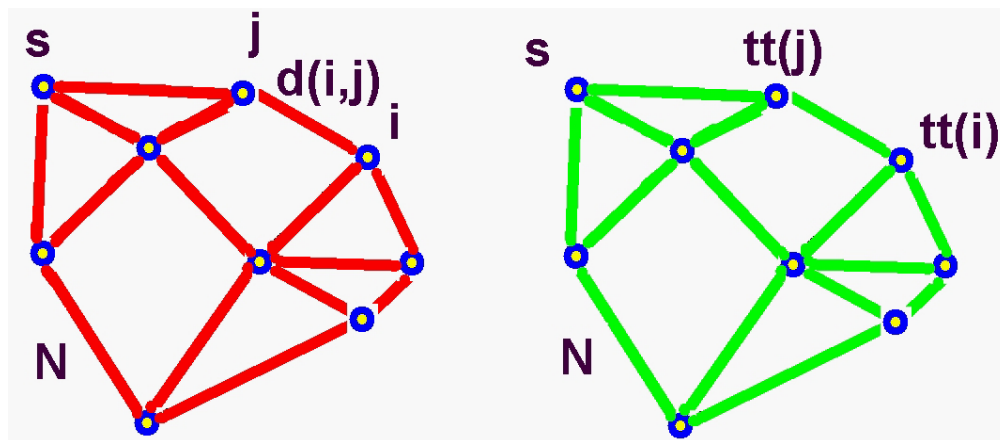




Σχήμα 1.5. Οργάνωση πλέγματος σε ένα δίκτυο 5x5 κόμβων. Η εικόνα (α) δείχνει ότι ο κάθε κόμβος μπορεί να συνδέεται με οκτώ το πολύ γειτονικούς του και η εικόνα (β) δείχνει μόνο τις ελάχιστες διαδρομές του (α) για ομογενές μοντέλο (Βασισμένο σε Moser, 1991).

Η εύρεση της ελάχιστης διαδρομής πραγματοποιείται με βάση τον αλγόριθμο του Dijkstra (1959). Έστω λοιπόν  $N$  ένα σύνολο που περιέχει  $n$  κόμβους και  $A$  ένα σύνολο που περιέχει όλες τις πιθανές συνδέσεις μεταξύ των  $n$  κόμβων, με  $A \subset N \times N$ . Έστω ακόμα ένα τρίτο σύνολο  $G(N, A)$  που περιέχει τους  $n$  κόμβους και όλες τις πιθανές συνδέσεις μεταξύ τους. Τότε, ένα δίκτυο  $(G, D)$  είναι ένα γράφημα (απεικόνιση) με μία συνάρτηση βάρους  $D: N \times N \rightarrow R$  όπου αντιστοιχεί έναν πραγματικό αριθμό σε κάθε μία σύνδεση. Το  $D$  μπορεί να αναπαρασταθεί με έναν πίνακα  $(d_{ij})$  (Σχήμα 1.6). Για το συγκεκριμένο πρόβλημα προσομοίωσης των σεισμικών ακτίνων, μπορεί να υποθεθεί ότι η  $D$  είναι συμμετρική δύναμι της αντιστρεπτότητας,  $d_{ij} = d_{ji}$ , και μη-αρνητική,  $d_{ii} = 0$ , για  $i \in N$  και  $d_{ij} \geq 0$  για  $i, j \in N$  καθώς δεν υφίστανται αρνητικοί χρόνοι διαδρομής και ο χρόνος από ένα σημείο στον εαυτό του είναι μηδενικός.

Από σύμβαση γίνεται δεκτό ότι  $d_{ij} = d_{ji} = \infty$  στην περίπτωση που δεν συνδέονται οι κόμβοι  $i$  και  $j$ . Το εμπρόσθιο αστέρι (forward star),  $FS(i)$ , (Moser, 1991) είναι το σύνολο των κόμβων που συνδέονται με τον κόμβο  $i$ . Για την δεδομένη παραμετροποίηση όπου χρησιμοποιούνται κελιά σταθερής βραδύτητας με περιμετρική τοποθέτηση των κόμβων στα όρια των κελιών κάθε κόμβος συνδέεται μόνο με αυτούς που ανήκουν στα άμεσα γειτονικά κελιά. Αυτό σημαίνει ότι το πλήθος στοιχείων στα εμπρόσθια αστέρια  $FS(i)$  είναι περιορισμένο από την επιλογή του πλήθους των κόμβων ανά πλευρά κελιού.



Σχήμα 1.6. Αριστερά ο ορισμός ενός δικτύου, δεξιά ένα δέντρο ελάχιστων διαδρομών (Βασισμένο σε Moser, 1991).

Μια διαδρομή είναι μια ακολουθία από κόμβους και από τις επιμέρους συνδέσεις (διαδρομές μεταξύ των κόμβων) που υφίστανται μεταξύ τους. Ο χρόνος διαδρομής κατά μήκος μιας διαδρομής από έναν κόμβο σε έναν άλλο ορίζεται ως το άθροισμα των βαρών  $d$  των επιμέρους διαδρομών. Η ελάχιστη διαδρομή είναι αυτή με τον μικρότερο δυνατό χρόνο διαδρομής. Όπως παρατηρείται από το σχήμα 1.3, οι ελάχιστες διαδρομές από τον κόμβο A της πηγής (s) προς όλους τους άλλους κόμβους διαμορφώνουν το αποκαλούμενο δέντρο ελάχιστων διαδρομών, με τη ρίζα του στο A και τους κλάδους του να συνδέουν την πηγή με τους άλλους κόμβους. Υπάρχει ένας και μόνο ένας

τρόπος να προσεγγιστεί ένας κόμβος ξεκινώντας από τον κόμβο της πηγής μέσω ενός τέτοιου δέντρου και δεν υπάρχει κανένας βρόχος. Μια συνέπεια της δενδροειδούς δομής είναι ότι οι ελάχιστες διαδρομές περιγράφονται πλήρως από μια σειρά δεικτών.

Με  $prec(i)$  συμβολίζεται ο προηγούμενος κόμβος του  $i$  στην ελάχιστη διαδρομή από το  $A$  στο  $i$ . Εξ ορισμού ο κόμβος  $A$  της πηγής είναι ίσος με τον προηγούμενο του. Μια ελάχιστη διαδρομή μπορεί να εξαχθεί από αυτήν την σειρά με την επανάληψη του:  $\{j := prec(i), i := j\}$  έως ότου  $i=S$ . Ο χρόνος διαδρομής κατά μήκος της ελάχιστης διαδρομής από το  $A$  στο  $i$ , συμβολίζεται με  $tt(i)$ . Ο χρόνος αυτός παρέχεται από τις εξισώσεις του Bellman (1958):

$$tt(i) = \min_{j \neq i} [tt(j) + d_{ij}] \quad i, j \in N \quad (1.3)$$

υπό την προϋπόθεση ότι;  $tt(s) = 0$

Δηλαδή ο χρόνος διαδρομής σε έναν κόμβο  $i$  ισούται με το άθροισμα του ελάχιστου των χρόνων διαδρομής στους γειτονικούς κόμβους  $j$  και του βάρους  $d$  της σύνδεσης μεταξύ τους. Αυτές οι εξισώσεις προκύπτουν εύκολα από την παρατήρηση ότι στην υποθετική περίπτωση όπου το  $tt(i)$  δεν ήταν ίσο με  $\min_{j \neq i} [tt(j) + d_{ij}]$  θα υπήρχε μια διαδρομή με έναν συντομότερο χρόνο διαδρομής σε σχέση με το  $tt(i)$ . Ο κόμβος που ελαχιστοποιεί το άθροισμα  $tt(j) + d_{ij}$  είναι ακριβώς ο προηγούμενος του  $i$  κόμβος στην ελάχιστη διαδρομή από το  $S$  προς το  $i$ :  $j = prec(i)$ .

Ο αλγόριθμος του Dijkstra (1959) αναδιοργανώνει ένα πλήθος από κόμβους διορθώνοντας επαναληπτικά την σειρά των δεικτών τους έτσι ώστε ύστερα από ακριβώς  $n$  επαναλήψεις να προκύπτουν οι ελάχιστες διαδρομές. Οι κόμβοι

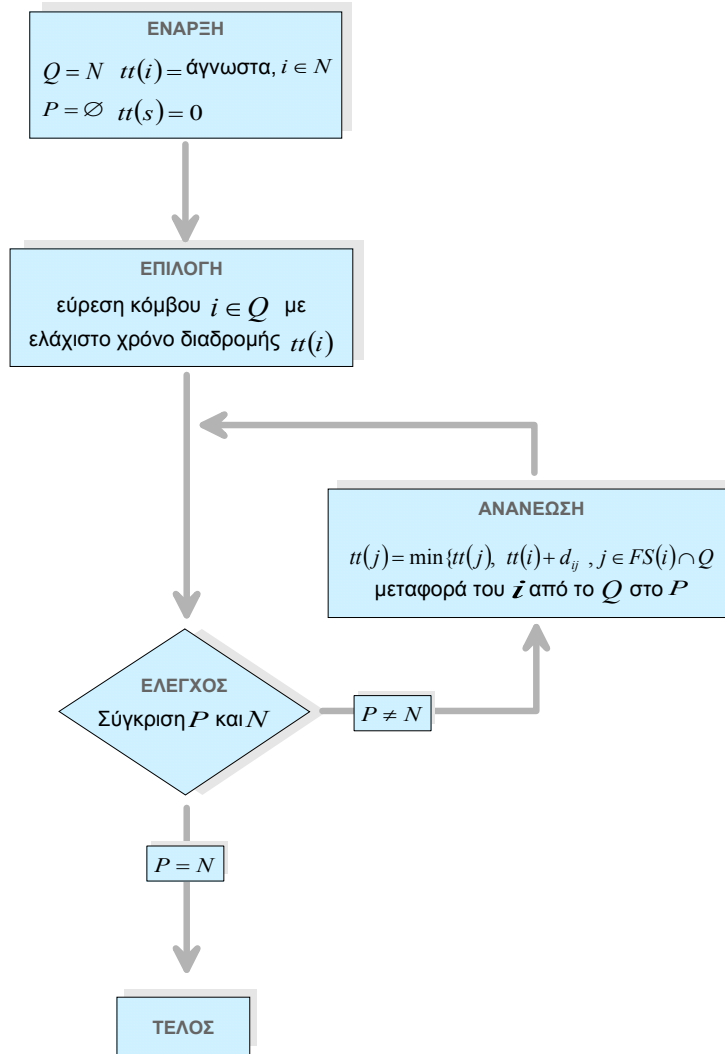
υποδιαιρούνται σε ένα σύνολο  $P$  κόμβων με γνωστούς χρόνους διαδρομής και σε ένα σύνολο  $Q$  στο οποίο δεν είναι γνωστοί ακόμα οι χρόνοι κατά μήκος των ελάχιστων διαδρομών από το  $S$ . Αρχικά, το  $P$  είναι ένα κενό σύνολο και  $Q = N$ . Ο κόμβος του ελάχιστου χρόνου διαδρομής του  $Q$  είναι το  $S$  και επειδή έχει γνωστό χρόνο διαδρομής,  $tt(s) = 0$ , άρα μπορεί να μεταφερθεί στο  $P$ .

Στη συνέχεια ενημερώνονται σύμφωνα με την εξίσωση 1.3 οι χρόνοι διαδρομής όλων των κόμβων που συνδέονται με το  $S$ , δηλαδή όλο το  $j \in FS(s)$ . Ο κόμβος στο  $Q$  με το μικρότερο δοκιμαστικό χρόνο διαδρομής δεν θα ενημερωθεί άλλο και επομένως μπορεί να μεταφερθεί στο  $P$  και οι κόμβοι από το  $Q$  που συνδέονται με αυτόν ενημερώνονται πάλι. Αυτή η διαδικασία εύρεσης του κόμβου με τον ελάχιστο δοκιμαστικό χρόνο διαδρομής, την μεταφορά του στο  $P$ , και της ανανέωσης του  $FS(i)$  επαναλαμβάνεται ακριβώς  $n$  φορές με αποτέλεσμα την κατασκευή του πλήρους δέντρου των ελάχιστων διαδρομών.

Το πλήθος των πράξεων που εκτελούνται από τον αλγόριθμο μπορεί να υπολογισθεί. Το στάδιο της έναρξης (Σχήμα 1.7) απαιτεί  $n$  πράξεις για την αρχική θεώρηση των χρόνων διαδρομής. Το στάδιο της επιλογής απαιτεί  $n$  συγκρίσεις την πρώτη φορά αλλά μετά από κάθε επανάληψη μια σύγκριση λιγότερο, επειδή το πλήθος στοιχείων του  $Q$  μειώνεται κατά ένα σε κάθε επανάληψη. Στο στάδιο ενημέρωσης το μέγιστο πλήθος πράξεων ισούται με το πλήθος των στοιχείων μέσα στο  $FS(i)$ , δηλαδή  $m$ . Επομένως το συνολικό πλήθος διαδικασιών είναι το άθροισμα:

$$O(n)^2 = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1 + m \times n \quad (n \rightarrow \infty)$$

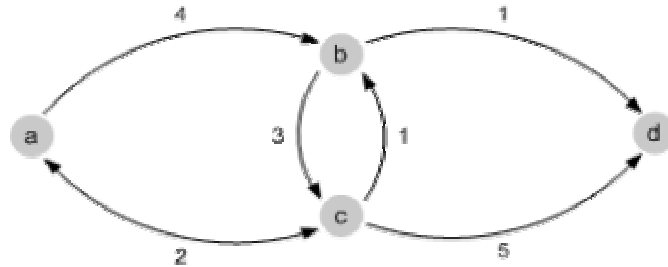
όπου ο χρόνος υπολογισμού ουσιαστικά εξαρτάται από το τετράγωνο του πλήθους των κόμβων.



Σχήμα 1.7. Σχηματική αναπαράσταση διαγράμματος ροής του αλγορίθμου του Dijkstra.

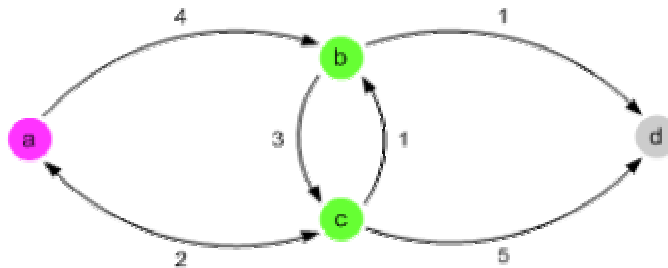
Η επιλογή του κόμβου με τον ελάχιστο χρόνο διαδρομής (δεύτερο στάδιο) είναι η πιο χρονοβόρα διαδικασία του αλγορίθμου, επειδή σε κάθε μια από τις  $n$  επαναλήψεις πρέπει να εξεταστεί ολόκληρο το σύνολο  $Q$ . Η διαδικασία αυτή θα μπορούσε να παραλειφθεί εάν οι χρόνοι διαδρομής στο  $Q$  διατάσσονταν σε έναν κατάλογο αναμονής. Στην περίπτωση αυτή ο κόμβος με τον ελάχιστο χρόνο διαδρομής θα μπορούσε να βρεθεί αμέσως, δεδομένου ότι θα ήταν ο πρώτος του καταλόγου αναμονής. Εντούτοις, κάθε ενημέρωση απαιτεί την μετατόπιση του ενημερωμένου κόμβου στη σωστή του θέση στον κατάλογο

αναμονής. Αυτό απαιτεί πάλι  $O(n)$  συγκρίσεις ανά επανάληψη. Συνεπώς, μια πλήρης διάταξη δεν βελτιώνει σημαντικά τη δευτεροβάθμια εξάρτηση του χρόνου υπολογισμού από το πλήθος των κόμβων. Μια απλή εφαρμογή του αλγόριθμου του Dijkstra φαίνεται στο δίκτυο συνδέσεων του σχήματος (1.8).



Σχήμα 1.8 Δίκτυο τεσσάρων κόμβων με συγκεκριμένες συνδέσεις.

Αρχικά τοποθετούμε τον κόμβο της πηγής a στο σύνολο P καθώς έχει γνωστό μηδενικό χρόνο ο οποίος δεν πρόκειται να αλλάξει. Στο επόμενο βήμα προχωρούμε στους κόμβους που γειτνιάζουν με την πηγή (Σχήμα 1.9).



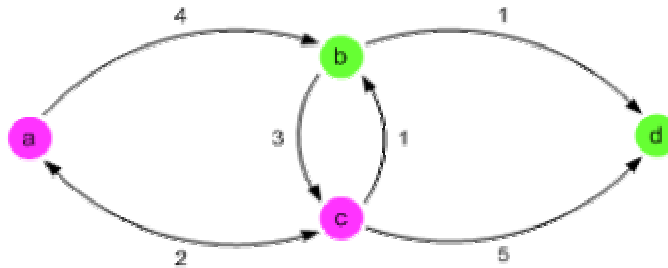
Σχήμα 1.9 Δίκτυο τεσσάρων κόμβων με συγκεκριμένες συνδέσεις. Έχει υπολογισθεί η ελάχιστη διαδρομή στο a και ελέγχονται οι συνδέσεις με τους γειτνιάζοντες κόμβους b και c.

Οι κόμβοι αυτοί είναι οι b και c. Πρώτα υπολογίζουμε την απόσταση (αρχική εκτίμηση) από το a στο b,  $d(b)$ . Στην απόσταση αυτή αρχικά είχε ανατεθεί η άπειρη τιμή όποτε τώρα αναβαθμίζεται σε

$$d(b) = d(a) + [a,b] = 0 + 4 = 4$$

με προηγούμενο κόμβο του  $b$  τον  $a$ , δηλαδή  $\text{prec}(b)=a$ . Στην συνέχεια τοποθετείται ο κόμβος  $b$  στο σύνολο  $Q$ . Ενεργώντας με τον ίδιο τρόπο και για τον κόμβο  $c$  έχουμε  $d(c)=2$  και  $\text{prec}(c)=a$ .

Έτσι τώρα το σύνολο  $Q$  περιέχει τους κόμβους  $b$  και  $c$ . Όπως φαίνεται και παραπάνω η απόσταση του κόμβου  $c$  από τον  $a$  είναι η μικρότερη, οπότε και μπορεί να τοποθετηθεί πλέον στο σύνολο  $P$  αφαιρώντας τον έτσι από τον κατάλογο αναμονής. Συνεχίζουμε ερευνώντας του γειτονικούς κόμβους του  $c$  δηλαδή τους  $b,d$  και  $a$  (Σχήμα 1.10).



Σχήμα 1.10 Δίκτυο τεσσάρων κόμβων με συγκεκριμένες συνδέσεις. Έχει υπολογισθεί η ελάχιστη διαδρομή στο  $c$  και ελέγχονται οι συνδέσεις με τους γειτνιάζοντες στο  $c$  κόμβους δηλαδή τους  $b$  και  $d$ .

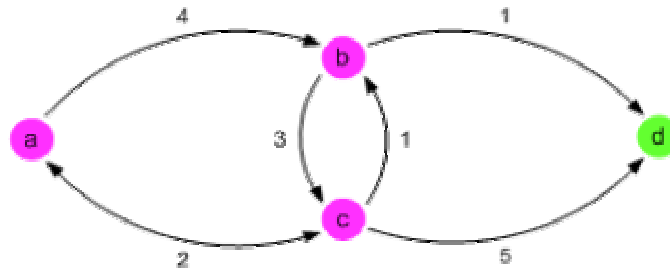
Ο κόμβος  $a$  όμως δεν μετέχει στην διαδικασία καθώς έχει ήδη τακτοποιηθεί. Παρατηρούμε τώρα ότι ενώ κατά την πρώτη εφαρμογή του αλγορίθμου η ελάχιστη φαινομενικά διαδρομή από το  $a$  στο  $b$  ήταν η απευθείας σύνδεση  $d(b)=4$ , από μία προσεκτικότερη παρατήρηση των συνδέσεων του κόμβου  $c$  γίνεται προφανές ότι η διαδρομή  $d(c)+[c,b]=2+1=3$ . Είναι δηλαδή

$$d(c)+[c,b]<d(b)$$

οπότε έχει προκύψει ένα συντομότερο μονοπάτι (μέσω του κόμβου  $c$ ) από το  $a$  στο  $b$ . Η απόσταση πλέον από το  $a$  στο  $b$  αναβαθμίζεται με την τιμή 3 και ο προηγούμενος κόμβος του  $b$  καθίσταται πλέον ο  $c$ , είναι δηλαδή  $\text{prec}(b)=c$

οπότε και τοποθετείται ο κόμβος  $b$  στο σύνολο  $Q$  ξανά. Ο επόμενος γειτονικός κόμβος του  $c$  είναι ο  $d$  στον οποίον, καθόσον δεν έχει ακόμα επιλεγεί, αναθέτουμε την αρχική τιμή 7 ως απόσταση του από το  $a$ , είναι δηλαδή  $d(d)=7$  και  $prec(d)=c$ .

Ο μη τοποθετημένος κόμβος με την ελάχιστη τιμή διαδρομής είναι τώρα ο  $b$  οπότε και αφαιρείται από τον κατάλογο και τοποθετείται στο σύνολο  $P$ . Ελέγχουμε τώρα τους γειτονικούς κόμβους του  $b$  δηλ. τους  $c$  και  $d$  (Σχήμα 1.11).



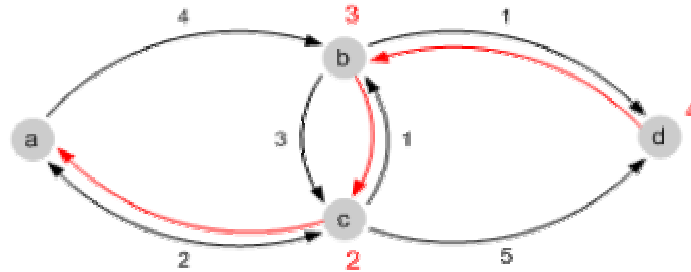
Σχήμα 1.11 Δίκτυο τεσσάρων κόμβων με συγκεκριμένες συνδέσεις. Έχει υπολογισθεί η ελάχιστη διαδρομή στο  $b$  και ελέγχονται οι συνδέσεις με τους γεινιάζοντες στο  $b$  κόμβους δηλαδή τους  $c$  και  $d$ .

Ο κόμβος  $c$  έχει ήδη τακτοποιηθεί οπότε δεν μετέχει στην διαδικασία, παρατηρούμε όμως ότι έχουμε βρει μία συντομότερη διαδρομή για τον κόμβο  $d$ , την  $d(b)+[b,d]=3+1=4$ . Είναι δηλαδή

$$d(b) + [b,d] < d(d)$$

οπότε και αναβαθμίζουμε την απόσταση για τον κόμβο  $d$  σε 4. Δηλαδή  $d(d)=4$  και  $prec(d)=b$ , και τοποθετούμε τον κόμβο  $d$  στο σύνολο  $Q$ . Μέχρι αυτό το σημείο ο μοναδικός κόμβος ο οποίος δεν έχει ακόμα τακτοποιηθεί είναι ο  $a$ , και τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 1.12. Τα κόκκινα βέλη οδηγούν από ένα κόμβο στον προηγούμενο του ενώ οι αριθμητικές τιμές με κόκκινο χρώμα αντιπροσωπεύουν τις ελάχιστες διαδρομές σε κάθε κόμβο, ξεκινώντας από τον αρχικό κόμβο της πηγής.





Σχήμα 1.12 Δίκτυο τεσσάρων κόμβων με συγκεκριμένες συνδέσεις. Έχουν υπολογισθεί οι ελάχιστες διαδρομές σε όλους τους κόμβους.

Συνοψίζοντας την παραπάνω διαδικασία, μετά από την αντιστοίχιση των διαδρομών σε κάθε σημείο που γειτνιάζει με την πηγή (υποψήφιο σημείο), επιλέγεται το σημείο με την ελάχιστη διαδρομή και θεωρείται πλέον σαν δευτερεύουσα πηγή. Στη συνέχεια αποκλείεται η προηγούμενη πηγή από τον κατάλογο των υποψηφίων σημείων και επαναλαμβάνεται η «χρονοδότηση» όλων των υποψηφίων στη γειτονιά της δευτερογενούς πηγής σημείων. Σε κάθε θέση δευτερογενούς πηγής, καταγράφεται επίσης η πηγή "γονέας", που επιτρέπει την παρακολούθηση των διαδρομών. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου χρονομετρηθούν όλα τα σημεία στο δίκτυο.

Πέραν του κλασικού αλγόριθμου του Dijkstra (1959), έχουν κατά καιρούς προταθεί διάφορες εναλλακτικές λύσεις (Cormen et. al., 2001) για τον υπολογισμό των ελάχιστων διαδρομών ξεκινώντας από ένα συγκεκριμένο κόμβο. Μεταξύ αυτών αναφέρονται : 1) οι αλγόριθμοι Bellman-Ford (Bellman, 1958) οι οποίοι επιλύουν το πρόβλημα ακόμα και αν υπάρχουν αρνητικές τιμές στις συνδέσεις, 2) ο αλγόριθμος A\*, 3) ο αλγόριθμος Floyd-Warshall ο οποίος επιλύει το πρόβλημα μεταξύ όλων των κόμβων και 4) ο αλγόριθμος Johnson ο οποίος είναι ιδιαίτερα γρήγορος σε αραιά δίκτυα.

Για μεγάλα δίκτυα (μοντέλα με πυκνή παραμετροποίηση και μεγάλο πλήθος συνδέσεων), η διαδικασία εύρεσης του ελάχιστου χρόνου διαδρομής μεταξύ όλων των υποψηφίων σημείων μπορεί να αποβεί σχετικά χρονοβόρα. Ο Moser, σε τέτοιες περιπτώσεις έχει προτείνει τη στοίβαξη των υποψηφίων σημείων σε ένα "σωρό" (heap) (Knuth, 1973). Με επιπλέον δαπάνη υπολογιστικής μνήμης,

ο αλγόριθμος ταξινόμησης σε "σωρό" ενισχύει πολύ την υπολογιστική ταχύτητα. Μια αντίστοιχη τροποποίηση του αλγορίθμου του Dijkstra που αναφέρεται από τους Klimeš and Kvasnička, (1994) δίνει ακόμα καλύτερα αποτελέσματα.

#### **1.3.4 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΕΣ - ΒΕΛΤΙΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΔΡΟΜΟΥ**

Διάφορες προσπάθειες που αφορούν στην βελτίωση και προσαρμογή της μεθόδου ελαχίστου δρόμου έχουν πραγματοποιηθεί κατά καιρούς και μεταξύ αυτών αναφέρουμε τις πλέον σημαντικές. Ο Weber (1995) αναζητώντας μεγαλύτερη ακρίβεια στους χρόνους διαδρομής με το μικρότερο δυνατό πλήθος συνδέσεων μεταξύ των κόμβων σε ένα μοντέλο, αφαιρεί κόμβους στις περιοχές με μικρή μεταβολή στην ταχύτητα, αποφεύγοντας έτσι τις άνευ λόγου τεθλασμένες διαδρομές της σεισμικής ακτίνας στις ως άνω περιοχές του μοντέλου με αποτέλεσμα τη μείωση του υπολογιστικού χρόνου κατά 70% και του πλήθους των συνδέσεων κατά 80%. Οι Fisher and Lees (1993) και ο Van Avendonk et al. (2001) προσαρτούν την τεχνική της κάμψης της σεισμικής ακτίνας σε αυτή του ελαχίστου δρόμου χρησιμοποιώντας τα 2/3 του πλήθους των αρχικών κόμβων και το 60% του υπολογιστικού χρόνου. Οι Klimeš and Kvasnička (1994) υπολογίζουν εκ των προτέρων το σχετικό σφάλμα στους χρόνους διαδρομής σε όλο το δίκτυο των κόμβων και στη συνέχεια το ελαττώνουν με την κατάλληλη επιλογή του μεγέθους του εμπρόσθιου αστεριού. Οι Parazachos and Nolet, (1997) επιλέγοντας την βέλτιστη χωρική κατανομή των κόμβων σε κελιά σταθερής βραδύτητας επιτυγχάνουν ελάττωση στον χρόνο υπολογισμού. Τέλος οι Cheng and House (1996) επεκτείνουν την μεθοδολογία των δισδιάστατων μοντέλων-δικτύων στις τρεις διαστάσεις, επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον στην ταχύτητα των υπολογισμών και τις απαιτήσεις σε μνήμη.

## **1.4 ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ**

Στο χωρίο αυτό γίνεται μια συνοπτική περιγραφή των τεχνικών προσομοίωσης που σήμερα θεωρούνται από την διεθνή βιβλιογραφία ως αποδεκτές για την ακρίβεια που παρέχουν στον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής και οι οποίες επελέγησαν για την συγκριτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων των συνθετικών δοκιμών που πραγματοποιήθηκαν για την αξιολόγηση της ρουτίνας ελαχίστου δρόμου που αναπτύχθηκε κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος.

Οι τεχνικές αυτές ανήκουν σε δύο διαφορετικές κατηγορίες αντιμετώπισης της επίλυσης του ευθέως προβλήματος.

Η πρώτη αναφέρεται στην τεχνική της κάμψης της σεισμικής ακτίνας γνωστή και ως τεχνική διαταραχής δύο σημείων (two point perturbation method – bending method), ενώ η δεύτερη βασίζεται στην επίλυση του κινηματικού μέρους της κυματικής εξίσωσης με προσέγγιση πεπερασμένων διαφορών (finite differences method), όπου πρώτα υπολογίζονται τα μέτωπα των σεισμικών κυμάτων και οι χρόνοι διαδρομής σε όλο το μοντέλο και στη συνέχεια οι σεισμικές ακτίνες με βάση το κυματικό πεδίο που έχει ήδη κατασκευασθεί.

### **1.4.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ (ΤΕΧΝΙΚΗ ΚΑΜΨΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ)**

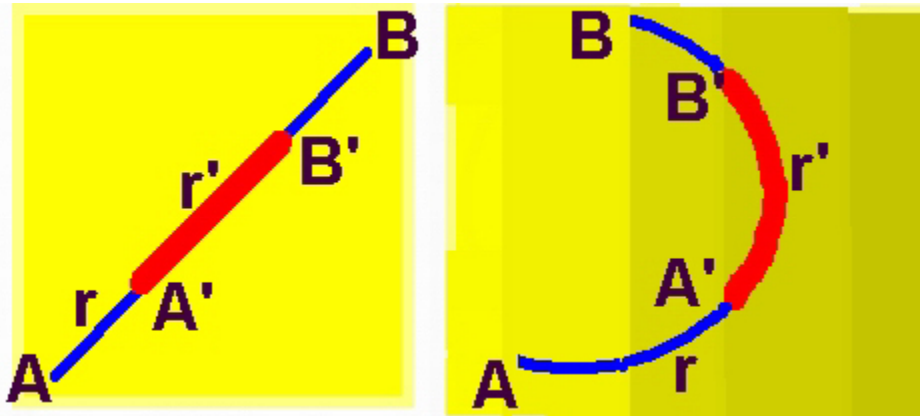
Η τεχνική της διαταραχής δύο σημείων της σεισμικής ακτίνας (Um and Thurber, 1987; Julian and Gubbins, 1977; Aki and Richards, 1980; Vesnaver, 1996) βασίζεται στην διαδοχική κάμψη της σεισμικής ακτίνας έτσι ώστε μετά από ένα πλήθος επαναλήψεων να ικανοποιείται η αρχή του Fermat. Η τεχνική και το αντίστοιχο λογισμικό που ανέπτυξε ο Vesnaver (1996) βασίζεται στην λογική θεώρηση ότι η αρχή του Fermat θα ισχύει και για οποιοδήποτε μεμονωμένο τμήμα της διαδρομής μιας σεισμικής ακτίνας  $r$ . Εάν λοιπόν επιλεγούν δύο σημεία  $A'$  και  $B'$  κατά μήκος της  $r$  (Σχήμα 1.13), η μεταξύ τους διαδρομή  $r'$  συμπίπτει με ένα μέρος της ακτίνας  $r$ . Αυτό μπορεί

εύκολα να αποδειχθεί με την ανάλυση του συνολικού χρόνου διαδρομής από το A στο B σε άθροισμα των επιμέρους χρόνων διαδρομής κατά μήκος των μερικών διαδρομών

$$t_{AB} = t_{AA'} + t_{A'B'} + t_{B'B} \quad (1.4)$$

Ο χρόνος διαδρομής (Εξίσωση 1.4) θα είναι ελάχιστος όταν και μόνο όταν όλοι οι όροι του αθροίσματος είναι ελάχιστοι.

Ολόκληρη η διαδρομή μπορεί να καταταμηθεί και να γίνουν οι υπολογισμοί για κάθε επιμέρους τμήμα, με εφαρμογή της αρχής του ελάχιστου χρόνου σε οποιαδήποτε κλίμακα. Όταν το πεδίο ταχύτητας αναπαρίσταται με κελιά σταθερών τιμών βραδύτητας οι ακτίνες είναι μια ακολουθία ευθύγραμμων τμημάτων των οποίων τα ακραία σημεία είναι στα όρια των κελιών. Η γωνία μεταξύ των παρακείμενων τμημάτων μπορεί γενικά να καθοριστεί από το νόμο του *Snell*, ο οποίος προκύπτει άμεσα από την αρχή *Fermat*.

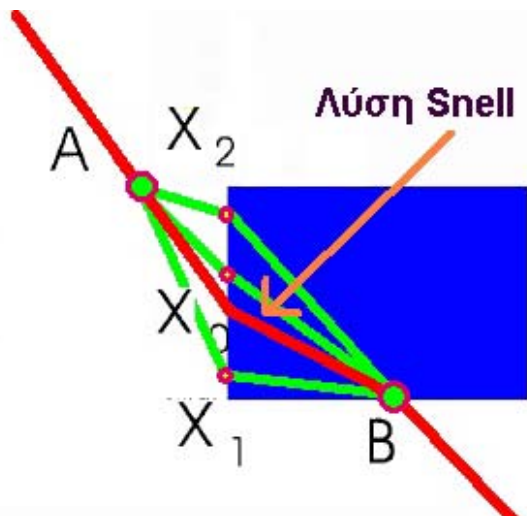


Σχήμα 1.13 Οποιαδήποτε διαδρομή μιας σεισμικής ακτίνας  $r$  από το σημείο A στο B μπορεί να καταταμηθεί με την παρεμβολή πρόσθετων σημείων κατά μήκος του  $r$  και τη λήψη μιας ακτίνας  $r'$  από το A' στο B'. Η σεισμική ταχύτητα μεταβάλλεται από χαμηλές τιμές (ανοικτό κίτρινο) σε υψηλές τιμές (σκούρο κίτρινο) (Βασισμένο σε Vesnaver, 1996).

Η διαδικασία χάραξης της διαδρομής των σεισμικών ακτίνων ξεκινά με την αρχική εικασία για την πορεία που ενώνει την πηγή με το δέκτη. Αυτή η

εικασία μπορεί να είναι κοντά ή αρκετά μακριά από την πραγματική λύση οπότε και η σύγκλιση σε μια αποδεκτή λύση θα είναι πιο αργή. Ωστόσο η τελική διαδρομή της σεισμικής ακτίνας δεν εξαρτάται σημαντικά από την αρχική εικασία (Vesnaver, 1996). Δύο παρακείμενα σημεία ενώνονται με ευθεία γραμμή εάν υποθεθεί μια σταθερή ταχύτητα σε κάθε κελί. Αυτό αποτελεί μια εφαρμογή της αρχής *Fermat* σε μικρότερη κλίμακα. Σε πεδίο σταθερής ταχύτητας μια ευθεία γραμμή είναι η πιο σύντομη απόσταση μεταξύ δύο σημείων.

Η διαδικασία για να μετατραπεί η αρχική εικασία της σεισμικής ακτίνας στην πραγματική διαδρομή ελάχιστου χρόνου προβλέπει την εφαρμογή της αρχής *Fermat* σε μια μεγαλύτερη κλίμακα με δύο παρακείμενα τμήματα ακτίνων, δηλαδή τρία διαδοχικά σημεία (Σχήμα 1.14). Εάν, σε μια διαδρομή τριών σημείων, τα A και B είναι το αρχικό και αντίστοιχα το τελικό σημείο, το κεντρικό σημείο  $X_0$  πρέπει να προσδιοριστεί έτσι ώστε ο χρόνος διαδρομής από το A στο B να είναι ο ελάχιστος.



Σχήμα 1.14. Τοπικές διαταραχές μιας ακτίνας από ένα σύνολο τριών σημείων. Ο νόμος του Snell είναι ένα χρήσιμο εργαλείο σε απλές περιπτώσεις. Η σεισμική ταχύτητα μεταβάλλεται από χαμηλές τιμές (λευκό χρώμα) σε υψηλές τιμές (μπλε χρώμα) (Βασισμένο σε Vesnaver, 1996).

Εάν το όριο των κελιών είναι μια ευθεία γραμμή (σχήμα 1.14), μια αναλυτική λύση βασισμένη στο νόμο Snell είναι η ταχύτερη μέθοδος ελέγχου για να

διαπιστωθεί εάν η θέση του  $X_0$  είναι η ορθή ή χρειάζεται ανάλογη μετακίνηση σε αντίθετη περίπτωση. Η μετακίνηση του σημείου  $X_0$  καθορίζεται συνήθως από τις τιμές της ταχύτητας των κελιών που γειτνιάζουν στο  $X_0$ . Έτσι βασιζόμενοι στην βαθμίδα του τοπικού πεδίου ταχύτητας ορίζουμε και την κατεύθυνση προς την οποία θα μετατοπισθεί το σημείο  $X_0$ .

Τα βήματα ελαχιστοποίησης πραγματοποιούνται για όλα τα σύνολα των τριών σημείων κατά μήκος της ακτίνας και επαναλαμβάνονται είτε μέχρι το άθροισμα των σημείων παραλλαγής της ακτίνας να φτάσει σε ένα προκαθορισμένο κατώτατο όριο ή, εναλλακτικά, ώσπου να φτάσει σε ένα οριακό πλήθος επαναλήψεων.

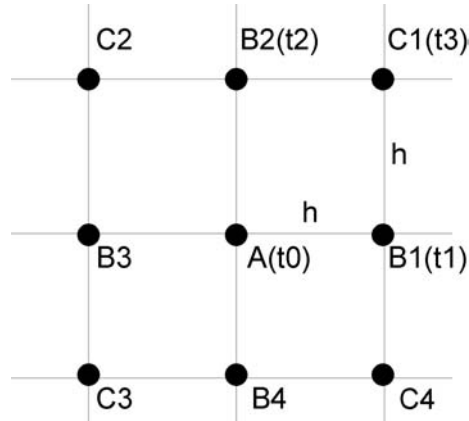
### **1.4.2 ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ**

Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών του Vidale, (1988) προκύπτει άμεσα από την εικονική εξίσωση (1.2) όπου στην περίπτωση δισδιάστατων μοντέλων ταχύτητας  $V(x,z)$  παίρνει την μορφή

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2 = s(x,z)^2 \quad (1.5)$$

όπου  $T$  ο χρόνος διαδρομής των σεισμικών κυμάτων και  $s$  η βραδύτητα (αντίστροφο της σεισμικής ταχύτητας). Η σχέση 1.5 εκφράζει το μέγεθος του ανύσματος της βραδύτητας  $s = \nabla T$ .

Σύμφωνα με την μέθοδο το πεδίο ταχύτητας (μοντέλο) διακριτοποιείται σε ένα κανονικό πλέγμα κόμβων (σχήμα 1.5) με ισοαπόσταση μεταξύ τους  $h$ .



Σχήμα. 1.15. Πλέγμα διακριτοποιημένου μέσου με την θέση της πηγής A και τους εγγύτερους της πηγής κόμβους του πλέγματος (Vidale, 1988).

Η σεισμική πηγή υποτίθεται ότι βρίσκεται στο κόμβο A του πλέγματος. Την πηγή περιβάλλουν τέσσερις άμεσα γειτονικοί κόμβοι (B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>4</sub>) και οι τέσσερις αμέσως επόμενοι κόμβοι (C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>, C<sub>4</sub>). Η διαδικασία χρονοδότησης ξεκινά με τη θεώρηση ότι ο χρόνος διαδρομής t<sub>0</sub> στον κόμβο A (θέση πηγής) είναι μηδέν. Οι χρόνοι διαδρομής στους τέσσερις άμεσα γειτονικούς κόμβους

B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub> και B<sub>4</sub> παρέχονται από την σχέση  $t_i = \frac{h}{\bar{s}}$  όπου  $\bar{s}$  η μέση βραδύτητα μεταξύ δύο άμεσα γειτονικών κόμβων του πλέγματος.

Στο τετράγωνο AB<sub>1</sub>C<sub>1</sub>B<sub>2</sub> έχουν χρονοδοτηθεί οι τρεις άμεσα γειτονικοί κόμβοι (A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>) και ζητείται ο χρόνος διαδρομής t<sub>3</sub> στον τέταρτο επόμενο κόμβο C<sub>1</sub>. Ο χρόνος t<sub>3</sub> προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης (1.5) εφαρμόζοντας τη μαθηματική μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών για την προσέγγιση των

μερικών παραγώγων  $\frac{\partial T}{\partial x}$  και  $\frac{\partial T}{\partial z}$  οι οποίες εκφράζονται ως

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{2h}(t_0 + t_2 - t_1 - t_3) \quad \text{και} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{2h}(t_0 + t_1 - t_2 - t_3) \quad \text{με αντικατάσταση}$$

των παραπάνω εκφράσεων στην εξίσωση (1.5) η οποία τελικά καταλήγει στη σχέση:

$$t_3 = t_0 + \sqrt{2h^2 s^2 - (t_2 - t_1)^2} \quad (1.6)$$

που παρέχει τον χρόνο διαδρομής στο κόμβο  $C_1$ .

Μόλις βρεθούν με αυτό τον τρόπο τα ελάχιστα των χρόνων διαδρομής, για τους οκτώ κόμβους της γειτονιάς της πηγής, επαναλαμβάνεται η διαδικασία μέχρι να χρονοδοτηθούν όλα τα σημεία στο πλέγμα.

Ο παραπάνω τύπος υποθέτει επίπεδα μέτωπα κύματος που σημαίνει ότι οι κόμβοι στους οποίους αναφέρονται οι παραπάνω υπολογισμοί βρίσκονται μακριά από τη σεισμική πηγή. Η διαδοχική εφαρμογή της εξίσωσης (1.6) είναι η καρδιά του αλγορίθμου του *Vidale*.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ II**

# **ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ**

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

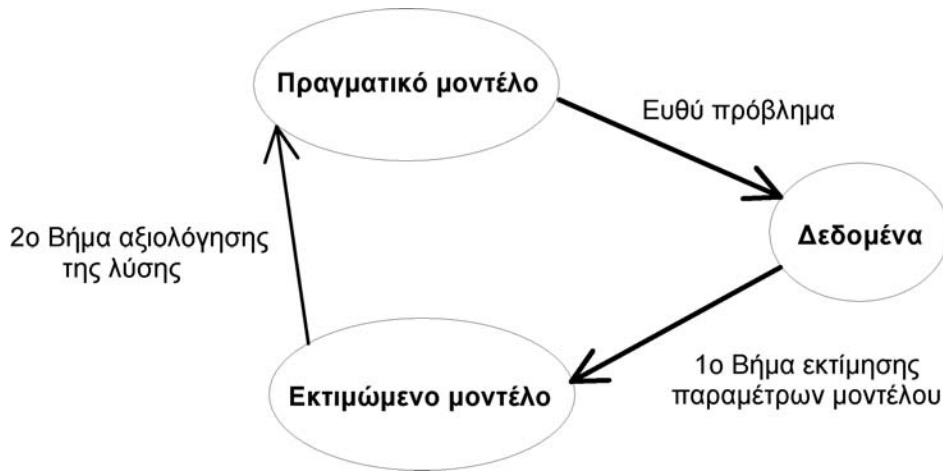
Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναπτύχθηκε η σεισμική θεωρία για την επίλυση του ευθέως προβλήματος. Σύμφωνα με την θεωρία αυτή και γνωρίζοντας τις παραμέτρους ενός μέσου υπολογίζουμε την απόκριση του, που στην περίπτωση της σεισμικής μεθόδου είναι οι χρόνοι διαδρομής των σεισμικών κυμάτων.

Στην γεωφυσική όπως και σε άλλες φυσικές επιστήμες συχνά καλούμαστε να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους που χαρακτηρίζουν το μέσο έχοντας ως δεδομένα μια σειρά από πειραματικές παρατηρήσεις – μετρήσεις. Το πρόβλημα αυτό που είναι γνωστό ως *αντίστροφο πρόβλημα* αναπτύσσεται στη συνέχεια. Ειδικότερα επιχειρείται μια συγκεκριμένη προσέγγιση στην θεωρία της αντιστροφής καθώς και μια σειρά από τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που προκύπτουν κατά τον καθορισμό του μοντέλου των σεισμικών ταχυτήτων. Τέλος γίνεται μια περιγραφή των μεθόδων που εφαρμόζονται για την εκτίμηση του σφάλματος και τον καθορισμό της αβεβαιότητας που χαρακτηρίζει το αναπαρασταθέν μέσο.

## 2.1 ΘΕΩΡΙΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Η επίλυση του ευθέως προβλήματος αφορά στον καθορισμό ενός συγκεκριμένου αποτελέσματος βάσει μιας αιτίας με χρήση ενός κατάλληλου φυσικού μοντέλου (Φυσική Αρχή). Τέτοιου είδους μαθηματικά προβλήματα είναι γενικά σταθερώς ορισμένα (well-posed) που σημαίνει ότι συνήθως έχουν μία συγκεκριμένη λύση η οποία είναι δυσμετάβλητη σε μικρές αλλαγές των παραμέτρων που καθορίζουν το μέσο.

Σε μία άλλη κατηγορία προβλημάτων η επίλυση τους αφορά στην προσπάθεια εύρεσης του φυσικού νόμου ή του φυσικού μοντέλου έχοντας ως δεδομένα την αιτία και το αποτέλεσμα. Τα προβλήματα αυτά είναι γνωστά ως αντίστροφα προβλήματα και χαρακτηρίζονται ως ασθενώς ορισμένα (ill posed), πράγμα που σημαίνει ότι η κατασκευή των λύσεων της κατανομής των φυσικών παραμέτρων σε ένα μοντέλο, οι οποίες ερμηνεύουν την παρατήρηση και υπακούουν δεδομένους φυσικούς περιορισμούς, δεν είναι σταθερές και απαραίτητως μοναδικές, αφού μικρές μεταβολές στα δεδομένα μπορούν να προκαλέσουν μεγάλες αλλαγές στη λύση. Για τον λόγο αυτό η θεωρία της αντιστροφής χωρίζεται σε δύο ενότητες (σχήμα 2.1) όπου η πρώτη περιγράφει την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου και η δεύτερη και ίσως πιο σημαντική την αξιολόγηση της λύσης (Snieder and Trampert, 1999).



Σχήμα 2.1 Το αντίστροφο πρόβλημα σαν συνδυασμός της εκτίμησης και της αξιολόγησης της λύσης (Βασισμένο σε Snieder and Trampert, 1999).

Η θεωρία της αντιστροφής έχει πληθώρα εφαρμογών στην γεωφυσική επιστήμη όπως ο καθορισμός της υπεδαφικής δομής από πειραματικές μετρήσεις, η αποσυνέλιξη των σεισμικών καταγραφών, ο υπολογισμός των σεισμικών υποκέντρων, ο καθορισμός της βέλτιστης δειγματοληψίας και άλλων παραμέτρων στα πλαίσια του προγραμματισμού των μετρήσεων πεδίου, ο υπολογισμός της υπεδαφικής κατανομής της θερμοκρασίας από μετρήσεις μέσα σε γεωτρήσεις κ.λ.π.

Γενικά οι μέθοδοι επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος μπορούν να καταταχθούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες: στη στατιστική ή πιθανολογική προσέγγιση (statistical or probabilistic approach) και στην αιτιοκρατική (ντετερμινιστική) προσέγγιση (deterministic approach). Ακολουθώντας την πρώτη προσέγγιση για την αντιμετώπιση του αντίστροφου προβλήματος, οι φυσικές προς καθορισμό παράμετροι, αλλά και τα δεδομένα αντιμετωπίζονται σαν τυχαίες μεταβλητές όπου προσπαθούμε να καθορίσουμε την κατανομή των πιθανοτήτων που χαρακτηρίζει την σχέση δεδομένων-παραμέτρων. Κατά την διαδικασία αυτή το αποτέλεσμα αφορά κυρίως στην στατιστική ανάλυση του σφάλματος της λύσης μέσα από δοκιμές και πιθανές απαντήσεις (Menke, 1989). Για την δειγματοληψία των πιθανοτήτων αυτών χρησιμοποιούνται

αριθμητικές τεχνικές με πιο γνωστή την μέθοδο Monte Carlo ενώ άλλες προσεγγίσεις είναι τα σχήματα Markov Chain, γενετικοί αλγόριθμοι κ.α.. Αναλυτική περιγραφή της παραπάνω φιλοσοφίας στην αντιστροφή περιγράφεται από τους Tarantola (1987), Debski (1997), Mosegaard and Tarantola (2002), Robert and Cassela (1999).

Κατά την αιτιοκρατική προσέγγιση αποφεύγουμε την θεωρία των πιθανοτήτων και αναζητούμε εκτιμήσεις των φυσικών παραμέτρων ενός μοντέλου από μια σειρά δεδομένων με την χρήση συνήθως αλγεβρικών μεθόδων. Η ανάπτυξη της ρουτίνας επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος που αποτελεί το κύριο τμήμα του λογισμικού πακέτου που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, βασίσθηκε στην αιτιοκρατική προσέγγιση και για αυτό τον λόγο αναλύεται εκτενέστερα στη συνέχεια.

Τα είδη των φυσικών παραμέτρων ενός μοντέλου όπως αυτές αντιμετωπίζονται στην θεωρία αντιστροφής μπορούν να διαφέρουν από διακριτές αριθμητικές ποσότητες μέχρι συνεχείς συναρτήσεις ενός ή περισσότερων μεταβλητών. Η θεωρία με βάση την οποία οι παράμετροι ενός προβλήματος έχουν την μορφή διακριτών αριθμητικών ποσοτήτων ονομάζεται Διακριτή Θεωρία Αντίστροφης (Discrete Inverse Theory). Η παραμετροποίηση ενός μέσου με συγκεκριμένο πλήθος παραμέτρων αποτελεί την πιο κοινή προσέγγιση του αντίστροφου προβλήματος καθώς η χρήση συνεχών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών οδηγεί σε μοντέλα με θεωρητικά άπειρους βαθμούς ελευθερίας. Κατά την διεξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων η ποσότητα των δεδομένων που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό ενός μοντέλου είναι στις περισσότερες περιπτώσεις πεπερασμένη. Έτσι τα δεδομένα δεν μπορούν να παρέχουν τις απαραίτητες πληροφορίες για τον καθορισμό επαρκώς ενός μέσου που περιγράφεται από συνεχείς συναρτήσεις, (Backus and Gilbert 1967,1968 και Parker 1994).

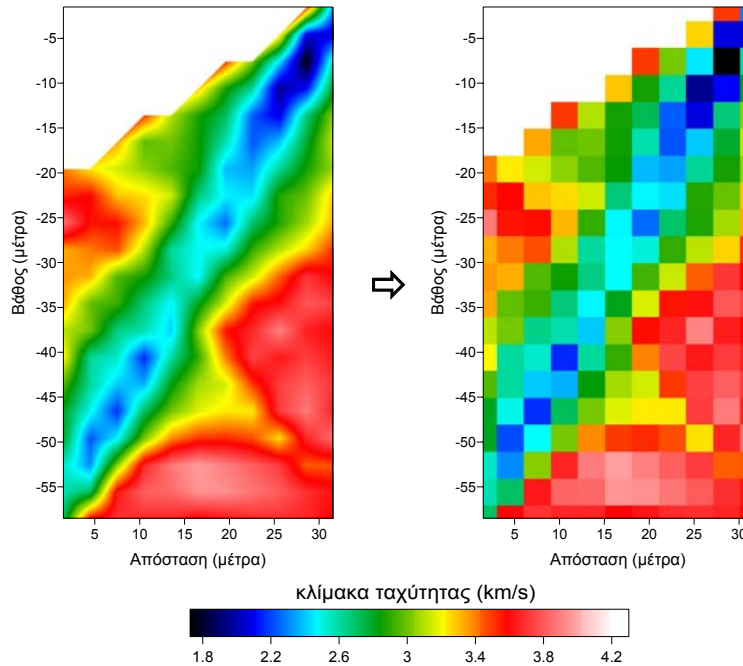
Η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στο πλήθος των παραμέτρων ενός μοντέλου και στο πλήθος των δεδομένων που χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό του είναι πολύ σημαντική, καθώς καθορίζει την μοναδικότητα της λύσης του αντίστροφου προβλήματος. Έτσι όταν ένα μοντέλο χαρακτηρίζεται με λιγότερες

παραμέτρους από το πλήθος των πειραματικών μετρήσεων το πρόβλημα ονομάζεται υπερ-καθορισμένο (over determined) ενώ στην αντίθετη περίπτωση υπο-καθορισμένο (under determined) (Meju, 1994). Στην τελευταία αυτή περίπτωση υπάρχουν θεωρητικά άπειρες κατανομές παραμέτρων που ικανοποιούν τον φυσικό νόμο μεταξύ των δεδομένων και των παραμέτρων και η αντιστροφή αναζητά τρόπους για τον καθορισμό του βέλτιστου μοντέλου με βάση κάποια κριτήρια. Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι ακόμα και αν το πλήθος των πειραματικών μετρήσεων είναι αρκετά μεγαλύτερο από το πλήθος των παραμέτρων, στις περισσότερες των περιπτώσεων, το πρόβλημα εξακολουθεί να είναι υπο-καθορισμένο. Αυτό συμβαίνει όταν τα δεδομένα είναι γραμμικώς εξαρτημένα μεταξύ τους, περιορίζοντας έτσι τον όγκο των πληροφοριών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Το πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση ονομάζεται υπερ-υπο-καθορισμένο (over-under-determined) και είναι η συνηθέστερη μορφή που συναντάται στην γεωφυσική αντιστροφή.

Το αντικείμενο της παρούσας διατριβής εστιάζεται στην διδιάστατη αντιστροφή (τομογραφία) των χρόνων διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων με σκοπό την ανακατασκευή των μοντέλων σεισμικής ταχύτητας που ικανοποιούν τα πειραματικά δεδομένα. Στη συνέχεια περιγράφεται το διακριτό αντίστροφο πρόβλημα αλλά και οι τεχνικές που ακολουθήθηκαν για την αντιμετώπιση της αστάθειας στην λύση.

## **2.2 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ**

Η διαδικασία της αντιστροφής των χρόνων διαδρομής ξεκινά με την κατασκευή ενός υποθετικού μοντέλου ταχυτήτων και τον κατακερματισμό του σε ένα πλήθος μεταβλητών που αναπαριστούν τις παραμέτρους του προβλήματος. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται παραμετροποίηση (parameterization) του μέσου. Ο κατακερματισμός (παραμετροποίηση) του μέσου υλοποιείται με την βοήθεια διδιάστατων κελιών σταθερής ταχύτητας σε κανονικό ή μη δίκτυο (σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2 Η διαδικασία παραμετροποίησης με την μετατροπή ενός συνεχούς μοντέλου σεισμικών ταχυτήτων (αριστερά) σε διακριτό μέσο (δεξιά).

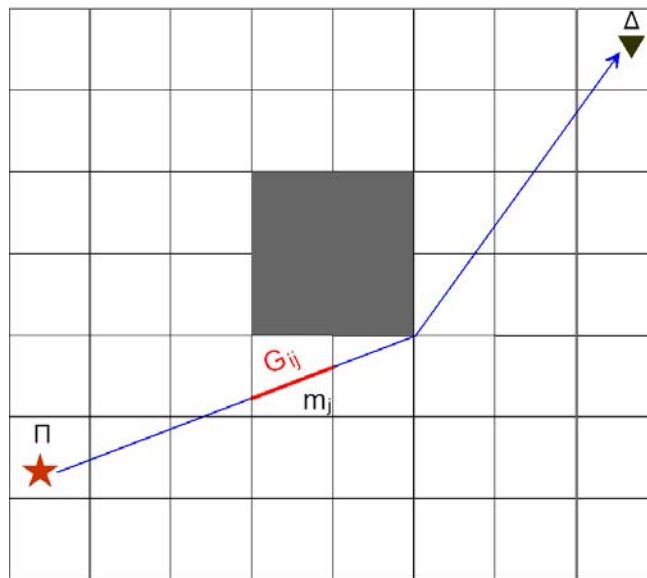
Άλλοι τρόποι παραμετροποίησης είναι η χρήση κόμβων καθώς και πολυγώνων ή τριγώνων. Η παραμετροποίηση είναι διαδικασία που συνήθως διενεργείται άπαξ, και πριν την διαδικασία της αντιστροφής, πολλές φορές όμως συμβαίνει και αναπροσαρμογή κατά την επαναληπτική διαδικασία της αντιστροφής (Bohm and Vesnaver, 1999; Michelena and Harris, 1991; Vesnaver, 1996; Weber, 2001). Κατά την επίλυση του αντιστροφικού προβλήματος στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, η παραμετροποίηση του μέσου υλοποιήθηκε με την επιλογή ορθογωνίων κελιών καθώς α) ο ίδιος τρόπος παραμετροποίησης χρησιμοποιείται και κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος. Επιπροσθέτως η χρήση άλλων τρόπων παραμετροποίησης, όπως των κόμβων, οδηγεί την εφαρμογή διαφόρων συναρτήσεων παρεμβολής, με συνέπεια την επέμβαση στις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου. Κάνοντας χρήση ορθογωνίων κελιών δεν υποθέτουμε τίποτα για το μέσο και οποιαδήποτε δομή μπορεί να περιγραφεί με τόση ακρίβεια όσο και ο αριθμός των κελιών ενός μοντέλου.

### 2.3 ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Με βάση την παραμετροποίηση με κελιά σταθερής βραδύτητας (σχήμα 2.3) ο χρόνος διαδρομής μιας σεισμικής ακτίνας  $i$  μπορεί να προσεγγισθεί σε διακριτή μορφή ως

$$d_i = \sum_{j=1}^p G_{ij} m_j \quad (2.1)$$

όπου  $d_i$  ο χρόνος διαδρομής της ακτίνας  $i$ ,  $m_j$  η τιμή της βραδύτητας στο κελί  $j$  και  $G_{ij}$  το μήκος της ακτίνας  $i$  στο κελί  $j$ . Στην παραπάνω σχέση η άθροιση πραγματοποιείται για τα κελιά 1 έως  $p$  τα οποία και διέσχισε η σεισμική ακτίνα.



Σχήμα 2.3 Παραμετροποίηση ενός μέσου με την χρήση κελιών σταθερής βραδύτητας  $m$ . Το πεδίο ταχύτητας στην προκειμένη περίπτωση παρουσιάζει μία αρνητική μεταβολή (μαύρο χρώμα) στο κέντρο του μοντέλου, ενώ έχει χαραχθεί μία σεισμική ακτίνα από την πηγή  $\Pi$  σε ένα δέκτη  $\Delta$ .

Η σχέση (2.1) με την βοήθεια αριθμητικών πινάκων παίρνει την μορφή

$$d = Gm \quad (2.2)$$

Το άνυσμα  $d$  περιέχει τους χρόνους διαδρομής για ένα σύνολο ακτίνων, ο πίνακας  $G$  τα επιμέρους μήκη κάθε ακτίνας σε κάθε ένα από τα κελιά και το άνυσμα  $m$  τις τιμές της σεισμικής βραδύτητας σε κάθε κελί. Η σχέση (2.2) αφορά τις θεωρητικές αποκρίσεις  $d$  (χρόνους διαδρομής σεισμικών ακτίνων) για το συγκεκριμένο μοντέλο  $m$ . Ο πίνακας  $G$  με τις συντεταγμένες των σεισμικών ακτίνων είναι συνάρτηση τόσο των χαρακτηριστικών του πειράματος (γεωμετρία πηγών-φωρατών) όσο και των μεταβλητών (ταχύτητες) του παραμετροποιημένου μέσου, καθώς λόγω της μη γραμμικότητας του προβλήματος η χάραξη της σεισμικής ακτίνας εξαρτάται από το πεδίο ταχύτητας. Η σχέση (2.2) έχει μη γραμμική συμπεριφορά καθώς οι τιμές του  $d$  εξαρτώνται από το  $m$  και το  $G$  (που είναι συνάρτηση του  $m$ ) και μπορεί να γραφεί

$$d_A = f(m_A) \quad (2.3)$$

όπου  $d_A$  είναι οι χρόνοι διαδρομής για ένα συγκεκριμένο μοντέλο  $m_A$ .

Το μη γραμμικό αυτό πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπισθεί αν δεχτούμε για την  $f(m)$  ότι για μικρές διαταραχές στις τιμές του μοντέλου  $m_A$  η  $f(m)$  μπορεί να εκφρασθεί με την χρήση των σειρών Taylor όπου αγνοώντας τους μεγαλύτερους από τον πρώτο όρους μπορεί να γραφεί ως:

$$f(m) - f(m_A) = \left[ \sum_{j=1}^p \frac{\partial f_i(m_A)}{\partial m_j} \Big|_{m=m_A} \Delta m \right] \quad (2.4)$$

Η προσέγγιση που έγινε (αποκοπή υπολοίπων όρων) υποθέτει ότι οι διαταραχές  $\Delta m$  είναι πολύ μικρές.

Στην παραπάνω σχέση (2.4) η ποσότητα του πρώτου μέλους εκφράζει την διαφορά στους χρόνους διαδρομής μεταξύ ενός μοντέλου  $m_A$  και ενός μοντέλου  $m$ . Ο πρώτος όρος του δεύτερου μέλους της ισότητας (άθροισμα) αναπαριστά τις μερικές παραγώγους της συνάρτησης  $f$  (ο φυσικός νόμος που περιγράφει το σύστημα) ως προς τις παραμέτρους  $m_j$  του μοντέλου και  $\Delta m$  είναι η διαταραχή στις τιμές του μοντέλου. Ο όρος των μερικών παραγώγων της συνάρτησης  $f$  δεν



είναι τίποτα άλλο από τα μήκη κάθε μιας από τις  $i$  ακτίνες σε κάθε ένα από τα  $j$  κελιά.

Η σχέση (2.4) μπορεί να γραφεί με την μορφή πινάκων οπότε και έχουμε

$$\Delta d = G\Delta m \quad (2.5)$$

Ο πίνακας  $G$  ονομάζεται Ιακωβιανός πίνακας (Jacobian matrix), τομογραφικός πίνακας ή πίνακας ευαισθησίας.

Η διαδικασία αυτή της μετατροπής του συναρτησιοειδούς της σχέσης (2.3) στην μορφή της σχέσης (2.5) ονομάζεται γραμμικοποίηση (linearization) του μη γραμμικού προβλήματος και μας επιτρέπει να αντιμετωπίσουμε τα μη γραμμικά αντίστροφα προβλήματα με την βοήθεια της γραμμικής άλγεβρας.

Η γραμμικοποίηση είναι η πιο ευρέως εφαρμοζόμενη μέθοδος για την αντιμετώπιση των μη γραμμικών αντίστροφων προβλημάτων (Gubbins, 2001). Η εξίσωση (2.5) θεωρείται ο πυρήνας του αντίστροφου προβλήματος καθώς σχετίζει με γραμμική σχέση την μεταβολή  $\Delta m$  που πρέπει να υποστεί ένα αρχικό μοντέλο  $m_A$ , με την μεταβολή που υφίστανται οι χρόνοι διαδρομής των σεισμικών ακτίνων στα μοντέλα  $m_A$  και  $m_A + \Delta m$ .

Ξεκινώντας λοιπόν από ένα αρχικό μοντέλο  $m_A$  υπολογίζουμε το σφάλμα στα δεδομένα μας και στη συνέχεια αναζητούμε τις διορθώσεις στις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου που ελαχιστοποιούν το σφάλμα στα δεδομένα. Το νέο μοντέλο χρησιμοποιείται σαν αρχικό και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου να βρεθεί ένα μοντέλο που ικανοποιεί ένα κριτήριο σύγκλισης. Αν ορίσουμε σαν  $e$  το σφάλμα στα δεδομένα ανάμεσα στο αρχικό και το βελτιωμένο μοντέλο τότε καλούμαστε να ελαχιστοποιήσουμε το σφάλμα αυτό με βάση κάποιο κριτήριο. Η πιο κοινή προσέγγιση σε τέτοιες περιπτώσεις είναι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (least square solution) όπου προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα των τετραγώνων της διαφοράς ανάμεσα σε δύο ποσότητες. Στην περίπτωση αυτή αναζητούμε την ελαχιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης (objective function)  $\varphi$  της μορφής

$$\phi = e^T e \quad (2.6)$$

από την οποία και λαμβάνουμε το άνυσμα της διόρθωσης στις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου

$$\Delta m = (G^T G)^{-1} G^T \Delta d \quad (2.7)$$

Μια λύση ελαχίστων τετραγώνων του παραπάνω προβλήματος μπορεί να εξαχθεί με την χρήση της μεθόδου ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών [Singular Value Decomposition method, SVD (Golub and Reinch, 1970)] γνωστή και σαν ψεύδο-φασματική ανάλυση πινάκων.

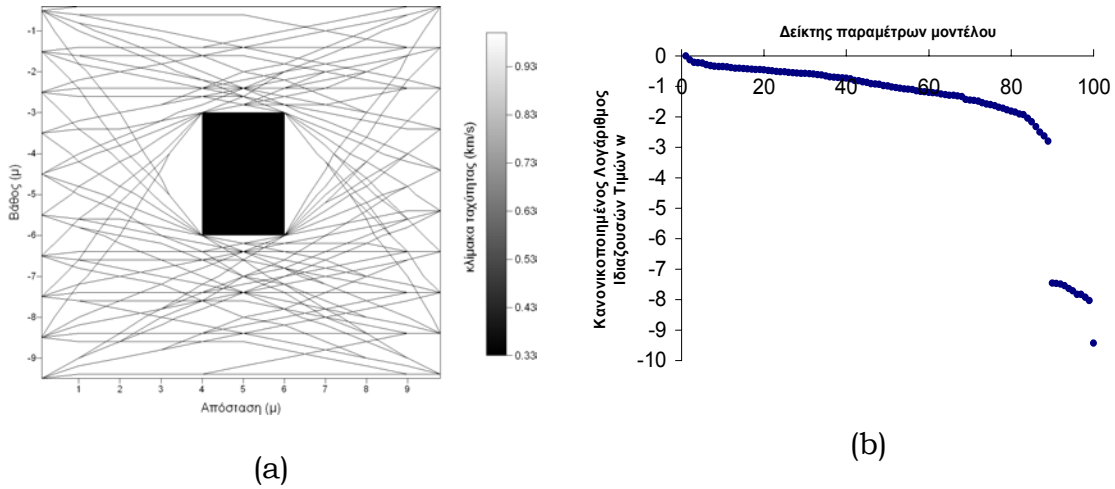
Ο Ιακωβιανός πίνακας  $G$  μπορεί να αποσυντεθεί σαν το γινόμενο τριών άλλων πινάκων:

$$G = U\Lambda V^t$$

όπου για  $n$  πλήθος δεδομένων και  $p$  παραμέτρους,  $U_{(n \times p)}$  και  $V_{(p \times p)}$  είναι αντίστοιχα οι ορθογώνιοι πίνακες που περιέχουν τα ιδιοανύσματα του χώρου των δεδομένων και παραμέτρων, και  $\Lambda$  ένας  $p \times p$  διαγώνιος πίνακας που περιέχει το πολύ  $r \leq p$  ιδιάζουσες τιμές  $w$  (σχήμα 2.4b).

Η λύση του διορθωτικού ανύσματος των παραμέτρων παρέχεται από την σχέση

$$\Delta m = V\Lambda^{-1}U^t \Delta d \quad (2.8)$$



Σχήμα 2.4. Μοντέλο ταχυτήτων και σεισμικές ακτίνες (a) για διάταξη πειράματος μεταξύ γεωτρήσεων (cross-hole). Οι ιδιάζουσες τιμές του τομογραφικού προβλήματος (b).

Το γινόμενο  $V\Lambda^{-1}U^t$  που αφορά μη μηδενικές ιδιάζουσες τιμές ονομάζεται γενικευμένος αντίστροφος (generalized inverse) ή ψευδοαντίστροφος Moore Penrose καθώς ικανοποιεί τις απαιτούμενες ιδιότητες, όπως αυτές περιγράφονται από τους Moore (1920) και Penrose (1955).

Όταν η παραμετροποίηση αφορά μοντέλα δύο διαστάσεων (σχήμα 2.4a) και τα δεδομένα αποτελούνται από τους χρόνους διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων, η διαδικασία της αντιστροφής είναι γνωστή και σαν σεισμική τομογραφία πρώτων αφίξεων.

Η σχέση (2.6) συχνά χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση του σφάλματος σαν μια συνάρτηση με μεταβλητές τις παραμέτρους του μοντέλου, η οποία στη περίπτωση του μη γραμμικού προβλήματος μπορεί να απεικονισθεί γραφικά σαν μια πολύπλοκη επιφάνεια στην οποία αναζητούμε το ελάχιστο. Αν το πρόβλημα είναι ασθενώς ορισμένο τότε ενδέχεται να υπάρχουν περισσότερα του ενός ελάχιστα (τοπικά ελάχιστα-local minimum), από τα οποία αναζητούμε το βέλτιστο (Lesur, 2001).

Η λύση  $\Delta m$  προστίθεται στο αρχικό μοντέλο και η διαδικασία που είναι γνωστή και σαν μέθοδος Gauss-Newton επαναλαμβάνεται με επανυπολογισμό του Ιακωβιανού πίνακα σε κάθε επανάληψη.

Η ακρίβεια κατά την διεξαγωγή των πειραματικών μετρήσεων και τα σφάλματα από την επεξεργασία των σεισμικών καταγραφών αλλά και οι προσεγγίσεις που έγιναν από την παραμετροποίηση του μέσου και κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος για τον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής, καθιστούν το πρόβλημα ασθενώς ορισμένο. Αυτό σημαίνει δυσκολίες κατά την διαδικασία ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, καθώς μικρές τιμές σφάλματος στα δεδομένα μπορούν να οδηγήσουν σε μεγάλα ποσοστά σφάλματος κατά την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος. Άμεση συνέπεια της αστάθειας του προβλήματος είναι οι πολύ μικρές ιδιάζουσες τιμές του Ιακωβιανού πίνακα κατά την αποσύνθεση του και τα προβλήματα που προκαλούν κατά την αντιστροφή του  $\Lambda$ . Για τον λόγο αυτό μια σειρά από υποθέσεις και περιορισμοί πρέπει να εισαχθούν εκ των προτέρων στο αντίστροφο πρόβλημα με σκοπό την σταθεροποίηση του. Οι τεχνικές που εφαρμόστηκαν για την σταθεροποίηση-κανονικοποίηση του αντίστροφου προβλήματος και οι επιπτώσεις τους στα αποτελέσματα της αντιστροφής περιγράφονται στη συνέχεια.

## **2.4 ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗ (REGULARIZATION)**

Αρκετά αντίστροφα προβλήματα όπως και αυτό της σεισμικής τομογραφίας είναι ασθενώς ορισμένα και γι αυτό τον λόγο το πρόβλημα πρέπει να τροποποιηθεί με σκοπό να αποκτήσουμε μια σταθερή λύση.

Η φιλοσοφία θεμελίωσης της τεχνικής της κανονικοποίησης (Regularization) είναι η μετατροπή του ασθενώς ορισμένου προβλήματος σε ένα άλλο ισοδύναμο πρόβλημα καθορισμένο με περισσότερη σαφήνεια, που παρέχει έως ένα βαθμό κάποιον έλεγχο στην λύση. Κατά την διαδικασία της

κανονικοποίησης μπορούμε να εισάγουμε εκ των προτέρων κάποιους περιορισμούς (constraints) που αφορούν είτε στις παραμέτρους του προβλήματος (a-priori information) είτε στην ίδια την διαδικασία της αντιστροφής. Με αυτό τον τρόπο, βέβαια, επεμβαίνουμε σε κάποιο βαθμό στο τελικό αποτέλεσμα και για αυτό τον λόγο η κανονικοποίηση είναι γνωστή και σαν μία μέθοδος βεβιασμένης λύσης (biased estimation technique Meju, 1994). Η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση δεν αποτελείται πλέον μόνο από τον όρο του σφάλματος των δεδομένων αλλά προσαυξάνεται με όρους που βασίζονται στην κάθε μία από τις φιλοσοφίες των τεχνικών κανονικοποίησης.

#### **2.4.1 ΑΠΟΣΒΕΣΗ (DAMPING)**

Η τεχνική της απόσβεσης (damping) εισήχθη από τον Levenberg (1944) με σκοπό τον έλεγχο της λύσης στην περίπτωση που ο πίνακας  $G^T G$  είναι σχεδόν ιδιάζων (nearly singular) και δεν έχει ψεύδο-αντίστροφο. Το πρόβλημα της σεισμικής τομογραφίας όπως αναφέρθηκε και παραπάνω είναι γενικώς υπεριο-καθορισμένο και η χρήση της ανάλυσης ιδιαιζουσών τιμών δίνει την δυνατότητα κατά την φασματική ανάλυση των πινάκων να γίνει ένας διαχωρισμός του προβλήματος ανάλογα με την φύση του.

Η μεθοδολογία της τεχνικής αυτής βασίζεται στην προσθήκη θετικών όρων στην κύρια διαγώνιο του πίνακα  $G^T G$  της σχέσης (2.7) με σκοπό την σταθεροποίηση του συστήματος κατά την διαδικασία της αντιστροφής. Οι θετικοί όροι συνήθως έχουν μία συγκεκριμένη τιμή που ονομάζεται παράγοντας απόσβεσης (damping factor) και η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί γενικότερα για ήπια μη γραμμικά προβλήματα ελαχίστων τετραγώνων (Aster et al., 2003).

Η τεχνική της απόσβεσης χρησιμοποιήθηκε αργότερα από τον Marquardt (1963) και είναι γνωστή σαν Μέθοδος Αποσβεσμένων Ελαχίστων Τετραγώνων “Damped Least Squares (DLS)”, “Ridge regression”, (Inman, 1975) ή μέθοδος

“Marquardt-Levenberg” (L-M method). Η λύση για την τιμή του διορθωτικού ανύσματος των παραμέτρων δίδεται τώρα από την σχέση

$$\Delta m = [G^T G + \lambda I]^{-1} G^T \Delta d \quad (2.9)$$

όπου  $I$  ο μοναδιαίος πίνακας. Με χρήση της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών λαμβάνουμε:

$$\Delta m = V \tilde{\Lambda}^{-1} U^T \Delta d \quad (2.10)$$

Ο πίνακας  $\tilde{\Lambda}^{-1}$  είναι η τροποποιημένη εκδοχή του αρχικού πίνακα  $\Lambda^{-1}$  (σχέση 2.8) καθώς έχει υποστεί απόσβεση. Αυτό πραγματοποιείται με την αντικατάσταση των διαγώνιων στοιχείων του  $\Lambda^{-1}$  με :

$$\frac{1}{w} = \frac{w}{w^2 + \lambda} \quad (2.11)$$

Η λύση αποκαλείται και υβριδικό σχήμα (Meju, 1994) καθώς συνδυάζει την μέθοδο Gauss-Newton με την μέθοδο συζυγούς βαθμίδας (conjugate gradient method Scales, 1987).

Μία συχνή προσέγγιση για τον καθορισμό των τιμών του παράγοντα απόσβεσης είναι η διαδικασία δοκιμής και σφάλματος. Επίσης συχνά ανατίθεται μία μεγάλη αρχική τιμή στο  $\lambda$  η οποία ελαττώνεται σταδιακά κατά την διάρκεια των επαναλήψεων της αντιστροφής (Meju, 1992). Οι Bernadini and Cardarelli (1997) εισήγαγαν την ιδέα της χρήσης διαφορετικών τιμών απόσβεσης ανάλογα με την κατανομή του πεδίου ταχυτήτων ενώ ο Meju (1992) την καθορίζει, μέσω μιας εσωτερικής διαδικασίας σε κάθε επανάληψη, 10 τιμές για τον παράγοντα απόσβεσης από τους οποίους λαμβάνει τον βέλτιστο με βάση τις ιδιαζουσες τιμές. Μια άλλη προσέγγιση με βάση την οποία ο βέλτιστος παράγοντας απόσβεσης καθορίζεται από τα ποσοστά θορύβου στα δεδομένα έχει προταθεί από τον Roy (1999).

### 2.4.2 ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ (SMOOTHING)

Οι Constable et. al., (1987) αναφέρουν ότι στις αρχές του δέκατου τέταρτου αιώνα ο William of Ockham έγραψε ότι «οι οντότητες δεν πρέπει να μεγεθύνονται πέραν του αναγκαίου». Η φράση αυτή, που έχει γίνει γνωστή ως ξυρός του Occam (Occam's razor) έχει καταστεί μια θεμελιώδης αρχή της σύγχρονης επιστήμης σύμφωνα με την οποία οι υποθέσεις δεν πρέπει να είναι απαραίτητα περίπλοκες ούτε απαραίτητα πολυάριθμες.

Η παραπάνω αρχή έχει εφαρμοστεί και στην περίπτωση της σεισμικής αντιστροφής (και γενικότερα της αντιστροφής) προκειμένου να προτιμηθούν τα ομαλότερα έναντι των περισσότερο πολύπλοκων μοντέλων. Το βασικό κίνητρο για την προτίμηση των ομαλών μοντέλων είναι η αποφυγή της παραπλάνησης από κάποια (πολλές φορές ελκυστικά) πιθανά χαρακτηριστικά γνωρίσματα, τα οποία φέρεται να έχει το τελικό μοντέλο αλλά δεν έχουν σημαντική συμβολή στην προσαρμογή της θεωρητικής με την πειραματική του απόκριση.

Η βασική ιδέα της μεθόδου εξομάλυνσης (smoothing) είναι η διατήρηση μιας συγκεκριμένης μορφής όσον αφορά στις δομές στην τελική λύση με την ανάπτυξη των κατάλληλων εξισώσεων και περιορισμών. Η ελαχιστοποίηση του σφάλματος των δεδομένων τώρα αντισταθμίζεται με την εύρεση ενός ήπιου μοντέλου, όπως αυτό καθορίζεται από τους περιορισμούς που εισάγουμε. Η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση (2.6) παίρνει τώρα την μορφή:

$$\phi = e^T e + \beta^2 \Delta m^T D^T D \Delta m \quad (2.12)$$

όπου  $\beta$  μια ελεύθερη παράμετρος και  $D$  είναι ένας πίνακας ο οποίος εξομαλύνει τις παραμέτρους του μοντέλου και μπορεί να πάρει την μορφή φίλτρων διαφόρων τάξεων όπως

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Η εξομαλυσμένη λύση ελαχίστων τετραγώνων δίνεται από την

$$\Delta m = [G^{*t} G^*]^{-1} G^{*t} \Delta d^* \quad (2.13)$$

Αυτού του είδους η αποκατάσταση είναι γνωστή και ως αντιστροφή με χρήση εκ των προτέρων πληροφορίας (a-priori information inversion) η αντιστροφή Occam (Constable et. al., 1987).

Στην πράξη η αποκατάσταση πραγματοποιείται με την τροποποίηση του Ιακωβιανού πίνακα προσαυξάνοντας αυτόν με τον πίνακα εξομάλυνσης πολλαπλασιασμένο με την παράμετρο  $\beta$  που δρα σαν παράγοντας βάρους του φίλτρου

$$G^* = \begin{bmatrix} G \\ \beta D \end{bmatrix}$$

ενώ ταυτόχρονα τροποποιούμε το άνυσμα  $\Delta d$  σε  $\Delta d^*$  προσθέτοντας του τόσα μηδενικά όσα και οι περιοριστικές εξισώσεις, ώστε οι γραμμές του πίνακα  $G^*$  να είναι ίσες με αυτές του  $\Delta d^*$ . Το άνυσμα με τις διορθώσεις στις παραμέτρους του μοντέλου  $\Delta m$  λαμβάνεται ξανά με την χρήση της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών. Η τεχνική της εξομάλυνσης με την μορφή χωρικών φίλτρων διαφόρων τάξεων είναι σημαντική όχι μόνο στην φάση σταθεροποίησης του προβλήματος αλλά και κατά το στάδιο της προσομοίωσης καθώς οι γεωμετρικές ακτίνες και η ακτινική θεωρία γενικότερα είναι από την φύση της πιο αποτελεσματική σε μοντέλα με ήπιες μεταβολές στην σεισμική ταχύτητα. Επίσης ομαλές μεταβολές στην χωρική κατανομή της ταχύτητας είναι λιγότερο πιθανό να οδηγήσουν σε εσφαλμένες ερμηνείες των αποτελεσμάτων κατά το στάδιο της αξιολόγησης των τελικών λύσεων (deGroot-Hedlin and Constable, 1990).



### 2.4.3 ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑ ΤΙΚΗΟΝΟΝ

Στην κανονικοποίηση κατά Τικχονοφ αναζητούμε την λύση με το ελάχιστο μέγεθος στις τιμές του ανύσματος των διορθώσεων ανάμεσα σε όλες τις λύσεις που ανταποκρίνονται το ίδιο στα δεδομένα (Τικχονοφ, 1963; Τικχονοφ and Glasko, 1965, 1975 και Τικχονοφ and Arsenin, 1977). Κατά την επιλογή αυτή το πρόβλημα ανάγεται στην ελαχιστοποίηση της συνάρτησης

$$\phi = e^T e + a^2 \Delta m^T \Delta m \quad (2.14)$$

όπου η παράμετρος  $a$  ονομάζεται παράγοντας Τικχονοφ και αντισταθμίζει τους δύο όρους της εξίσωσης (2.14) κατά την διαδικασία της ελαχιστοποίησης. Η λύση ελαχίστων τετραγώνων γίνεται

$$\Delta m = [G^T G + a^2 I]^{-1} G^T \Delta d \quad (2.15)$$

Η εφαρμογή της ανάλυσης ιδιοζουσών τιμών στην (2.15) δίνει την ακόλουθη σχέση για τις τιμές διορθώσεως των παραμέτρων

$$\Delta m = V \tilde{\Lambda}^{-1} U^T \Delta d \quad (2.16)$$

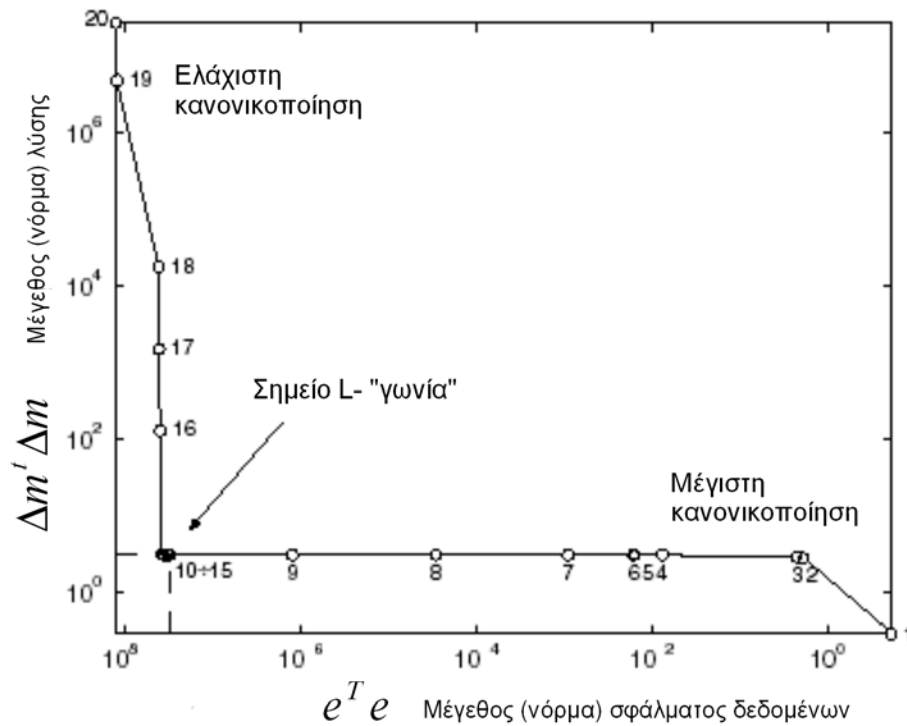
Ο πίνακας  $\tilde{\Lambda}^{-1}$  στη σχέση (2.16) είναι η τροποποιημένη εκδοχή του αρχικού πίνακα  $\Lambda^{-1}$  όπως και στην περίπτωση της απόσβεσης. Τα διαγώνια στοιχεία του  $\Lambda^{-1}$  έχουν αντικατασταθεί τώρα με :

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w} \left( \frac{w^2}{w^2 + a^2} \right) \quad (2.17)$$

Για μικρές τιμές του παράγοντα  $a$  σε σχέση με τις ιδιάζουσες τιμές  $w$ , ο όρος στην παρένθεση της σχέσης (2.17) πλησιάζει την τιμή 1 ενώ στην αντίθετη περίπτωση, όπου  $a \gg w$ , ο όρος αυτός πλησιάζει την τιμή μηδέν. Για ενδιάμεσες τιμές του παράγοντα Τικχονοφ ο ίδιος όρος δρα σαν ένα φίλτρο που ελέγχει την συνεισφορά των μικρών ιδιοζουσών τιμών (και των αντίστοιχων ανυσμάτων) στην λύση.

Μπορεί κάποιος εδώ να παρατηρήσει μια ομοιότητα ανάμεσα στην μέθοδο Levenberg-Marquardt με αυτή της κανονικοποίησης κατά Tikhonov όσον αφορά στον χειρισμό των ιδιζουσών τιμών. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι οι δύο τεχνικές αποκατάστασης διαφέρουν σημαντικά καθώς κατά την απόσβεση με την μέθοδο L-M ο παράγοντας απόσβεσης  $\lambda$  χρησιμοποιείται με σκοπό την σύγκλιση του αλγορίθμου και δεν υπεισέρχεται στην αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση, σε αντίθεση με τον παράγοντα Tikhonov  $\alpha$  που αποτελεί μέρος της αντικειμενικής συνάρτησης (2.14). Παρόλα αυτά η επίδραση στην τελική λύση είναι παραπλήσια με την διαφορά ότι η τεχνική της απόσβεσης μεταβαίνει από την αποδοχή των μεγάλων ιδιζουσών τιμών στην «απόρριψη» των μικρών με πιο γρήγορους ρυθμούς.

Μια σημαντική παρατήρηση είναι ότι αν προβάσουμε τους δύο όρους στο δεξιό μέλος της εξίσωσης (2.14) σε διλογαριθμική κλίμακα η γραφική παράσταση παίρνει συνήθως την μορφή του γράμματος L (σχήμα 2.5) καθώς αποτελείται από ένα σχεδόν κατακόρυφο και ένα σχεδόν οριζόντιο τμήμα, και αποκαλείται καμπύλη-L (L-curve, Hansen, 1992). Η χρήση της καμπύλης-L είναι ιδιαίτερως σημαντική γιατί μας παρέχει ένα τρόπο για τον καθορισμό του βέλτιστου παράγοντα  $\alpha$  ο οποίος και αναζητάται στο σημείο όπου η καμπύλη πραγματοποιεί την γωνία-γόνατο (knee) (σχήμα 2.5).



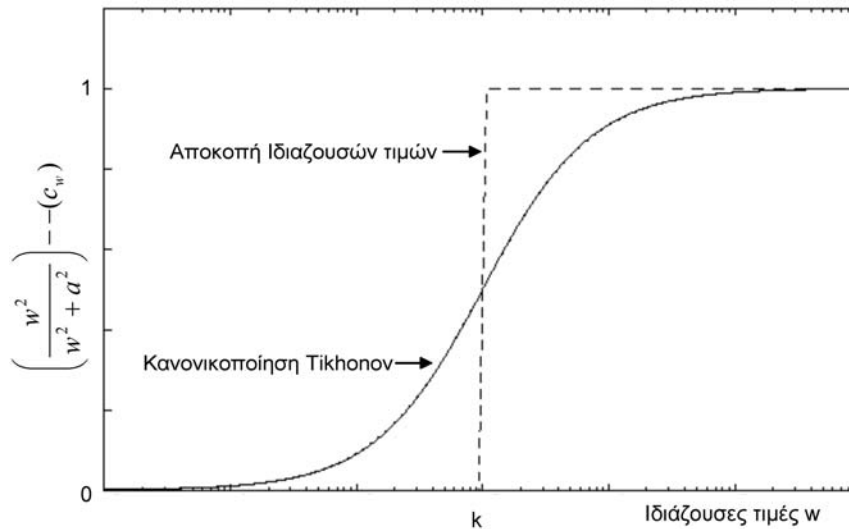
Σχήμα 2.5. Παράδειγμα καμπύλης L.

#### 2.4.4 ΑΠΟΚΟΠΗ ΙΔΙΑΖΟΥΣΩΝ ΤΙΜΩΝ (TRUNCATED SVD – WINNOWER)

Μία συνθήκη η οποία βεβαιώνει την σταθερότητα στην λύση του αντίστροφου προβλήματος είναι η διακριτή συνθήκη Picard (Hansen, 1998). Η συνθήκη αυτή ικανοποιείται όταν οι τιμές του εσωτερικού γινομένου των στηλών του πίνακα  $U$  και του ανύσματος των δεδομένων  $\Delta d$  ελλατώνονται με ταχύτερους ρυθμούς από τις ιδιάζουσες τιμές  $\omega$ . Κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις δεν παρατηρείται γενικά αστάθεια στην λύση λόγω της συνεισφοράς των μικρών ιδιάζουσών τιμών.

Αν η συνθήκη Picard δεν ικανοποιείται, τότε υπάρχει ακόμα η δυνατότητα εύρεσης μιας σταθερής και χρήσιμης λύσης με την αποκοπή κάποιου μέρους των ιδιάζουσών τιμών και των αντίστοιχων ανυσμάτων παραμέτρων και

δεδομένων. Η προσέγγιση αυτή είναι γνωστή και σαν μέθοδος αποκοπής ιδιαζουσών τιμών (Truncated Singular Value decomposition, TSVD method) και αφορά στην τεχνική αποκατάστασης του προβλήματος όπου η λύση επιλέγεται θυσιάζοντας την ακρίβεια στο σφάλμα των δεδομένων προς χάριν της σταθερότητας του προβλήματος.



Σχήμα 2.6 Η δράση των μεθόδων αποκοπής και κανονικοποίησης κατά Tikhonov στις ιδιάζουσες τιμές ενός συστήματος. (Βασισμένο σε Vogel, 2002).

Η αποκοπή των ιδιαζουσών τιμών (σχήμα 2.6) ελατώνει τις διαστάσεις του παραμετρικού χώρου μειώνοντας κατά αυτό τον τρόπο τους βαθμούς ελευθερίας του συστήματος. Παρόλα αυτά πρέπει να είμαστε προσεκτικοί κατά την αποκοπή των ιδιαζουσών τιμών καθώς οι αποκλειόμενες στήλες του ανύσματος  $V$  του παραμετρικού χώρου δεν εμφανίζονται στην τελική λύση ακόμα και αν υφίστανται στη πραγματική δομή της Γης.

Η εφαρμογή της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών δίδει

$$\Delta m = V \tilde{\Lambda}^{-1} U^T \Delta d \quad (2.18)$$

όπου πίνακας  $\tilde{\Lambda}^{-1}$  είναι η τροποποιημένη εκδοχή του αρχικού πίνακα  $\Lambda^{-1}$  όπως και στην περίπτωση της απόσβεσης. Τα διαγώνια στοιχεία του  $\Lambda^{-1}$  έχουν αντικατασταθεί τώρα με :

$$\frac{1}{w} = c_w \frac{1}{w} \quad (2.19)$$

όπου

$$c_w = \begin{cases} 0, & w \leq k \\ 1, & w > k \end{cases}$$

όπου η τιμή  $k$  είναι το όριο αποδοχής των ιδιζουσών τιμών για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. Η εύρεση της κατάλληλης τιμής του  $k$  για την αποκοπή των ιδιζουσών τιμών έχει απασχολήσει πολλούς ερευνητές (Hansen, 1990; Reginska, 1996; Vogel, 1996; Peiliang, 1998; Bohm et al., 2001; Farquharson and Oldenbourg, 2004; Munoz and Rath, 2000). Στην πλειονότητα των μεθόδων η τιμή αυτή βασίζεται στην καμπύλη-L, ενώ άλλες προσεγγίσεις βασίζονται στην ακρίβεια του Ιακωβιανού πίνακα αλλά και σε δοκιμές διαφόρων ορίων αποκοπής με έλεγχο κάποιου μεγέθους σφάλματος.

Γενικά στα ασθενώς ορισμένα προβλήματα τα ανύσματα του παραμετρικού χώρου που αντιστοιχούν σε πολύ μικρές ιδιζουσες τιμές παρουσιάζουν υψηλής συχνότητας διακυμάνσεις, σε αντίθεση με αυτά που αντιστοιχούν στις μεγάλες ιδιζουσες τιμές όπου εμφανίζονται με πιο ήπιες μεταβολές. Η τεχνική της αποκοπής ιδιζουσών τιμών όπως και η κανονικοποίηση Tikhonov αποσβένουν τις μικρές ιδιζουσες τιμές με αποτέλεσμα η κανονικοποιημένη λύση να εμφανίζεται εξομαλυσμένη. Έτσι, αν η πραγματική δομή έχει απότομες διακυμάνσεις στην σεισμική ταχύτητα τότε η διακριτική ικανότητα της λύσης είναι περιορισμένη, ενώ όταν οι δομές στο πραγματικό μοντέλο έχουν ήπιο χαρακτήρα μετάβασης στις τιμές της σεισμικής ταχύτητας τότε κατά την αντιστροφή η λύση που λαμβάνεται είναι πολύ κοντά στην πραγματική.

## 2.5 ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ

Το τελευταίο και ίσως το πιο σημαντικό στάδιο κατά την επίλυση ενός αντίστροφου προβλήματος αφορά στην αξιολόγηση του σφάλματος και την εκτίμηση της αξιοπιστίας του ανακατασκευασμένου μοντέλου. Έχουν αναπτυχθεί και εφαρμοσθεί από διάφορους ερευνητές πολλές προσεγγίσεις και μεθοδολογίες που αφορούν στην στατιστική επεξεργασία και αξιολόγηση των σφαλμάτων κατά την λύση αντίστροφων προβλημάτων. Στα ακόλουθα γίνεται περιγραφή μερικών από αυτές τις στατιστικές ποσότητες οι οποίες επιλέχθηκαν και ενσωματώθηκαν στο λογισμικό της σεισμικής αντιστροφής.

Η προσέγγιση κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος, η διαδικασία της παραμετροποίησης του μέσου, ο θόρυβος των πειραματικών δεδομένων και η εισαγωγή περιορισμών στο αντίστροφο πρόβλημα είναι μία σειρά από αβεβαιότητες οι οποίες συνήθως παρακάμπτονται κατά την εκτίμηση του σφάλματος στην λύση. Η ανάλυση ιδιαιδισμών τιμών είναι ίσως το πιο σημαντικό μαθηματικό εργαλείο καθώς παρέχει μία πληθώρα διαγνωστικών πληροφοριών για την αξιολόγηση της διακριτικής ικανότητας της λύσης του αντίστροφου προβλήματος. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω όταν μία ιδιάζουσα τιμή είναι πολύ μικρή (σχεδόν μηδέν) ή κατά πολλές τάξεις μεγέθους μικρότερη από την μεγαλύτερη ιδιάζουσα τιμή τότε τα αντίστοιχα ανύσματα του χώρου των δεδομένων δεν μπορούν να αποτυπωθούν στον χώρο των παραμέτρων και αντίστροφα. Τα ανύσματα αυτά ανήκουν στο λεγόμενο μηδενικό χώρο (null space) και η συμβολή τους στην λύση συνήθως αποσβένυται με την διαδικασία της κανονικοποίησης. Τα ιδιοανύσματα του παραμετρικού χώρου που ανήκουν στον μηδενικό χώρο αφορούν μοντέλα τα οποία παράγουν μη αξιοποιήσιμα δεδομένα και δομές οι οποίες δεν μπορούν να ανακατασκευασθούν-αναπαρασταθούν από το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Η πρώτη από τις ποσότητες που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων έχει άμεση σχέση με τον μηδενικό χώρο των παραμέτρων, ονομάζεται Δείκτης Ενέργειας Μηδενικού Χώρου (EMX) [Null Space Energy indicator (NSE), Vesnaver 1994, 1996] και παρέχει μία εκτίμηση για την

τοπική αξιοπιστία των παραμέτρων, απεικονίζοντας περιοχές του μοντέλου όπου τα δεδομένα δεν μπορούν να ανακατασκευάσουν δομές με την απαραίτητη ευκρίνεια. Το στατιστικό αυτό μέγεθος έχει την μορφή ανύσματος και είναι συνάρτηση της ακτινικής κάλυψης του μέσου και της παραμετροποίησης. Κάθε στοιχείο του ανύσματος  $NSE_j$  αφορά μία συγκεκριμένη παράμετρο  $j$  ενώ η σχέση που την ορίζει είναι η:

$$NSE_j = \sum_i V_{ij}^2 \quad (2.20)$$

όπου  $V_{ij}$  είναι στοιχεία του πίνακα  $V$ . Το άθροισμα στην (2.20) πραγματοποιείται για τους δείκτες  $i$  που αντιστοιχούν στις ιδιάζουσες τιμές  $w$  που απορρίπτουμε. Υψηλές τιμές του δείκτη EMX συνιστούν αβεβαιότητα κατά τον καθορισμό των συγκεκριμένων παραμέτρων (κελιών) ενώ αντίθετα οι περιοχές του μέσου που παρουσιάζουν χαμηλή τιμή δείκτη EMX έχουν καθορισθεί επαρκώς.

Οι Bregman et al. (1989), Pratt and Chapman (1992), Stork (1992) and Michelena (1993) χρησιμοποιούν την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών και παρουσιάζουν τα ανύσματα που αντιστοιχούν στον μηδενικό χώρο σαν εικόνες, αξιολογώντας το περιεχόμενό τους. Κατά αυτή την διαδικασία και πριν το στάδιο της αντιστροφής και εκτίμησης των παραμέτρων μπορούμε να γνωρίζουμε ποιες δομές δεν μπορούν να ανακατασκευασθούν καθώς και τους τρόπους για την βέλτιστη παραμετροποίηση του προβλήματος, με σκοπό την ελάττωση του μηδενικού χώρου. Η προσέγγιση αυτή αποδεικνύεται πολύ χρήσιμη κατά το στάδιο της ερμηνείας της τελικής λύσης καθώς καθορίζει ποιες κατανομές των παραμέτρων αντιστοιχούν σε πραγματικές δομές οι οποίες και μπορούν να αξιολογηθούν.

Ο Πίνακας Διακριτικής Ικανότητας (ΠΔΙ)  $R$  του μοντέλου (Model Resolution Matrix) αποτελεί την πλέον εφαρμοσμένη τεχνική για τον καθορισμό της αξιοπιστίας της λύσης. Με βάση την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών ο πίνακας  $R$  εκφράζεται ως

$$R = VV'$$

και μπορεί να ερμηνευθεί σαν ένα φίλτρο (πίνακας συνδιακύμανσης) που σχετίζει τις εκτιμώμενες παραμέτρους, από την διαδικασία της αντιστροφής, με τις πραγματικές. Η ισότητα του πίνακα διακριτικής ικανότητας  $R$  με τον μοναδιαίο  $I$ , υποδηλώνει ότι όλες οι παράμετροι του προβλήματος έχουν καθορισθεί με ακρίβεια και ότι η ανάλυση του μοντέλου είναι η βέλτιστη. Στην περίπτωση της αποκατάστασης με την μέθοδο της απόσβεσης ισχύει ότι

$$R = \frac{V\Lambda^2V^t}{(\Lambda + \beta I)^2}$$

όπου γίνεται προφανές ότι στην περίπτωση αυτή το αντίστροφο πρόβλημα δεν μπορεί να έχει τέλεια διακριτική ικανότητα (Meju, 1994) σε αντίθεση με την μέθοδο της εξομάλυνσης όπου

$$R=I.$$

Στην κανονικοποίηση κατά Tikhonov ο πίνακας διακριτικής ικανότητας λαμβάνει την μορφή

$$R = VFV^t$$

όπου  $F$  ένας διαγώνιος πίνακας με στοιχεία τις ποσότητες  $\left( \frac{w^2}{w^2 + a^2} \right)$ . Είναι

προφανές ότι ο  $R$  σε αυτή την περίπτωση εξαρτάται από τις τιμές του παράγοντα κανονικοποίησης Tikhonov. Κατά την διαδικασία αποκοπής ιδιαζουσών τιμών ο πίνακας  $R$  δίνεται από την σχέση

$$R = V_k V_k^t$$

για τα ιδιοανύσματα του πίνακα  $V$  που αντιστοιχούν στις  $k$  μεγαλύτερες ιδιοτιμές. Ο πίνακας  $R$  όταν απεικονίζεται με την πλήρη μορφή του μπορεί να δώσει πληροφορίες για την επίδραση που έχει κάθε μία από τις παραμέτρους του μοντέλου στις υπόλοιπες. Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε πληροφορίες όχι μόνο για την διακριτική ικανότητα κάθε κελιού αλλά και για τα ποσοστά της εξομάλυνσης στην λύση.



Μία πιο αναλυτική περιγραφή των ιδιοτήτων του πίνακα  $R$  μέσω της αξιολόγησης των σειρών του ίδιου πίνακα δίνεται από την Συνάρτηση Διασποράς (ΣΔ) (spread function), (Menke 1984). Ορίζουμε την διασπορά κάθε κελιού ως

$$Spread_i = 1 - \sum_{j=1}^p (R_{ij} - I_{ij})^2$$

όπου η τιμή 1 σε ένα κελί υποδηλώνει ότι η άγνωστη αυτή παράμετρος μπορεί να εκτιμηθεί με μεγάλη ακρίβεια καθώς δεν επηρεάζεται από τις τιμές άλλων παραμέτρων του μοντέλου.

Τέλος δύο ακόμη πολύ συχνά, αν κι υποκειμενικά, κριτήρια που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο και την αξιοπιστία της λύσης είναι το σφάλμα μέσης τετραγωνικής ρίζας στα δεδομένα (RMS data error) και η ακτινική κάλυψη (ray-hit) όπως αυτή εκφράζεται με το πλήθος των ακτίνων ανά κελί μέσα στο μοντέλο.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί σε αυτό το σημείο ότι καθένας από τους παραπάνω τρόπους που αφορούν στην αξιολόγηση της λύσης δεν μπορεί να σταθεί από μόνος του σαν ένα κριτήριο για τη σταθερότητα, μοναδικότητα και διακριτική ικανότητα του τελικού αποτελέσματος. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη τις αβεβαιότητες που υπεισέρχονται κατά την παραμετροποίηση και διακριτοποίηση του μέσου, τις προσεγγίσεις κατά την σεισμική προσομοίωση και τις πληροφορίες από την συνδυασμένη χρήση των στατιστικών αυτών εργαλείων, μπορούμε να προχωρήσουμε στο στάδιο της ερμηνείας των λύσεων του αντίστροφου προβλήματος.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ**

# **ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ**

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται το λογισμικό πακέτο διδιάστατης σεισμικής τομογραφίας πρώτων αφίξεων (Tomο.Inv). Συγκεκριμένα γίνεται ανάλυση όλων των αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια κατασκευής του λογισμικού σεισμικής αντιστροφής, των παραμέτρων εισόδου και των πληροφοριών εξόδου, όπως αυτές προκύπτουν από τις υπορουτίνες του λογισμικού πακέτου. Το πρόγραμμα Tomο.Inv αποτελείται από ρουτίνες παραμετροποίησης, σεισμικής προσομοίωσης, τομογραφικής αντιστροφής, ανάλυσης σφάλματος αλλά και από ένα πλήθος συμπληρωματικών εργαλείων βοηθητικής χρήσης.

### **3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Η εφαρμογή Tomο.Inv αποτελεί ένα λογισμικό πακέτο που επιτρέπει την σεισμική προσομοίωση και τομογραφική αντιστροφή των χρόνων διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων. Κατά την επίλυση του *ευθέως προβλήματος*

υπολογίζονται τα μέτωπα κύματος, οι σεισμικές ακτίνες και οι χρόνοι διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων από μία ή από περισσότερες σεισμικές πηγές σε μοντέλα που έχουν παραμετροποιηθεί με την χρήση ορθογωνίων κελιών σταθερής ταχύτητας. Κατά την *διαδικασία της αντιστροφής* των σεισμικών δεδομένων και υιοθετώντας την λύση ελαχίστων τετραγώνων μέσω της θεωρίας της γραμμικής άλγεβρας ανακατασκευάζεται το μοντέλο σεισμικών ταχυτήτων που ικανοποιεί τα πειραματικά δεδομένα. Το λογισμικό δίνει την δυνατότητα στο χρήστη της εισαγωγής εκ των προτέρων πληροφοριών (a priori information) και περιορισμών (constraints) που σταθεροποιούν την λύση κατά την τομογραφική διαδικασία. Ένα τμήμα του λογισμικού πακέτου αφορά στην αξιολόγηση και στατιστική επεξεργασία των τελικών σεισμικών τομογραμμάτων, κάνοντας έτσι την εφαρμογή πολύ χρήσιμη τόσο στο στάδιο αξιολόγησης του σφάλματος όσο και κατά την σύγκριση των διαφόρων μεθοδολογιών κανονικοποίησης που χρησιμοποιούνται στην σεισμική αντιστροφή.

Κατά την ανάπτυξη του λογισμικού, βασικός στόχος ήταν η δημιουργία ενός σταθερού εργαλείου που να βασίζεται σε δοκιμασμένες μαθηματικές μεθόδους και προσεγγίσεις και το οποίο να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα σεισμικής τομογραφίας. Με βάση τις παραπάνω απαιτήσεις ακολουθήθηκε μια σειρά από λογικά βήματα, ώστε το τελικό αποτέλεσμα να υπακούει σε συγκεκριμένες τακτικές που ακολουθούνται από την διεθνή επιστημονική κοινότητα κατά την ανάπτυξη πηγαίου κώδικα.

Είναι γνωστό ότι το πλείστο των λογισμικών πακέτων που χρησιμοποιούνται σήμερα για την ανακατασκευή των σεισμικών ταχυτήτων του μέσου δεν υιοθετούν σύγχρονες μαθηματικές εξελίξεις σε ότι αφορά την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος, αλλά βασίζονται στις ίδιες για 30 και πλέον χρόνια μεθόδους, όπως είναι οι διάφορες παραλλαγές της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων. Για το λόγο αυτό ο πυρήνας του λογισμικού, που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής και αφορά στην τομογραφική αντιστροφή, βασίστηκε στην γενικευμένη αντιστροφή πινάκων και στις γνωστές τεχνικές και προσεγγίσεις κανονικοποίησης με προσθήκη κάποιων πρόσφατων

μεθόδων που αφορούν στον καθορισμό των ελευθέρων παραμέτρων σε κάθε προσέγγιση. Το ευθύ πρόβλημα επιλύθηκε προσαρτώντας την σχετικά πρόσφατη τεχνική ελαχίστου δρόμου η οποία δεν έχει ευρεία εφαρμογή κυρίως λόγω του υπολογιστικού της κόστους.

Το κύριο μέρος της εφαρμογής αναπτύχθηκε με την βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού Fortran 77/90 σε περιβάλλον MS Windows XP™ και με την χρήση του μεταφραστή (compiler) Compaq Visual Fortran, Professional Edition, 6.5.0, 2000 της Compaq Computer Corporation. Ο πηγαίος κώδικας μεταφράστηκε επιτυχώς σε περιβάλλον LINUX ενώ με μικρές μετατροπές στις γραφικές ρουτίνες είναι δυνατόν να τρέξει και σε λειτουργικά συστήματα Solaris. Η επιλογή της Fortran έγινε με το σκεπτικό ότι αν και είναι η πρώτη γλώσσα υψηλού επιπέδου που εμφανίσθηκε, συνεχίζει να αποτελεί τη πρώτη σε προτίμηση γλώσσα προγραμματισμού κυρίως στις κοινότητες των θετικών επιστημών. Η Fortran είναι ιδιαίτερος ισχυρή σε καθαρά αριθμητικούς υπολογισμούς και προβλήματα ενώ η κατανόηση και εκμάθησή της είναι μια αρκετά εύκολη υπόθεση. Επιπλέον παρέχει την δυνατότητα για την γρήγορη σχετικά μετατροπή ενός κώδικα ώστε να λειτουργεί σε περιβάλλον παράλληλων υπολογιστών, κάτι που είναι ιδιαίτερα χρήσιμο κατά τα στάδια της προσομοίωσης και αντιστροφής σε μοντέλα με μεγάλο πλήθος παραμέτρων.

Αν και ο κύριος στόχος των επιμέρους αλγορίθμων του κυρίως λογισμικού είναι οι αριθμητικοί υπολογισμοί, μία σειρά από βοηθητικά υπό-προγράμματα καλούνται κατά την διάρκεια της διαδικασίας για την γραφική απεικόνιση διαφόρων παραμέτρων του προβλήματος. Τα γραφικά αυτά είναι το αποτέλεσμα εσωτερικών εντολών και ρουτινών και δεν κάνουν χρήση κάποιων εξειδικευμένων γραφικών βιβλιοθηκών καθώς υπάρχουν αρκετά λογισμικά πακέτα, με αυξημένες δυνατότητες, για την γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων. Ο κύριος λόγος της χρήσης αυτών των γραφικών πρώτης γενιάς είναι πρωταρχικά ο οπτικός έλεγχος των παραμέτρων του μοντέλου, όπως αυτές εισάγονται από τον χρήστη και δεύτερον η παρακολούθηση της κατανομής των σεισμικών ταχυτήτων όπως αυτές επανακαθορίζονται σε κάθε επανάληψη με σκοπό τον εντοπισμό πιθανών δομών ενδιαφέροντος από τα

πρώτα κιόλας στάδια της διαδικασίας αντίστροφης χωρίς την αναμονή του τελικού αποτελέσματος.

Τόσο οι παράμετροι εισαγωγής για τον καθορισμό του προβλήματος όσο και τα αποτελέσματα από την προσομοίωση, την αντιστροφή και την αξιολόγηση αποθηκεύονται σε απλά αρχεία κειμένου (ASCII files), καθιστώντας έτσι δυνατή την αναπαραγωγή τους με διάφορα εμπορικά και κοινής χρήσης λογικά απεικόνιση και στατιστικής επεξεργασίας.

Το σύνολο του κώδικα έχει τέτοια δομή ώστε να είναι εύκολη η τροποποίηση, ή και η προσθήκη νέων υποπρογραμμάτων και αλγορίθμων, κάτι ιδιαίτερα χρήσιμο στο στάδιο της αποκατάστασης (κανονικοποίησης) και αξιολόγησης της λύσης.

Κατά το στάδιο της ανάπτυξης της εφαρμογής, η ορθότητα και αριθμητική ακρίβεια των αποτελεσμάτων όλων των επιμέρους αλγορίθμων ελέγχθηκε με την χρήση του μαθηματικού πακέτου MATLAB και στις περισσότερες των περιπτώσεων η διαφορά στην ακρίβεια των αριθμητικών λύσεων βρέθηκε μετά το έκτο ή έβδομο δεκαδικό ψηφίο. Από το σύνολο του κώδικα η μοναδική ρουτίνα που αποτελεί προϊόν άλλων ερευνητών και ενσωματώθηκε με μικρές τροποποιήσεις στον αλγόριθμο, είναι αυτή που πραγματοποιεί την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών (SVD.f, Press et al., 1996) στον Ιακωβιανό πίνακα. Η διασύνδεση (interface) των επιμέρους λογισμικών σε ένα ενιαίο πακέτο καθώς και ορισμένων βοηθητικών υποπρογραμμάτων έγινε με την χρήση της γλώσσας Visual Basic της Microsoft.

Στα επόμενα γίνεται ανάλυση των κυρίως μερών του λογισμικού πακέτου και η περιγραφή των αντίστοιχων αλγορίθμων και παραμέτρων με τη βοήθεια διαγραμμάτων ροής (flow charts).

## **3.2 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ**

### **3.2.1 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ**

Ο στόχος της αντιστροφής των χρόνων διαδρομής είναι η ανακατασκευή ενός μοντέλου σεισμικών ταχυτήτων που ικανοποιεί τα δεδομένα μέσα στα όρια του σφάλματος των μετρήσεων. Κάθε τέτοιο μοντέλο θα πρέπει να αποτελείται από το ελάχιστο πλήθος παραμέτρων που είναι απαραίτητες για την επαρκή εκτέλεση της τομογραφικής διαδικασίας. Από την άλλη, η παραμετροποίηση θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε όλες οι ενδιαφέρουσες και ικανές προς αναπαράσταση δομές του μοντέλου να μπορούν να απεικονισθούν σωστά. Κατά την ανάπτυξη ενός λογισμικού σεισμικής αντιστροφής, το πρώτο βήμα είναι ο καθορισμός ενός μέσου μέσω της διακριτοποίησης – παραμετροποίησης των φυσικών παραμέτρων που το περιγράφουν. Οι Kissling et al. (2001) προτείνουν την χρήση διαφορετικών δικτύων κατά την επίλυση του ευθέως και αντίστροφου προβλήματος. Η προσέγγιση που ακολουθήθηκε στην παρούσα εφαρμογή χρησιμοποιεί σταθερή παραμετροποίηση σε όλα τα στάδια με την δυνατότητα επανακαθορισμού των παραμέτρων στο τέλος της διαδικασίας αντιστροφής.

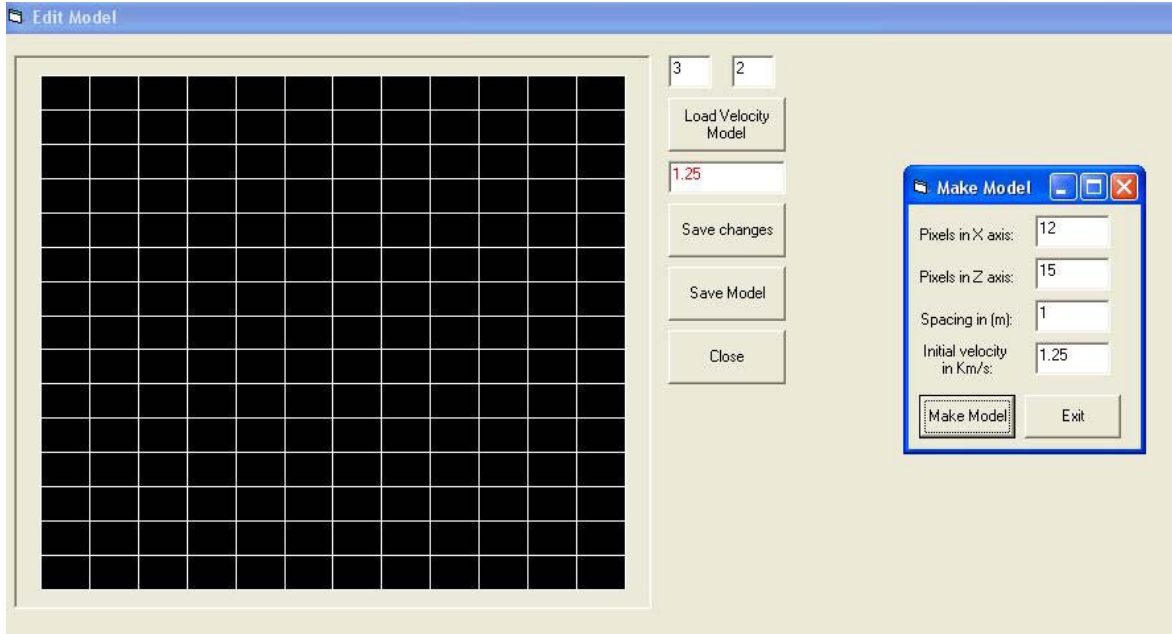
Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται στην σεισμική τομογραφία εμφανίζονται σαν υπέρ ή υπό παραμετροποιημένα σε σχέση με τον αριθμό των δεδομένων που υπάρχουν. Ο αλγόριθμος αντιστροφής χρόνων διαδρομής *RAYINVR* (Zelt and Smith, 1992), ο οποίος βασίζεται σε μοντέλα που αποτελούνται από στρώματα με τις παραμέτρους των σεισμικών ταχυτήτων να ορίζονται μόνο στις διαχωριστικές επιφάνειες (interfaces), είναι ένα παράδειγμα της χρήσης υπό-παραμετροποιημένων μοντέλων, ενώ ο αλγόριθμος *Jive3D* (Hobro et al., 2003) υπερπαραμετροποιεί το μέσο διάδοσης με τις παραμέτρους να κατανέμονται σε ένα κανονικό δίκτυο. Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε, σχεδιάστηκε ώστε η παραμετροποίηση να μπορεί να προσαρμόζεται με σκοπό τον βέλτιστο καθορισμό του αριθμού των παραμέτρων που απαιτούνται.

Μια ιδεατή περίπτωση θα ήταν μια ευέλικτη παραμετροποίηση που επιτρέπει το μέγιστο βαθμό ελευθερίας κατά τον σχεδιασμό του μοντέλου, ενώ την ίδια

στιγμή το μοντέλο να καθιστά το αντίστροφο πρόβλημα τέτοιο που να παρέχει σταθερές λύσεις. Μια πιθανή λύση σε αυτό το πρόβλημα θα μπορούσε να δοθεί με την αυτόματη αναπροσαρμογή του μοντέλου ανάλογα με τις συνθήκες, δηλαδή την προσαρμογή της παραμετροποίησης με βάση την τοπική ακτινική πυκνότητα αλλά και το ίδιο το πεδίο ταχυτήτων που δυστυχώς είναι άγνωστο κατά την έναρξη της τομογραφικής διαδικασίας.

Για τον σκοπό αυτό και με στόχο να δώσουμε στα δεδομένα την δυνατότητα της βέλτιστης απόδοσης των πληροφοριών που μεταφέρουν απαιτείται η χρήση μη κανονικών δικτύων παραμετροποίησης. Ο αλγόριθμος κατασκευής του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε στην εφαρμογή αυτή δίνει την δυνατότητα για την παραμετροποίηση σε μη κανονικά δίκτυα ορθογωνίων κελιών σταθερής βραδύτητας. Παρόλα αυτά, και λαμβάνοντας ως δεδομένο ότι δεν έχουμε αρκετές πληροφορίες για την κατασκευή ενός αρχικού μοντέλου που να βρίσκεται κοντά στο πραγματικό, είναι προτιμότερο η προσαρμογή του δικτύου να γίνεται αφού πρώτα έχουμε λάβει μια πρώτη εκτίμηση της κατανομής των παραμέτρων μέσω της αντιστροφής με κανονικές παραμετροποιήσεις. Στις περιπτώσεις όπου επιλύουμε μόνο το ευθύ πρόβλημα της σεισμικής προσομοίωσης, ο χρήστης έχει την δυνατότητα καθορισμού ενός μοντέλου με τόση ακρίβεια, όσος και ο αριθμός των κελιών σε κανονικό ή μη κανονικό δίκτυο παραμετροποίησης.

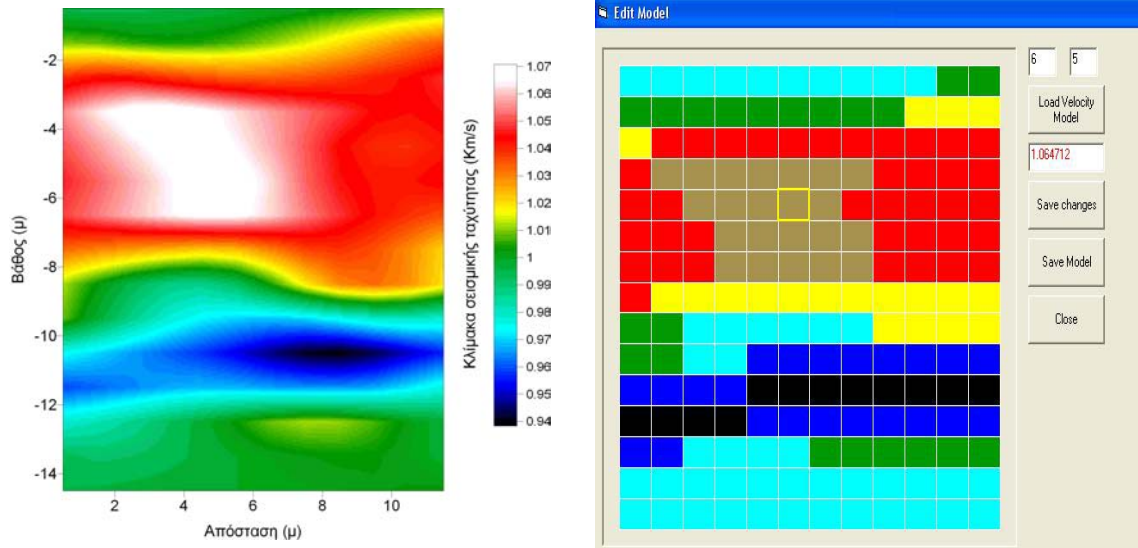
Ο καθορισμός του μοντέλου γίνεται με την εισαγωγή των ορίων του μοντέλου και τον αριθμό των παραμέτρων (κελιών) στις δύο διαστάσεις (Σχήμα 3.1) μαζί με μία αρχική τιμή ταχύτητας που αφορά όλο το μοντέλο.



Σχήμα 3.1. Κατασκευή ενός μοντέλου με την χρήση ορθογωνίων κελιών σταθερής βραδύτητας.

Ο χρήστης μπορεί να διαγράψει ή να ενοποιήσει γειτονικά κελιά αποδίδοντάς τους στη συνέχεια την τιμή της παραμέτρου που επιθυμεί (Σχήμα 3.2) μέσω μιας διεπαφής (interface). Με αυτό τον τρόπο δίνεται η δυνατότητα για την διακριτοποίηση του μέσου σε μη κανονικά δίκτυα σε περιπτώσεις όπου απαιτείται η λεπτομερέστερη περιγραφή του μέσου σε συγκεκριμένες περιοχές του μοντέλου. Μια τέτοια περίπτωση είναι η αντιμετώπιση μιας πολύπλοκης ασυνέχειας διάθλασης όπου χρησιμοποιούνται μικρά κελιά στην περιοχή της ασυνέχειας και μεγαλύτερα στο υπόλοιπο μοντέλο (Σχήμα 3.3). Η δυνατότητα επίσης της διαγραφής συγκεκριμένων κελιών που είναι εκτός των περιοχών ακτινικής κάλυψης του μέσου είναι σημαντική καθώς μειώνει τον συνολικό αριθμό των παραμέτρων του προβλήματος και συνεπώς και τα ποσοστά αβεβαιότητας στην λύση.

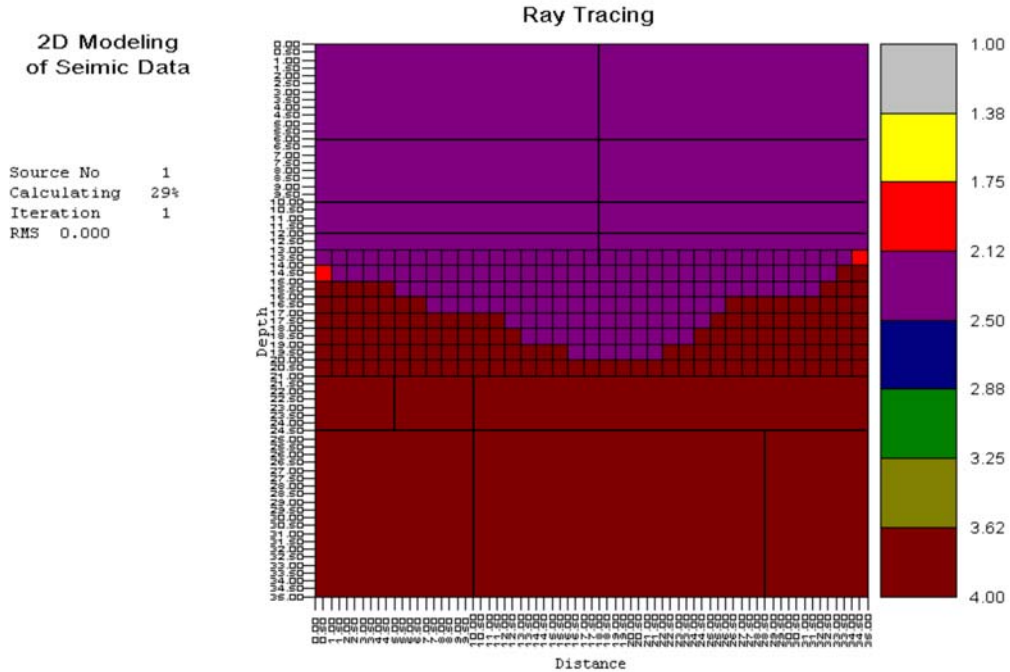




Σχήμα 3.2. Ένα μοντέλο με συνεχή κατανομή της σεισμικής ταχύτητας (αριστερά). Το ίδιο μοντέλο παραμετροποιημένο με 12X15 κελιά σταθερής βραδύτητας.

Το κάθε κελί περιγράφεται από τις συντεταγμένες των τεσσάρων κορυφών που το ορίζουν ενώ όλες οι παράμετροι δομής οριοθετούνται με βάση ένα ορθοκανονικό σύστημα αναφοράς με αρχή την άνω αριστερή γωνία του μοντέλου. Η εισαγωγή των παραμέτρων που περιγράφουν το μέσο μπορεί να γίνει είτε διαδραστικά (interactive) είτε από ένα προκαθορισμένο αρχείο.

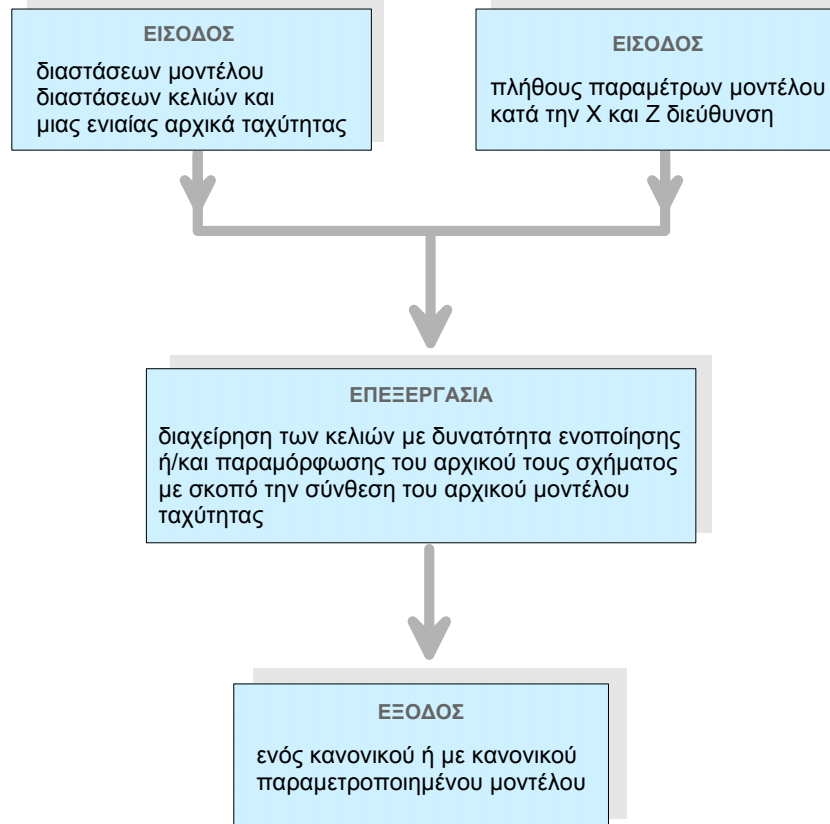
Στις περιπτώσεις αρκετά πολύπλοκων δομών, ο χρήστης μπορεί με την βοήθεια ειδικού αλγορίθμου να ορίσει πολυγωνικές περιοχές με σταθερές τιμές ταχύτητας και στη συνέχεια ο αλγόριθμος να αναθέσει τις αντίστοιχες αυτές τιμές στα κελιά που βρίσκονται στο εσωτερικό των πολυγώνων. Το κριτήριο προσδιορισμού της θέσης ενός κελιού ως προς μια τέτοια επιφάνεια βασίζεται στον υπολογισμό του συνολικού εμβαδού του κελιού και στην σύγκριση του με το εμβαδό του κελιού που περιέχεται στο πολύγωνο.



Σχήμα 3.3. Παραμετροποίηση με χρήση μη κανονικού δικτύου ορθογωνίων κελιών σταθερής ταχύτητας.

Παραμετροποιήσεις σε μη κανονικά δίκτυα συνήθως πραγματοποιούνται με συγκεκριμένα είδη πολυγώνων και τριγώνων γνωστά και ως πολύγωνα Voronoi και τρίγωνα Delauney. Τέτοια δίκτυα κατανομής των παραμέτρων βρίσκουν εφαρμογή κυρίως σε τομογραφικά προβλήματα παγκόσμιας κλίμακας (global scale tomography) όπως στην σεισμολογία, όπου η ακανόνιστη χωροθέτηση των πηγών και των φωρατών (σεισμομέτρων) απαιτεί την καλύτερη δυνατή αναπαράσταση ενός μοντέλου.

Στο σχήμα 3.4 παρουσιάζονται τα κύρια στάδια του διαγράμματος ροής για την περιγραφή των φυσικών παραμέτρων του μοντέλου όπως αυτό θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των χρονικών δεδομένων και την εκτίμηση των παραμέτρων που τα ικανοποιούν. Η παραμετροποίηση ολοκληρώνεται με την επιλογή των σημείων από τα οποία μπορεί να διέλθει μία σεισμική ακτίνα και τα οποία βρίσκονται στα όρια των κελιών, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

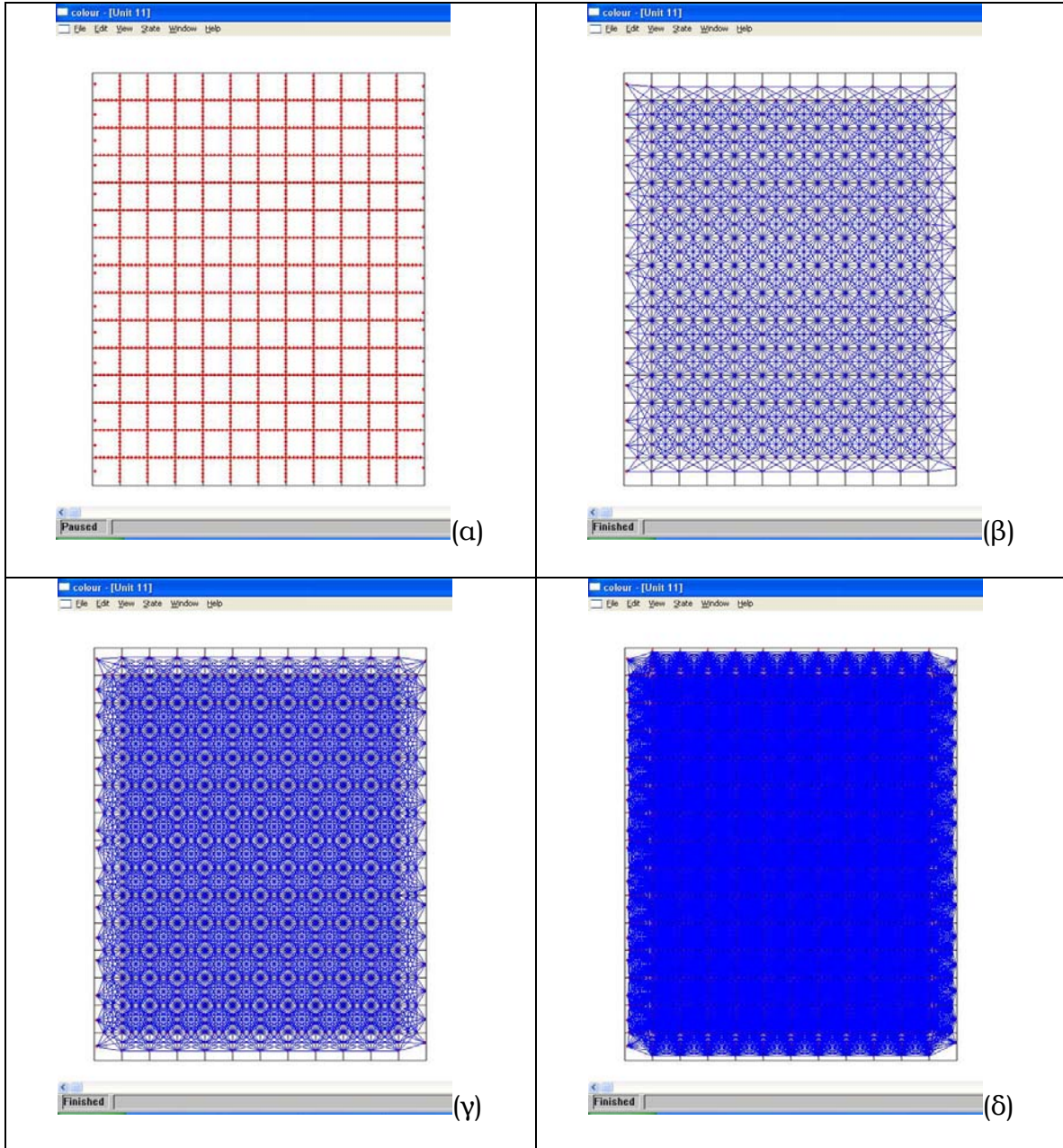


Σχήμα 3.4. Διάγραμμα ροής αλγορίθμου για την παραμετροποίηση του μοντέλου.

### 3.2.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΚΟΜΒΩΝ

Πριν την έναρξη της σεισμικής προσομοίωσης απαιτείται ο καθορισμός του πλήθους των κόμβων ανά πλευρά κελιού που θα καθορίσουν στην συνέχεια την χάραξη των σεισμικών ακτίνων και τον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής. Οι κόμβοι που τοποθετούνται στα όρια των κελιών (Σχήμα 3.5) χρησιμοποιούνται για την δημιουργία του δικτύου των ενώσεων με τα αντίστοιχα βάρη (επιμέρους χρόνοι διαδρομής) από όπου θα εξαχθούν οι ελάχιστες διαδρομές που προσομοιάζουν τις σεισμικές ακτίνες. Στη φάση αυτή εισάγονται και οι συντεταγμένες των σεισμικών πηγών και φωρατών, αφού και αυτά τα σημεία αποτελούν τους κόμβους εκκίνησης και πέρατος της σεισμικής ακτίνας. Η

παραπάνω διαδικασία παρουσιάζεται συνολικά στο διάγραμμα ροής του σχήματος 3.6.

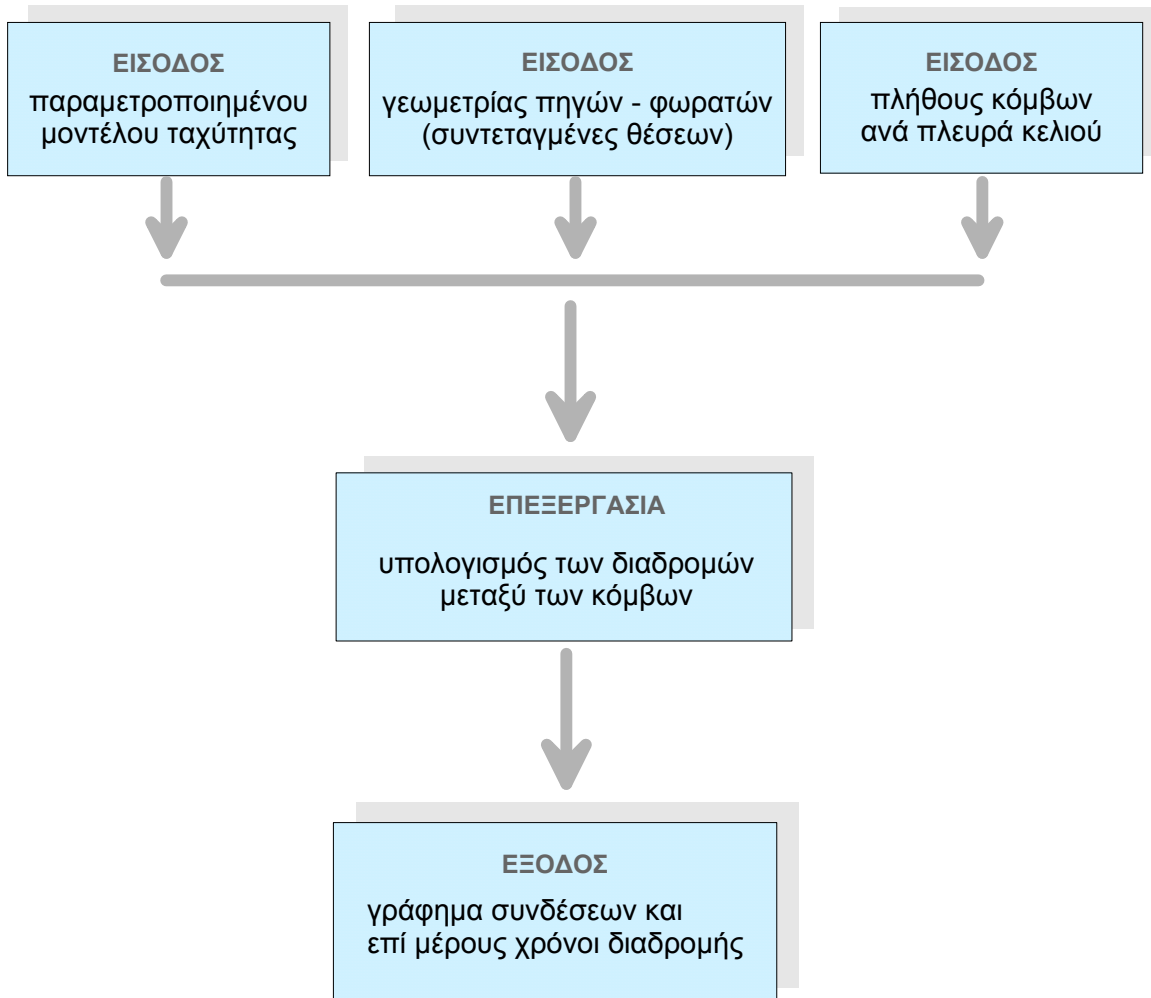


Σχήμα 3.5. Ανάθεση των κόμβων (α) από τους οποίους θα διέλθουν οι σεισμικές ακτίνες στο παραμετροποιημένο μοντέλο του σχήματος 3.2. Οι εικόνες (β), (γ) και (δ) παρουσιάζουν όλες τις δυνατές συνδέσεις μεταξύ των κόμβων για τις περιπτώσεις που έχουν τοποθετηθεί 1, 2 και αντίστοιχα 5 κόμβοι ανά πλευρά κελιού.

Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι πολλοί αλγόριθμοι σεισμικής προσομοίωσης με την μέθοδο ελαχίστου δρόμου δεν ενσωματώνουν τα σημεία των πηγών-γεωφώνων σαν πιθανούς κόμβους αλλά προτιμούν να χρησιμοποιούν τους πιο κοντινούς από αυτούς και κάποιες συναρτήσεις παρεμβολής για τον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής στα σημεία αυτά.

Οι παράμετροι που ορίζουν την γεωμετρία των πηγών και φωρατών (συντεταγμένες πηγών –φωρατών) περιλαμβάνονται σε ένα εξωτερικό αρχείο όπου οι αντίστοιχες συντεταγμένες έχουν ορισθεί με σημείο αναφοράς την αρχή του μοντέλου.

Προς αποφυγή άσκοπων υπολογισμών κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος αφαιρούνται οι κόμβοι των κελιών που βρίσκονται στην περίμετρο του μοντέλου, καθώς δεν υπάρχει πληροφορία στις περιοχές έξω από το μέσο, και επιπλέον η ύπαρξη τέτοιων κόμβων θα δημιουργούσε φαινόμενα ανάκλασης καθώς και φανταστικές αφίξεις.

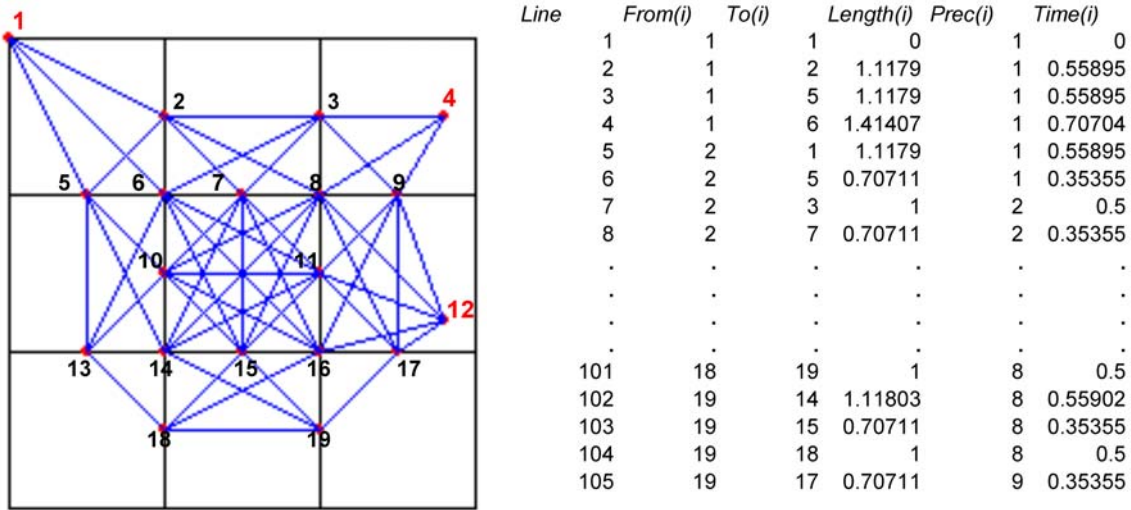


Σχήμα 3.6. Διάγραμμα ροής για την κατασκευή του γραφήματος συνδέσεων σε ένα παραμετροποιημένο μέσο.

Τα αρχεία που περιέχουν τα μήκη μεταξύ των γειτονικών κόμβων αλλά και τους αντίστοιχους χρόνους διαδρομής σε κάθε ένα από τα κελιά (Σχήμα 3.7), αφορούν αρχεία με συγκεκριμένη διάταξη περιεχομένου για την μετέπειτα χρήση τους. Κάθε κόμβος χαρακτηρίζεται από τις συντεταγμένες του, ως προς το σύστημα αναφοράς του μοντέλου, τους γειτονικούς κόμβους που βρίσκονται στα περιμετρικά κελιά και τις αντίστοιχες χρονικές αποστάσεις-συνδέσεις που εξαρτώνται από τις τιμές των παραμέτρων (ταχύτητες). Οι συνδέσεις μεταξύ δύο οποιονδήποτε διαδοχικών κόμβων είναι αμφίδρομες, γεγονός που επιτρέπει την



χάραξη σεισμικών ακτίνων με οποιαδήποτε καμπυλότητα, ταυτόχρονα όμως αυξάνει και τον όγκο των δεδομένων του αρχείου.



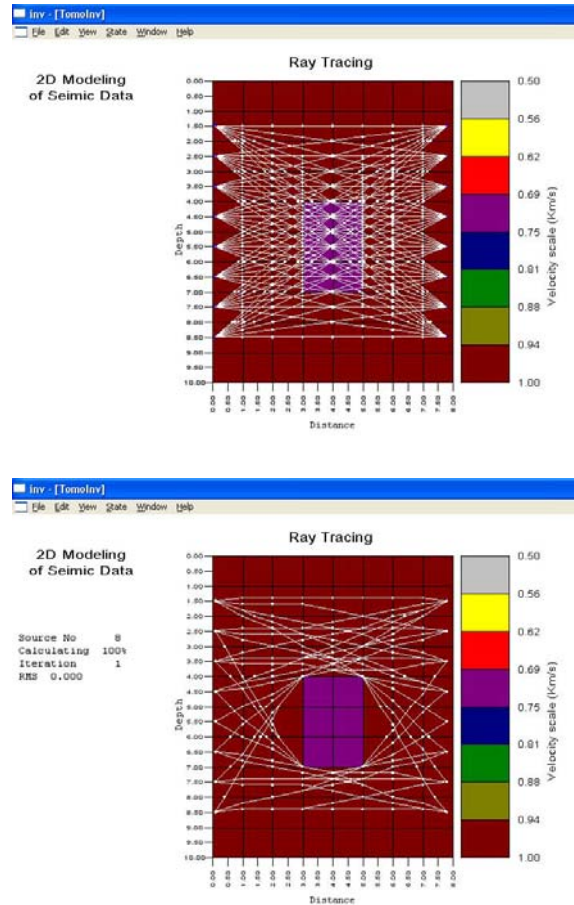
Σχήμα 3.7. Απλή παραμετροποίηση ομογενούς μέσου σταθερής ταχύτητας 2.0 km/s με 1 κόμβο ανά πλευρά κελιού (αριστερά), και 19 συνολικά κόμβους. Ο κόμβος #1 αντιστοιχεί στην πηγή και οι κόμβοι #4 και #12 στους δέκτες. Με μπλε γραμμές παρουσιάζονται οι συνδέσεις μεταξύ των κόμβων. Δεξιά του σχήματος εμφανίζεται τμήμα του αρχείου που αφορά το γράφημα συνδέσεων. Στην δεύτερη και τρίτη στήλη εμφανίζονται οι αρχικοί και τελικοί κόμβοι κάθε σύνδεσης ενώ στην τέταρτη στήλη το μήκος της σύνδεσης. Οι επόμενες δύο στήλες περιγράφουν το κελί που ευρίσκεται κάθε σύνδεση και τον αντίστοιχο χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων.

Η διαδικασία υπολογισμού του γραφήματος συνδέσεων πραγματοποιείται μία μόνο φορά για κάθε συγκεκριμένο πρόβλημα και επανυπολογίζεται μόνο αν υπάρξει επανακαθορισμός του μοντέλου με διαφορετικό είδος παραμετροποίησης και πλήθους κόμβων.

### 3.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

Το κύριο χαρακτηριστικό του αλγόριθμου υπολογισμού των χρόνων διαδρομής είναι ότι προσομοιάζει την διάδοση της σεισμικής ενέργειας με διαστελλόμενα

μέτωπα κύματος σε ολόκληρο το δίκτυο παραμετροποίησης. Σε μοντέλα με μεγάλο πλήθος φωρατών η τεχνική αυτή καθίσταται αποδοτικότερη υπολογιστικά σε σύγκριση με άλλες μεθόδους χάραξης της σεισμικής ακτίνας .



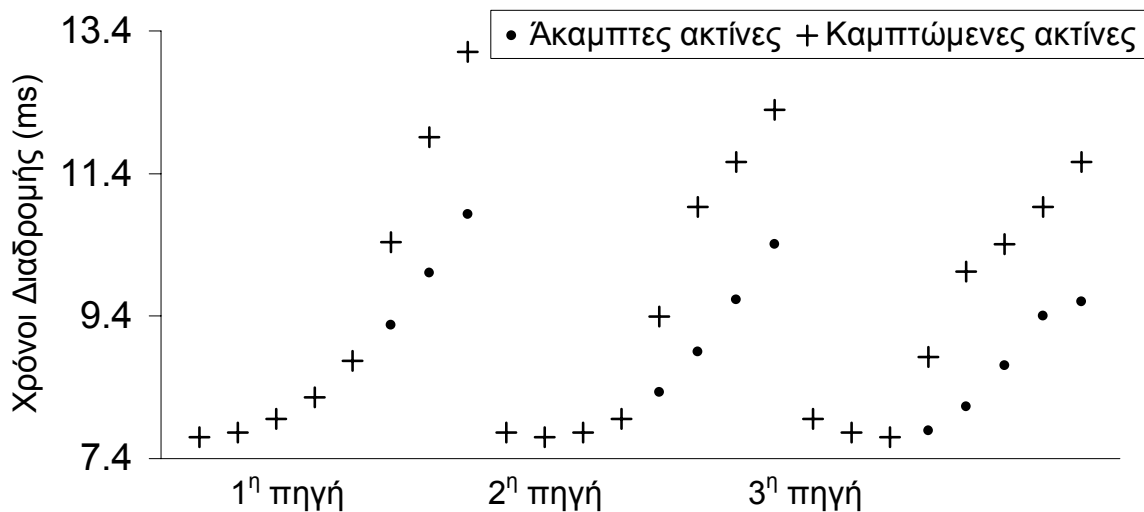
Σχήμα 3.8. Υπολογισμός των χρόνων διαδρομής σε ένα μοντέλο σεισμικών ταχυτήτων με την χρησιμοποίηση άκαμπτων (πάνω) και καμπτόμενων σεισμικών ακτίνων (κάτω). Το μοντέλο παρουσιάζει μία δομή χαμηλής ταχύτητας (0.5 km/s) στο κέντρο του σε ένα σταθερής ταχύτητας (1 km/s) περιβάλλον. Η σεισμική προσομοίωση με την μέθοδο του ελαχίστου δρόμου πραγματοποιήθηκε με την εφαρμογή 4 κόμβων ανά πλευρά κελιού. 8 σεισμικές πηγές είναι τοποθετημένες στο αριστερό κατακόρυφο όριο του μοντέλου και 8 δέκτες στο δεξιό κατακόρυφο όριο αυτού (διάταξη cross-hole).

Το υποπρόγραμμα (TRACE) του κυρίως προγράμματος παρέχει την δυνατότητα επιλογής ανάμεσα στην σεισμική προσομοίωση με χρήση καμπτόμενων



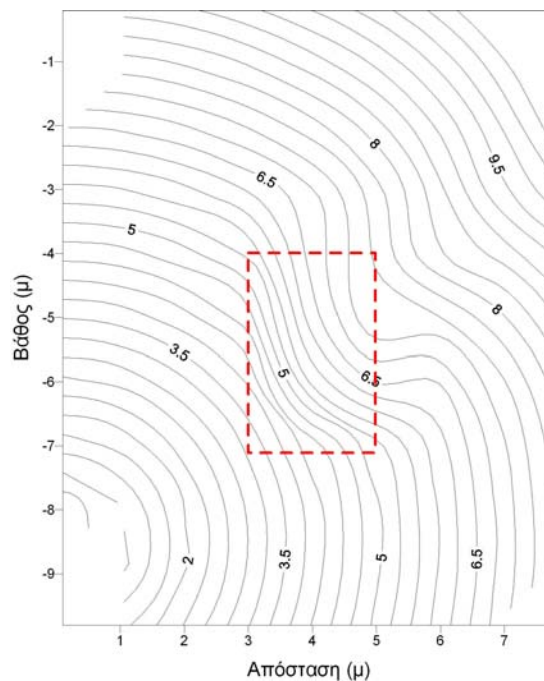
σεισμικών ακτίνων ή την χάραξη άκαμπτων ακτινικών τροχιών (ευθείες γραμμές) μεταξύ πηγών και δεκτών του μοντέλου (σχήμα 3.8).

Η εφαρμογή άκαμπτων ακτίνων καθιστά το αντίστροφο τομογραφικό πρόβλημα γραμμικό, ελλιώνοντας κατά πολύ τον συνολικό υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για τον καθορισμό των παραμέτρων του μέσου και την επίλυση του προβλήματος. Το κύριο χαρακτηριστικό της γραμμικής αντιστροφής είναι ότι κρατώντας σταθερά τα μήκη των ακτίνων σε κάθε ένα από τα κελιά του μοντέλου, ο Ιακωβιανός πίνακας δεν επανυπολογίζεται σε κάθε επανάληψη αλλά διατηρείται σταθερός σε όλη την διαδικασία της αντιστροφής. Στο μη γραμμικό πρόβλημα ο υπολογισμός των χρόνων διαδρομής και ο καθορισμός των σεισμικών ακτίνων που εξαρτώνται από τις κατανομές της ταχύτητας είναι το πιο χρονοβόρο στάδιο της τομογραφικής διαδικασίας και απαιτεί μεγάλη υπολογιστική μνήμη. Γενικά για μεταβολές στην κατανομή της σεισμικής ταχύτητας της τάξης του 15% (Hatton et al., 1986), η θεώρηση του προβλήματος ως γραμμικού κατά την αντιστροφή θεωρείται ικανοποιητική και μειώνει κατά πολύ τον υπολογιστικό χρόνο για την επίτευξη της τελικής λύσης.



Σχήμα 3.9. Καμπύλες χρόνων διαδρομής με χρήση άκαμπτων και καμπτώμενων σεισμικών ακτίνων για τρεις σεισμικές πηγές του μοντέλου του σχήματος 3.8.

Για την έναρξη της διαδικασίας της σεισμικής προσομοίωσης απαιτούνται οι συντεταγμένες των σεισμικών πηγών και φωρατών, το παραμετροποιημένο μοντέλο και το γράφημα που περιέχει όλες τις συνδέσεις μεταξύ των κόμβων στο μέσο διάδοσης. Η εφαρμογή του αλγορίθμου του Dijkstra στο μοντέλο σεισμικών ταχυτήτων υπολογίζει, ξεκινώντας από την θέση μίας σεισμικής πηγής, τους χρόνους διαδρομής σε κάθε έναν από τους κόμβους του μοντέλου, και επιλέγει από όλους τους χρόνους αυτούς που αντιστοιχούν στις συντεταγμένες των σεισμικών φωρατών. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλες τις σεισμικές πηγές. Το αποτέλεσμα της προσομοίωσης είναι οι χρόνοι διαδρομής (Σχήμα 3.9) καθώς και οι συντεταγμένες των σεισμικών ακτίνων. Οι χρόνοι διαδρομής των υπόλοιπων κόμβων που δεν αντιστοιχούν σε δέκτες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή των ισόχρονων καμπύλων των μετώπων κύματος (κυματικό πεδίο) (Σχήμα 3.10).

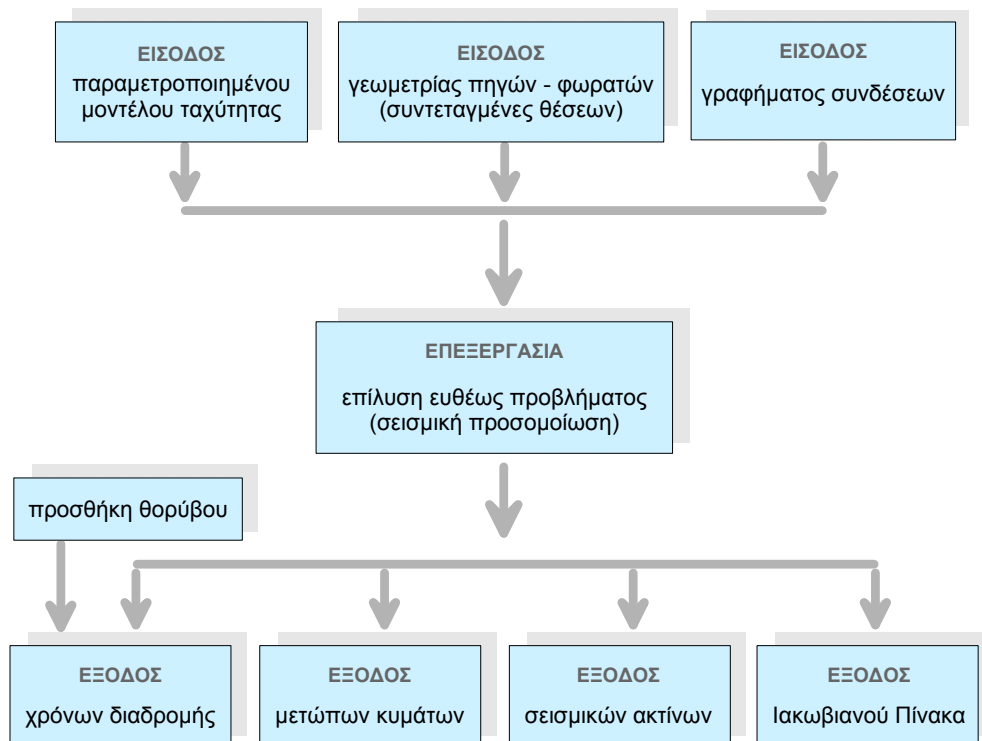


Σχήμα 3.10. Ισόχρονες καμπύλες σεισμικής προσομοίωσης, για την βαθύτερη πηγή του μοντέλου του σχήματος 3.8. Διακρίνεται η παραμόρφωση του κυματικού πεδίου στο κέντρο του μέσου λόγω της παρουσίας της αρνητικής ανωμαλίας ταχύτητας (50% μείωση στην σεισμική ταχύτητα) η θέση της οποίας υποδεικνύεται από την διακεκομμένη κόκκινη γραμμή.

Οι συντεταγμένες των σημείων τομής των σεισμικών ακτίνων με τις πλευρές των κελιών διακριτοποίησης του μοντέλου καταχωρούνται σε αρχείο και χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του Ιακωβιανού πίνακα ο οποίος θα αναλυθεί κατά την αντιστροφή.

Η τεχνική χάραξης των σεισμικών ακτίνων καθώς και η ακρίβεια υπολογισμού των χρόνων διαδρομής τους είναι συνάρτηση του πλήθους των κελιών και των κόμβων που επιλέχθηκαν για την παραμετροποίηση του μέσου. Η διαδικασία αυτή περιγράφεται αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο.

Για τον έλεγχο της αξιοπιστίας του αλγορίθμου αντιστροφής με την χρήση συνθετικών δεδομένων μπορεί να εισαχθεί ένα ποσοστό θορύβου στους συνθετικούς χρόνους διαδρομής, δημιουργώντας κατά αυτό τον τρόπο συνθήκες πραγματικών δεδομένων. Η διαδικασία αυτή επιτυγχάνεται με αλγόριθμο και αντίστοιχη υπορουτίνα ενσωματωμένη στο λογισμικό επίλυσης του ευθέως προβλήματος.



Σχήμα 3.11. Διάγραμμα ροής αλγορίθμου σεισμικής προσομοίωσης.

Ο αλγόριθμος δημιουργίας και προσθήκης θορύβου βασίζεται σε μία γεννήτρια, ημι-τυχαίων θετικών και αρνητικών αριθμών που προστίθενται στα δεδομένα, ενώ το ποσοστό που ελέγχει την τιμή του σφάλματος καθορίζεται από τον λόγο του μέγιστου προς τον ελάχιστο χρόνο διαδρομής.

Το διάγραμμα ροής του αλγόριθμου προσομοίωσης που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής παρουσιάζεται στο σχήμα 3.11. Η επίλυση του ευθέως προβλήματος μπορεί να υλοποιηθεί είτε σαν μία ξεχωριστή διαδικασία για την παραγωγή συνθετικών δεδομένων είτε σαν τον ενδιάμεσο στάδιο για τον υπολογισμό του σφάλματος των δεδομένων (χρονικά υπόλοιπα) κατά την τομογραφική ανακατασκευή του μοντέλου.

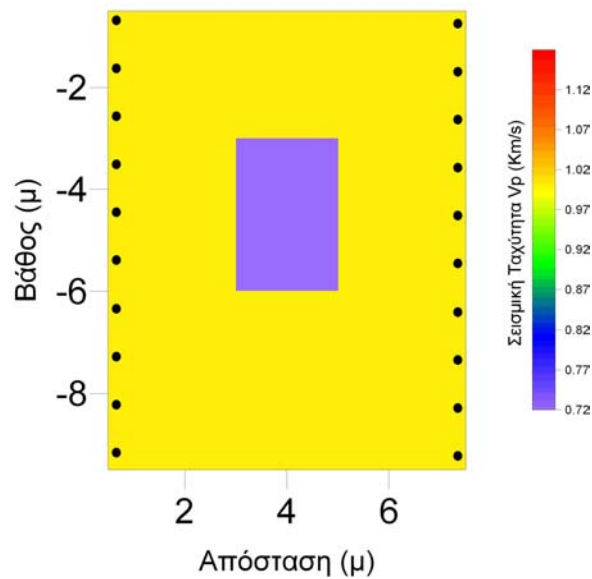
### **3.4 ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ**

Πυρήνας του λογισμικού πακέτου τομογραφίας είναι η αντιστροφή των χρόνων διαδρομής και ο καθορισμός των παραμέτρων του μοντέλου που ικανοποιούν τα πειραματικά δεδομένα. Υιοθετώντας ένα αρχικό μοντέλο υπολογίζονται οι αντίστοιχες πρώτες αφίξεις (συνθετικά δεδομένα) και κατασκευάζεται το άνυσμα που περιέχει τα χρονικά υπόλοιπα. Η στρατηγική πίσω από το γραμμικοποιημένο αντίστροφο πρόβλημα είναι ο υπολογισμός και η εφαρμογή μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας μικρών αλλαγών στο αρχικό μοντέλο με σκοπό την ελάττωση των χρονικών υπολοίπων.

Για τον υπολογισμό του ανύσματος με τις διορθώσεις στις τιμές των παραμέτρων είναι απαραίτητη η εφαρμογή μιας εκ των μεθόδων κανονικοποίησης που έχουν περιγραφεί στο κεφάλαιο ΙΙ με κριτήριο επιλογής τις ιδιαιτερότητες του συγκεκριμένου προβλήματος. Η επιλογή αυτή αφορά στον καθορισμό των ελεύθερων παραμέτρων που ελέγχουν την κανονικοποίηση και διενεργείται από τον χρήστη. Στην περίπτωση της τεχνικής της απόσβεσης καθορίζεται ο παράγοντας απόσβεσης ο οποίος μπορεί είτε να παραμείνει σταθερός ή να λαμβάνει μία αρχική τιμή η οποία ελλατώνεται με συγκεκριμένο

ρυθμό κατά την διάρκεια των επαναλήψεων. Εάν επιλεγεί κανονικοποίηση με εξομάλυνση τότε υπάρχει η δυνατότητα επιλογής δύο χωρικών φίλτρων εξομάλυνσης των τιμών των παραμέτρων του μοντέλου, ενώ απαιτείται και ο καθορισμός του παράγοντα βάρους που ελέγχει την συμβολή της εξομάλυνσης στην λύση. Η αποκοπή των ιδιαζουσών τιμών απαιτεί την επιλογή του κατάλληλου ορίου με βάση την διάταξη των ιδιαζουσών τιμών, ενώ στην κανονικοποίηση κατά Tikhonov επιλέγεται η τιμή του αντίστοιχου παράγοντα κανονικοποίησης  $\alpha$ .

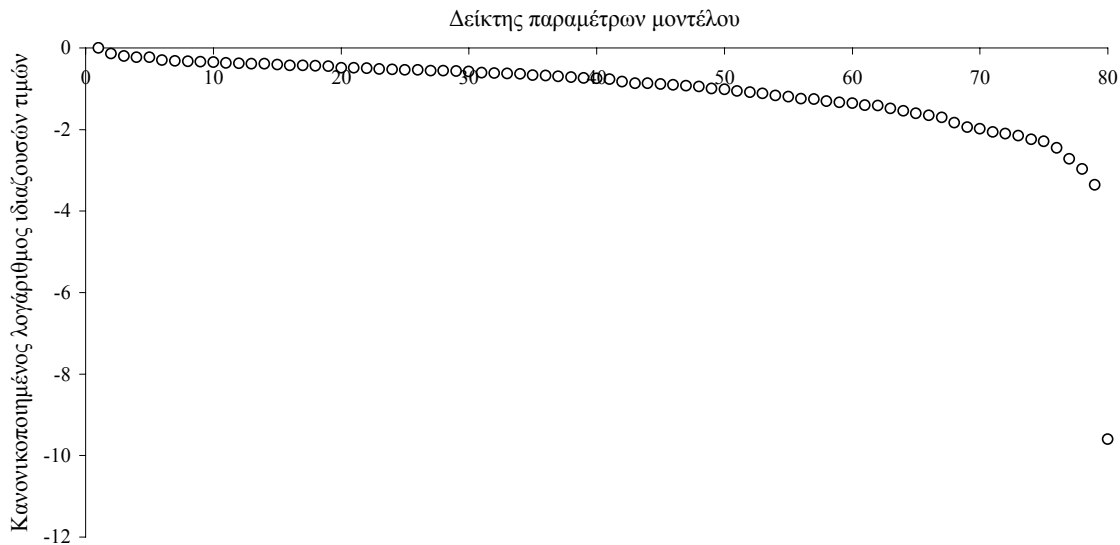
Στο σχήμα 3.12 απεικονίζεται ένα συνθετικό μοντέλο σεισμικών ταχυτήτων που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων. 10 σεισμικές πηγές και αντίστοιχο πλήθος γεωφώνων τοποθετήθηκαν στα δύο πλευρικά (κατακόρυφα) όρια του μοντέλου (διάταξη μεταξύ γεωτρήσεων cross-hole). Στους συνθετικούς χρόνους διαδρομής που προέκυψαν από την απόκριση του μοντέλου προστέθηκε τυχαίος θόρυβος.



Σχήμα 3.12. Συνθετικό μοντέλο με χαρακτηριστική ανωμαλία ταχύτητας στο κέντρο του μέσου. Οι πηγές και τα γεώφωνα έχουν την διάταξη cross-hole και η παραμετροποίηση έχει γίνει με την χρήση 80 ( $8 \times 10$ ) τετραγωνικών κελιών διάστασης ενός μέτρου και σταθερής ταχύτητας. Για την παραγωγή των χρόνων διαδρομής τοποθετήθηκαν 10 πηγές και 10 γεωφώνια (μαύροι κύκλοι) στα κατακόρυφα όρια του μοντέλου και 5 κόμβοι ανά πλευρά κελιού.

Οι ιδιάζουσες τιμές του συγκεκριμένου προβλήματος φαίνονται στο σχήμα 3.13 όπου μπορεί κανείς να παρατηρήσει μια απότομη πτώση στην κατανομή τους, γεγονός που καθιστά το πρόβλημα ασταθές. Για τον λόγο αυτό απαιτείται η εφαρμογή μιας από τις τεχνικές κανονικοποίησης που περιγράφηκαν προηγουμένως και ο καθορισμός της κατάλληλης παραμέτρου η οποία ελέγχει την εκάστοτε προσέγγιση που κανονικοποιεί το πρόβλημα.

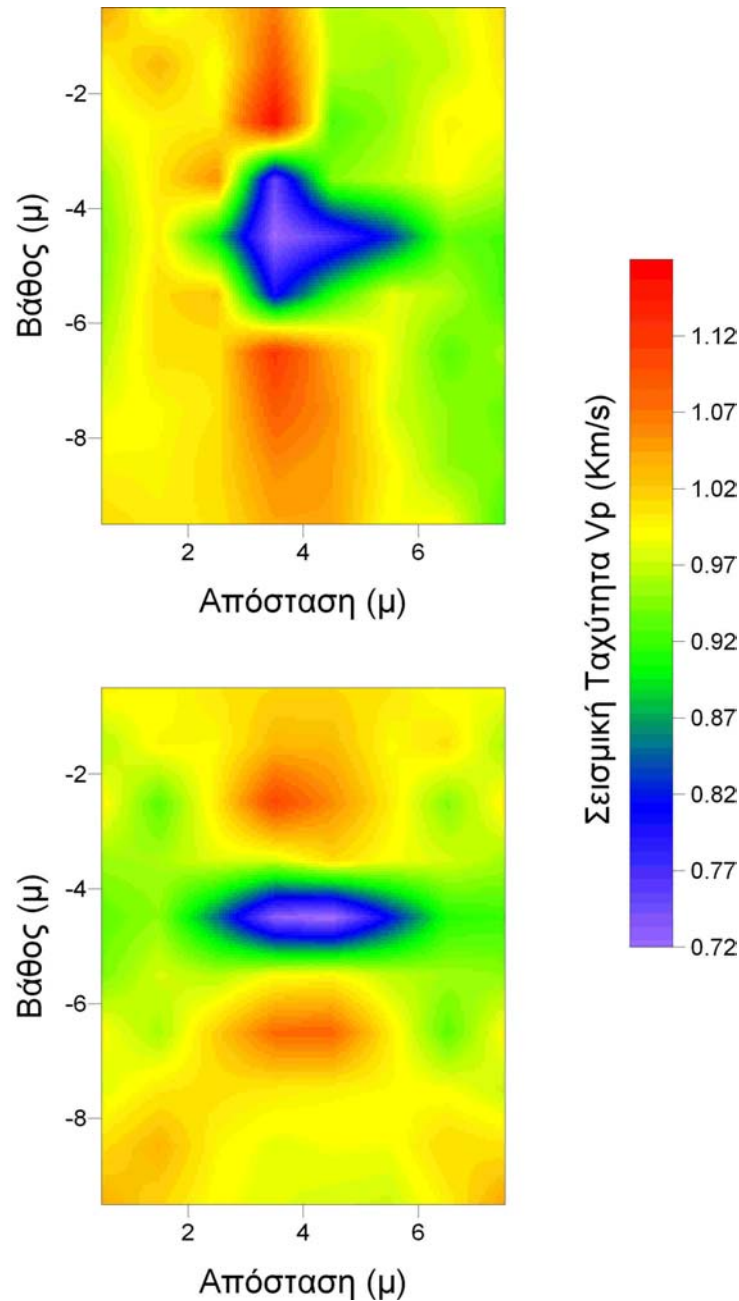
Τα αποτελέσματα από την τομογραφική επεξεργασία των δεδομένων για κάθε ένα από τα σχήματα κανονικοποίησης παρουσιάζονται διαδοχικά στα σχήματα 3.14 και 3.15.



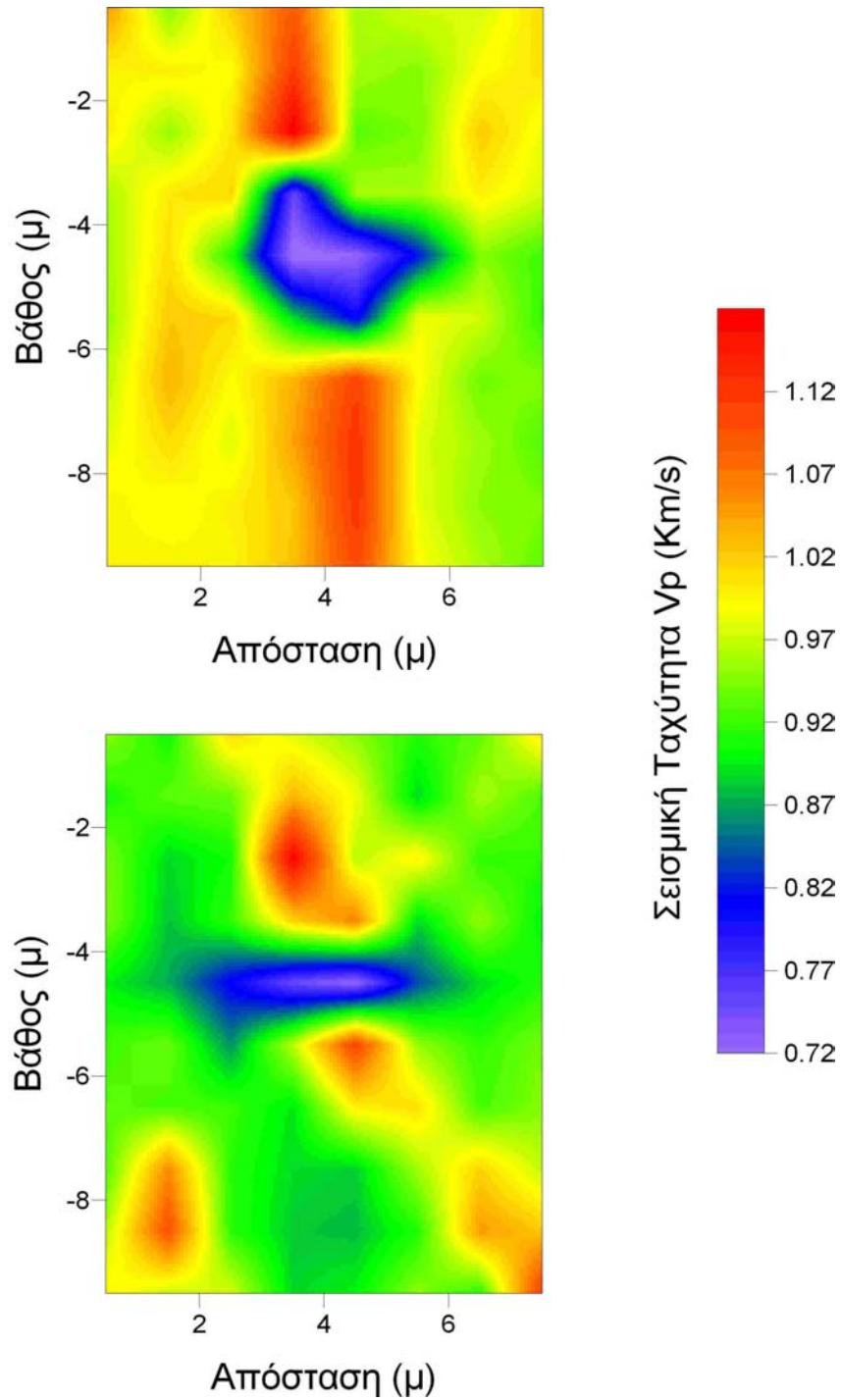
Σχήμα 3.13. Διάταξη των ιδιάζουσών τιμών της Ιακωβιανής.

Η τεχνική της απόσβεσης (σχήμα 3.14 άνω) και η προσέγγιση κατά Tikhonov (σχήμα 3.15 άνω) παράγουν παρόμοια αποτελέσματα κυρίως λόγω της μαθηματικής ομοιότητας κατά την κανονικοποίηση αλλά και της επιλογής των παραγόντων απόσβεσης και Tikhonov. Η επίδραση του φίλτρου εξομάλυνσης στο τελικό μοντέλο είναι προφανής στο τομόγραμμα του σχήματος 3.14 (κάτω) ενώ η αποκοπή ιδιάζουσών τιμών για το συγκεκριμένο όριο (σχήμα 3.15 κάτω) αναπαριστά ικανοποιητικά το αρχικό μοντέλο.

Στον πίνακα 3.1 εμφανίζονται μερικές χαρακτηριστικές πληροφορίες, όπως αυτές εξάγονται από τον αλγόριθμο σεισμικής τομογραφίας και αφορούν στον υπολογιστικό χρόνο και το τελικό σφάλμα στα δεδομένα για τις διαφορετικές επιλογές κανονικοποίησης.



Σχήμα 3.14. Σεισμικά τομογράμματα που προέκυψαν ύστερα από την κανονικοποίηση του προβλήματος με την μέθοδο της απόσβεσης (άνω) και την τεχνική της εξομάλυνσης (κάτω). Για την αντιστροφή χρησιμοποιήθηκε ένα ομογενές αρχικό μοντέλο με τιμή σεισμικής ταχύτητας 0.85 km/s.



Σχήμα 3.15. Σεισμικά τομογράματα που προέκυψαν ύστερα από την κανονικοποίηση του προβλήματος με την μέθοδο της κανονικοποίησης Tikhonov (άνω) και την τεχνική της αποκοπής ιδιαζουσών τιμών (κάτω). Για την αντιστροφή χρησιμοποιήθηκε ένα ομογενές αρχικό μοντέλο με τιμή σεισμικής ταχύτητας 0.85 km/s.



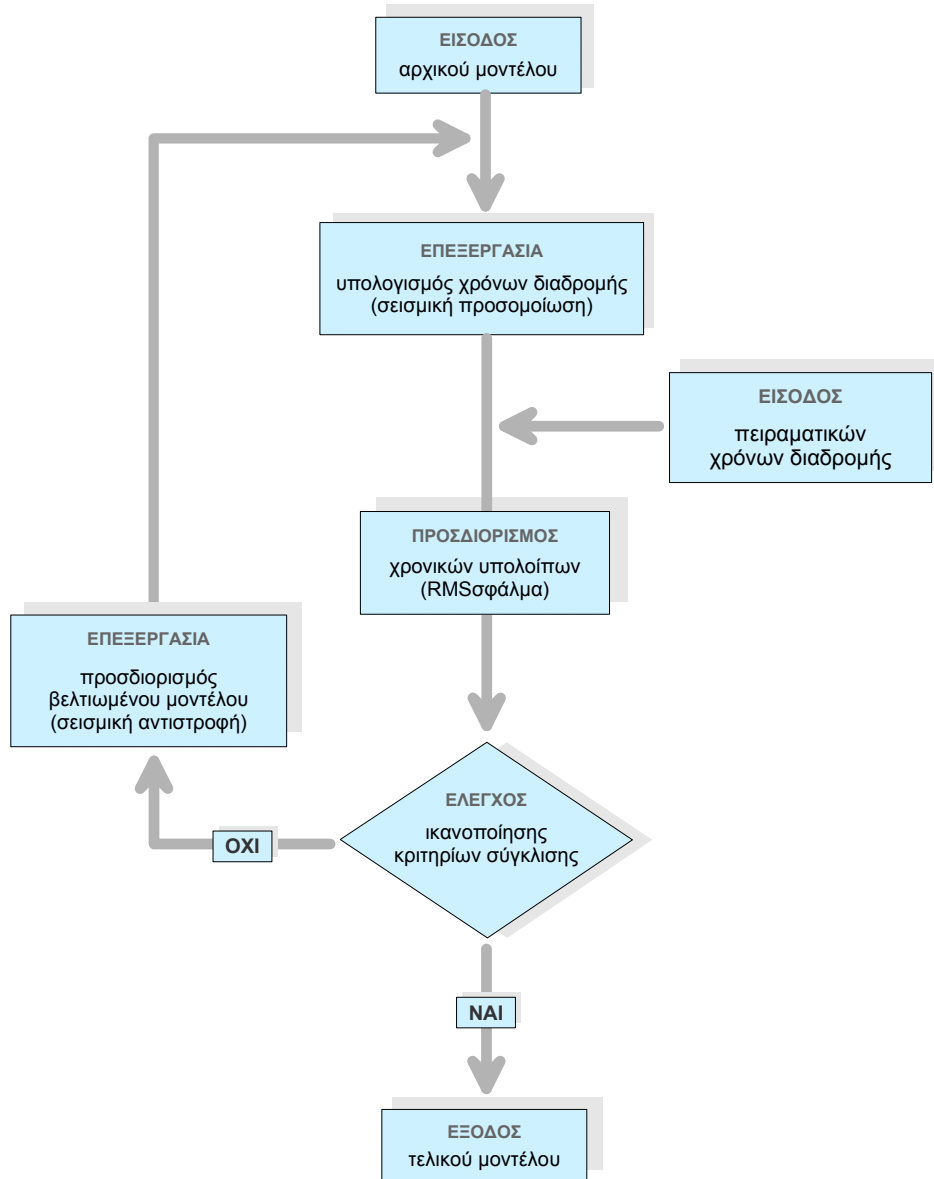
Ο αλγόριθμος που πραγματοποιεί την αντιστροφή επιτρέπει ακόμα την εισαγωγή περιορισμών στις τιμές που μπορούν να λάβουν οι παράμετροι του μοντέλου. Η εφαρμογή της ανώτερης και κατώτερης τιμής στις σεισμικές ταχύτητες του μοντέλου γίνεται εάν και όταν είναι απαραίτητο, μετά το τέλος κάθε επαναληπτικής προσπάθειας και αποτελεί κατά κάποιο τρόπο μία εκ των υστέρων εξομάλυνση στις κατανομές της σεισμικής ταχύτητας. Η εφαρμογή τέτοιων περιορισμών πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή και μόνο στις περιπτώσεις όπου τα δεδομένα περιέχουν υψηλά ποσοστά θορύβου που καθιστούν αδύνατη την ανακατασκευή ενός σταθερού μοντέλου ακόμα και με την εφαρμογή ισχυρών τεχνικών κανονικοποίησης.

Πίνακας 3.1. Χαρακτηριστικές τιμές των ελευθέρων παραμέτρων κανονικοποίησης και στατιστικά στοιχεία που αφορούν στα σεισμικά τομογράμματα των σχημάτων 3.14 και 3.15.

Κανονικοποίηση	Παράμετρος	Υπολογιστικός χρόνος (min)	Επαναληπτικές προσπάθειες	Σφάλμα RMS δεδομένων
Απόσβεση	$\lambda=1$	21.97	19	0.0085498
Εξομάλυνση	$\beta^2=1$	5.85	4	0.047123
Tikhonov	$\alpha=0.5$	7.44	15	0.0079056
Αποκοπή	$k=0.17$	1.30	3	0.1436383

Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου αντιστροφής που αναπτύχθηκε παρουσιάζεται στο σχήμα 3.16. Το πλήθος των επαναλήψεων για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος καθορίζεται από τον χρήστη και είναι ένα από τα κριτήρια σύγκλισης της μεθόδου. Ένα άλλο ευρέως γνωστό κριτήριο σύγκλισης είναι ο υπολογισμός του σφάλματος μέσης τετραγωνικής ρίζας (RMS) των χρονικών υπολοίπων. Η διαδικασία αντιστροφής του λογισμικού TOMO.Inv περατούται όταν το σφάλμα RMS αρχίζει να αυξάνεται ή τούτο γίνει μικρότερο κάποιου προκαθορισμένου κατωφλίου. Το σχήμα 3.17 παριστάνει τον ρυθμό μεταβολής του σφάλματος RMS των χρονικών υπολοίπων με το

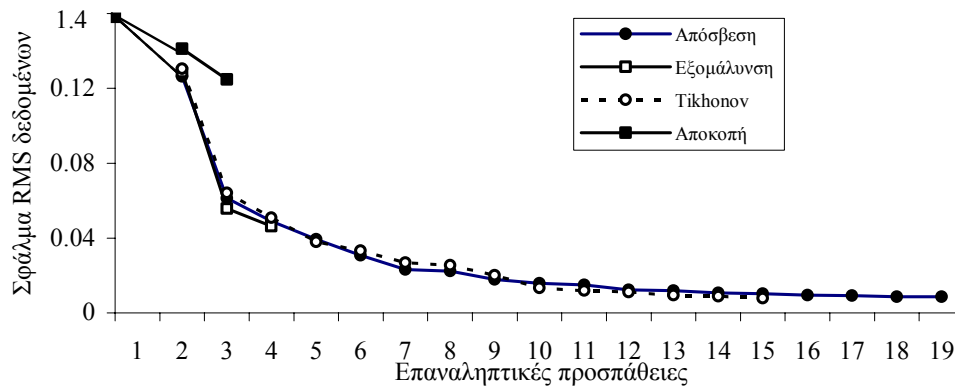
πλήθος των επαναλήψεων για κάθε μία από τα τεχνικές αντιστροφής που εφαρμόστηκαν.



Σχήμα 3.16. Διάγραμμα ροής αλγορίθμου αντιστροφής.

Στις περιπτώσεις όπου η λύση αποκλίνει από τα πρώτα στάδια των επαναλήψεων και το σφάλμα στα χρονικά υπόλοιπα διατηρείται αρκετά υψηλό απαιτείται ο επανακαθορισμός του αρχικού μοντέλου, καθώς η αρχική

εκτίμηση απέχει πολύ από την πραγματική κατανομή των ταχυτήτων και καταρρίπεται, έτσι, η προσέγγιση της γραμμικοποίησης που έγινε αρχικά. Μια συνήθης τεχνική για τον καθορισμό ενός πιο ρεαλιστικού αρχικού μοντέλου είναι η υιοθέτηση ως αρχικού μοντέλου του ίδιου του αποτελέσματος μιας γραμμικής αντιστροφής.



Σχήμα 3.17. Ρυθμός μεταβολής του σφάλματος RMS των δεδομένων με το πλήθος των επαναλήψεων για διαφορετικές μεθόδους κανονικοποίησης.

Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου αντιστροφής είναι οι τιμές του τελικού πεδίου ταχυτήτων καθώς και αυτών των ενδιάμεσων διαδοχικών προσεγγίσεων, καταχωρημένες σε αρχεία με διάταξη περιεχομένου (format) προσβάσιμη από διαφορετικά προγράμματα γραφικών απεικονίσεων. Πρόσθετες πληροφορίες που περιέχονται στα αποτελέσματα, χρήσιμες για την στατιστική ανάλυση και τον χαρακτηρισμό κάθε τεχνικής κανονικοποίησης είναι ο ρυθμός μεταβολής του σφάλματος RMS και ο υπολογιστικός χρόνος. Κατά την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών τα ιδιοανύσματα του χώρου των παραμέτρων και των δεδομένων με τις αντίστοιχες ιδιαζουσες τιμές καταχωρούνται σε ξεχωριστά αρχεία για την μετέπειτα χρησιμοποίησή τους στην αξιολόγηση της λύσης του τελικού μοντέλου.

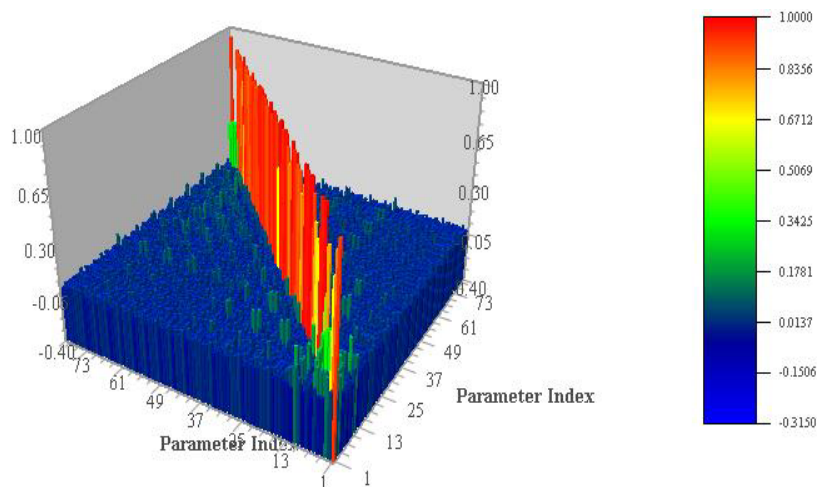
### **3.5 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΛΥΣΗ**

Η αντιστροφή των χρόνων διαδρομής με σκοπό την ανακατασκευή των σεισμικών ταχυτήτων σε ένα μοντέλο ολοκληρώνεται με την στατιστική ανάλυση και επεξεργασία των τομογραφικών αποτελεσμάτων. Μία ποσοτική εκτίμηση της ποιότητας-ευκρίνειας ενός ανακατασκευασμένου μοντέλου θεωρείται απαραίτητη όχι μόνο για την σωστή ερμηνεία του μοντέλου ταχυτήτων, αλλά και ως οδηγός για την βέλτιστη σχεδίαση των πειραματικών μετρήσεων πεδίου, και την κατ' ακολουθία βελτίωση της ίδιας της διαδικασίας της αντιστροφής.

Οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση του σφάλματος βασίζονται στην ανάλυση ιδιαζουσών τιμών του Ιακωβιανού πίνακα. Η διάταξη των ιδιαζουσών τιμών είναι αυτή που καθορίζει στο μεγαλύτερο ποσοστό τις τιμές όλων των στατιστικών μετρήσεων. Μετά την αρχική ανάγνωση και αποθήκευση των ανυσμάτων των ιδιαζουσών τιμών αλλά και αυτών που αντιστοιχούν στον χώρο των παραμέτρων και δεδομένων, ζητείται από τον χρήστη να καθορίσει το εύρος εκείνο των ιδιαζουσών τιμών που συνεισφέρουν στην λύση. Αυτό είναι σημαντικό γιατί στην ουσία αναγνωρίζονται οι γραμμικώς ανεξάρτητες μετρήσεις και τα ικανά για ανακατασκευή ανύσματα του παραμετρικού χώρου. Για την επιλογή της ιδιάζουσας αυτής τιμής ο αλγόριθμος απαιτεί είτε μια καθαρά αριθμητική ποσότητα για την αποκοπή, είτε μία τάξη μεγέθους με βάση την οποία αποκόπτει τις υπόλοιπες ιδιάζουσες τιμές. Με την δεύτερη επιλογή οι ιδιάζουσες τιμές αρχικά κανονικοποιούνται και στην συνέχεια λαμβάνεται ο δεκαδικός τους λογάριθμος. Με βάση την νέα πλέον διάταξη πρέπει να καθορισθούν οι τάξεις μεγέθους μέσα στις οποίες βρίσκονται εκείνες οι ιδιάζουσες τιμές οι οποίες θεωρούνται σημαντικές για την λύση. Καθώς οι ιδιάζουσες τιμές προκύπτουν από τον Ιακωβιανό πίνακα, δεν πρέπει να υπερβαίνουμε την αριθμητική ακρίβεια που αναμένεται να έχει αυτός ο πίνακας, τα στοιχεία του οποίου βασίζονται στον συνδυασμό της παραμετροποίησης και της συγκεκριμένης πειραματικής διάταξης ενός πειράματος. Η συνήθης προσέγγιση είναι να λαμβάνονται δύο τάξεις μεγέθους σαν το όριο αποδοχής των ιδιαζουσών τιμών καθώς, τέτοια είναι και η ακρίβεια

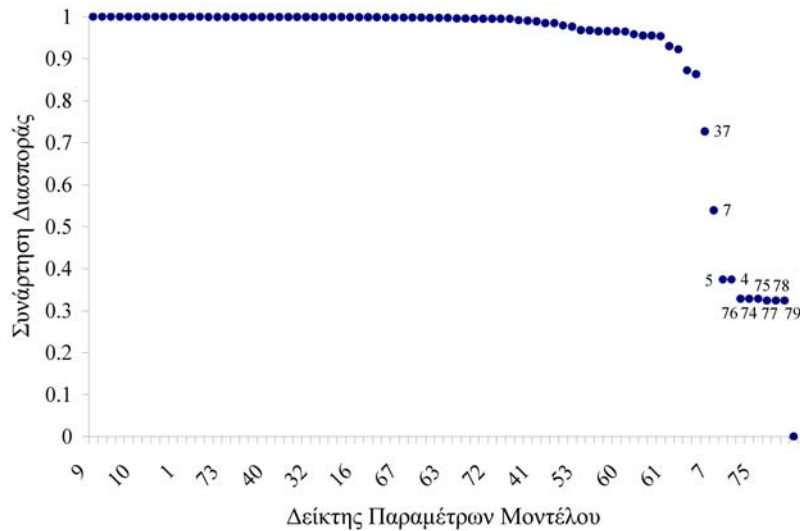
τόσο του προσδιορισμού της θέσης των πηγών και γεωφώνων, όσο της ανάγνωσης των χρόνων διαδρομής από τις σεισμικές καταγραφές κατά την αρχική επεξεργασία των δεδομένων. Ένας άλλος τρόπος επιλογής των σημαντικών ιδιαιζουσών τιμών προκύπτει από την παρατήρηση του γραφήματος της κατανομής τους. Τούτο είναι πολλές φορές μια πιο εύκολη διαδικασία αφού η τιμή αυτή εντοπίζεται πλησίον του σημείου όπου παρατηρείται μία απότομη μετάβαση στο φάσμα των ιδιαιζουσών τιμών.

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία, ο αλγόριθμος στατιστικής επεξεργασίας υπολογίζει αρχικά τον πίνακα διακριτικής ικανότητας (σχήμα 3.18). Η διαδικασία αυτή πρέπει να ελέγχεται από τον χρήστη καθώς, όπως αναφέραμε στο Κεφάλαιο II, ο πίνακας αυτός εξαρτάται από το είδος της κανονικοποίησης που επιλέχθηκε και γι' αυτό τον λόγο η σημασία του πρέπει να αξιολογείται με προσοχή. Η μοναδική περίπτωση άμεσης αξιολόγησης του πίνακα συμβαίνει όταν η κανονικοποίηση πραγματοποιείται με την τεχνική της αποκοπής ιδιαιζουσών τιμών. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η επίδραση των ελευθέρων παραμέτρων της εκάστοτε τεχνικής κανονικοποίησης, έτσι ώστε να γίνεται μία συνδυασμένη αξιολόγηση όλων των παραμέτρων που αφορούν στην εκτίμηση του σφάλματος.



Σχήμα 3.18. Πίνακας Διακριτικής ικανότητας για το κάτω ανακατασκευασμένο μοντέλο του σχήματος 3.15.

Ο αλγόριθμος παρέχει επίσης την δυνατότητα για τριδιάστατες απεικονίσεις του πίνακα διακριτικής ικανότητας του μοντέλου με την βοήθεια της γραφικής βιβλιοθήκης Array Visualizer της INTEL ενώ τα αποτελέσματα παρέχονται και σε αρχείο απλής διάταξης περιεχομένου για επεξεργασία και απεικόνιση με οιοδήποτε λογισμικό.

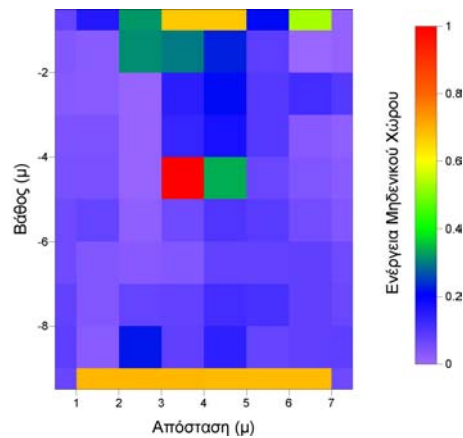


Σχήμα 3.19. Συνάρτηση διασποράς των παραμέτρων του κάτω τομογράμματος του σχήματος 3.15.

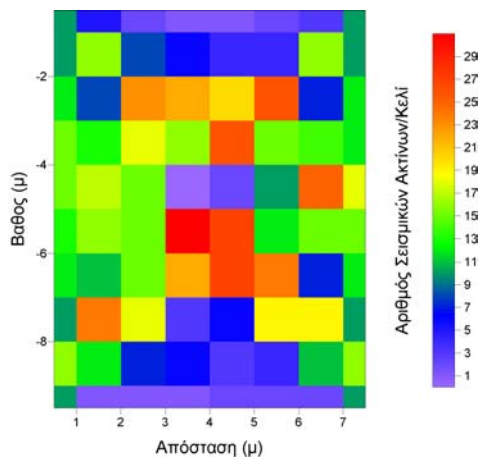
Στη συνέχεια υπολογίζεται η ενέργεια μηδενικού χώρου, η συνάρτηση διασποράς και το πλήθος των ακτίνων ανά κελί στο μοντέλο. Οι ποσότητες αυτές μαζί με τον πίνακα διακριτικής ικανότητας παρέχουν χρήσιμες πληροφορίες όχι μόνο για την αξιολόγηση της λύσης αλλά και για τον έλεγχο των τεχνικών της κανονικοποίησης στο τελικό μοντέλο.

Στα σχήματα 3.19 και 3.20 απεικονίζονται η συνάρτηση διασποράς και η ενέργεια μηδενικού χώρου για το κάτω τομογράμμα του σχήματος 3.15. Οι υπολογισμοί έγιναν μετά το πέρας της αντιστροφής και προκύπτουν από την ανάλυση του Ιακωβιανού πίνακα, όπως αυτός καθορίστηκε στην τελευταία επανάληψη. Η κατανομή των τιμών της συνάρτησης διασποράς χαρακτηρίζει την εξάρτηση που έχουν οι τιμές των παραμέτρων του μοντέλου μεταξύ τους

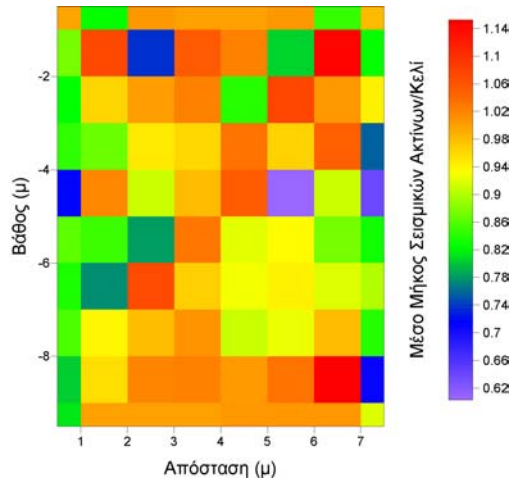
και, όπως προκύπτει από το σχήμα 3.19, τα κελιά που ορίζουν το άνω (οροφή) και κάτω (πυθμένα) όριο του μοντέλου δεν μπορούν να καθορισθούν ανεξάρτητα, γεγονός που επαληθεύεται επίσης και από την κατανομή της ενέργειας μηδενικού χώρου (σχήμα 3.20) με υψηλές τιμές ενέργειας στις αντίστοιχες περιοχές του μέσου. Το ίδιο γεγονός γίνεται εμφανές και στον πίνακα διακριτικής ικανότητας (σχήμα 3.18) όπου παρατηρούμε ότι τα μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα αποκλίνουν από την μηδενική τιμή για τις αντίστοιχες παραμέτρους.



Σχήμα 3.20. Κατανομή ενέργειας μηδενικού χώρου.



Σχήμα 3.21. Κατανομή ακτινικής πυκνότητας.



Σχήμα 3.22. Κατανομή μέσου ακτινικού μήκους ανά κελί.

Επί πλέον, ποιοτικού χαρακτήρα συμπληρωματικές πληροφορίες παρέχονται ακόμα από το πλήθος και το μέσο μήκος των σεισμικών ακτίνων ανά κελί (σχήματα 3.21 και 3.22)

Η πιο σημαντική ίσως πληροφορία δίνεται από την αναπαράσταση των ανυσμάτων του παραμετρικού χώρου που ανήκουν στον μηδενικό χώρο (σχήμα 3.23). Με αυτή την αναπαράσταση αναγνωρίζουμε εξ αρχής δομές που δεν θα μπορούσαν να ανακατασκευασθούν υπό τις συγκεκριμένες συνθήκες του πειράματος, που σημαίνει βέβαια ότι δεν πρέπει και να τις αξιολογήσουμε στο τελικό μοντέλο. Σημαντικές επίσης πληροφορίες από την αναπαράσταση αυτή εξάγονται για τον βέλτιστο σχεδιασμό των αριθμητικών προσομοιώσεων.

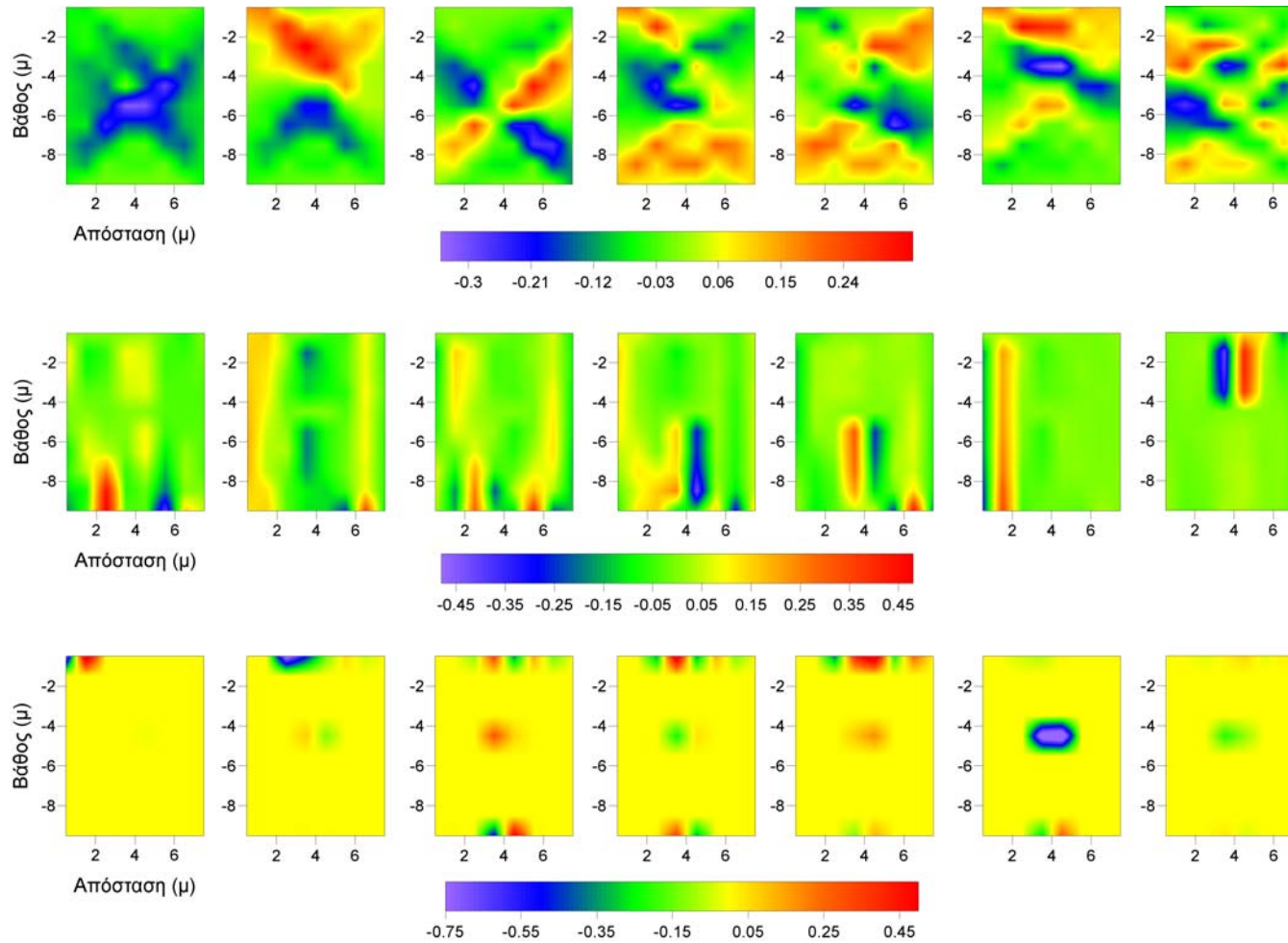
Ένα ακόμη συμπέρασμα που προκύπτει από τα παραπάνω είναι ότι τα συνθετικά μοντέλα που προορίζονται για συγκριτικές δοκιμές αξιολόγησης προτεινόμενων τεχνικών επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος πρέπει να κατασκευάζονται έτσι, ώστε να μην αποτελούνται αποκλειστικά από δομές ταχυτήτων που δεν ανήκουν στον μηδενικό χώρο, καθώς στις περιπτώσεις αυτές παράγονται αναξιόπιστα δεδομένα και κατά συνέπεια αναξιόπιστες αξιολογήσεις. Αφετέρου, συνθετικά μοντέλα που δεν έχουν τμήμα της δομής τους στον μηδενικό χώρο των παραμέτρων θα ανακτώνται στις περισσότερες περιπτώσεις με πλασματική επιτυχία, παρέχοντας κατά αυτόν τον τρόπο μη επαρκείς πληροφορίες περί της αξιοπιστίας των προτεινόμενων τεχνικών



ανακατασκευής για μία συγκεκριμένη παραμετροποίηση και διάταξη πηγών-φωρατών. Η γνώση των μη ανιχνεύσιμων αυτών δομών συμβάλλει καθοριστικά στην επιλογή της βέλτιστης παραμετροποίησης, όσο και στο ποιες δομές αναμένεται να αναδείξει μια συγκεκριμένη διάταξη πηγών φωρατών.

Το συγκεκριμένο στατιστικό πακέτο επεξεργασίας πρέπει να χρησιμοποιείται κυρίως κατά το στάδιο σχεδιασμού του προβλήματος και όχι μόνο σαν τελική αξιολόγηση διότι έτσι αποφεύγεται η άσκοπη και χρονοβόρα επανάληψη των μετρήσεων πεδίου.

Τα μοντέλα του σχήματος 3.23 που αντιστοιχούν στις μεγαλύτερες ιδιάζουσες τιμές του προβλήματος (πρώτη σειρά μοντέλων) περιγράφουν μεγάλες δομές που μπορούν εύκολα να ανιχνευθούν από την επιλεγείσα γεωμετρία πηγών-δεκτών και με την συγκεκριμένη παραμετροποίηση του μέσου. Οι μικρότερες ιδιάζουσες τιμές (δεύτερη σειρά μοντέλων) αντιστοιχούν σε μοντέλα με κατακόρυφες και επιμήκεις δομές ταχύτητας και δεν μπορούν να ανακατασκευασθούν επιτυχώς. Το παραπάνω γεγονός ήταν αναμενόμενο αφού είναι γνωστό ότι όταν η διάδοση της σεισμικής ενέργειας είναι παράλληλη με την διεύθυνση της βαθμίδας του πεδίου ταχυτήτων τα δεδομένα των συγκεκριμένων διατάξεων πηγών-δεκτών δεν είναι από μόνα τους ικανά για την ορθή ανακατασκευή τέτοιων δομών (stripe effect). Οι κατανομές των ταχυτήτων στην τελευταία σειρά του σχήματος 3.23 που αντιστοιχούν στις μικρότερες ιδιάζουσες τιμές παρουσιάζουν μεμονωμένες δομές κυρίως στην περίμετρο του μοντέλου όπου η ακτινική κάλυψη είναι πολύ μικρή.



Σχήμα 3.23. Αναπαράσταση των ανυσμάτων του παραμετρικού χώρου από την ανάλυση ιδιζουσών τιμών στην περίπτωση διάταξης cross-hole. Τα μοντέλα της πρώτης σειράς αντιστοιχούν στις πρώτες 7 ιδιζουσες τιμές ενώ οι επόμενες δύο σειρές αντιστοιχούν στις τελευταίες 14 ιδιζουσες τιμές του προβλήματος

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV**

# **ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ**

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Στο κεφάλαιο αυτό σχολιάζονται τα αποτελέσματα από ένα πλήθος αριθμητικών δοκιμών που σχεδιάστηκαν και εκτελέστηκαν στο πλαίσιο της αξιολόγησης του λογισμικού που αναπτύχθηκε. Αρχικά αναλύεται το σφάλμα της σεισμικής προσομοίωσης ελαχίστου δρόμου, μέσα από συγκριτικές δοκιμές των αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα από εμπορικά λογισμικά και από αλγορίθμους αποδεκτούς και έγκυρους για την ακρίβειά τους. Στη συνέχεια επιλύεται το αντίστροφο πρόβλημα για συνθετικά δεδομένα και ελέγχεται η ικανότητα ανακατασκευής διαφορετικών τεχνικών κανονικοποίησης.

## 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η αριθμητική ακρίβεια όλων των επιμέρους αλγορίθμων που ενσωματώθηκαν στο λογισμικό πακέτο ελέγχθηκε με την σύγκριση των αποτελεσμάτων κάθε υπορουτίνας του πηγαίου κώδικα με αυτά που προκύπτουν από το μαθηματικό πακέτο MATLAB. Για την τελική αξιολόγηση του λογισμικού κρίθηκε απαραίτητη η εφαρμογή ενός πλήθους δοκιμών με συνθετικά δεδομένα. Με την συνθετική προσομοίωση οι πιθανές ατέλειες στον κώδικα οι οποίες δεν εντοπίζονται κατά την ανάπτυξη κάθε υπορουτίνας, αναδεικνύονται και αποκαθίστανται (debugging) έτσι ώστε το λογισμικό να παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα υπό οποιοσδήποτε συνθήκες.

Οι συνθετικές δομές παρέχουν επίσης και την δυνατότητα αξιολόγησης των μεθοδολογιών που αναπτύχθηκαν για την επίλυση του ευθέως και αντίστροφου προβλήματος μέσα από συγκριτικές δοκιμές με αναλυτικές μεθόδους ή άλλες αναγνωρισμένες για την αξιοπιστία τους προσεγγιστικές μεθόδους.

Οι συνθετικές δοκιμές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τις συγκριτικές δοκιμές ακριβείας του προσομοιωτή που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής και η δεύτερη την αξιολόγηση της επίδρασης των τεχνικών κανονικοποίησης στη λύση του αντίστροφου προβλήματος.

Οι αριθμητικές προσομοιώσεις του λογισμικού επίλυσης του ευθέως προβλήματος που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής διεξήχθησαν αρχικά σε γεωμετρικές δομές ταχύτητας για τις οποίες διατίθεται αναλυτική λύση. Για τις σύνθετες δομές ταχύτητας, που δεν διατίθεται αναλυτική λύση, οι συγκριτικές δοκιμές βασίσθηκαν στην σύγκριση των αποτελεσμάτων του προσομοιωτή που αναπτύχθηκε με αυτά που παρέχουν οι προσεγγιστικές λύσεις των προσομοιωτών της ακτινικής θεωρίας και οι προσεγγιστικές μέθοδοι επίλυσης της πλήρους κυματικής εξίσωσης με πεπερασμένες διαφορές.

Στα πλαίσια αυτά η ακρίβεια του αλγορίθμου σεισμικής προσομοίωσης ελέγχθηκε με την εφαρμογή του σε τρία διαφορετικά συνθετικά μοντέλα ταχύτητας. Οι αλγόριθμοι που έλαβαν μέρος στις συγκριτικές δοκιμές ακριβείας

επιλέχθηκαν έτσι ώστε να ανήκουν σε διαφορετικές φιλοσοφίες-προσεγγίσεις για την επίλυση του ευθέως σεισμικού προβλήματος. Τα κοινά τους χαρακτηριστικά είναι ότι υπολογίζουν τους χρόνους διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων με βάση την ασυμπτωτική ακτινική θεωρία διάδοσης της σεισμικής ενέργειας λίαν υψηλής συχνότητας.

Τα κριτήρια που συνήθως ελέγχουν την ακρίβεια των μεθόδων σεισμικής προσομοίωσης είναι η ιδιαιτερότητα του πεδίου ταχυτήτων ενός μοντέλου και η ίδια η παραμετροποίηση του μέσου. Διατηρώντας την παραμετροποίηση σταθερή και μεταβάλλοντας την κατανομή του πεδίου ταχυτήτων στα μοντέλα, οι σεισμικοί προσομοιωτές ελέγχθηκαν ως προς την ακρίβεια των αποτελεσμάτων τους, τον υπολογιστικό χρόνο αλλά και το σύνολο των πληροφοριών που παρέχουν σαν τελικό αποτέλεσμα. Στα επόμενα περιγράφονται αναλυτικά τα μοντέλα και οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν, οι αλγόριθμοι προσομοίωσης και τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των χρόνων διαδρομής.

Αναφορικά με την επίδραση των διαφόρων τεχνικών κανονικοποίησης στη λύση του αντίστροφου προβλήματος, οι δοκιμές έγιναν σε ιδανικά και μη ιδανικά, από άποψη περιεχόμενου θορύβου, δεδομένα που προέκυψαν από τις σεισμικές αποκρίσεις των συνθετικών δομών ταχύτητας που έλαβαν μέρος στις δοκιμές. Οι αποκρίσεις που προέκυψαν από συνθετικά μοντέλα χρησιμοποιήθηκαν στη συνέχεια για την ανακατασκευή των δομών. Στις περισσότερες περιπτώσεις το αρχικό μοντέλο διατηρήθηκε σταθερό και η εκάστοτε τεχνική κανονικοποίηση δοκιμάστηκε με κριτήριο τα ποσοστά θορύβου στους χρόνους διαδρομής για διάφορες τιμές των ελευθέρων παραμέτρων του αντίστροφου προβλήματος. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν αξιολογήθηκαν ως προς το σφάλμα RMS των δεδομένων και με την διενέργεια οπτικού (ποιοτικού) ελέγχου των ανακατασκευασμένων μοντέλων με βάση τις συνθετικές δομές αναφοράς καθώς δεν ήταν απαραίτητη η διεξοδική ανάλυση του σφάλματος (πίνακες διακριτικής ικανότητας, συναρτήσεις διασποράς, ενέργεια μηδενικού χώρου κλπ.), αφού και οι πραγματικές κατανομές των σεισμικών ταχυτήτων ήταν γνωστές.

## 4.2 ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΕΥΘΕΩΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.

Τα συνθετικά μοντέλα ταχυτήτων που χρησιμοποιήθηκαν για τον έλεγχο της ακρίβειας των προσομοιωτών αφορούσαν σε ένα απλό ομογενές μοντέλο, ένα στρωματοποιημένο μέσο με οριζόντιες ασυνέχειες και ομογενή στρώματα και τέλος ένα πολύπλοκο μοντέλο με σύνθετες δομές σεισμικής ταχύτητας που απεικονίζει ρεαλιστικές γεωλογικές δομές (ρήγματα, κεκλιμένες ασυνέχειες, πλευρικές μεταβολές στην ταχύτητα κλπ.).

Προκειμένου να αξιολογηθεί η ακρίβεια της κάθε μεθόδου για το ομογενές μοντέλο, συγκρίθηκαν οι χρόνοι διαδρομής που λαμβάνονται από κάθε τεχνική με τους χρόνους διαδρομής που προκύπτουν από την αναλυτική λύση, η οποία στην περίπτωση του ομογενούς μέσου δίδεται από την απλή σχέση:

$$t = x\sigma$$

Όπου  $t$  είναι ο χρόνος διαδρομής,  $x$  είναι η ευκλείδεια απόσταση του δέκτη από την πηγή και  $\sigma$  είναι η βραδύτητα του μέσου.

Στην περίπτωση του στρωματοποιημένου μέσου με μία οριζόντια ασυνέχεια οι χρόνοι διαδρομής των μετωπικών κυμάτων διάθλασης παρέχονται από την γνωστή αναλυτική σχέση:

$$t = \frac{x}{V_2} + 2h \frac{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}{V_1 V_2}$$

Όπου  $t$  ο χρόνος διαδρομής των οριακά διαθλώμενων κυμάτων,  $x$  η ευκλείδεια απόσταση του δέκτη από την πηγή,  $h$  το πάχος του στρώματος και  $V_1$ ,  $V_2$  είναι οι ταχύτητες του ανώτερου και κατώτερου στρώματος αντίστοιχα.

Η παράμετρος που χρησιμοποιήθηκε για την σύγκριση των αποτελεσμάτων κάθε μεθόδου ήταν η τιμή του απόλυτου επί τοις εκατό σχετικού σφάλματος που παρέχεται από τη σχέση:

$$\Sigma = \left| \frac{t_{analytic} - t_{calculated}}{t_{analytic}} \right| * 100\%$$

όπου  $\Sigma$  το απόλυτο επί τοις εκατό σχετικό σφάλμα,  $t_{analytic}$  οι τιμές του χρόνου σύμφωνα με την αναλυτική λύση και  $t_{calculated}$  οι υπολογισμένες τιμές που προκύπτουν από την μέθοδο προσομοίωσης που χρησιμοποιήθηκε.

Ο πρώτος αλγόριθμος αναφοράς για τον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής που χρησιμοποιήθηκε είναι ο FAST2D (Vidale 1988, 1990) και βασίζεται σε μία προσέγγιση πεπερασμένων διαφορών της εικονικής εξίσωσης (Κεφάλαιο I). Το μέσο διακριτοποιείται σε ένα πεπερασμένο πλήθος κόμβων, όπου στον καθένα ανατίθεται μία τιμή ταχύτητας. Οι χρόνοι διαδρομής υπολογίζονται σε όλο το μέσο και στις συγκεκριμένες θέσεις των κόμβων, ενώ η σεισμική πηγή τοποθετείται σε ένα συγκεκριμένο κόμβο. Κατά την διαδικασία αυτή υπολογίζεται μόνο η πρώτη σεισμική άφιξη σε κάθε κόμβο και όχι η σεισμική ακτίνα που καταλήγει σε αυτόν για την χάραξη της οποίας απαιτείται μια επιπλέον διαδικασία. Μια συχνή προσέγγιση για την χάραξη των ακτίνων είναι να λαμβάνεται το άνυσμα της βαθμίδας του κυματικού πεδίου παράλληλα στο οποίο χαράσσονται οι σεισμικές ακτίνες. Μια άλλη τεχνική είναι να επανυπολογίζονται οι χρόνοι διαδρομής, θεωρώντας ως θέση της σεισμικής πηγής τον κόμβο που αντιστοιχεί στο δέκτη και στη συνέχεια να προστίθενται τα δύο κυματικά πεδία. Το αποτέλεσμα αυτής της άθροισης είναι ένα νέο πεδίο στο οποίο οι ισόχρονες με την ελάχιστη τιμή προσεγγίζουν την περιοχή γύρω από την σεισμική ακτίνα. Στις συγκρίσεις που πραγματοποιήθηκαν υπολογίσθηκαν μόνο οι χρόνοι διαδρομής, καθώς η περαιτέρω επεξεργασία λόγω του μεγάλου αριθμού των συνθετικών μοντέλων ήταν ιδιαίτερα χρονοβόρα.

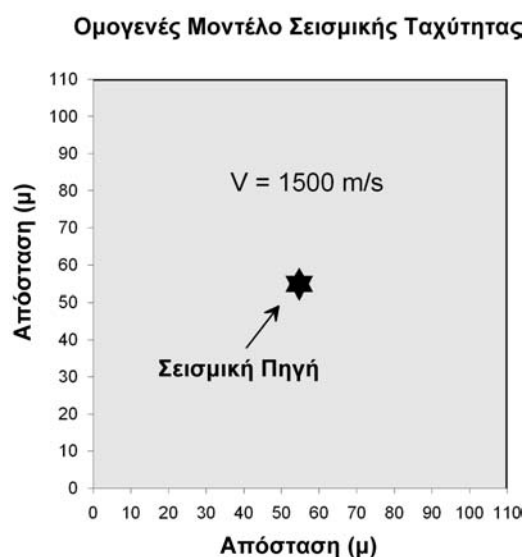
Ένας άλλος αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε στις συγκριτικές δοκιμές είναι ο MINT2D (Vesnaver, 1996) ο οποίος βασίζεται στην μέθοδο της κάμψης της σεισμικής ακτίνας. Το δισδιάστατο μοντέλο ταχυτήτων παραμετροποιείται σε ορθογώνια κελιά σταθερής ταχύτητας. Η σεισμική πηγή και οι δέκτες τοποθετούνται σε οποιοδήποτε σημείο του μέσου με εξαίρεση τα όρια των κελιών.

Η αρχική σεισμική ακτίνα είναι μια ευθεία γραμμή που ενώνει την πηγή με τους δέκτες. Μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας η αρχική ακτίνα κάμπτεται μέχρις ότου ο χρόνος διαδρομής της να γίνει ελάχιστος και να ικανοποιηθεί η αρχή του Fermat. Το αποτέλεσμα αυτής της προσέγγισης είναι ο υπολογισμός των χρόνων διαδρομής στους δέκτες και οι συντεταγμένες των σεισμικών ακτίνων.

Ο προσομοιωτής ελαχίστου δρόμου που αποτελεί τον πυρήνα του λογισμικού που αναπτύχθηκε υπολογίζει τις πρώτες σεισμικές αφίξεις και τις σεισμικές ακτίνες σε όλο το μοντέλο όπως αυτό καθορίζεται από το σύνολο των κόμβων που ορίζονται στα όρια των κελιών του μέσου.

#### 4.2.1 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΜΕΣΟΥ

Ένα ομογενές συνθετικό μέσο με ταχύτητα 1500 m/s χρησιμοποιήθηκε αρχικά για τις αριθμητικές δοκιμές. Οι διαστάσεις του μοντέλου είναι 110 X 110 μέτρα και η σεισμική πηγή βρίσκεται στο κέντρο του μοντέλου (σχήμα 4.1).



Σχήμα 4.1. Συνθετική δομή ομογενούς πεδίου ταχύτητας.

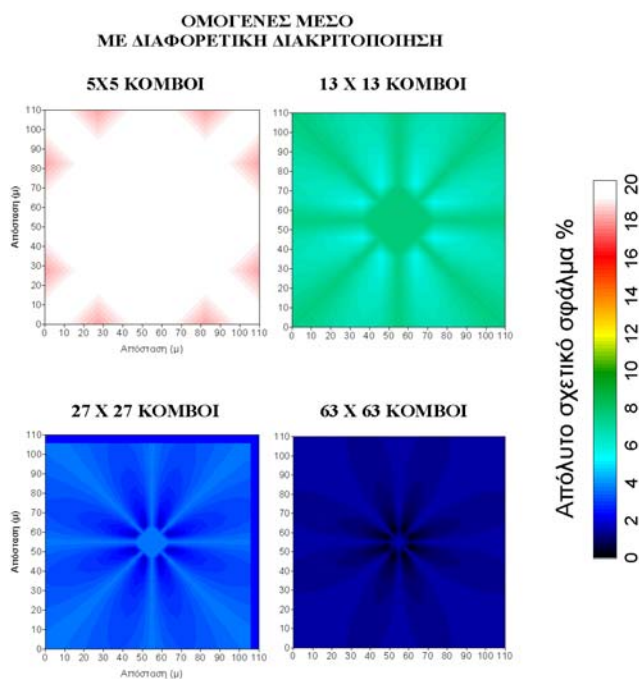


Οι δέκτες είναι τοποθετημένοι σε όλο το μέσο και σε συγκεκριμένα σημεία, ανεξάρτητα από την παραμετροποίηση που χρησιμοποιεί η εκάστοτε μέθοδος σεισμικής προσομοίωσης που εξετάζεται.

#### 4.2.1.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ

Για τον προσδιορισμό της απόκρισης του συνθετικού μέσου εφαρμόστηκε ο προσομοιωτής FAST2D του Vidale. Προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση της παραμετροποίησης του μέσου στην ακρίβεια των χρόνων διαδρομής, το ομογενές μέσο παραμετροποιήθηκε με την χρήση διαφορετικού πλήθους κόμβων πλέγματος κάθε φορά.

Το σχήμα 4.2 απεικονίζει την κατανομή του σφάλματος των χρόνων διαδρομής για πλέγματα με τέσσερα διαφορετικά πλήθη κόμβων.

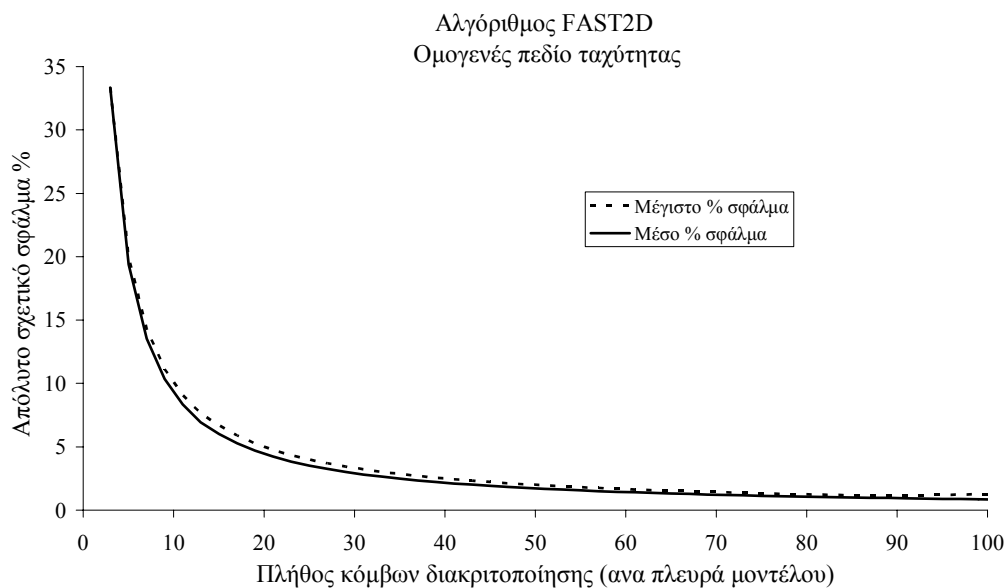


Σχήμα 4.2. Κατανομή του απόλυτου επί τοις εκατό σχετικού σφάλματος όπως προσδιορίστηκε με τη αλγόριθμο FAST2D του Vidale.

Μεγάλες αποκλίσεις στους χρόνους διαδρομής και υψηλές κατά συνέπεια τιμές του σφάλματος παρατηρούνται στην εγγύς της πηγής περιοχή, ιδιαίτερα στη περίπτωση αραιού πλέγματος κόμβων. Η εξήγηση οφείλεται τόσο στο γεγονός ότι η υπόθεση της θεώρησης των επίπεδων μετώπων κύματος παύει να ισχύει στην εγγύς της πηγής περιοχή όσο και στον ίδιο τον προσεγγιστικό χαρακτήρα της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών. Αυξάνοντας το πλήθος των κόμβων το σφάλμα στους χρόνους διαδρομής μειώνεται σημαντικά επειδή η πυκνότητα των κόμβων στην εγγύς της πηγής περιοχή είναι αυξημένη με συνέπεια οι πεπερασμένες διαφορές να προσεγγίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια τη λύση.

Στο σχήμα 4.3 απεικονίζεται η μεταβολή του μέσου και του μέγιστου απόλυτου σχετικού σφάλματος με το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά του μοντέλου.

Όπως προκύπτει από το σχήμα το μέσο σφάλμα αρχικά μειώνεται σημαντικά και φαίνεται να σταθεροποιείται για μεγάλο πλήθος κόμβων πλέγματος, λαμβάνοντας τιμές μικρότερες του 1% όταν το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά του μοντέλου υπερβεί τους 60.



Σχήμα 4.3. Μεταβολή του μέσου και μέγιστου επί τοις εκατό απόλυτου σχετικού σφάλματος με το πλήθος των κόμβων.

Από το σχήμα 4.2 προκύπτει ότι το σφάλμα είναι μεγαλύτερο κατά τις διευθύνσεις των μεσοκαθέτων και των διαγωνίων της συνθετικής δομής, ενώ σε περιοχές μακριά από τις διευθύνσεις αυτές το σφάλμα ελαττώνεται. Η συμπεριφορά αυτής της κατανομής του σφάλματος οφείλεται στον τρόπο που γίνεται ο υπολογισμός των χρόνων (διαστελλόμενοι δακτύλιοι) με τον αλγόριθμο του *Vidale* (Matarese, 1993).

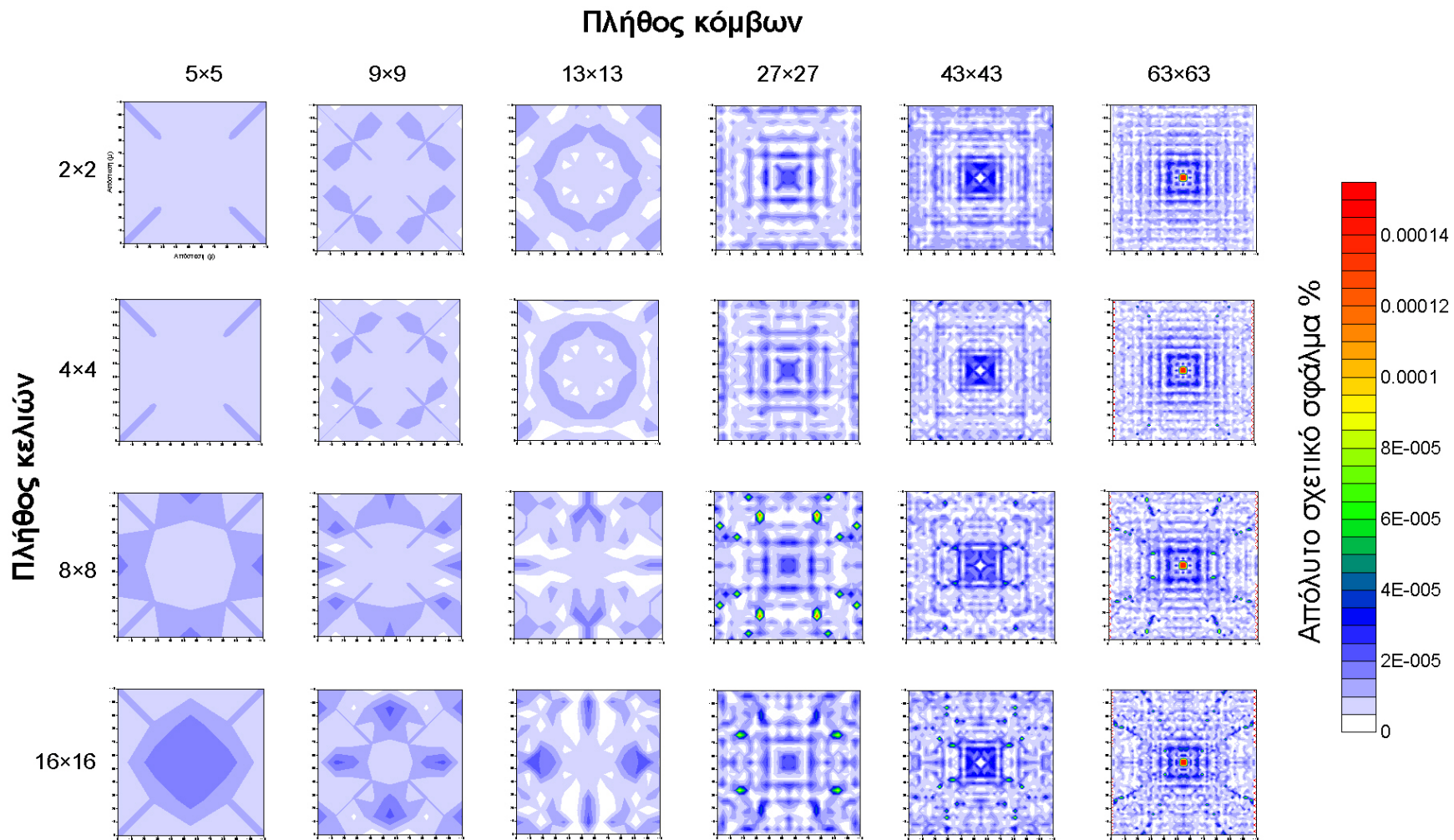
#### **4.2.1.2 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΚΑΜΠΤΩΜΕΝΩΝ ΑΚΤΙΝΩΝ**

Το επόμενο μαθηματικό σχήμα που εφαρμόστηκε για τον υπολογισμό των χρόνων διαδρομής είναι η μέθοδος κάμψης της αρχικής ακτίνας όπως αυτή περιγράφεται από τον αλγόριθμο MINT2D. Σε αντίθεση με τον αλγόριθμο FAST2D ο MINT2D μπορεί να εφαρμοστεί και σε μη κανονικά παραμετροποιημένα μοντέλα ταχυτήτων. Για λόγους όμως σύγκρισης των αποτελεσμάτων επιλέχθηκε η παραμετροποίηση του διοδιάστατου χώρου σε ένα δίκτυο τετραγωνικών κελιών σταθερής πλευράς. Συγκεκριμένα εξετάστηκαν οι περιπτώσεις διακριτοποίησης σε 2x2, 4x4, 8x8 και 16x16 κελιά. Με βάση τον αλγόριθμο MINT2D οι χρόνοι διαδρομής υπολογίζονται σε προεπιλεγμένα σημεία του μοντέλου που καθορίζει ο χρήστης τα οποία συνήθως ταυτίζονται με τις συντεταγμένες των σεισμικών δεκτών. Επειδή το πλήθος των κελιών διακριτοποίησης συνεπάγεται και διαφορετικό βαθμό ακρίβειας της μεθόδου, και προκειμένου τα αποτελέσματα των προς σύγκριση αλγορίθμων προσομοίωσης να έχουν υπολογισθεί από ίδιες ή ισοδύναμες συνθήκες, για τις συντεταγμένες των δεκτών επιλέχθηκαν τα σημεία που συμπίπτουν με τους κόμβους που δοκιμάστηκαν από τον αλγόριθμο FAST2D.

Στο σχήμα 4.4 παρατηρείται ότι ανεξάρτητα από το συνολικό πλήθος των κελιών που απαιτούνται για την παραμετροποίηση του μέσου και για οιοδήποτε πλήθος κόμβων-φωρατών, οι χρόνοι διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων είναι σε πολύ μεγάλο βαθμό ακριβείς και στα όρια του μηδενικού σφάλματος. Το γεγονός

αυτό είναι απόρροια του συνδυασμού της εφαρμοζόμενης τεχνικής και της απλοποιημένης δομής του μέσου διάδοσης που στην περίπτωση αυτή είναι ομογενές μέσο. Επειδή στην περίπτωση αυτή η αρχική ακτίνα είναι ευθύγραμμη δεν υπάρχει ανάγκη ανανέωσης της για την βελτίωση του χρόνου διαδρομής καθώς η βαθμίδα του μοντέλου ταχυτήτων είναι μηδενική. Έτσι οι τιμές των χρόνων διαδρομής που υπολογίζονται είναι απόλυτα σταθερές και στα όρια της αριθμητικής ακρίβειας του λογισμικού, ενώ ο υπολογιστικός χρόνος εξαρτάται από το πλήθος των σημείων στα οποία ζητούνται οι χρόνοι και από το πλήθος των κελιών. Το πλήθος των παραμέτρων του μοντέλου δεν επηρεάζει εν προκειμένω την ακρίβεια της λύσης, καθώς δεν υπάρχει ή ανάγκη για κύρτωση της ακτίνας στα όρια των κελιών.

Ο αλγόριθμος MINT2D εκτός από τους χρόνους διαδρομής υπολογίζει και τις συντεταγμένες των σεισμικών ακτίνων που συντίθενται από τα διαδοχικά ζεύγη σημείων στα οποία η ακτίνα συναντά τα όρια των παραμέτρων (κελιών) του μοντέλου. Ακόμα και στην περίπτωση του ομογενούς μέσου τα σημεία αυτά ορίζονται σε όλα τα κελιά τα οποία διασχίζει η ακτίνα καθώς η πληροφορία αυτή είναι απαραίτητη για την κατασκευή του τομογραφικού πίνακα στη περίπτωση που απαιτείται η αντιστροφή των χρονικών δεδομένων με κάποιον τομογραφικό αλγόριθμο.



Σχήμα 4.4. Κατανομή του απόλυτου επί τοις εκατό σχετικού σφάλματος όπως προσδιορίστηκε με τον αλγόριθμο MINT2D της καμπώμενης ακτίνας για την περίπτωση ομογενούς μέσου

#### **4.2.1.3 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ**

Στο σχήμα 4.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της κατανομής του απόλυτου επί τοις εκατό σχετικού σφάλματος από την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστου δρόμου, όπως αυτή ενσωματώνεται στο λογισμικό που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής. Για τον προσδιορισμό της απόκρισης με την μέθοδο των ελαχίστων διαδρομών η διακριτοποίηση του μέσου γίνεται σε κανονικό δίκτυο τετραγωνικών κελιών. Σε κάθε πλευρά των κελιών υπάρχουν ισαπέχοντες κόμβοι, το πλήθος των οποίων καθορίζεται από την επιθυμητή ακρίβεια υπολογισμού των πρώτων σεισμικών αφίξεων. Οι ακτίνες των σεισμικών κυμάτων μπορούν να διαδοθούν από κελί σε κελί μόνο διαμέσου των κόμβων. Είναι προφανές ότι η ακρίβεια υπολογισμού των χρόνων διαδρομής που παρέχει η μέθοδος θα εξαρτάται από το πλήθος των κελιών διακριτοποίησης του μέσου και από το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού. Προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση του πλήθους των παραμέτρων και των κόμβων στην ακρίβεια των πρώτων αφίξεων ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε για διακριτοποίηση του χώρου σε 4x4, 8x8 και 12x12 ισοδιάστατα κελιά. Στην καθεμία από τις παραπάνω περιπτώσεις οι δοκιμές έγιναν με 1, 3, 6, 9 και 15 κόμβους ανά πλευρά κελιού και οι χρόνοι διαδρομής υπολογίστηκαν για τα ίδια σημεία που προσδιορίστηκαν οι πρώτες αφίξεις με τους προηγούμενους δύο αλγόριθμους.

Όπως προκύπτει από το σχήμα 4.5, για σταθερό πλήθος κελιών διακριτοποίησης, το σφάλμα μειώνεται με την αύξηση του πλήθους των κόμβων ανά πλευρά κελιού καθώς η ακτίνα, έχοντας τώρα περισσότερες επιλογές μέσα από τα διαθέσιμα σημεία (κόμβους) διέλευσης από κελί σε κελί, θα προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την πραγματική πορεία. Οι επικρατούσες τιμές σφάλματος στην μεγαλύτερη έκταση του μοντέλου είναι μικρότερες του 0,2% και γίνονται ακόμα χαμηλότερες όσο το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού αυξάνει.

Στις περιπτώσεις με σταθερό πλήθος κόμβων ανά πλευρά κελιού το σφάλμα αυξάνει όσο αυξάνει το πλήθος των κελιών διακριτοποίησης του χώρου. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι με την αύξηση του πλήθους των κελιών του μέσου αυξάνουν και οι δυνατές διαδρομές μιας σεισμικής ακτίνας η οποία, λόγω του περιορισμένου πλήθους των κόμβων, αποκτά μια τεθλασμένη μορφή με άμεση επίπτωση στην ακρίβεια των χρόνων διαδρομής. Τα αποτελέσματα όπου έχουμε μόνο ένα κόμβο ανά πλευρά κελιού είναι χαρακτηριστικά και η δοκιμή έγινε μόνο για λόγους σύγκρισης, καθώς οι σεισμικές ακτίνες είναι ιδιαίτερα τεθλασμένες με συνέπεια οι βαθμοί ελευθερίας διάδοσης της σεισμικής ενέργειας να περιορίζονται σημαντικά.

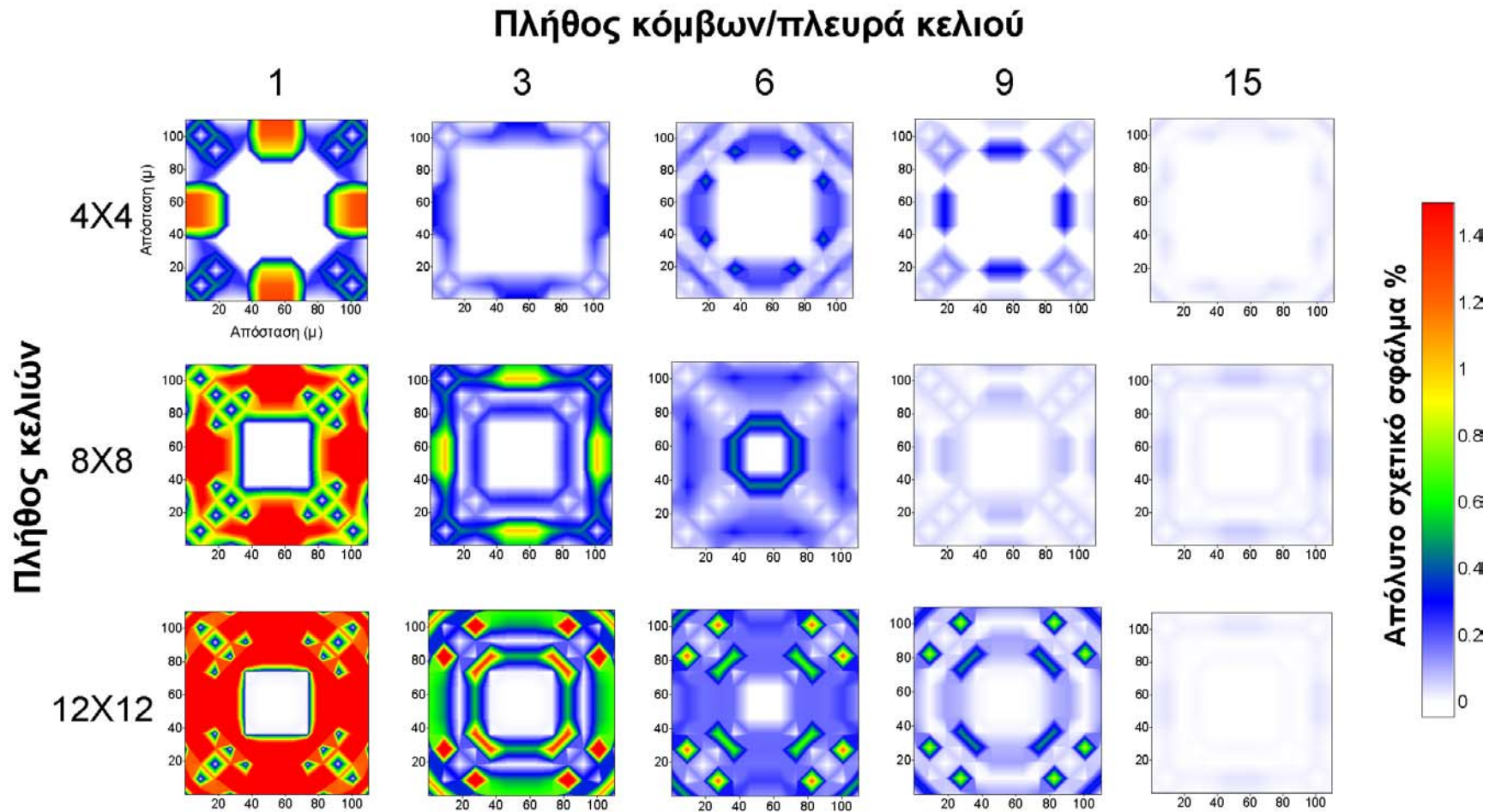
Σε τομογραφικές εφαρμογές, όπου το ευθύ πρόβλημα επιλύεται με την μέθοδο ελαχίστου δρόμου, το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού κυμαίνεται συνήθως από 4 έως 7 ανεξαρτήτως του πλήθους των κελιών παραμετροποίησης του μέσου και, όπως από τις συνθετικές προσομοιώσεις προκύπτει για τις περιπτώσεις αυτές, η ακρίβεια της μεθόδου είναι χαρακτηριστικά υψηλή. Περαιτέρω αύξηση του πλήθους των κόμβων ουδεμία πρακτική βελτίωση επιφέρει στην ακρίβεια του υπολογισμού, ενώ τουναντίον αυξάνει δραματικά τον υπολογιστικό χρόνο.

Από τις συγκριτικές δοκιμές των προσομοιωτών που χρησιμοποιήθηκαν στο περιβάλλον του ομογενούς μέσου προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η μέθοδος ελαχίστου δρόμου συγκρινόμενη με την προσέγγιση των πεπερασμένων διαφορών του Vidale παρέχει περισσότερο ακριβή αποτελέσματα, καθώς η ακρίβεια της μεθόδου εξαρτάται περισσότερο από το πλήθος των δυνατών διελεύσεων της ακτίνας από τους κόμβους στις πλευρές ενός κελιού και λιγότερο από το πλήθος των ίδιων των κελιών που περιγράφουν το μοντέλο.
- Με την τεχνική του ελαχίστου δρόμου υπολογίζονται και οι σεισμικές ακτίνες σε όλο το μέσο, γεγονός που έχει άμεσο ενδιαφέρον στα πειράματα σεισμικής τομογραφίας μεταξύ γεωτρήσεων.

- Οι μεγάλες τιμές σφάλματος στην εγγύς της πηγής περιοχή δεν φαίνεται να παρουσιάζονται στην μέθοδο ελαχίστου δρόμου.
- Το αυξημένο υπολογιστικό κόστος της μεθόδου ελαχίστου δρόμου αντισταθμίζεται από τις πρόσθετες πληροφορίες που παρέχει (χρόνοι και ακτίνες σε ολόκληρο το μοντέλο).
- Η μέθοδος της κάμψης υπερέρχει των άλλων μεθόδων, καθώς προσδιορίζει τους χρόνους διαδρομής με πολύ υψηλή ακρίβεια, αλλά η σταθερότητα της μεθόδου θα πρέπει να αξιολογηθεί συνολικά με την συμπεριφορά της σε ανομοιογενή μέσα αφού τα αποτελέσματα εκεί επηρεάζονται σημαντικά από τις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου.



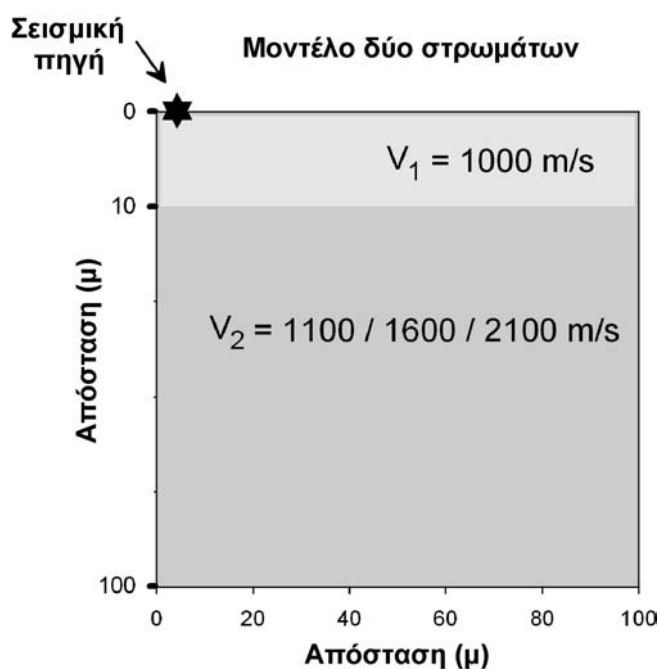


Σχήμα 4.5. Κατανομή του απόλυτου επί τοις εκατό σχετικού σφάλματος όπως προσδιορίστηκε με τη μέθοδο ελάχιστων διαδρομών για την περίπτωση ομογενούς μέσου

#### 4.2.2 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΣΤΡΩΜΑΤΩΜΕΝΟΥ ΜΕΣΟΥ

Το επόμενο συνθετικό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για τις δοκιμές σύγκρισης αναφέρεται στην οριζόντια στρωματωμένη γη. Οι χρόνοι διαδρομής των σεισμικών κυμάτων υπολογίζονται για διάταξη γεωφώνων με ισοαπόσταση 1 μέτρο ευρισκόμενου στην οροφή του μοντέλου, μια συνηθισμένη διάταξη που εφαρμόζεται στις εργασίες σεισμικής ανάκλασης και διάθλασης.

Το συνθετικό μοντέλο αποτελείται από δύο ομογενή μέσα με οριζόντια ασυνέχεια (σχήμα 4.6). Οι διαστάσεις του μοντέλου είναι 100X100 μέτρα, το πάχος του επιφανειακού στρώματος είναι 10 μέτρα και η ταχύτητα του 1000 m/s. Η ταχύτητα του βαθύτερου στρώματος λαμβάνει διαδοχικά τις τιμές 1100, 1600 και 2100 m/s έτσι ώστε η συγκριτική δοκιμή να γίνει κάτω από διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας. Η σεισμική πηγή έχει τοποθετηθεί στην επάνω αριστερά γωνία της συνθετικής δομής.



Σχήμα 4.6. Συνθετική δομή οριζόντια στρωματωμένης γης.

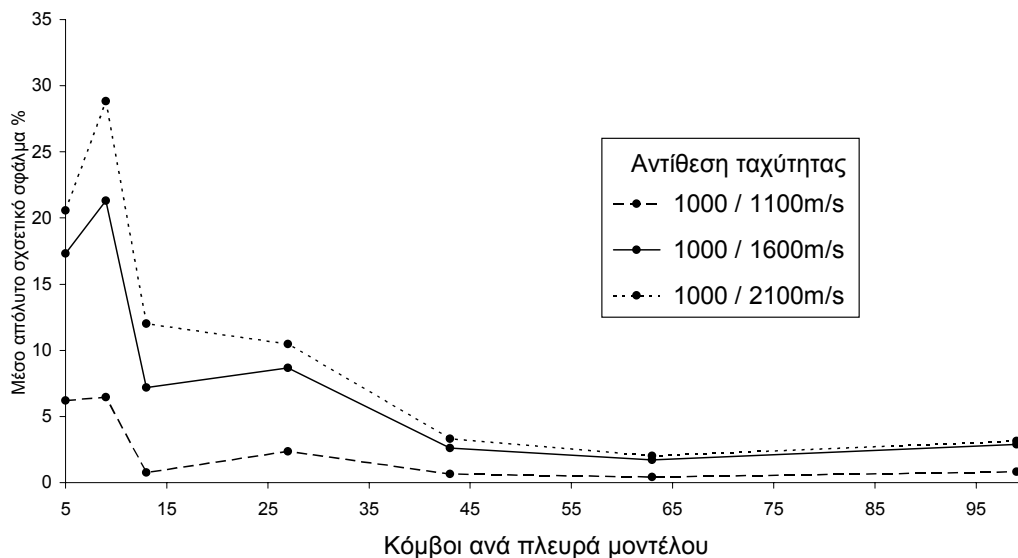
#### **4.2.2.1 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ**

Ο προσδιορισμός της απόκρισης έγινε με τον προσομοιωτή FAST2D του Vidale. Οι υπολογισμοί των χρόνων διαδρομής έγιναν για το ίδιο πλήθος κόμβων όπως και πριν και οι πρώτες αφίξεις υπολογίζονται στην επιφάνεια του μέσου. Στο σχήμα 4.7 παρουσιάζεται η μεταβολή του σφάλματος με το πλήθος των κόμβων για διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας. Από το γράφημα του σχήματος προκύπτει ότι για μικρές αντιθέσεις ταχύτητας η διαφορά μεταξύ της αναλυτικής λύσης και της λύσης VIDALE ελλατούται με την αύξηση του πλήθους των κόμβων. Για μεγαλύτερες αντιθέσεις ταχύτητας παρατηρούμε σημαντικές μεταβολές στην κατανομή του σφάλματος οι οποίες τείνουν προς ελαχιστοποίηση (<2%) με την αύξηση του πλήθους των κόμβων (>50).

Στο γράφημα του σχήματος 4.8 παρουσιάζεται η κατανομή του απόλυτου επί τις εκατό σχετικού σφάλματος του προσομοιωτή FAST2D με την απόσταση από την σεισμική πηγή για την περίπτωση των 99 κόμβων ανά πλευρά μοντέλου. Η γενική παρατήρηση που μπορεί να γίνει είναι ότι αν και τα μικρότερα σφάλματα εμφανίζονται στις μεγαλύτερες αποστάσεις οι τιμές παραμένουν γενικά σε υψηλά επίπεδα της τάξης του 2-3 %.

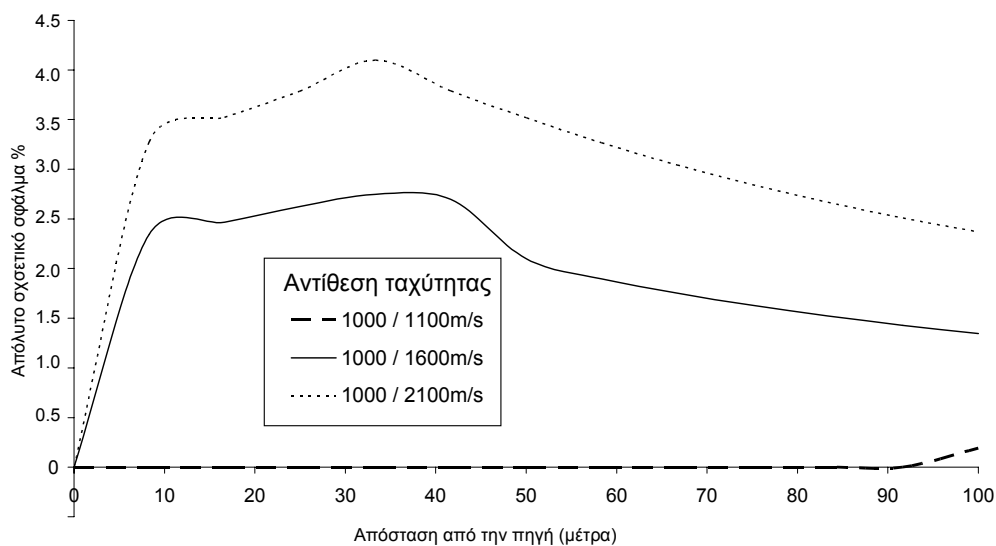
Από τα γραφήματα των σχημάτων 4.7 και 4.8 προκύπτει ότι η κατανομή του πεδίου ταχυτήτων παίζει τον πιο σημαντικό ρόλο στη συμπεριφορά του αλγορίθμου, καθώς μεγάλες αντιθέσεις στις ταχύτητες του σεισμικού μοντέλου οδηγούν σε μεγαλύτερα ποσοστά σφάλματος των χρόνων διαδρομής. Η διαφορά στους χρόνους διαδρομής οφείλεται στην ανικανότητα της συγκεκριμένης μεθόδου επίλυσης της εικονικής εξίσωσης να χειρίζεται μεγάλες αντιθέσεις ταχύτητας καθώς η ύπαρξη τέτοιων αντιθέσεων παραβιάζει την υπόθεση στην οποία στηρίζεται η προσεγγιστική τεχνική επίλυσης της εικονικής εξίσωσης.

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΗΣ FAST2D



Σχήμα 4.7. Μεταβολή του μέσου απόλυτου επί τις εκατό σχετικού σφάλματος του προσομοιωτή FAST2D για διαφορετικό πλήθος κόμβων και αντιθέσεις ταχύτητας.

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΗΣ FAST2D

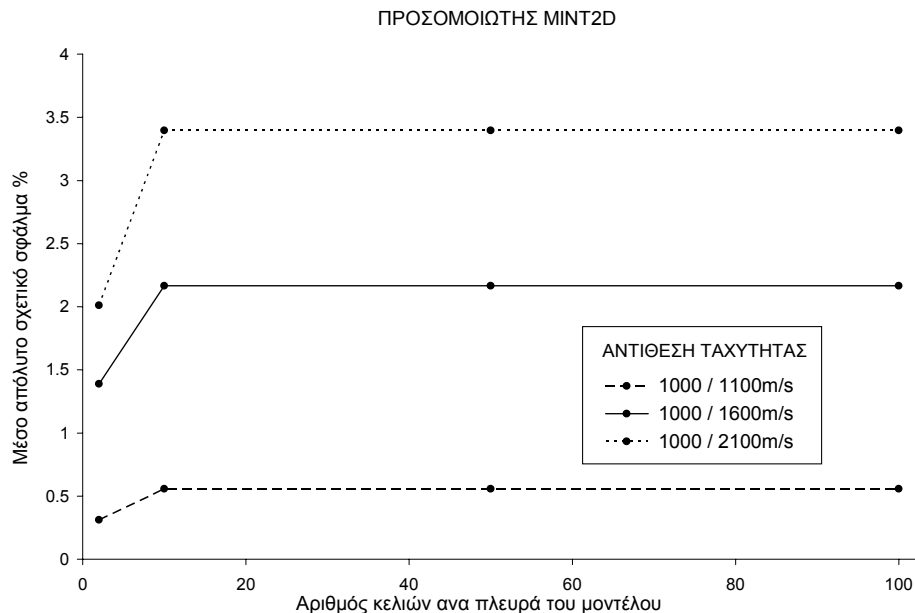


Σχήμα 4.8. Μεταβολή του απόλυτου επί τις εκατό σχετικού σφάλματος του προσομοιωτή FAST2D για διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας και αποστάσεις από την σεισμική πηγή.

#### **4.2.2.2 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΤΩΜΕΝΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ**

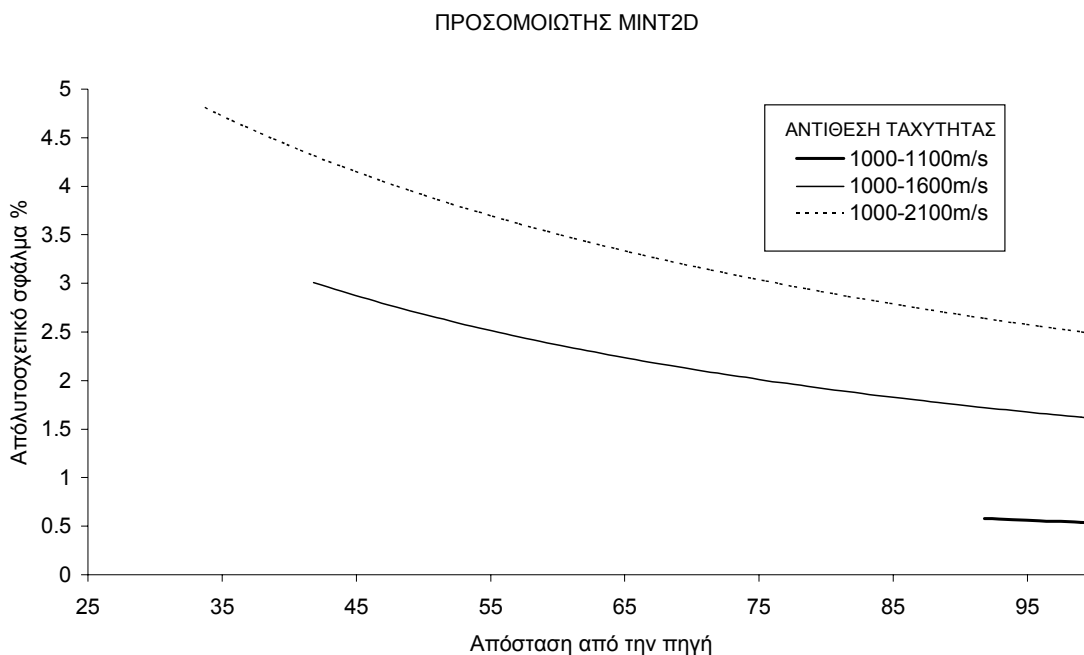
Η απόκριση του οριζόντια διαστρωματωμένου μέσου προσδιορίσθηκε και με τον προσομοιωτή MINT2D (Vesnaver, 1996), ο οποίος βασίζεται στην μέθοδο κάμψης της σεισμικής ακτίνας. Στο σχήμα 4.9 παρουσιάζεται η μεταβολή του σφάλματος προσδιορισμού των χρόνων διαδρομής με το πλήθος των κόμβων για διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας του μέσου. Η συμπεριφορά του προσομοιωτή MINT2D είναι συγκρίσιμη με αυτή του FAST2D. Από το γράφημα του σχήματος 4.9 προκύπτει ότι για μικρό πλήθος κελιών ανά πλευρά μοντέλου και για ήπιες αντιθέσεις ταχύτητας το σφάλμα στους χρόνους διαδρομής αρχίζει να αυξάνει, παραμένει δε πρακτικά σταθερό από ένα πλήθος κελιών και μετά. Για μεγαλύτερες αντιθέσεις ταχύτητας η καμπύλη μεταβολής του σφάλματος μετατοπίζεται περίπου παράλληλα προς τις μεγαλύτερες τιμές του σφάλματος διατηρώντας έναν αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής.

Στο γράφημα του σχήματος 4.10 παρουσιάζεται η κατανομή του απόλυτου επί τις εκατό σχετικού σφάλματος με την απόσταση από την σεισμική πηγή (παραμετροποίηση 100X100 κελιά). Για μεγαλύτερες αντιθέσεις ταχύτητας η καμπύλη μεταβολής μετατοπίζεται περίπου παράλληλα προς τις μεγαλύτερες τιμές του σφάλματος ακολουθώντας μια ομαλή πτωτική πορεία με τάση σταθεροποίησης στις μεγάλες αποστάσεις από την πηγή.



Σχήμα 4.9. Μεταβολή του μέσου απόλυτου επί τις εκατό σχετικού σφάλματος του προσομοιωτή MINT2D για διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας και πλήθος κελιών.

Ο υπολογιστικός χρόνος (CPU time) είναι αρκετά μεγαλύτερος του αντίστοιχου της μεθόδου του Vidale, κυρίως λόγω των αρκετών επαναλήψεων που απαιτούνται για τον βέλτιστο καθορισμό της σεισμικής ακτίνας. Κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι ο προσομοιωτής MINT2D χρειάστηκε σαράντα επαναληπτικές προσπάθειες (διαδοχικές προσεγγίσεις) προκειμένου να χαράξει με ικανοποιητική ακρίβεια την βέλτιστη διαδρομή FERMAT για κάθε σεισμική ακτίνα. Για μικρό πλήθος διαδοχικών προσεγγίσεων (10 έως 20) ο προσομοιωτής MINT2D παρουσιάζει υψηλά επίπεδα σφάλματος κυρίως στις μεγάλες αντιθέσεις ταχύτητας.



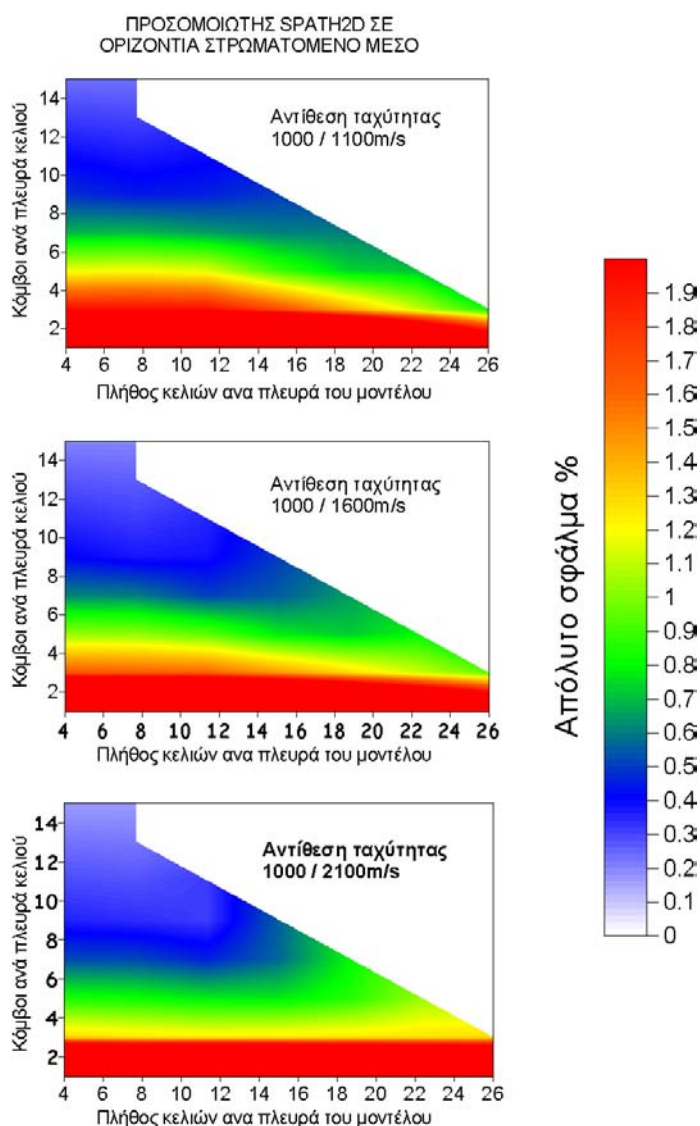
Σχήμα 4.10. Μεταβολή του απόλυτου επί τις εκατό σχετικού σφάλματος του προσομοιωτή MINT2D για διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας και αποστάσεις από την σεισμική πηγή.

Για τον προσδιορισμό των χρόνων διαδρομής των μετωπικών κυμάτων ο προσομοιωτής MINT2D απαιτεί την εκ των προτέρων γνώση της ασυνέχειας διάθλασης. Με τον τρόπο αυτό η αρχική σεισμική ακτίνα «εξαναγκάζεται» να περάσει από το βαθύτερο στρώμα, ενώ αυτό που μεταβάλλεται κατά την διάρκεια των επαναληπτικών βελτιώσεων της είναι το μήκος της ακτίνας πάνω στο διαθλαστήρα και η τροχιά της στο ανώτερο στρώμα με την μικρότερη σεισμική ταχύτητα.

#### **4.2.2.3 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ**

Ο τρίτος προσομοιωτής που εφαρμόστηκε για τον προσδιορισμό της απόκρισης του οριζόντια στρωματωμένου μέσου είναι ο SPATH2D που αποτελεί μέρος του

λογισμικού που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής. Ένα πλήθος δοκιμών πραγματοποιήθηκαν με τον προσομοιωτή SPATH2D για να καθορισθεί η μεταβολή του σφάλματος με το πλήθος των κελιών, το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού και για διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας. Στο γράφημα του σχήματος 4.11 παρουσιάζεται η κατανομή του σφάλματος για διαφορετικό πλήθος κελιών και κόμβων για τρεις διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας του μοντέλου.



Σχήμα 4.11. Μεταβολή του απόλυτου επί τις εκατό σχετικού σφάλματος του προσομοιωτή ελάχιστων διαδρομών SPATH2D με το πλήθος των κελιών και κόμβων ανά πλευρά κελιού.



Από την μελέτη κατανομής του σφάλματος προκύπτουν δύο παρατηρήσεις: Η πρώτη είναι ότι το σφάλμα επηρεάζεται περισσότερο από τους βαθμούς ελευθερίας ελιγμού της σεισμικής ακτίνας, διερχόμενη από τις πλευρές των κελιών του μοντέλου (που με άλλα λόγια σημαίνει ότι επηρεάζεται περισσότερο από το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού) παρά από το πλήθος των ίδιων των κελιών του μέσου. Για πλήθος κόμβων μεγαλύτερο του πέντε ανά πλευρά κελιού το μέσο σφάλμα πέφτει κάτω από 1% ενώ για ακόμα μεγαλύτερο πλήθος (14) πρακτικά μηδενίζεται.

Η δεύτερη σημαντική παρατήρηση είναι ότι η κατανομή του σφάλματος είναι σχεδόν ανεξάρτητη της αντίθεσης ταχύτητας. Αυτό είναι και το κύριο πλεονέκτημα της μεθόδου καθώς οι ελάχιστες διαδρομές, ως μη βασιζόμενες σε προσεγγιστικές λύσεις της κυματικής εξίσωσης, είναι ανεξάρτητες από το μέσο. Η σταθερότητα της μεθόδου είναι συνάρτηση του πλήθους των κόμβων και των αντίστοιχων συνδέσεων μεταξύ τους. Το μικρό σφάλμα που παρέχει η μέθοδος στους χρόνους διαδρομής έχει, βέβαια, κόστος στον υπολογιστικό χρόνο, ο οποίος είναι αρκετά μεγαλύτερος αυτών που απαιτούν οι άλλες μέθοδοι προσομοίωσης που εξετάστηκαν.

Στο γράφημα κατανομής του σφάλματος σε σχέση με την απόσταση από την σεισμική πηγή για παραμετροποίηση 8X8 κελιά με 6 κόμβους ανά πλευρά κελιού (σχήμα 4.12) παρατηρούμε ότι η μέθοδος παρέχει σημαντικά μικρότερο σφάλμα σε σύγκριση με τις προηγούμενες μεθόδους που εξετάστηκαν, ιδιαίτερα στις μεγαλύτερες αποστάσεις από την σεισμική πηγή. Μια σημαντική επίσης παρατήρηση που προκύπτει από το ίδιο γράφημα είναι ότι η καμπύλη κατανομής του σφάλματος δεν μετατοπίζεται προς τις μεγαλύτερες τιμές σφάλματος, όπως συνέβη με τις προηγούμενες μεθόδους προσομοίωσης, αλλά παραμένει πρακτικά ίδια για όλες τις αντιθέσεις ταχύτητας. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η ακρίβεια της τεχνικής είναι συγκριτικά μεγαλύτερη και ανεξάρτητη από την κατανομή της ταχύτητας στο μέσο διάδοσης.



Σχήμα 4.12. Μεταβολή του απόλυτου επί τις εκατό σχετικού σφάλματος του προσομοιωτή SPATH2D για διαφορετικές αντιθέσεις ταχύτητας και αποστάσεις από την σεισμική πηγή.

Από τις τρεις μεθόδους επίλυσης του ευθέως σεισμικού προβλήματος που εφαρμόστηκαν στην περίπτωση του οριζόντια στρωματωμένου μέσου συμπερασματικά προκύπτει ότι:

- Ο προσομοιωτής FAST2D είναι ο πιο απλός στην εφαρμογή, απαιτεί τον λιγότερο υπολογιστικό χρόνο και παρέχει αποδεκτά σφάλματα στους υπολογισμούς των χρόνων διαδρομής για σχετικά ήπιες αντιθέσεις ταχύτητας του μέσου διάδοσης.
- Ο προσομοιωτής MINT2D αποδίδει καλύτερα σε υψηλές αντιθέσεις ταχύτητας, παρέχει αποδεκτά σφάλματα στους υπολογισμούς των χρόνων διαδρομής τα οποία είναι συγκριτικά μικρότερα αυτών του αλγορίθμου FAST2D. Υπολογίζει τους χρόνους διαδρομής και τις σεισμικές ακτίνες σε προεπιλεγμένες θέσεις του μοντέλου και απαιτεί την εκ των προτέρων γνώση της ασυνέχειας του διαθλαστήρα.
- Ο προσομοιωτής SPATH2D είναι περισσότερο σύνθετος σε σχέση με την παραμετροποίηση του μέσου, συγκριτικά παρέχει την καλύτερη ακρίβεια υπολογισμού των χρόνων διαδρομής, είναι ανεξάρτητος των κατανομών ταχύτητας στο μέσο και δεν υπόκειται στους περιορισμούς

της κλασικής ακτινικής θεωρίας. Απαιτεί τον μεγαλύτερο υπολογιστικό χρόνο για τον υπολογισμό των πρώτων αφίξεων, και χαράσσει τις σεισμικές ακτίνες σε όλο το μέσο.

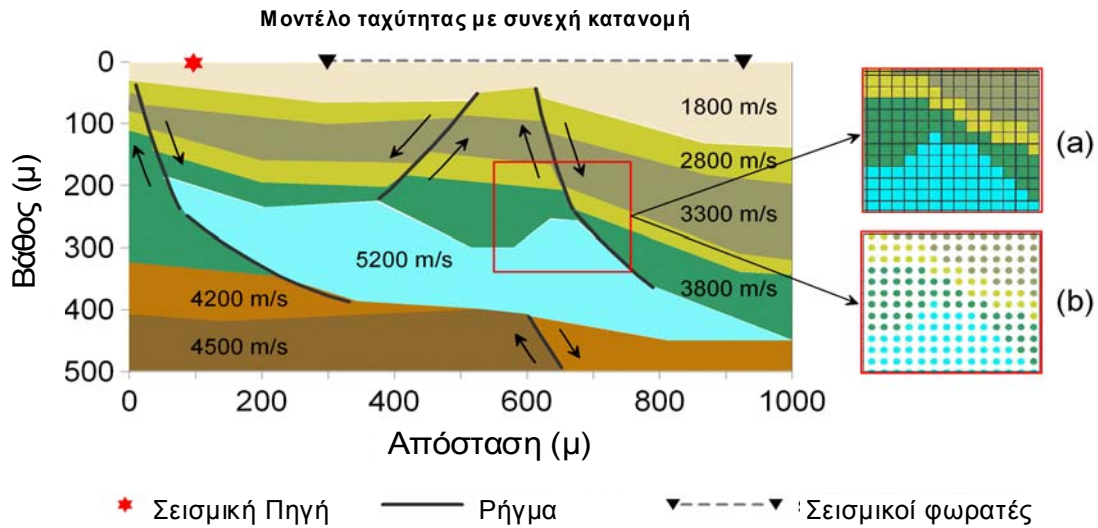
#### **4.2.3 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΤΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΕΤΕΡΟΓΕΝΟΥΣ ΜΕΣΟΥ (ΔΟΜΗ ΑΛΑΤΟΣ).**

Η δομή άλατος (σχήμα 4.13) είναι μία πολύπλοκη σύνθετη δομή όπου το κοίτασμα και ο έντονος τεκτονισμός έχουν προκαλέσει πλευρικές και κατακόρυφες μεταβολές στην σεισμική ταχύτητα. Οι διαστάσεις του μοντέλου είναι 1000X500 μέτρα και η σεισμική πηγή έχει τοποθετηθεί σε σημείο με συντεταγμένες (100,5). Μία γραμμική διάταξη 32 γεωφώνων με ισαπόσταση 20 μ έχει τοποθετηθεί σε βάθος 5 μέτρα, με το πρώτο γεώφωνο να απέχει 300 μέτρα από την σεισμική πηγή. Οι ίδιες μέθοδοι σεισμικής προσομοίωσης που εφαρμόστηκαν στις προηγούμενες περιπτώσεις συγκριτικών δοκιμών χρησιμοποιήθηκαν και στο συγκεκριμένο μοντέλο για τον υπολογισμό των πρώτων σεισμικών αφίξεων.

Επειδή οι αναλυτικές μέθοδοι προσδιορισμού της απόκρισης σύνθετων ετερογενών δομών ταχύτητας δεν είναι διαθέσιμες, ο έλεγχος της συμπεριφοράς του αλγορίθμου SPATH2D σε ένα τέτοιο περιβάλλον υλοποιήθηκε με σύγκριση των αποτελεσμάτων του με αυτά που παρέχουν οι προσεγγιστικές μέθοδοι επίλυσης της πλήρους κυματικής εξίσωσης. Ο προσομοιωτής ACO2D (Vafidis et al. 1992, 2002, Dai et al. 1995) είναι ένας από τους διαθέσιμους αλγορίθμους επίλυσης της κυματικής εξίσωσης πλήρους μορφής στις δύο διαστάσεις και χρησιμοποιήθηκε για τις ανάγκες των συνθετικών δοκιμών. Ο αλγόριθμος ACO2D βασίζεται στην προσέγγιση με πεπερασμένες διαφορές της πλήρους κυματικής εξίσωσης. Η προσέγγιση πεπερασμένων διαφορών στην προκειμένη περίπτωση είναι διαφορετική αυτής που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος του Vidale, καθώς εδώ επιλύεται τόσο το κινηματικό όσο και το

δυναμικό μέρος της κυματικής μορφής. Με τον προσομοιωτή ACO2D υπολογίζονται τόσο οι χρόνοι διαδρομής, όσο και τα πλάτη των σεισμικών κυμάτων όλων των σεισμικών αφίξεων. Η μέθοδος Vidale επιλύει μόνο το κινηματικό μέρος (εικονική εξίσωση) προσδιορίζοντας χρόνους διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων. Για την εφαρμογή του προσομοιωτή ACO2D απαιτούνται, πέραν από τις τιμές της σεισμικής ταχύτητας και περαιτέρω πληροφορίες σχετικά με την παραμετροποίηση του μέσου, τα χαρακτηριστικά της πηγής, το είδος του σεισμικού παλμού, τις πυκνότητες των στρωμάτων, κλπ. Για τις ανάγκες των συγκεκριμένων δοκιμών χρησιμοποιήθηκαν μόνο οι χρόνοι διαδρομής των πρώτων σεισμικών αφίξεων.

Για την ικανοποίηση των απαιτήσεων της εκάστοτε μεθόδου προσομοίωσης, αναφορικά με την περιγραφή του μέσου, το σύνθετο ετερογενές μοντέλο ταχύτητας παραμετροποιήθηκε σε πλήθος κελιών αλλά και κόμβων (σχήμα 4.13).

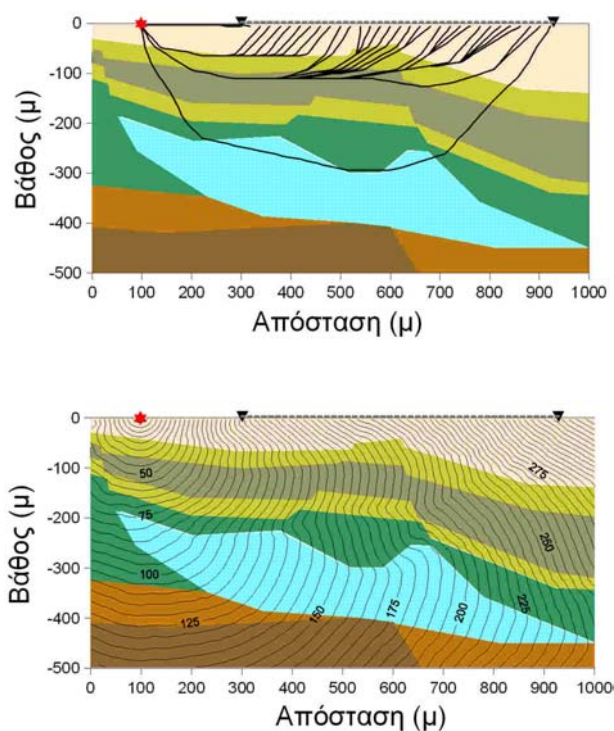


Σχήμα 4.13. Συνθετική δομή σύνθετου ετερογενούς μέσου (δομή άλατος). Οι ένθετες εικόνες (a) και (b) παρουσιάζουν δειγματοληψία της παραμετροποίησης σε κελιά και κόμβους πλέγματος αντίστοιχα.

Έτσι για τις ανάγκες των προσομοιωτών MINT2D και SPATH2D η παραμετροποίηση του μέσου έγινε σε κελιά σταθερής ταχύτητας, ενώ για τους

προσομοιωτές FAST2D και ACO2D η παραμετροποίηση έγινε σε πλήθος κόμβων.

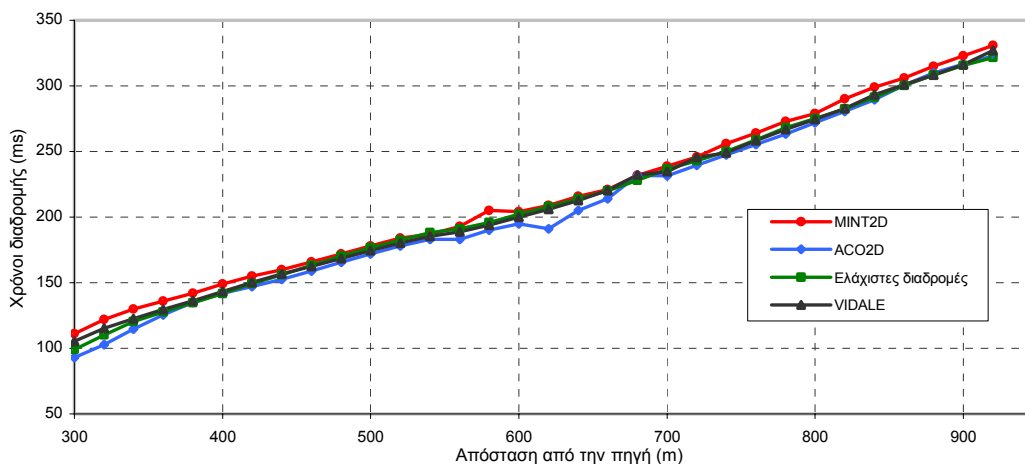
Στο σχήμα 4.14 παρουσιάζονται οι διαδρομές των σεισμικών ακτίνων (άνω) καθώς και το κυματικό πεδίο (κάτω) που προέκυψαν από την εφαρμογή του προσομοιωτή ελαχίστου δρόμου. Η απόκριση του μέσου υπολογίστηκε για 1922 τετραγωνικά κελιά σταθερών διαστάσεων με 5 κόμβους ανά πλευρά κελιού.



Σχήμα 4.14. Διαδρομές των σεισμικών ακτίνων (άνω) και κυματικό πεδίο (κάτω) για συγκεκριμένη γεωμετρία σεισμικής πηγής και γεωφώνων στο μοντέλο του σύνθετου ετερογενούς μέσου.

Οι αποκρίσεις (δρομοχρονικές καμπύλες) των προσομοιωτών που έλαβαν μέρος στις συγκριτικές δοκιμές ακριβείας παρουσιάζονται στο σχήμα 4.15. Οι δρομοχρονικές καμπύλες αντιπροσωπεύουν πρώτες αφίξεις από διαφορετικές ασυνέχειες. Από την μελέτη των αποκρίσεων του σχήματος προκύπτει ότι οι προσομοιωτές FAST2D και SPATH2D προσεγγίζουν καλύτερα τα αποτελέσματα

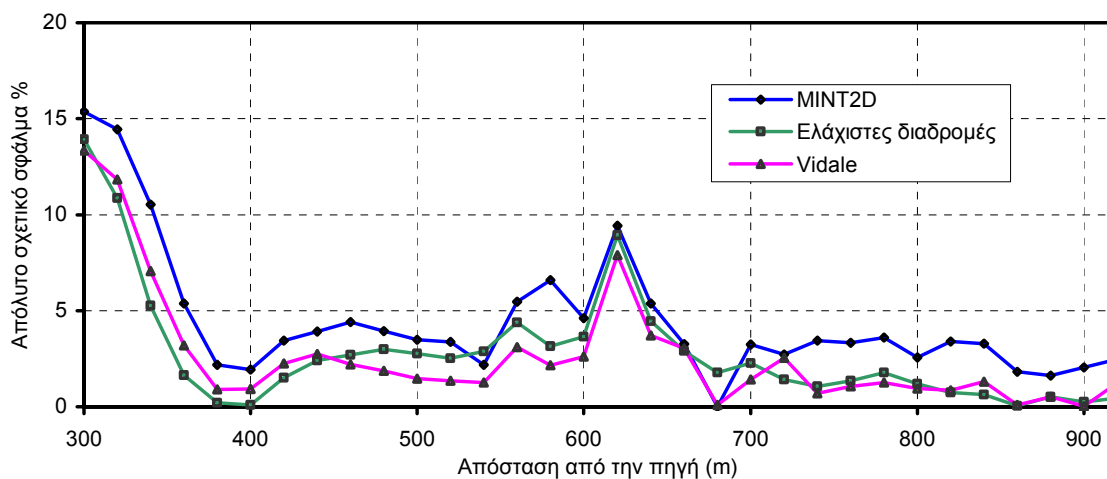
του προσομοιωτή ACO2D ενώ ο MINT2D αποκλίνει κυρίως στο εγγύς και μακράν της πηγής πεδίο. Από τις δρομοχρονικές καμπύλες υπολογίσθηκαν τα σφάλματα στους χρόνους διαδρομής σε συνάρτηση με την απόσταση από την σεισμική πηγή τα οποία παρουσιάζονται στο γράφημα του σχήματος 4.16.



Σχήμα 4.15. Δρομοχρονικές καμπύλες (αποκρίσεις) των προσομοιωτών που έλαβαν μέρος στις συγκριτικές δοκιμές επίλυσης του ευθέως σεισμικού προβλήματος.

Όπως προκύπτει από το γράφημα του σχήματος 4.16 το μεγαλύτερο ποσοστό σφάλματος και για τις τρεις μεθόδους προσομοίωσης παρατηρείται στα πρώτα γεώφωνα του αναπτύγματος και στην απόσταση όπου καταφθάνουν οι πρώτες αφίξεις από τον πρώτο διαθλαστήρα μεγάλης αντίθεσης ταχύτητας. Στη συγκεκριμένη περιοχή γεωφώνων παρατηρούμε ότι η συμπεριφορά του προσομοιωτή SPATH2D είναι συγκριτικά καλύτερη των άλλων προσομοιωτών. Επειδή, όπως και στα προηγούμενα έχει αναφερθεί, η συμπεριφορά του SPATH2D είναι ανεξάρτητη των αντιθέσεων ταχύτητας στο μέσο, οι σχετικά μεγάλες αποκλίσεις στις τιμές του σφάλματος του προσομοιωτή εξηγούνται από την σχετικά περιορισμένη επιλογή διαδρομών που έχει η σεισμική ακτίνα από την πηγή μέχρι τον δέκτη. Στις μεγάλες αποστάσεις από την πηγή, επειδή το πλήθος των κόμβων που παρεμβάλλονται μεταξύ πηγής και δέκτη είναι μεγαλύτερο, η σεισμική ακτίνα έχει περισσότερους βαθμούς ελευθερίας να επιλέξει την διαδρομή ελαχίστου δρόμου. Αύξηση του πλήθους των κόμβων

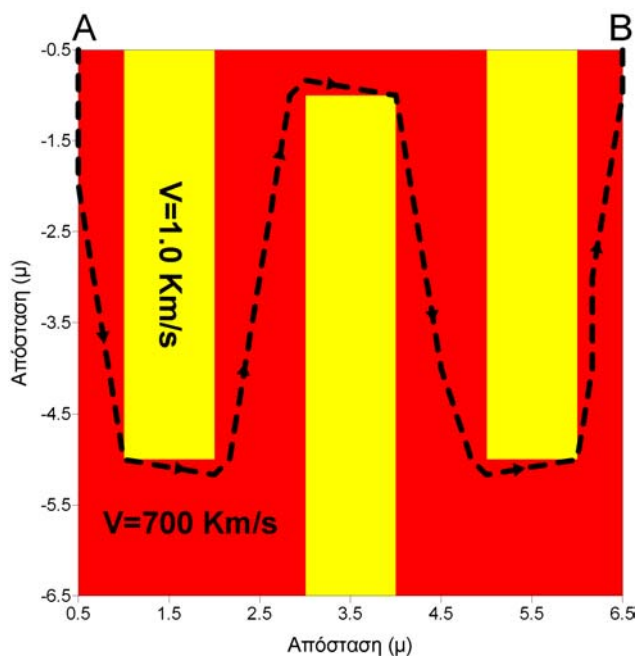
ανά πλευρά κελιού θα βελτιώσει σημαντικά την συμπεριφορά του SPATH2D, με κόστος πάντοτε τον υπολογιστικό χρόνο, στην ως άνω περιοχή των γεωφώνων, σε αντίθεση με τους άλλους προσομοιωτές, όπου αύξηση του πλήθους των κελιών ή των κόμβων του πλέγματος δεν αναμένεται να δώσει σημαντικές βελτιώσεις καθόσον η υψηλή αντίθεση ταχύτητας θα δράσει περιοριστικά γεγονός το οποίο, ως ελέχθη, δεν επηρεάζει τον προσομοιωτή SPATH2D.



Σχήμα 4.16. Κατανομή του απόλυτου επί τις εκατό σφάλματος στους χρόνους διαδρομής σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή για όλους τους προσομοιωτές που αξιολογήθηκαν.

Σε απόσταση 620 μέτρα περίπου από την σεισμική πηγή παρατηρείται μια απότομη αύξηση του σφάλματος που είναι η ίδια περίπου για όλες τις μεθόδους. Η τεκτονική δομή στην ως άνω περιοχή έχει δημιουργήσει έντονες πλευρικές και κατακόρυφες μεταβολές στην ταχύτητα έτσι ώστε πιθανώς να δημιουργούνται συνθήκες φαινομένων περίθλασης όπου μόνον ο προσομοιωτής ACO2D είναι σε θέση να προσομοιώσει. Στις πολύ μεγάλες αποστάσεις το σφάλμα σταθεροποιείται σε χαμηλές τιμές (1,5 %). Από τις παραπάνω συγκρίσεις προκύπτει ότι οι αποκρίσεις των προσομοιωτών SPATH2D και FAST2D είναι συγκρίσιμες και προσεγγίζουν καλύτερα την λύση της κυματικής εξίσωσης που παρέχει ο προσομοιωτής αναφοράς ACO2D.

Στο σχήμα 4.17 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της απόκρισης ενός παθητικού μοντέλου με πολύ μεγάλες αντιθέσεις στις τιμές των σεισμικών ταχυτήτων. Το σχήμα των πεπερασμένων διαφορών (προσομοιωτής FAST2D) και η τεχνική της κύρτωσης (προσομοιωτής MINT2D) αποτυγχάνουν πλήρως να υπολογίσουν τις αποκρίσεις του συγκεκριμένου μέσου και μόνο η μέθοδος ελαχίστων διαδρομών (προσομοιωτής SPATH2D) παράγει σταθερά αποτελέσματα.



Σχήμα 4.17. Συνθετικό παθητικό μοντέλο με μεγάλες αντιθέσεις στις τιμές των σεισμικών ταχυτήτων. Με διακεκομμένη γραμμή εμφανίζεται η διαδρομή της σεισμικής ακτίνας από το A στο B όπως προέκυψε από την μέθοδο ελαχίστου δρόμου.

Όπως προκύπτει από το σχήμα η σεισμική ακτίνα ακολουθεί μια πολύπλοκη διαδρομή από το σημείο A στο B καθιστώντας σαφές ότι η μέθοδος ελαχίστου δρόμου συγκλίνει πάντοτε χωρίς να εξαρτάται από τους περιορισμούς των προσεγγίσεων των υπόλοιπων προσομοιωτών που εξετάστηκαν.



### **4.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ**

- Σε ομογενή μέσα διάδοσης το σφάλμα απόκρισης του προσομοιωτή πεπερασμένων διαφορών είναι σχετικά υψηλό για αραιές διακριτοποιήσεις του μέσου, ενώ σταθεροποιείται σε χαμηλές τιμές (<1%) καθώς η πυκνότητα των κόμβων αυξάνει.

Το ποσοστό μέγιστου σφάλματος της μεθόδου ελαχίστου δρόμου παραμένει μικρότερο του 0.5% (με εξαίρεση την ακραία περίπτωση του ενός κόμβου ανά πλευρά κελιού). Το ποσοστό του μέσου σφάλματος παραμένει χαμηλότερο του 0.1%, ενώ οι επικρατούσες τιμές σε ολόκληρο το μέσο είναι μικρότερες του 0.2% με τάση περαιτέρω ελαχιστοποίησης καθώς το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού αυξάνει. Οι τιμές του μέγιστου σφάλματος της μεθόδου κάμψης παραμένουν πρακτικά μηδενικές (<0.0001%). Η υψηλή ακρίβεια της μεθόδου εξηγείται από το γεγονός ότι οι διαδρομές των σεισμικών ακτίνων από κελί σε κελί δεν κάμπτονται λόγω της ομοιογένειας του μέσου, με αποτέλεσμα ο χρόνος διαδρομής που παρέχει ο αντίστοιχος προσομοιωτής να ταυτίζεται με αυτόν της αναλυτικής λύσης. Στο ομογενές μέσο η συμπεριφορά όλων των προσομοιωτών που συγκρίθηκαν ήταν ικανοποιητική καθώς το σφάλμα υπολογισμού της απόκρισης του μέσου με όλες τις μεθόδους που εξετάστηκαν βρέθηκε μέσα στα αποδεκτά όρια.

- Στα οριζόντια στρωματωμένα ομογενή μέσα η προσέγγιση των πεπερασμένων διαφορών παρουσιάζει ακρίβεια της τάξης του 3% για μεγάλο πλήθος κόμβων του πλέγματος με τάση αύξησης του σφάλματος, εφόσον η αντίθεση ταχυτήτων στο μέσο αυξάνει. Οι χρόνοι διαδρομής των πρώτων αφίξεων με την τεχνική της κάμψης είναι ανεξάρτητοι από το πλήθος των κελιών παραμετροποίησης του μοντέλου και το σφάλμα στους χρόνους διαδρομής εξαρτάται από τις τιμές της ταχύτητας των στρώσεων του μέσου.

Στην μέθοδο ελαχίστου δρόμου το σφάλμα απόκρισης παραμένει χαμηλό, καθώς το πλήθος των κόμβων ανά πλευρά κελιού αυξάνει παραμένει δε ανεξάρτητο από την χωρική κατανομή της ταχύτητας.

- Στη περίπτωση του σύνθετου ετερογενούς μέσου η μέθοδος της κάμψης παρέχει σφάλμα της τάξης του 5% ενώ οι λύσεις που παρέχουν οι μέθοδοι των πεπερασμένων διαφορών και ελαχίστου δρόμου είναι περισσότερο σταθερές και υπολογίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια τους χρόνους διαδρομής, ιδιαίτερα στις μεγάλες αποστάσεις από την πηγή.

Το υπολογιστικό κόστος της τεχνικής ελαχίστου δρόμου παραμένει συγκριτικά μεγαλύτερο σε όλες τις περιπτώσεις δομών που εξετάστηκαν ενώ ο ταχύτερος προσομοιωτής είναι αυτός των πεπερασμένων διαφορών του Vidale. Από την μελέτη των αποτελεσμάτων όλων των συγκριτικών δοκιμών που υλοποιήθηκαν παρουσιάζουμε συνοπτικά τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου ελαχίστου δρόμου που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής για την επίλυση του ευθέως προβλήματος.

Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι:

- Ο υπολογισμός των πρώτων σεισμικών αφίξεων γίνεται για όλους τους κόμβους παραμετροποίησης του μέσου
- Οι διαδρομές των σεισμικών ακτίνων χαράσσονται για όλους τους κόμβους παραμετροποίησης του μέσου
- Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων ελέγχεται από το χρήστη και εξαρτάται κυρίως από το πλήθος των κόμβων που διέρχεται η σεισμική ακτίνα
- Η μέθοδος συγκλίνει πάντοτε και η ακρίβεια των πρώτων χρονικών αφίξεων είναι ανεξάρτητη των αντιθέσεων ταχύτητας.
- Η μετάβαση από τις δύο στις τρεις διαστάσεις είναι πολύ εύκολη

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου είναι:

- Για την παροχή αξιόπιστων αποτελεσμάτων απαιτείται μεγάλος υπολογιστικός χρόνος
- Σε σύγκριση με τις υπόλοιπες μεθόδους απαιτεί επιπλέον πληροφορίες (πλήθος κελιών και πλήθος κόμβων ανά πλευρά κελιού) για την περιγραφή του μέσου διάδοσης

- Στην παρούσα μορφή της υπολογίζει μόνο πρώτες χρονικές αφίξεις
- Ο προγραμματισμός της τεχνικής σε πηγαίο κώδικα είναι περισσότερο πολύπλοκος.

#### **4.4 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΕΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΟΥ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**

Οι συγκριτικές δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν για την αξιολόγηση της ακρίβειας των μεθόδων επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος στοχεύουν στον έλεγχο της αξιοπιστίας του λογισμικού σεισμικής τομογραφίας που αναπτύχθηκε, στην μελέτη επίδρασης, στην λύση των διαφορετικών τεχνικών κανονικοποίησης καθώς και στην μελέτη των ελευθέρων παραμέτρων που ελέγχουν τα σχήματα αυτά. Για τον σκοπό αυτό κρίθηκε σκόπιμο όπως οι προς αντιστροφή χρόνοι διαδρομής να είναι το αποτέλεσμα της απόκρισης γνωστών δομών ταχύτητας (δομές αναφοράς), έτσι ώστε να καταστεί εφικτή η σύγκριση της ανακατασκευασμένης δομής με την δομή αναφοράς. Κατόπιν τούτων η διαδικασία που ακολουθήθηκε ήταν η κατασκευή συνθετικών μοντέλων ταχύτητας, ο υπολογισμός των αντίστοιχων χρόνων διαδρομής και η χρησιμοποίηση αυτών στην συνέχεια ως πειραματικών δεδομένων με σκοπό την ανακατασκευή των πραγματικών μοντέλων ταχύτητας.

Τα συνθετικά μοντέλα ήταν τέτοια ώστε να αντιπροσωπεύουν σύνθετες δομές που αντιμετωπίζονται στις γεωφυσικές έρευνες (έγκοιλα, ρήγματα, αρχαιολογικοί στόχοι κ.λ.π). Κατόπιν τούτων τα μοντέλα που υιοθετήθηκαν αφορούσαν γεωμετρικά σώματα με θετικές ή και αρνητικές μεταβολές στην σεισμική ταχύτητα σε σχέση με το ομογενές μέσο που τα περιβάλλει.

Οι διακυμάνσεις στις τιμές των ταχυτήτων ήταν τέτοιες ώστε να καθιστούν το πρόβλημα ισχυρά μη γραμμικό. Το πλήθος των κελιών επιλέχθηκε σε κάθε περίπτωση έτσι ώστε να είναι συγκρίσιμος με το πλήθος των δεδομένων του κάθε προβλήματος. Για την παραγωγή των συνθετικών χρόνων διαδρομής

επιλέχθηκε η διάταξη cross-hole όπου τοποθετήθηκαν ισάριθμες σεισμικές πηγές και δέκτες στα κατακόρυφα πλευρικά όρια του μοντέλου. Η τεχνική cross-hole χρησιμοποιείται αρκετά συχνά επειδή είναι ικανή να ανακατασκευάσει σεισμικά μοντέλα με πολύ υψηλή ανάλυση. Η αυξημένη διακριτική ικανότητα της μεθόδου οφείλεται κυρίως στην διατήρηση του υψηλού συχνοτικού περιεχομένου του σεισμικού κύματος λόγω της τοποθέτησης των σεισμικών πηγών-δεκτών κάτω από το επιφανειακό στρώμα χαμηλής ταχύτητας.

Οι διαστάσεις των δομών σε κάθε μοντέλο επιλέχθηκαν με βάση το μήκος κύματος που συνήθως επικρατεί σε τέτοιου είδους περιβάλλοντα. Οι μικρότερες διαστάσεις των προς ανακατασκευή στόχων επιλέχθηκαν έτσι ώστε να ισούνται με δύο τουλάχιστον μήκη κύματος.

Οι πρώτες τομογραφικές προσομοιώσεις αφορούσαν στην μελέτη της επίδρασης των διαφορετικών τεχνικών κανονικοποίησης στην λύση του αντιστροφου προβλήματος κάνοντας χρήση δεδομένων με διαφορετικά ποσοστά θορύβου. Κριτήριο αξιολόγησης των αποτελεσμάτων των αριθμητικών δοκιμών αποτέλεσε η κατανομή του σφάλματος RMS των δεδομένων. Το αρχικό μοντέλο εκκίνησης της τομογραφικής αντιστροφής αφορούσε ένα ομογενές μέσο ταχύτητας και διατηρήθηκε σταθερό κατά την διάρκεια των δοκιμών.

Η επόμενη σειρά συνθετικών δοκιμών αφορούσε συγκρίσεις με άλλες τομογραφικές μεθόδους. Οι χρόνοι διαδρομής για τις δοκιμές αυτές υπολογίσθηκαν από τρία διαφορετικά λογισμικά επίλυσης του ευθέως προβλήματος. Η κανονικοποίηση με εξομάλυνση συγκρίθηκε με μία διαφορετική τεχνική αντιστροφής για τις τρεις ομάδες δεδομένων. Για τις συγκρίσεις αυτές επιλέχθηκε η τεχνική αλγεβρικής ανακατασκευής ART (Herman et al., 1973; Gordon, 1974; Mason, 1981). Η μέθοδος ART δεν βασίζεται στην γενικευμένη θεωρία πινάκων και είναι μία μέθοδος οπισθοπροβολής όπου τα χρονικά υπόλοιπα ανακατανέμονται (προβάλλονται) στα συγκεκριμένα κελιά που διέσχισε η σεισμική ακτίνα. Οι διορθώσεις στις τιμές των παραμέτρων γίνονται για κάθε μία ακτίνα ξεχωριστά και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι το σφάλμα στα δεδομένα σταματήσει να μεταβάλλεται

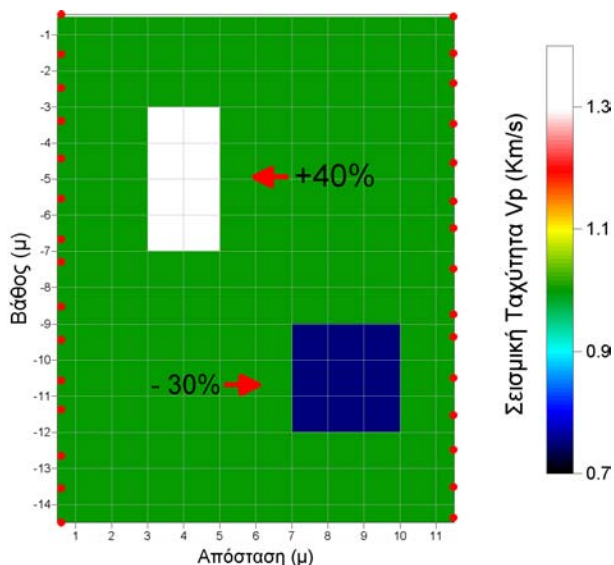
σημαντικά. Οι δοκιμές των δύο αντίστροφων σχημάτων πραγματοποιήθηκαν για διαφορετικά αρχικά ομογενή μοντέλα. Καθώς οι τρεις αλγόριθμοι σεισμικής προσομοίωσης απαιτούν διαφορετικές παραμετροποιήσεις οι χρόνοι διαδρομής που υπολογίσθηκαν είχαν μικρές αποκλίσεις μεταξύ τους οι οποίες θεωρήθηκαν ως σφάλμα.

#### **4.4.1 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΛΥΣΗ.**

Στο σχήμα 4.18 απεικονίζεται το συνθετικό μοντέλο αναφοράς με τις δύο ανωμαλίες ταχύτητας, του οποίου επιδιώκεται η ανακατασκευή. Οι δομές ταχύτητας με τιμές 0.7 και 1.4 km/s δημιουργούν μία θετική (+40%) και μία αρνητική (-30%) -σε σχέση με το ομογενές μέσο (1.0 km/s) που τις περιβάλλει- ανωμαλία ταχύτητας. Τα κόκκινα σύμβολα αντιπροσωπεύουν τις θέσεις των σεισμικών πηγών και δεκτών, ενώ διακρίνονται και τα όρια των κελιών παραμετροποίησης. Η γεωμετρία των σεισμικών πηγών και δεκτών περιλαμβάνει την τοποθέτηση 15 πηγών και ισάριθμων δεκτών στα κατακόρυφα πλευρικά όρια της δομής. Το συνθετικό μέσο διακριτοποιήθηκε σε 12X15 κελιά και οι πρώτες χρονικές αφίξεις υπολογίσθηκαν για 225 (15X15) διαδρομές. Για τον προσδιορισμό της απόκρισης του μέσου με την τεχνική ελαχίστου δρόμου χρησιμοποιήθηκαν 6 κόμβοι ανά πλευρά κελιού.

Στα δεδομένα που προέκυψαν προστέθηκε θόρυβος με βάση μια ημιτυχαία γεννήτρια αριθμών. Κατά την διαδικασία αυτή τυχαίες τιμές από -1 έως +1 πολλαπλασιάζονται με κάποιο συντελεστή και στη συνέχεια προστίθενται στους χρόνους διαδρομής. Ο συντελεστής αυτός καθορίζει το επί τις εκατό ποσοστό θορύβου που προστίθεται στα δεδομένα και επιλέγεται με βάση τον μέγιστο και ελάχιστο χρόνο διαδρομής. Ειδικότερα δημιουργήθηκαν 3 ομάδες δεδομένων όπου η πρώτη αφορούσε τους χρόνους διαδρομής όπως προέκυψαν από την απόκριση με μηδενικό θόρυβο, ενώ οι άλλες δύο περιείχαν ποσοστά θορύβου 2% και 6% αντίστοιχα.

Για την εκκίνηση της αντιστροφής υιοθετήθηκε ένα ομογενές αρχικό μοντέλο ταχύτητας 0.9 km/s.



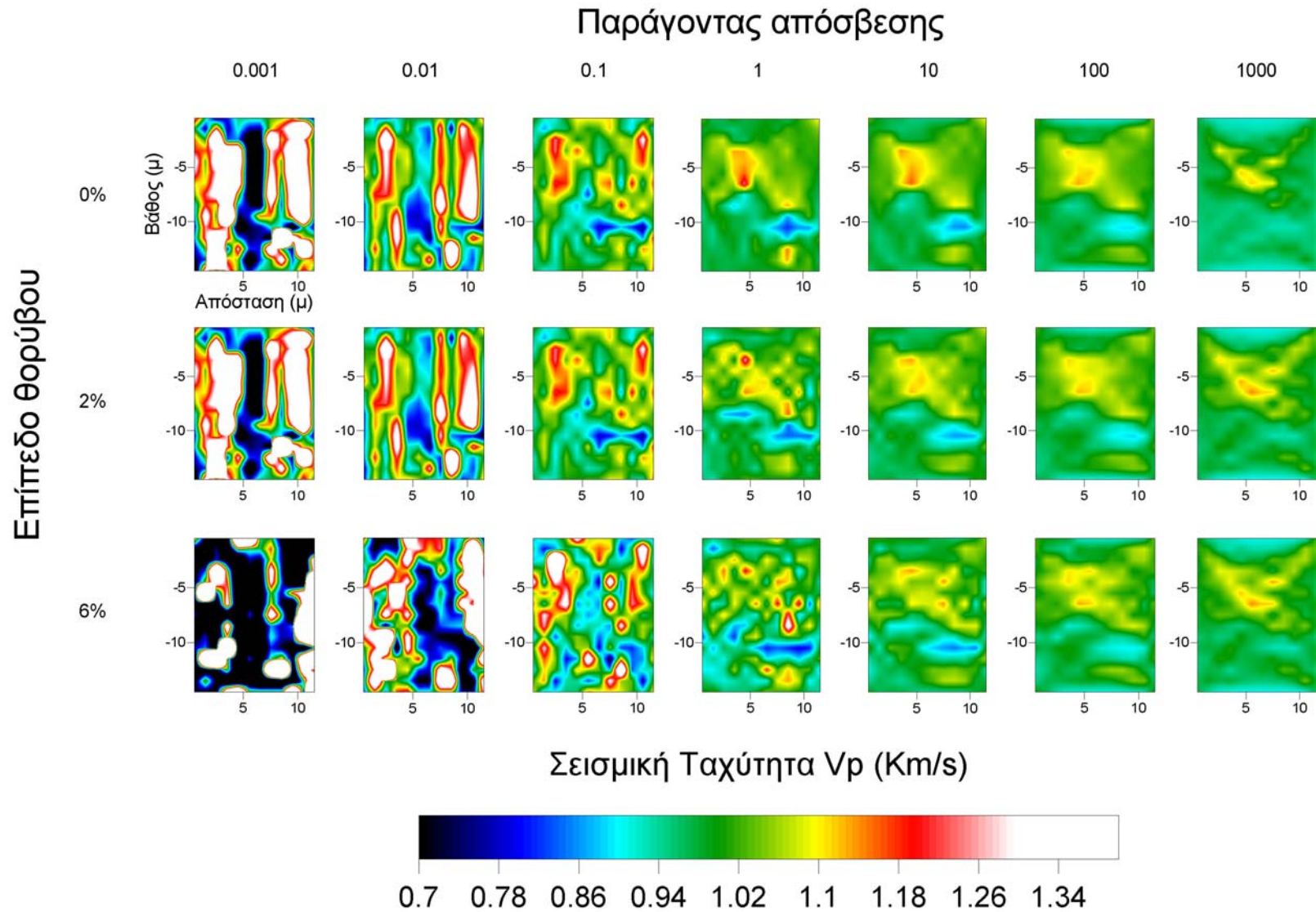
Σχήμα 4.18. Συνθετικό μοντέλο σεισμικών ταχυτήτων με τις θέσεις πηγών και δεκτών, που χρησιμοποιήθηκαν για τις ανάγκες των αριθμητικών προσομοιώσεων

#### 4.4.1.1 ΑΠΟΣΒΕΣΗ

Το πρώτο μαθηματικό σχήμα που εφαρμόστηκε ήταν η κανονικοποίηση με απόσβεση. Ο ρόλος του παράγοντα απόσβεσης είναι η σταθεροποίηση του τομογραφικού προβλήματος μέσω της απόσβεσης των πολύ μικρών ιδιαιζουσών τιμών. Η τιμή της ως άνω παραμέτρου έχει άμεση συνέπεια στην λύση καθώς αποσβένει και ανύσματα του παραμετρικού χώρου που συμβάλλουν θετικά στην ανακατασκευή. Ο παράγοντας απόσβεσης έλαβε διαδοχικά τις τιμές 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000 και στις τρεις ομάδες δεδομένων.

Στο σχήμα 4.19 παρουσιάζεται η επίδραση του παράγοντα απόσβεσης στην τομογραφική ανακατασκευή της συνθετικής δομής αναφοράς του σχήματος 4.18 και για τις τρεις ομάδες δεδομένων. Από το σχήμα παρατηρούμε ότι για

πολύ μικρές τιμές του παράγοντα απόσβεσης το τομογραφικό αποτέλεσμα είναι δομές με πολύ έντονες μεταβολές στη σεισμική ταχύτητα. Οι απότομες διακυμάνσεις στις τιμές των παραμέτρων αφορούν κατακόρυφες δομές όπου η σεισμική ταχύτητα μεταβάλλεται έντονα κατά την οριζόντια διεύθυνση ακόμα και στις περιοχές του μοντέλου με επαρκή ακτινική κάλυψη. Στα άνω και κάτω όρια του μέσου, όπου τα δεδομένα δεν περιορίζουν σημαντικά τις παραμέτρους του προβλήματος, παρουσιάζονται πιο απομονωμένες τοπικού χαρακτήρα μεταβολές στην σεισμική ταχύτητα.



Σχήμα 4.19. Επίδραση του παράγοντα απόσβεσης για διαφορετικά επίπεδα θορύβου στην τομογραφική ανακατασκευή της δομής αναφοράς του σχήματος 4.18.

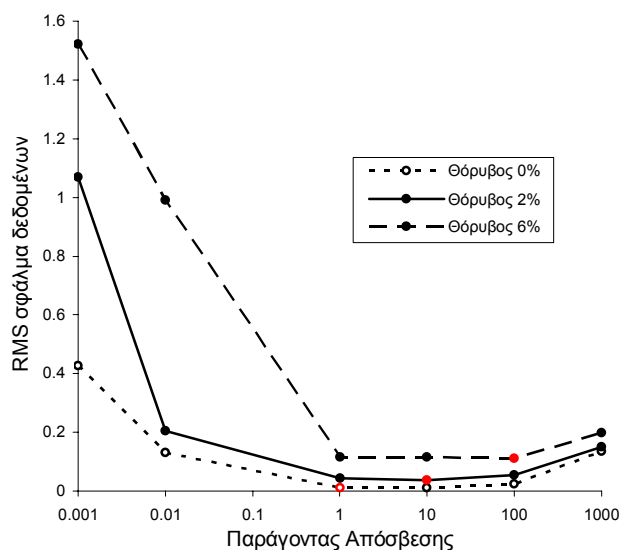


Το φαινόμενο αυτό καθίσταται περισσότερο έντονο όταν το ποσοστό θορύβου αυξάνει. Η παρουσία των πλευρικά εναλλασσόμενων κατακόρυφων ζωνών ταχύτητας που παρατηρούνται στις ανακατασκευασμένες δομές για πολύ μικρές τιμές του παράγοντα απόσβεσης οφείλεται στην αυξημένη συμβολή των ανυσμάτων του παραμετρικού χώρου που αντιστοιχούν στις μικρότερες ιδιάζουσες τιμές. Στην περίπτωση αυτή οι τιμές του παράγοντα απόσβεσης δεν είναι ικανές να εξομαλύνουν την συνεισφορά των ως άνω ανυσμάτων, με αποτέλεσμα το τελικό τομόγραμμα να αποκλίνει σημαντικά από το πραγματικό μοντέλο αναφοράς.

Με την αύξηση του παράγοντα απόσβεσης οι αριθμητικές αυτές ταλαντώσεις στις τιμές των παραμέτρων εξομαλύνονται και η ανακατασκευασμένη δομή προσεγγίζει το μοντέλο αναφοράς. Για πολύ μεγάλες τιμές απόσβεσης η τελική εικόνα αποκλίνει της δομής αναφοράς επειδή στερείται σε ευκρίνεια. Στην περίπτωση των ιδανικών δεδομένων (μηδενικό ποσοστό θορύβου) το μοντέλο αναφοράς προσεγγίζεται καλύτερα όταν ο παράγοντας απόσβεσης λάβει την τιμή 1. Με την αύξηση του ποσοστού θορύβου στα δεδομένα η αντιστροφή για την αναζήτηση της καλύτερης λύσης γίνεται πιο δύσκολη, με αποτέλεσμα οι τελικές κατανομές της ταχύτητας να εμφανίζονται αρκετά εξομαλυμένες λόγω της ισχυρής απόσβεσης που χρησιμοποιήθηκε. Από την σύγκριση των τελικών τομογραμμάτων με την συνθετική δομή αναφοράς προκύπτει ότι για ενδιάμεσα ποσοστά θορύβου (~2%) η βέλτιστη κανονικοποίηση για το συγκεκριμένο πρόβλημα επιτυγχάνεται με τιμή του παράγοντα απόσβεσης ίση με 10. Για υψηλά ποσοστά θορύβου (6%) η καλύτερη κανονικοποίηση επιτυγχάνεται με τιμή του παράγοντα απόσβεσης ίση με 100. Μια σημαντική επίσης παρατήρηση είναι ότι στις πολύ ισχυρές αποσβέσεις (> 100) οι τομογραφικές ανακατασκευές είναι σχεδόν ίδιες και ανεξάρτητες του ποσού του περιεχόμενου θορύβου στα δεδομένα καθώς στην λύση κυριαρχούν τα ανύσματα που αντιστοιχούν στις υψηλότερες ιδιάζουσες τιμές.

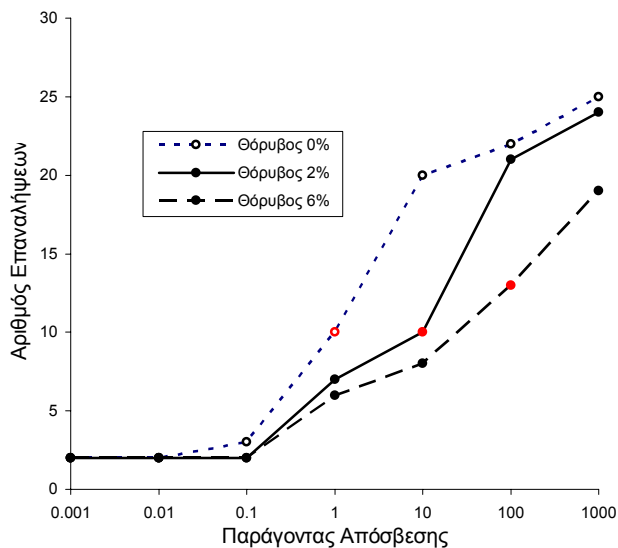
Η μελέτη κατανομής του τελικού σφάλματος (RMS) στους χρόνους διαδρομής (σχήμα 4.20) επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα και τις παρατηρήσεις που αναφέραμε για τις ανακατασκευασμένες δομές του σχήματος 4.19.

Παρατηρούμε ότι για χαμηλές τιμές του παράγοντα απόσβεσης ( $<1$ ) το σφάλμα είναι σημαντικό. Το σφάλμα μειούται σημαντικά με την αύξηση του παράγοντα απόσβεσης και παραμένει σε χαμηλά επίπεδα ανεξάρτητα από το μέγεθος του θορύβου στα δεδομένα, για μια περιοχή τιμών του παράγοντα (1-100). Όσον αφορά στην επίδραση του ποσοστού θορύβου των δεδομένων, παρατηρούμε ότι στις μικρές τιμές ( $<1$ ) του παράγοντα απόσβεσης στη διαμόρφωση των χρονικών υπολοίπων (RMS) το ποσοστό αυτό είναι σημαντικό. Το συμπέρασμα είναι ότι η επιλογή του παράγοντα απόσβεσης πρέπει να γίνεται μέσω διαδοχικών δοκιμών με βέλτιστη τιμή εκείνη που παρέχει σφάλμα στα χρονικά υπόλοιπα συγκρίσιμο με αυτό των πειραματικών δεδομένων.



Σχήμα 4.20. Μεταβολή του σφάλματος RMS (χρονικά υπόλοιπα) σε συνάρτηση με τον παράγοντα απόσβεσης και το ποσοστό του περιεχόμενου θορύβου στα δεδομένα. Οι ελάχιστες τιμές σφάλματος εμφανίζονται με κόκκινο σύμβολο.

Το γράφημα του σχήματος 4.21 παρουσιάζει τις καμπύλες μεταβολής του πλήθους των επαναλήψεων για την επίτευξη σύγκλισης σε συνάρτηση με τον παράγοντα απόσβεσης και το ποσοστό του περιεχόμενου θορύβου στα δεδομένα. Το σημείο της κάθε καμπύλης με τον βέλτιστο συνδυασμό πλήθους επαναλήψεων και παράγοντα απόσβεσης που παρέχουν την ελάχιστη τιμή σφάλματος RMS παρουσιάζεται με κόκκινο σύμβολο.



Σχήμα 4.21. Μεταβολή του πλήθους των επαναλήψεων για την επίτευξη σύγκλισης σε συνάρτηση με τον παράγοντα απόσβεσης και το ποσοστό του περιεχόμενου θορύβου στα δεδομένα.

Από το γράφημα του σχήματος 4.21 παρατηρούμε ότι, ανεξάρτητα από το ποσοστό θορύβου στα δεδομένα, το πλήθος των επαναληπτικών προσπαθειών για την επίτευξη του κριτηρίου σύγκλισης αυξάνει με την αύξηση του παράγοντα απόσβεσης, ενώ ασθενείς κανονικοποιήσεις αποκλίνουν σχετικά γρήγορα καθώς παρατηρείται αύξηση των χρονικών υπολοίπων. Ο ρόλος της απόσβεσης είναι να ελέγχει την λύση (ιδιαίτερα σε ασθενώς ορισμένα προβλήματα), οπότε είναι αναμενόμενο οι μεγάλες τιμές του παράγοντα απόσβεσης να περιορίζουν κατά κάποιο τρόπο το μέγεθος της αναγκαίας διόρθωσης στις τιμές των παραμέτρων, με επακόλουθο την μείωση του ρυθμού ανακατασκευής του μέσου και την αύξηση του πλήθους των επαναλήψεων.

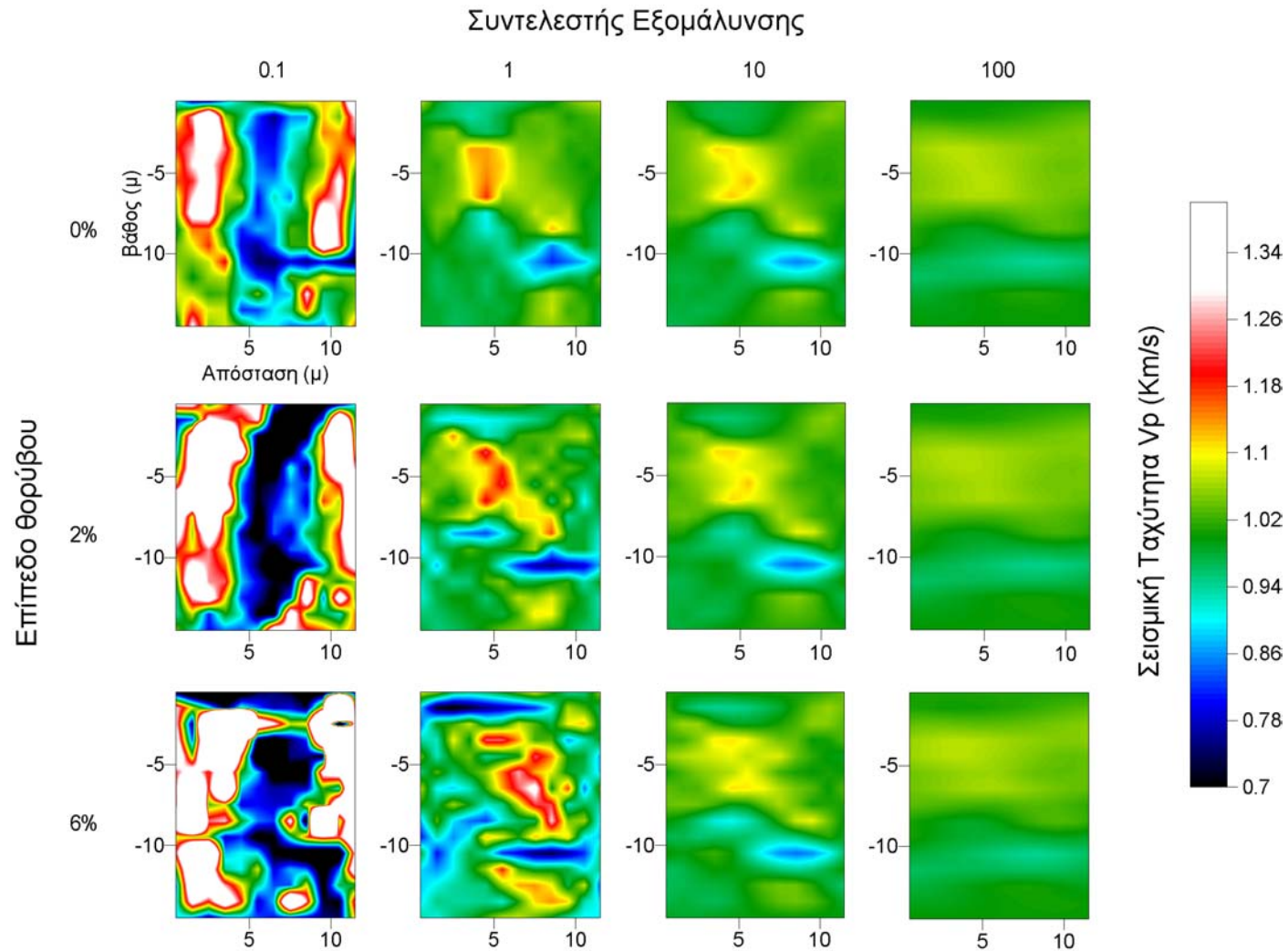
Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις συγκριτικές δοκιμές της επίδρασης του παράγοντα απόσβεσης στη διαμόρφωση της λύσης του συγκεκριμένου αντίστροφου προβλήματος συνοψίζονται στα ακόλουθα:

1. Για τιμή του παράγοντα απόσβεσης μικρότερη κάποιου κατωφλίου ( $<1$ ) η παρουσία θορύβου στα δεδομένα επηρεάζει σημαντικά την κατανομή του σφάλματος RMS στους χρόνους διαδρομής.

2. Για μέσες τιμές του παράγοντα απόσβεσης, μεγαλύτερες του κατωφλίου ( $>1$ ), η κατανομή του σφάλματος RMS στους χρόνους διαδρομής διατηρείται σε χαμηλά επίπεδα και παραμένει ανεξάρτητη του μεγέθους του θορύβου στα δεδομένα.
3. Για ισχυρές αποσβέσεις οι λύσεις αποκλίνουν και είναι ανεξάρτητες της παρουσίας θορύβου στα δεδομένα.
4. Οι μεγάλες τιμές του παράγοντα απόσβεσης μειώνουν τον ρυθμό ανακατασκευής του μέσου με αποτέλεσμα να απαιτείται αυξημένο πλήθος επαναλήψεων για την επίτευξη της σύγκλισης.

#### **4.4.1.2 ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ**

Για την κανονικοποίηση με εξομάλυνση της λύσης επιλέχθηκε ένα φίλτρο πρώτων διαφορών στην οριζόντια διεύθυνση. Με βάση αυτή την προσέγγιση κάθε παράμετρος επηρεάζεται από την γειτονική της κατά τον οριζόντιο άξονα, γεγονός που προκαλεί μία εξομάλυνση πρώτης τάξης. Ο ρόλος του συντελεστή εξομάλυνσης στην κανονικοποίηση είναι να καθορίζει το σχετικό βάρος που δίνεται ανάμεσα στην ελαχιστοποίηση των χρονικών υπολοίπων και στην ηπιότητα του ανακατασκευασμένου μοντέλου. Κανονικοποιήσεις με εφαρμογή χωρικών φίλτρων μεγαλύτερων τάξεων δεν εφαρμόστηκαν στις συγκεκριμένες δοκιμές λόγω του περιορισμένου πλήθους των παραμέτρων. Τα συνθετικά δεδομένα δοκιμάστηκαν για διαφορετικές τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης (0.1, 1, 10, 100) και, όπως και στην περίπτωση της απόσβεσης, το κριτήριο αξιολόγησης των αποτελεσμάτων ήταν η κατανομή του σφάλματος RMS των χρονικών υπολοίπων. Στο σχήμα 4.22 παρουσιάζεται η επίδραση του συντελεστή εξομάλυνσης στην τομογραφική ανακατασκευή της συνθετικής δομής αναφοράς του σχήματος 4.18 για διαφορετικά επίπεδα θορύβου στα δεδομένα.



Σχήμα 4.22. Επίδραση του παράγοντα εξομάλυνσης στην τομογραφική ανακατασκευή της δομής αναφοράς για τρία διαφορετικά επίπεδα θορύβου στα δεδομένα.

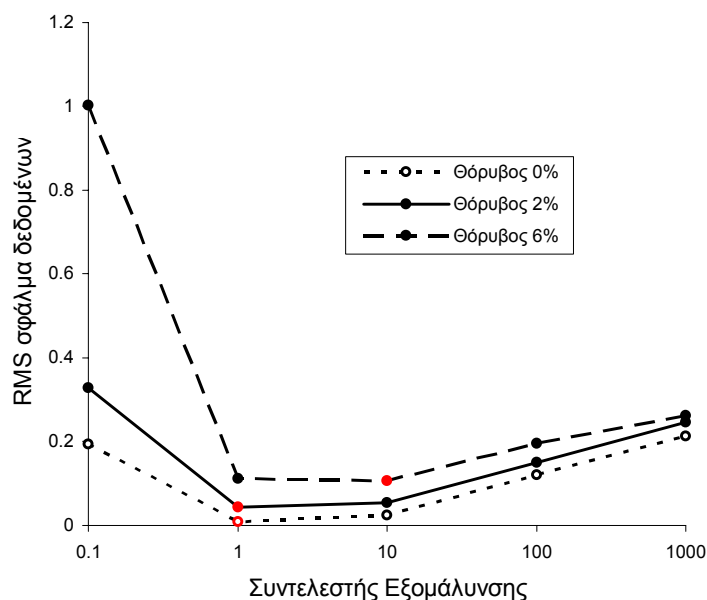
Από την παρατήρηση των τομογραφικών απεικονίσεων του σχήματος 4.22 προκύπτει ότι για χαμηλές τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης η τομογραφική μέθοδος αποτυγχάνει πλήρως να ανακατασκευάσει την δομή αναφοράς. Τα παραμετρικά ανύσματα του μηδενικού χώρου κυριαρχούν στο τελικό εξαγόμενο που, όπως και στην περίπτωση της απόσβεσης εμφανίζουν επιμήκεις μορφές ανωμαλίες ταχύτητας, ο μεγάλος άξονας των οποίων είναι περίπου κάθετος στην διεύθυνση διάδοσης της σεισμικής ενέργειας. Στα ιδανικά δεδομένα (μηδενικό ποσοστό θορύβου) η βέλτιστη ανακατασκευή της δομής αναφοράς επιτυγχάνεται για τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης ίση με την μονάδα. Παρόλα αυτά η επίδραση του φίλτρου είναι εμφανής στις περιοχές εκατέρωθεν της θετικής ανωμαλίας. Το φαινόμενο της εξομάλυνσης γίνεται πιο έντονο όταν ο συντελεστής εξομάλυνσης αυξάνει και ιδιαίτερα όταν λάβει πολύ υψηλή τιμή (100), όπου ουδέν χαρακτηριστικό γνώρισμα της δομής αναφοράς μπορεί κανείς να αναγνωρίσει στην ανακατασκευασθείσα δομή ακόμα και στην περίπτωση των ιδανικών δεδομένων.

Αυξανόμενου του ποσοστού σφάλματος (2%) στους χρόνους διαδρομής, η βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται για συντελεστή εξομάλυνσης ίσο με την μονάδα. Για ακόμα υψηλότερο ποσοστό σφάλματος (6%) το βέλτιστο μοντέλο προκύπτει για συντελεστή εξομάλυνσης ίσο με δέκα.

Πολύ ισχυρές κανονικοποιήσεις εξομαλύνουν δραστικά τις κατανομές τις ταχύτητας, με αποτέλεσμα οι τελικές τομογραφικές απεικονίσεις να ομοιάζουν σχεδόν μεταξύ τους ανεξάρτητα του ποσοστού του εμπεριεχομένου θορύβου στα δεδομένα. Η μείωση του παραμετρικού χώρου με την εισαγωγή εκ των προτέρων περιορισμών στην λύση παρέχει βέλτιστες λύσεις στην περίπτωση των ιδανικών δεδομένων. Όταν τα δεδομένα περιέχουν θόρυβο η βελτίωση της λύσης επιτυγχάνεται με την εισαγωγή της ανακατασκευασμένης δομής ως αρχικό μοντέλο και επανάληψη της διαδικασίας της αντιστροφής.

Από τη μεταβολή του σφάλματος RMS σε συνάρτηση με την παράμετρο εξομάλυνσης (σχήμα 4.23) προκύπτει η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης (κόκκινο σύμβολο) για την οποία επιτυγχάνεται η βέλτιστη ανακατασκευή της δομής αναφοράς (ελάχιστο RMS σφάλμα). Από το ίδιο γράφημα προκύπτει

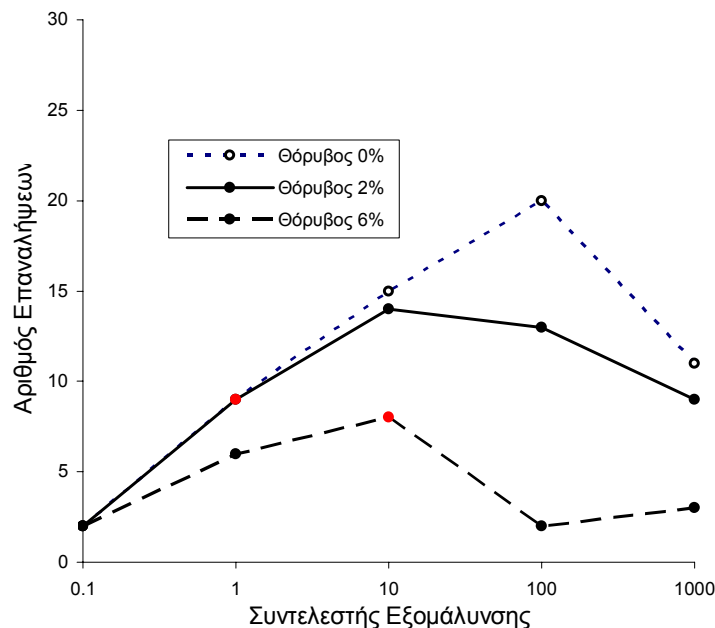
επίσης ότι το σφάλμα RMS παρουσιάζει αυξητική τάση όσο μεγαλώνει η επίδραση της εξομάλυνσης, κάτι που είναι αναμενόμενο αφού αντισταθμίζεται η αναζήτηση για ένα ήπιο μοντέλο με την ελαχιστοποίηση των χρονικών υπολοίπων.



Σχήμα 4.23. Μεταβολή του σφάλματος RMS στα δεδομένα σε συνάρτηση με τον συντελεστή εξομάλυνσης για διαφορετικά ποσοστά θορύβου. Η βέλτιστη τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης για την οποία το RMS σφάλμα γίνεται ελάχιστο παρουσιάζεται με κόκκινο σύμβολο.

Σε αντίθεση με την τεχνική της απόσβεσης, παρατηρούμε ότι με την αύξηση του συντελεστή εξομάλυνσης μειώνεται το πλήθος των επαναληπτικών προσπαθειών για την επίτευξη του κριτηρίου σύγκλισης (σχήμα 4.24) με εντονότερο το φαινόμενο όταν το ποσοστό του θορύβου στα δεδομένα αυξάνει.

Το μικρό πλήθος των επαναληπτικών προσπαθειών του αντίστροφου σχήματος για ισχυρές τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης δεν οφείλεται στην απόκλιση της λύσης (περίπτωση απόσβεσης), αλλά στο γεγονός ότι ο ρυθμός μείωσης του σφάλματος των χρονικών υπολοίπων (ένα από τα κριτήρια σύγκλισης) είναι πολύ μικρός και δεν υφίσταται ανάγκη για επιπλέον βελτίωση του μοντέλου.



Σχήμα 4.24. Μεταβολή του πλήθους των επαναλήψεων με τον συντελεστή εξομάλυνσης για διαφορετικά ποσοστά θορύβου στα δεδομένα. Ο βέλτιστος συνδυασμός που περιέχει το ελάχιστο RMS σφάλμα εμφανίζεται με κόκκινο σύμβολο.

Το διορθωτικό άνυσμα των παραμέτρων κατά την επαναληπτική διαδικασία δεν επιφέρει σημαντικές αλλαγές στο μοντέλο, αφού αυτό έχει αποκτήσει την επιθυμητή (ήπια) δομή λόγω της ισχυρής εξομάλυνσης και οι χρόνοι που υπολογίζονται παραμένουν σχεδόν αμετάβλητοι αν και απέχουν πολύ από τους πραγματικούς. Έτσι τα χρονικά υπόλοιπα διατηρούνται σταθερά και σε σχετικά υψηλά επίπεδα και το τελικό μοντέλο είναι μία «επίπεδη» εκδοχή της πραγματικότητας.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις συγκριτικές δοκιμές της επίδρασης του συντελεστή εξομάλυνσης στην τελική λύση του προβλήματος συνοψίζονται στα παρακάτω:

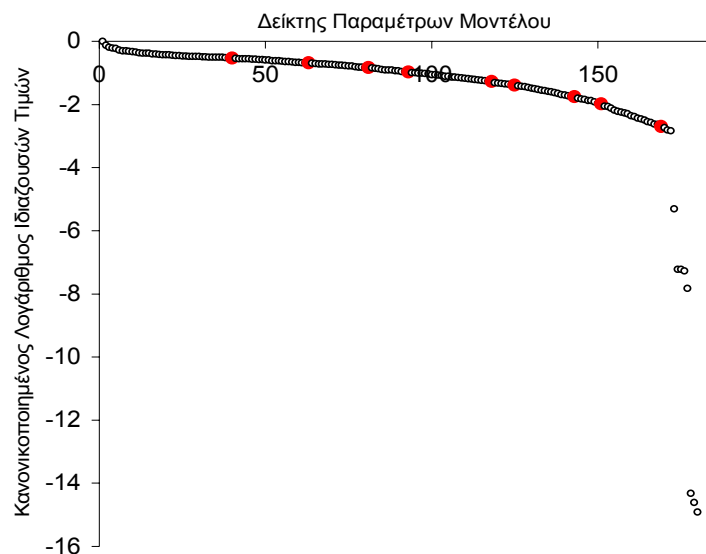
1. Για χαμηλές τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης οι τομογραφικές ανακατασκευές απέχουν πολύ από το μοντέλο αναφοράς ανεξάρτητα από το ποσοστό θορύβου στα δεδομένα.



2. Στην περίπτωση των ιδανικών δεδομένων αλλά και αυτών με ενδιάμεσα ποσοστά θορύβου (2%) η βέλτιστη ανακατασκευή επιτυγχάνεται για μικρές τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης (=1). Δεδομένα με υψηλότερα ποσοστά θορύβου απαιτούν ισχυρότερες εξομαλύνσεις (τιμή συντελεστή =10) για την επίτευξη μιας ικανοποιητικής ανακατασκευής.
3. Μεγάλες τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης επηρεάζουν άμεσα τις τελικές κατανομές της ταχύτητας, και τα τελικά τομογράμματα είναι σχεδόν όμοια μεταξύ τους, ανεξάρτητα από το ποσοστό θορύβου στα δεδομένα.
4. Η αύξηση του συντελεστή εξομάλυνσης οδηγεί σε ελάττωση του πλήθους των επαναληπτικών προσπαθειών, διατηρεί όμως το σφάλμα RMS σε σχετικά υψηλά επίπεδα

#### **4.4.1.3 ΑΠΟΚΟΠΗ ΙΔΙΑΖΟΥΣΩΝ ΤΙΜΩΝ**

Στο σχήμα 4.25 παρουσιάζεται η κατανομή των ιδιαζουσών τιμών που προέκυψε από τη φασματική ανάλυση του τομογραφικού πίνακα κανονικών εξισώσεων (§ 2.3) του ομογενούς μοντέλου (0.9 km/s) που επιλέχθηκε για την εκκίνηση της αντιστροφής. Η φασματική ανάλυση του τομογραφικού πίνακα προκύπτει από την επιλεγείσα παραμετροποίηση και αφορά στην χωρική κατανομή των σεισμικών ακτίνων κατά την πρώτη επανάληψη, οι οποίες είναι ευθύγραμμες λόγω της ομοιογένειας του μέσου. Το αντίστροφο πρόβλημα εμφανίζεται ασθενώς ορισμένο καθώς παρατηρείται μια απότομη μεταβολή στην κατανομή των ιδιαζουσών τιμών λίγο μετά την 150<sup>ση</sup> παράμετρο.



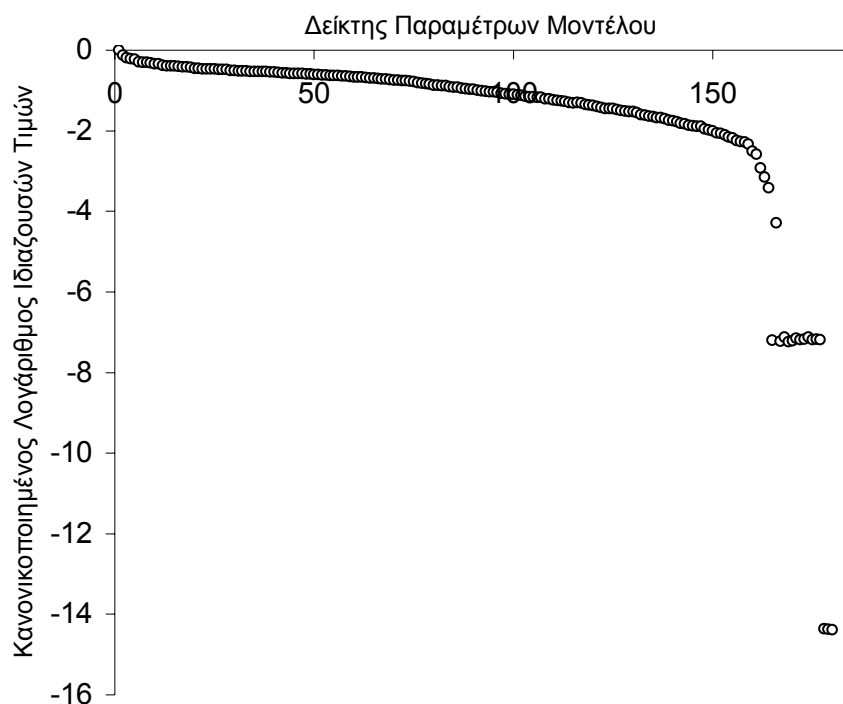
Σχήμα 4.25. Κατανομή ιδιαζουσών τιμών για την περίπτωση του ομογενούς μέσου ταχύτητας 0.9 km/s.

Ειδικότερα οι τελευταίες 8 ιδιάζουσες τιμές θα προκαλούν το μεγαλύτερο ποσοστό αστάθειας του συστήματος κατά την αντιστροφή. Με την αποκοπή κάποιου τμήματος των ιδιαζουσών τιμών επιτυγχάνεται η μείωση των βαθμών ελευθερίας του συστήματος και η ανακατασκευή μοντέλων που αντιπροσωπεύουν τα κύρια χαρακτηριστικά του μέσου αναφοράς. Τομογραφικές λύσεις οι οποίες δεν περιορίζονται επαρκώς από τα δεδομένα απορρίπτονται και το πρόβλημα ανάγεται στην επιλογή του κατάλληλου ορίου ανάμεσα σε δομές που κυριαρχούνται από τον μηδενικό χώρο και σε αυτές που είναι ικανές προς ανακατασκευή. Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μεθόδους κανονικοποίησης, όπου εξομαλύνεται η συνεισφορά των πολύ μικρών ιδιαζουσών τιμών και των αντίστοιχων ανυσμάτων, στην μέθοδο της αποκοπής μηδενίζονται. Άμεσο αποτέλεσμα αυτής της τεχνικής είναι η αύξηση του σφάλματος των χρονικών υπολοίπων.

Οι δοκιμές του συγκεκριμένου τομογραφικού σχήματος κανονικοποίησης πραγματοποιήθηκαν για επιλεγμένες ιδιάζουσες τιμές οι οποίες εμφανίζονται με κόκκινο σύμβολο στο σχήμα 4.25. Το όριο των μικρότερων αυτών αποδεκτών τιμών διατηρήθηκε σταθερό κατά την διάρκεια των επαναλήψεων με

το σκεπτικό ότι η μεταβολή των στοιχείων του Ιακωβιανού πίνακα και συνεπώς των ιδιζουσών τιμών δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη κατά τα διαδοχικά στάδια προσέγγισης της λύσης.

Στο σχήμα 4.26 παρουσιάζεται η κατανομή των ιδιζουσών τιμών από την φασματική ανάλυση του τομογραφικού πίνακα του ανακατασκευασμένου τελικού μοντέλου για δεδομένα χωρίς θόρυβο.

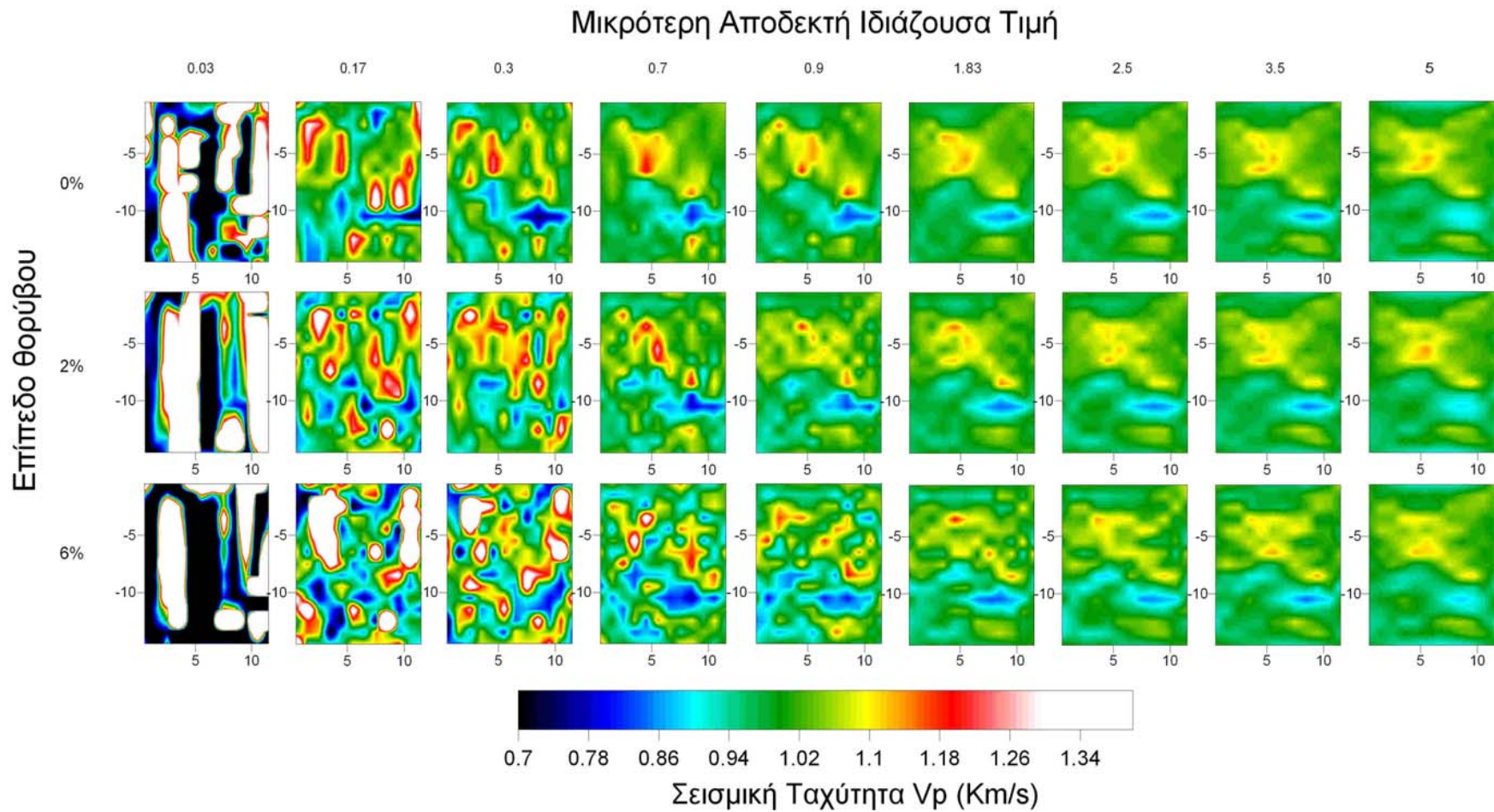


Σχήμα 4.26. Κατανομή ιδιζουσών τιμών του προβλήματος του ανακατασκευασμένου τελικού μοντέλου για δεδομένα χωρίς θόρυβο.

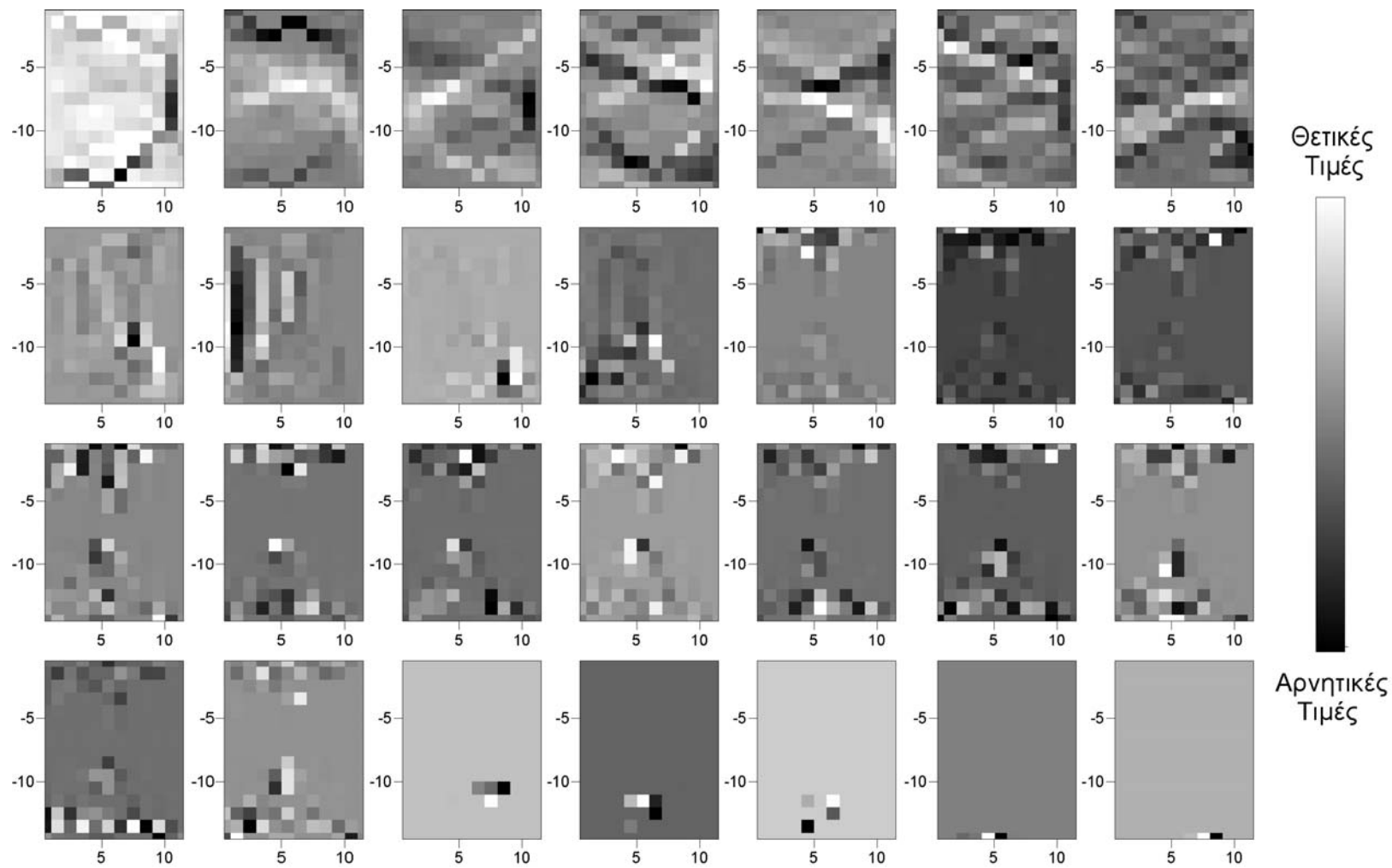
Από την σύγκριση των γραφημάτων 4.25 και 4.26 παρατηρούμε ότι οι γενικές εικόνες του φάσματος των ιδιζουσών τιμών είναι παρόμοιες με εξαίρεση την μεταβολή που εμφανίζεται στις τελευταίες τιμές 8 με 10 ιδιάζουσες τιμές. Η μεταβολή αυτή οφείλεται στην μη ομοιόμορφη ακτινική κάλυψη εξ αιτίας της ανομοιογένειας που παρουσιάζει πλέον το τελικό ανακατασκευασμένο μέσο. Συνεπώς, η επιλογή ενός σταθερού κατωφλίου αποδοχής ιδιζουσών τιμών που συνεισφέρουν θετικά στην λύση αποτελεί μία αρκετά ικανοποιητική

προσέγγιση του προβλήματος κατά την επαναληπτική τομογραφική διαδικασία, για το συγκεκριμένο αντίστροφο πρόβλημα.

Τα τελικά σεισμικά τομογράμματα από τις συνθετικές δοκιμές για τις τρεις ομάδες των δεδομένων απεικονίζονται στο σχήμα 4.27. Από την ποιοτική σύγκριση προκύπτει ότι το καλύτερα ανακατασκευασμένο μοντέλο στην περίπτωση των ιδανικών δεδομένων λαμβάνεται όταν η μικρότερη ιδιάζουσα τιμή είναι ίση με 0.7. Περιορίζοντας το φάσμα των αποδεκτών ιδιάζουσών τιμών που θεωρούμε ότι συνεισφέρουν στην λύση παρατηρούμε ότι τα ανακατασκευασμένα μοντέλα δεν παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές και οι χαρακτηριστικές δομές είναι εμφανείς σε όλες τις περιπτώσεις, ακόμα και για υψηλά επίπεδα θορύβου. Η επίδραση των μικρότερων ιδιάζουσών τιμών είναι πολύ έντονη όταν το όριο αποκοπής είναι πολύ μικρό και οι ανακατασκευασμένες δομές παρουσιάζουν τα ίδια χαρακτηριστικά (κατακόρυφες δομές με έντονες οριζόντιες μεταβολές στην ταχύτητα) με αυτά των προηγούμενων σχημάτων κανονικοποίησης.



Σχήμα 4.27. Επίδραση της αποκοπής ιδιάζουσών τιμών στην τομογραφική ανακατασκευή της δομής αναφοράς για τρία επίπεδα θορύβου στα δεδομένα.

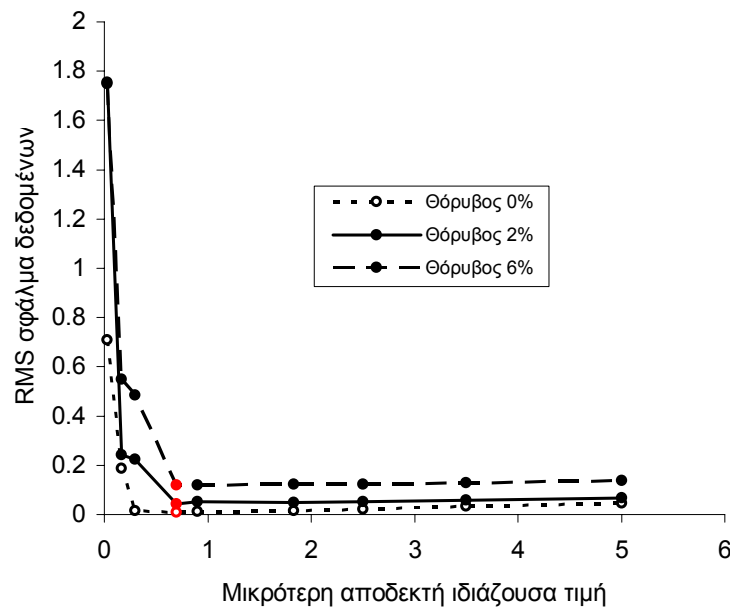


Σχήμα 4.28. Απεικόνιση των ανυσμάτων του παραμετρικού χώρου με την μορφή μοντέλων.

Οι απεικονίσεις των ανυσμάτων του παραμετρικού χώρου που αντιστοιχούν κυρίως στην ομάδα των πολύ μικρών ιδιάζουσών τιμών (μηδενικός χώρος) παρουσιάζονται στο σχήμα 4.28.

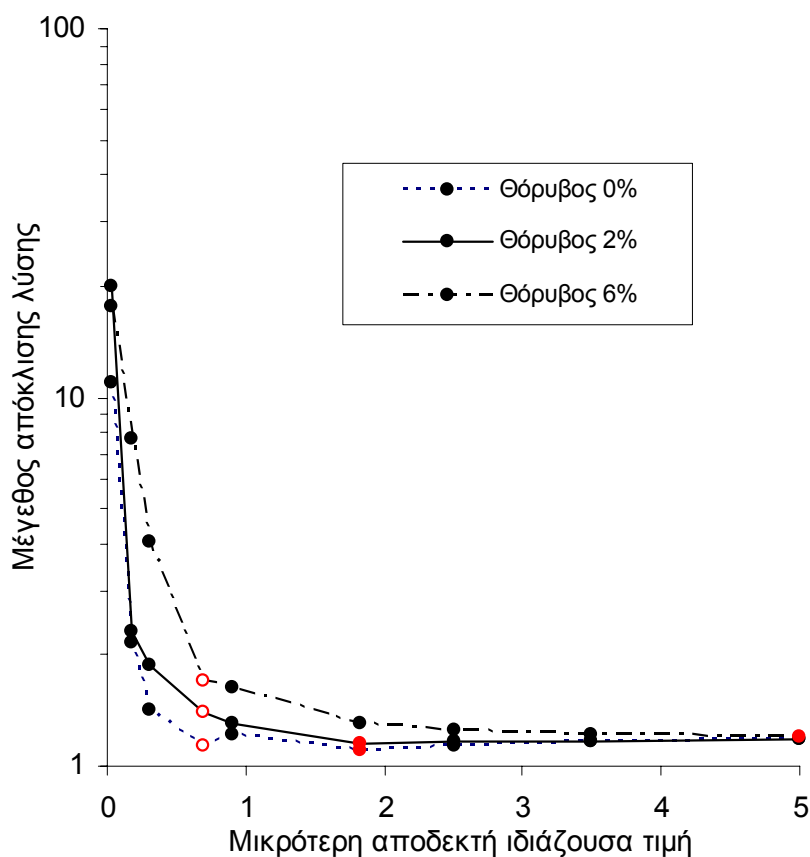
Η πρώτη σειρά μοντέλων αντιστοιχεί στις μεγαλύτερες ιδιάζουσες τιμές όπου ξεκινώντας από την μεγαλύτερη και με βήμα 4 ιδιάζουσες τιμές προβάλλονται τα αντίστοιχα μοντέλα που αφορούν κατανομές με κυρίως κατακόρυφη μεταβολή στις τιμές των παραμέτρων. Οι τρεις επόμενες σειρές αντιστοιχούν στις μικρότερες ιδιάζουσες τιμές του προβλήματος και απεικονίζουν τόσο μεταβολές τοπικού χαρακτήρα κυρίως στα όρια του μοντέλου όπου η ακτινική κάλυψη είναι πολύ μικρή, όσο και οριζόντιες πλευρικές μεταβολές.

Από την κατανομή του σφάλματος στα δεδομένα (σχήμα 4.29) παρατηρούμε ότι ανεξάρτητα από τα επίπεδα θορύβου, τα χρονικά υπόλοιπα παραμένουν πρακτικά αμετάβλητα για τιμές αποκοπής ιδιάζουσών τιμών μεγαλύτερες του 0.7.



Σχήμα 4.29 Μεταβολή του σφάλματος RMS στα δεδομένα σε συνάρτηση με την τιμή αποκοπής ιδιάζουσών τιμών. Οι ελάχιστες τιμές σφάλματος εμφανίζονται με κόκκινο σύμβολο.

Καθώς οι τελικές ανακατασκευές για τιμές του ορίου αποδοχής πάνω από 0.7 ικανοποιούν εξίσου καλά τα πειραματικά δεδομένα (παρόμοιο τελικό RMS) δεν είναι εύκολος ο καθορισμός του βέλτιστου ορίου αποκοπής. Για τον λόγο αυτό υπολογίστηκε το μέγεθος της απόκλισης της τελικής λύσης από την δομή αναφοράς σε συνάρτηση με την τιμή της αποκοπής των ιδιαζουσών τιμών και εμφανίζονται στο σχήμα 4.30.



Σχήμα 4.30. Μεταβολή της απόκλισης της τελικής λύσης από την πραγματική κατανομή σε συνάρτηση με τις τιμές αποκοπής των ιδιαζουσών τιμών.

Η απόκλιση της τελικής λύσης υπολογίστηκε με βάση την σχέση:

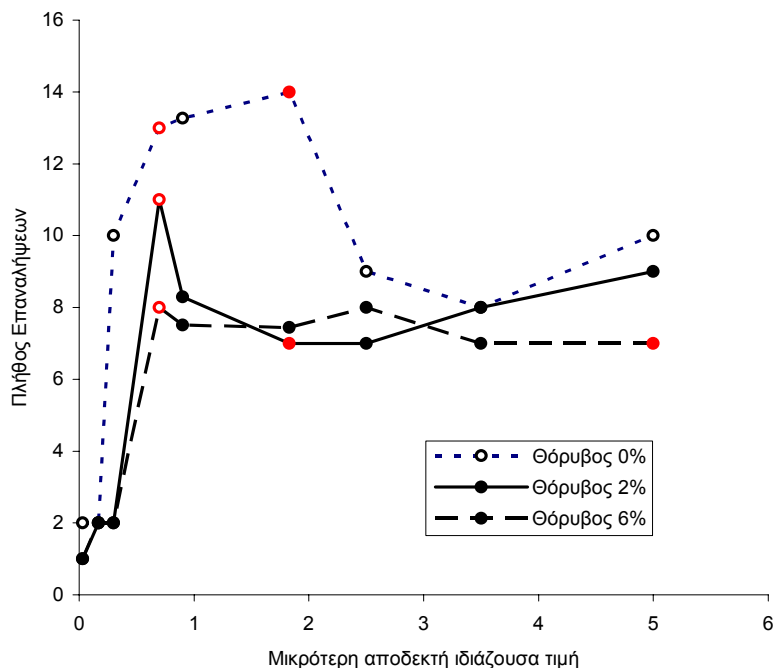
$$\text{Μέγεθος\_απόκλισης\_λύσης} = \sqrt{\sum (V_{A_i} - V_{\Delta_i})^2}$$



όπου  $V_{Ai}$  και  $V_{\Delta i}$  οι τιμές των παραμέτρων στο ανακατασκευασμένο και μοντέλο αναφοράς αντίστοιχα. Από τις γραφικές παραστάσεις του σχήματος 4.30 προκύπτει ότι το βέλτιστο κατώφλι αποκοπής θα πρέπει να εντοπίζεται με βάση το ελάχιστο σφάλμα στα δεδομένα και την μικρότερη απόκλιση από την δομή αναφοράς. Τα σημεία που αντιστοιχούν σε κόκκινους συμπαγείς κύκλους αφορούν στις ελάχιστες αποκλίσεις από την δομή αναφοράς, ενώ με κόκκινους κύκλους στις τιμές αποκοπής με το ελάχιστο σφάλμα στα δεδομένα. Τα όρια αυτά συγκλίνουν στην περίπτωση των ιδανικών δεδομένων ενώ στις περιπτώσεις όπου υφίσταται περισσότερος θόρυβος (6%) εμφανίζουν μεγαλύτερο εύρος.

Παρόλα αυτά και για τις τρεις ομάδες δεδομένων παρατηρούμε ότι οι αποκλίσεις των ανακατασκευασμένων δομών από το μοντέλο αναφοράς είναι πρακτικά μηδαμινές, οπότε η επιλογή του βέλτιστου κατωφλίου για την αποδοχή των ιδιαζουσών τιμών αντιστοιχεί στο σημείο καμπής της καμπύλης κατανομής των χρονικών υπολοίπων.

Όπως προκύπτει από το γράφημα του σχήματος 4.31 το πλήθος των επαναλήψεων που απαιτούνται για τις τιμές αποκοπής που ανακατασκευάζουν καλύτερα το μοντέλο αναφοράς είναι αυξημένο. Τα ιδανικά δεδομένα απαιτούν τις περισσότερες προσπάθειες ενώ για μεγάλες τιμές αποκοπής το πλήθος των επαναλήψεων παραμένει πρακτικά σταθερό για όλα τα επίπεδα θορύβου.



Σχήμα 4.31. Μεταβολή του πλήθους των επαναλήψεων σε συνάρτηση με το όριο αποδοχής ιδιάζουσών τιμών. Ελάχιστες τιμές σφάλματος RMS (κόκκινοι κύκλοι) και μικρότερη απόκλιση τελικού μοντέλου (συμπαγείς κόκκινοι κύκλοι).

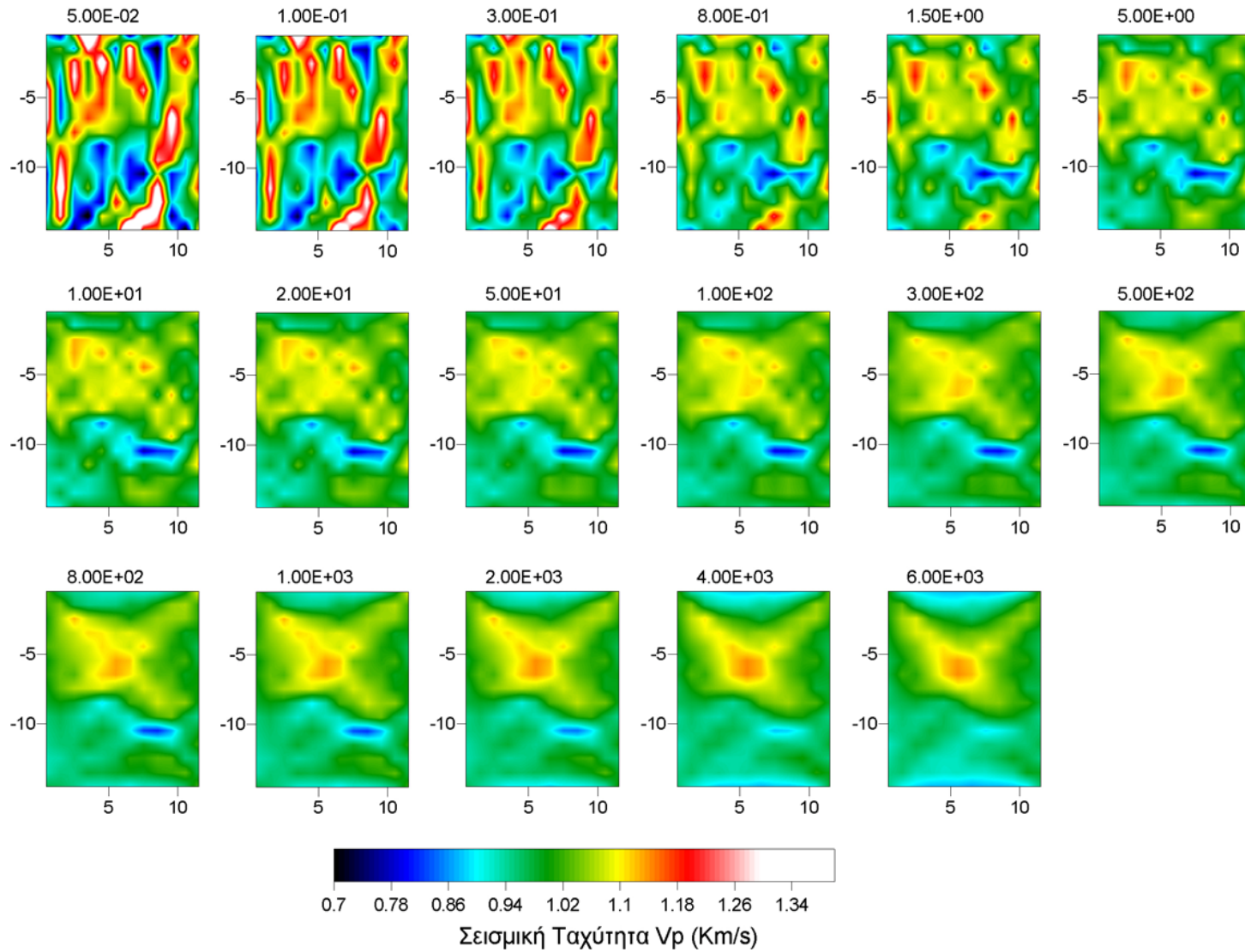
Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις συγκριτικές δοκιμές της επίδρασης της αποκοπής ενός συγκεκριμένου μέρους των ιδιάζουσών τιμών στην τελική λύση του συγκεκριμένου προβλήματος συνοψίζονται στα παρακάτω:

1. Το σφάλμα των χρονικών υπολοίπων παραμένει πρακτικά αμετάβλητο για τιμές αποκοπής μεγαλύτερες από μία συγκεκριμένη ιδιάζουσα τιμή ανεξάρτητα από τα επίπεδα θορύβου στα δεδομένα.
2. Η βέλτιστη επιλογή για την αποκοπή ενός συγκεκριμένου μέρους από το φάσμα κατανομής των ιδιάζουσών τιμών μπορεί να πραγματοποιηθεί αρκετά ικανοποιητικά από τις τιμές του σφάλματος RMS των δεδομένων.
3. Ανακατασκευές που προκύπτουν από την συνεισφορά ιδιάζουσών τιμών που ανήκουν στον μηδενικό χώρο (μικρό όριο αποκοπής) απέχουν πολύ από το μοντέλο αναφοράς, ανεξάρτητα από το ποσοστό θορύβου στους χρόνους διαδρομής.

4. Το πλήθος των επαναλήψεων για την σύγκλιση είναι αυξημένο για τιμές αποκοπής που ανακατασκευάζουν καλύτερα το μοντέλο αναφοράς ενώ τα δεδομένα χωρίς θόρυβο απαιτούν περισσότερες προσπάθειες. Όταν το εύρος των ιδιαζουσών τιμών που απορρίπτεται είναι μεγάλο το πλήθος των επαναλήψεων σταθεροποιείται για όλα τα επίπεδα θορύβου στα δεδομένα.

#### **4.4.1.4 ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑ ΤΙΚΗΟΝΟΝ**

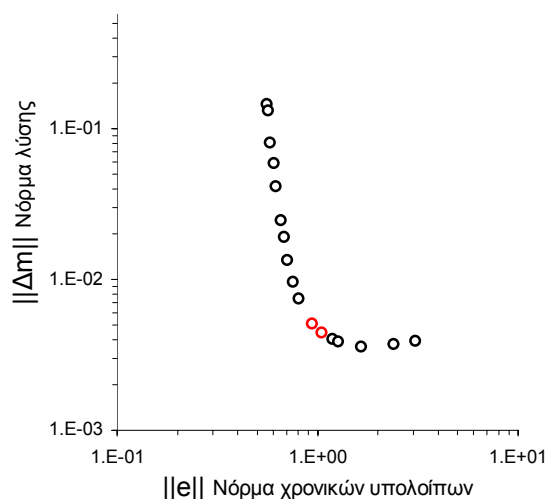
Η τομογραφική αντιστροφή με κανονικοποίηση κατά Τίχονον εφαρμόστηκε μόνο για την περίπτωση δεδομένων με ενδιάμεσα επίπεδα θορύβου (2%). Οι ανακατασκευασμένες δομές με κανονικοποιήσεις για διαφορετικές τιμές του παράγοντα Τίχονον παρουσιάζονται στο σχήμα 4.34.



Σχήμα 4.34. Επίδραση του παράγοντα Tikhonov στην τομογραφική ανακατασκευή της δομής αναφοράς για δεδομένα με 2% θόρυβο.

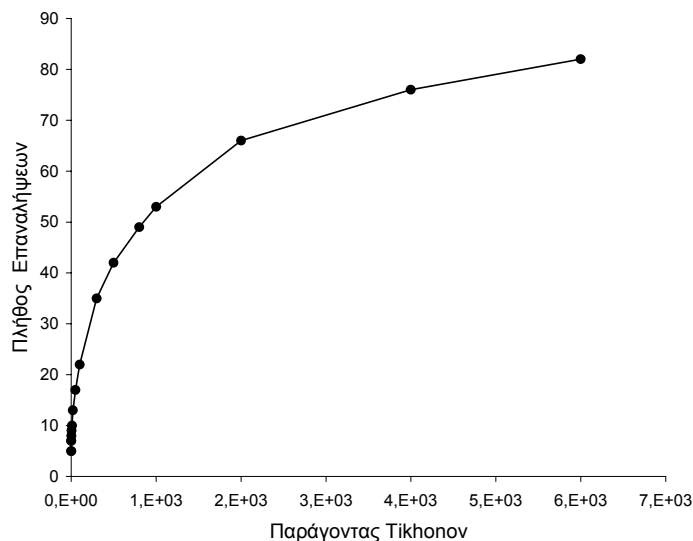
Όπως προκύπτει από το σχήμα 4.34 οι τομογραφικές απεικονίσεις που προκύπτουν από την επίδραση του παράγοντα Tikhonov είναι παρόμοιες με αυτές της απόσβεσης και της αποκοπής ιδιαζουσών τιμών. Τούτο είναι αναμενόμενο και οφείλεται στο ότι και οι τρεις αυτές τεχνικές δρουν με την μορφή διαφορετικών φίλτρων στις ιδιάζουσες τιμές, δημιουργώντας έτσι ένα «παράθυρο» αποδοχής στις τιμές και στα ανύσματα που θεωρούνται ότι συμβάλλουν θετικά στην λύση. Από μία ποιοτική αξιολόγηση των απεικονίσεων του σχήματος 4.34 παρατηρούμε ότι ικανοποιητικές ανακατασκευές της δομής αναφοράς προκύπτουν για τιμές 100 και 300 του παράγοντα Tikhonov. Για υψηλές τιμές του παράγοντα Tikhonov (ισχυρές κανονικοποιήσεις) οι δομές ενδιαφέροντος παρότι εξομαλύνονται κατά τις κύριες διευθύνσεις των σεισμικών ακτίνων παραμένουν εντούτοις αναγνωρίσιμες. Μικρές τιμές του παράγοντα Tikhonov οδηγούν σε αναξιόπιστα μοντέλα με έντονες οριζόντιες μεταβολές, αντίστοιχες με τις λύσεις των κανονικοποιήσεων με απόσβεση και αποκοπή.

Η καμπύλη εξισορρόπησης L που αναπαριστά την σχέση ανάμεσα στο μέγεθος της λύσης και σε αυτό των χρονικών υπολοίπων παρουσιάζεται στο σχήμα 4.35. Το σημείο καμπής που αντιστοιχεί στην βέλτιστη τιμή της παραμέτρου κανονικοποίησης δεν είναι ξεκάθαρο, μπορεί όμως να επιλεγεί μεταξύ δύο τιμών (κόκκινοι κύκλοι).



Σχήμα 4.35. Καμπύλη L για την εκτίμηση του βέλτιστου παράγοντα Tikhonov.

Το πλήθος των επαναληπτικών προσπαθειών που απαιτούνται για την σύγκλιση της λύσης συνδέονται άμεσα με την επιλογή του παράγοντα κανονικοποίησης και επιβεβαιώνουν την θεωρία ότι ισχυροί περιορισμοί στο διορθωτικό άνυσμα των παραμέτρων (ισχυρή κανονικοποίηση) δημιουργούν μικρές μεταβολές στην λύση και απαιτούν πολλές προσπάθειες για την σύγκλιση.



Σχήμα 4.36. Κατανομή του πλήθους των επαναλήψεων επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος σε συνάρτηση με τον παράγοντα Τikhonov.

Συγκριτικά με τις άλλες μεθόδους κανονικοποίησης ο υπολογιστικός χρόνος είναι ιδιαίτερα μεγάλος (σχήμα 4.36) για μεγάλες τιμές του παράγοντα Τikhonov ενώ για το βέλτιστο μοντέλο απαιτείται σχεδόν διπλάσιος χρόνος σε σχέση με τις υπόλοιπες τεχνικές κανονικοποίησης. Παρόλα αυτά η διατήρηση του μεγέθους της λύσης σε χαμηλά επίπεδα είναι σημαντική, αφού με αυτό τον τρόπο δεν παραβιάζεται η γραμμική προσέγγιση του προβλήματος που αρχικά υπετέθει.

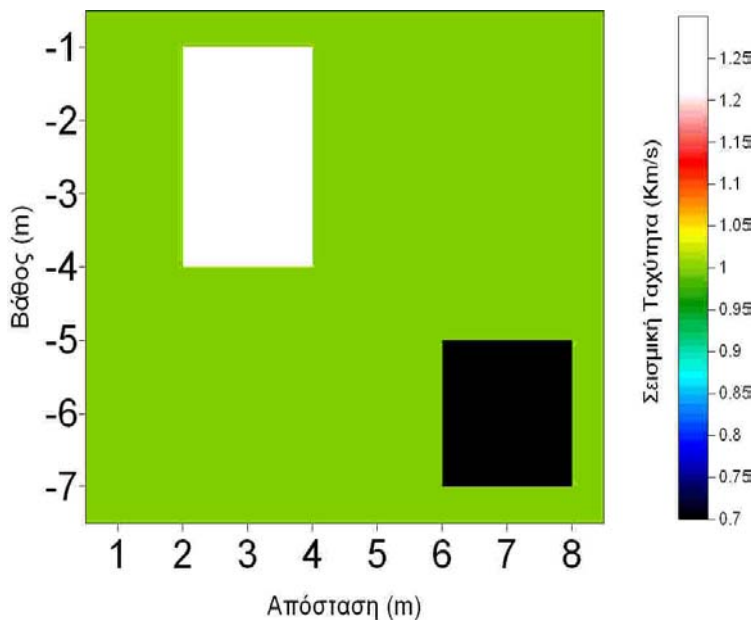
#### **4.4.2 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ.**

Η εφαρμογή της κανονικοποίησης με εξομάλυνση είναι ίσως η μόνη από τις μεθόδους που εξετάστηκαν για την αναζήτηση ενός μοντέλου με ήπιες μεταβολές η οποία σύμφωνα με την θεωρία εμφανίζεται ανεξάρτητη του αρχικού μοντέλου. Επειδή οι υπόλοιπες μεθοδολογίες κανονικοποίησης (απόσβεση, αποκοπή και Tikhonov) μπορούν να θεωρηθούν ως ανήκουσες σε ομάδα με παραπλήσια αποτελέσματα, η κανονικοποίηση με απόσβεση επιλέχθηκε ως αντιπρόσωπος της ομάδας για την διερεύνηση της επίδρασης του αρχικού μέσου στη διαμόρφωση της λύσης. Το πείραμα που σχεδιάστηκε στόχευε ως εκ τούτου στην μελέτη της συμπεριφοράς της τεχνικής της απόσβεσης για διαφορετικές αρχικές εκτιμήσεις του μέσου και στην σύγκριση των αποτελεσμάτων με λύσεις από τεχνικές που δεν βασίζονται στον γενικευμένο αντίστροφο.

Ως τέτοια τεχνική επιλέχθηκε η μέθοδος της Αλγεβρικής Ανακατασκευής η οποία ανήκει στην κατηγορία των αντίστροφων σχημάτων που καλούνται μέθοδοι δράσης σε σειρές (Row Action Methods). Ο λόγος της ονομασίας αυτής είναι ότι η επίλυση του τομογραφικού πίνακα γίνεται σε κάθε σειρά ξεχωριστά. Η κάθε μία από τις κανονικές εξισώσεις του προβλήματος αφορούν σε μία σεισμική ακτίνα και ένα συγκεκριμένο χρόνο διαδρομής βάση το οποίου υπολογίζεται το σφάλμα (χρονικό υπόλοιπο) το οποίο διανέμεται (οπισθοπροβάλεται) και αναβαθμίζει τα κελιά από τα οποία διέρχεται η ακτίνα. Η διαδικασία συνεχίζεται για όλες τις σειρές και επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο σύγκλισης.

Το μοντέλο του σχήματος 4.37 αφορά ομογενές μέσο ταχύτητας (1 km/s) στο οποίο παρεμβάλλονται δύο δομές με υψηλή (1.4 Km/s) και χαμηλή (0.7 Km/s) αντίστοιχα ταχύτητα. Οι πρώτες αφίξεις για το συνθετικό μοντέλο του σχήματος 4.37 υπολογίσθηκαν επιλύοντας το ευθύ σεισμικό πρόβλημα με τρεις διαφορετικές μεθόδους (ελάχιστες διαδρομές, πεπερασμένες διαφορές και κάμψη) δημιουργώντας αντίστοιχα τρεις ομάδες δεδομένων. Το λογισμικό που

αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής (Τομο.Ιnv) συγκρίθηκε με το λογισμικό CAT3D (Vesnaver, 1996) στο οποίο η σεισμική προσομοίωση πραγματοποιείται με την μέθοδο της κάμψης και η τομογραφική αντιστροφή με την μέθοδο ART. Οι τρεις ομάδες δεδομένων δημιουργήθηκαν με το σκεπτικό ότι όταν τα λογισμικά CAT3D και Τομο.Ιnv χρησιμοποιούν δεδομένα που προέρχονται από τους εσωτερικούς τους αλγόριθμους επίλυσης του ευθέως προβλήματος (μέθοδος κάμψης και ελάχιστες διαδρομές αντίστοιχα), τότε αυτοί οι χρόνοι διαδρομής θεωρούνται ιδανικοί. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις τα δεδομένα θεωρούνται μη ιδανικά και περιέχοντα θόρυβο, αφού υπολογίσθηκαν βάσει διαφορετικών λογισμικών και προσεγγίσεων υπολογισμού των χρόνων διαδρομής.

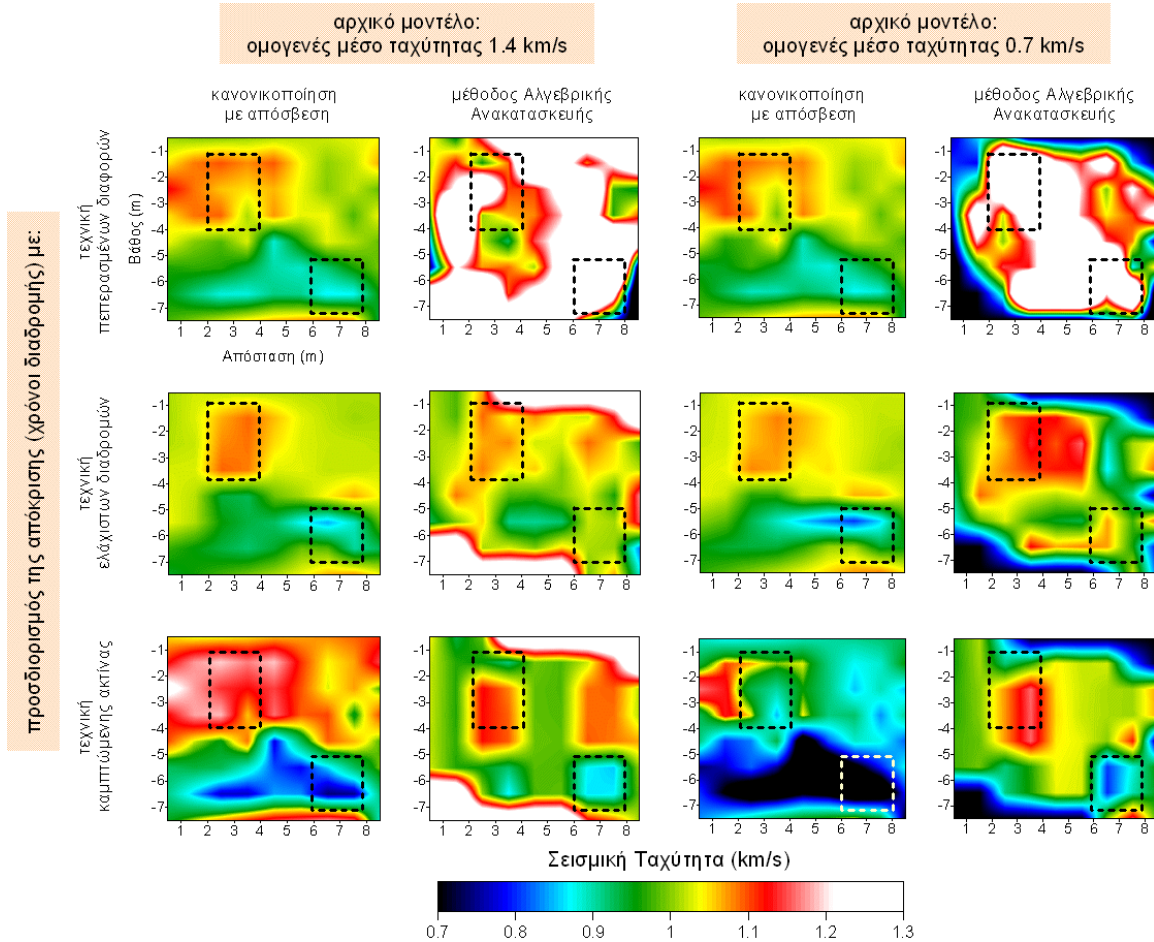


Σχήμα 4.37. Συνθετικό μοντέλο.

Τα δύο αντιστροφα σχήματα συγκρίθηκαν με βάση την ικανότητα ανακατασκευής της δομής του σχήματος 4.37 για διαφορετικές τιμές ταχύτητας του αρχικού ομογενούς μέσου και για τις τρεις ομάδες των δεδομένων. Η αντιστροφή πραγματοποιήθηκε με την τεχνική της κανονικοποίησης με απόσβεση για μία συγκεκριμένη τιμή της ελεύθερης παραμέτρου ενώ το πλήθος και το είδος των κελιών παραμετροποίησης



διατηρήθηκαν τα ίδια και στα δύο λογισμικά πακέτα. Τα αποτελέσματα της σύγκρισης συνοψίζονται στο σχήμα 4.38.



Σχήμα 4.38. Επίδραση του αρχικού μοντέλου στην αξιοπιστία του ανακατασκευασμένου μέσου με την εφαρμογή διαφορετικών μεθόδων αντιστροφής και τρόπων προσδιορισμού των δεδομένων. Τα σικτά ορθογώνια υποδεικνύουν τις θέσεις των ανωμαλιών ταχύτητας στο μοντέλο αναφοράς.

Για τους χρόνους διαδρομής που υπολογίστηκαν με τις πεπερασμένες διαφορές (λογισμικό FAST2D) η τεχνική της αλγεβρικής ανακατασκευής (λογισμικό CAT3D) και στις δύο περιπτώσεις με διαφορετικά αρχικά μοντέλα εκκίνησης της αντιστροφής, αδυνατεί να απεικονίσει τους στόχους αναφοράς. Το λογισμικό Tomo.Inv που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής προσεγγίζει μεν τις τιμές των παραμέτρων αλλά η χωροθέτηση των ανωμαλιών

ταχύτητας παρουσιάζει μεγάλη αβεβαιότητα. Η επίδραση του αρχικού μοντέλου στο λογισμικό Tomo.Inv είναι πολύ μικρή και το αποτέλεσμα εξαρτάται περισσότερο από τα επίπεδα θορύβου και λιγότερο από την αρχική εκτίμηση του μέσου.

Όταν οι πρώτες αφίξεις υπολογίζονται με την τεχνική ελαχίστων διαδρομών η εφαρμογή του λογισμικού Tomo.Inv αναπαράγει ικανοποιητικά το πραγματικό μέσο ενώ αρχίζει και γίνεται εμφανής η επίδραση του αρχικού μοντέλου. Όταν η ταχύτητα του αρχικού μοντέλου είναι 1.4 Km/s η τιμή της θετικής ανωμαλίας ταχύτητας ανακατασκευάζεται καλύτερα και οριοθετείται με μεγαλύτερη ακρίβεια. Αντίστοιχα η αρνητική ανωμαλία ταχύτητας παραμορφώνεται και εξομαλύνεται ενώ είναι πολύ δύσκολος ο διαχωρισμός της από το περιβάλλον. Για μικρή τιμή ταχύτητας του αρχικού μοντέλου (0.7 km/s) παρατηρούμε αντίστροφα αποτελέσματα με την αρνητική δομή να ανακατασκευάζεται καλύτερα.

Το πρόγραμμα CAT3D αρχίζει να αναπαράγει κάποιες δομές οι οποίες είναι καλύτερα αναγνωρίσιμες για το αρχικό μοντέλο με την μεγαλύτερη τιμή ταχύτητας.

Όταν τα δεδομένα υπολογίζονται με την μέθοδο της κάμψης οι δομές που ανακτώνται με την εφαρμογή του λογισμικού Tomo.Inv εμφανίζονται εντελώς εξομαλυσμένες έτσι που η τελική εικόνα να αφορά δύο σχεδόν οριζόντια στρώματα. Η επίδραση της αρχικής εκτίμησης του μέσου είναι μεγάλη και η τεχνική της απόσβεσης αποτυγχάνει να σταθεροποιήσει το πρόβλημα. Η μέθοδος ART παράγει καλύτερα αποτελέσματα ιδιαίτερα στην περίπτωση όπου το αρχικό μοντέλο έχει τιμή 0.7 Km.s. Η θετική και αρνητική ανωμαλία διακρίνονται καθαρά και στη σωστή τους θέση. Για διπλάσια τιμή του αρχικού μοντέλου οι δομές ανακτώνται αλλά στο τομόγραμμα εμφανίζονται τα είδωλα τους και δεν είναι δυνατός ο καθορισμός της πραγματικής δομής αναφοράς.

Συνοψίζοντας μπορούμε να πούμε ότι για μη ιδανικά δεδομένα η τεχνική της απόσβεσης αποδίδει καλύτερα και η λύση επηρεάζεται περισσότερο από το σφάλμα στους χρόνους διαδρομής σε σχέση με το αρχικό μοντέλο. Όταν οι χρόνοι διαδρομής είναι πιο ακριβείς οι λύσεις και από τα δύο αντίστροφα

σχήματα έχουν άμεση σχέση με την αρχική εκτίμηση του μέσου. Η μεθοδολογία της αλγεβρικής ανακατασκευής επηρεάζεται περισσότερο ενώ η κανονικοποίηση με απόσβεση έχει πιο ομαλή συμπεριφορά. Η τεχνική αλγεβρικής ανακατασκευής (λογισμικό CAT3D) υπερέχει στον χρόνο υπολογισμού τόσο κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος όσο και κατά την τομογραφική αντιστροφή. Η εφαρμογή Tomo.Inv αποδίδει καλύτερα σε μεγάλα επίπεδα θορύβου ενώ η προσέγγιση του γενικευμένου αντίστροφου μπορεί να δώσει περισσότερες πληροφορίες για την αξιολόγηση της λύσης μέσω της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών (πίνακες διακριτικής ικανότητας, κλπ).

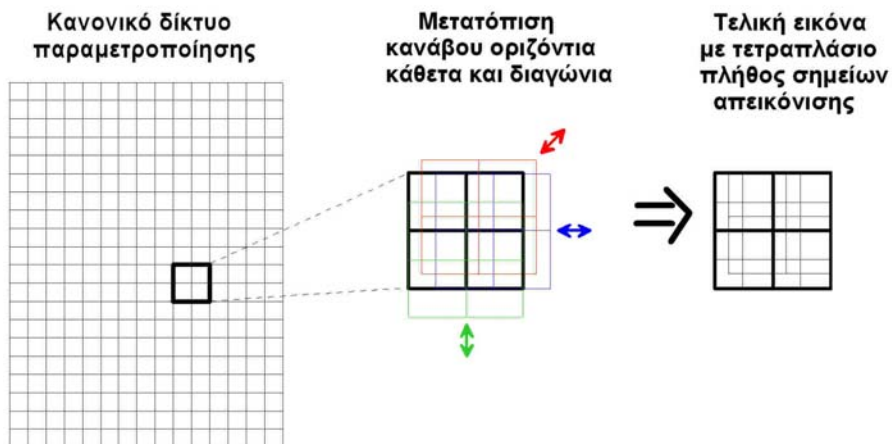
#### **4.4.3 ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΜΕ ΑΛΛΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ**

Στα προηγούμενα εφαρμόστηκαν διάφορα σχήματα κανονικοποίησης για την αντιμετώπιση των προβλημάτων της αστάθειας και μοναδικότητας στη λύση του τομογραφικού προβλήματος. Το κόστος των τεχνικών αυτών είναι ότι επηρεάζουν, έστω και μερικώς, την ανάλυση των τελικών τομογραμμάτων και καθοδηγούν την αντίστροφη διαδικασία, καθώς δεν δρουν μόνο στις επιθυμητές περιοχές του μέσου όπου η ακτινική κάλυψη είναι ανεπαρκής, αλλά επηρεάζουν σε κάποιο βαθμό και το υπόλοιπο μέσο. Παρόλα αυτά η αναγκαιότητα για κανονικοποίηση είναι απαραίτητη για την σύγκλιση στις περισσότερες περιπτώσεις. Εναλλακτικές προσεγγίσεις έχουν προταθεί κατά καιρούς οι οποίες βασίζονται στην πιο λεπτομερή διαχείριση του δικτύου διακριτοποίησης, με ιδιαίτερη έμφαση στην βελτιστοποίηση της ακτινικής κατανομής με βάση το είδος των παραμέτρων (Abers and Roecker ,1991; Bohm et al., 2000; Michelini, 1993, 1995; Vesnaver, 1996, 2000; Sambridge and Gudmundsson, 1998; Zhou, 1993, 2003; Thurber and Eberhart-Phillips, 1999). Τα περισσότερα από τα σχήματα αυτά χρησιμοποιούν μη κανονικά δίκτυα παραμετροποίησης τα οποία μπορούν να μεταβάλλονται αυτόματα ή με βάση κάποιο κριτήριο κατά την αντιστροφή και

σκοπεύουν στην βελτίωση της διακριτικής ικανότητας των τελικών απεικονίσεων.

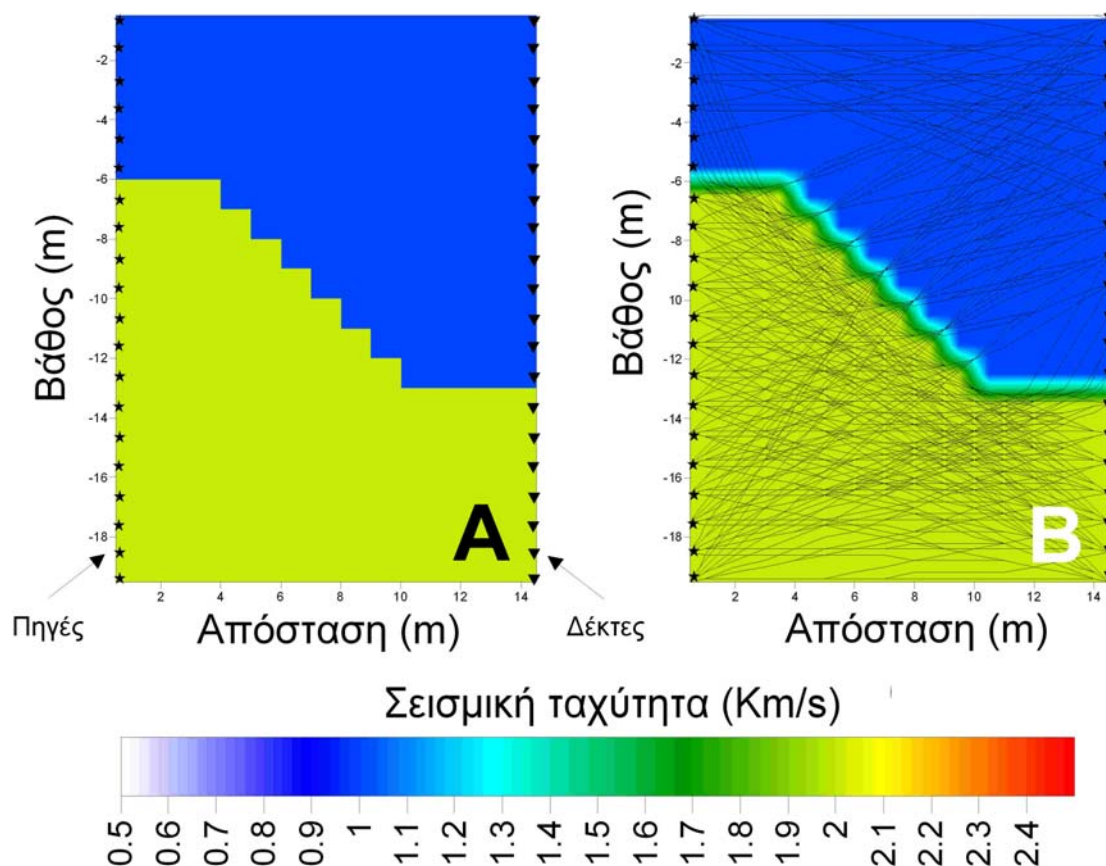
Μία προσέγγιση που εφαρμόζεται κυρίως στα κανονικά δίκτυα είναι η διαδοχική μετατόπιση του κανάβου παραμετροποίησης με συγκεκριμένα βήματα λαμβάνοντας έτσι ελαφρώς διαφορετικές εικόνες της κατανομής των παραμέτρων κάθε φορά. Το πλεονέκτημα της μετατόπισης των ορίων του μοντέλου και η σύνθεση των τελικών εικόνων σε μία είναι ότι δεν αυξάνεται το πλήθος των κελιών του μοντέλου κατά την αντιστροφή ενώ η απεικόνιση των τελικών τομογραμμάτων βασίζεται σε μεγαλύτερο πλήθος σημείων. Η μετακίνηση του κανάβου γίνεται με βάση τις διαστάσεις των κελιών και μπορεί να πραγματοποιηθεί προς όλες τις διευθύνσεις.

Η διαδικασία εφαρμογής της τεχνικής παρουσιάζεται στην εικόνα του σχήματος 4.39 όπου θεωρούμε ένα μοντέλο αποτελούμενο από 15X20 κελιά και ένα τμήμα του μέσου που περιλαμβάνει 4 κελιά. Η μετακίνηση του δικτύου σε διαφορετικές κατευθύνσεις με την ταυτόχρονη κάθε φορά αντιστροφή διατηρεί σταθερό το πλήθος των παραμέτρων, και την περιοχή ακτινικής κάλυψης με μοναδική αλλαγή τα μήκη των ακτίνων σε κάθε κελί. Άμεσο αποτέλεσμα της παραπάνω προσεγγιστικής διαδικασίας είναι η μεταβολή του τομογραφικού πίνακα και η μικρή αλλαγή στην κατανομή των ιδιαζουσών τιμών παρέχοντας έτσι ελαφρώς διαφοροποιημένα ανακατασκευασμένα μοντέλα. Με την σύνθεση των τελικών εικόνων σε μία βελτιώνουμε το τελικό μοντέλο και αυξάνουμε την διακριτική ικανότητα χωρίς να επεμβαίνουμε στην λύση με επιπλέον περιορισμούς. Η επεξεργασία αυτή πρέπει να πραγματοποιείται αφού έχει προηγηθεί η διαδικασία της αντιστροφής με κάποιο σχήμα κανονικοποίησης καθώς ενισχύεται έτσι η ανάλυση των τελικών εικόνων, αλλά δεν αντιμετωπίζεται το πρόβλημα της αστάθειας της λύσης.



Σχήμα 4.39. Διαδικασία μετατόπισης και τελικής σύνθεσης του δικτύου σε μία εικόνα.

Η εικόνα του σχήματος 4.40Α απεικονίζει ένα δισδιάστατο συνθετικό μοντέλο με διάταξη μεταξύ σεισμικών πηγών και δεκτών μεταξύ γεωτρήσεων (διάταξη cross-hole). Η κάλυψη του μέσου μεταξύ των γεωτρήσεων με τις πορείες των σεισμικών ακτίνων (ακτινική κάλυψη) που δημιουργεί η συγκεκριμένη γεωμετρία παρουσιάζεται στην εικόνα 4.40Β. Το μοντέλο αντιπροσωπεύει την περίπτωση ρήγματος όπου η αντίθεση των σεισμικών ταχυτήτων στους δύο σχηματισμούς είναι 100%. Το μέσο παραμετροποιήθηκε σε 300 (15X20) τετραγωνικά κελιά ενώ οι χρόνοι διαδρομής προέκυψαν από τις διαδρομές 400 σεισμικών ακτίνων (γεωμετρία πηγών φωρατών 20X20).

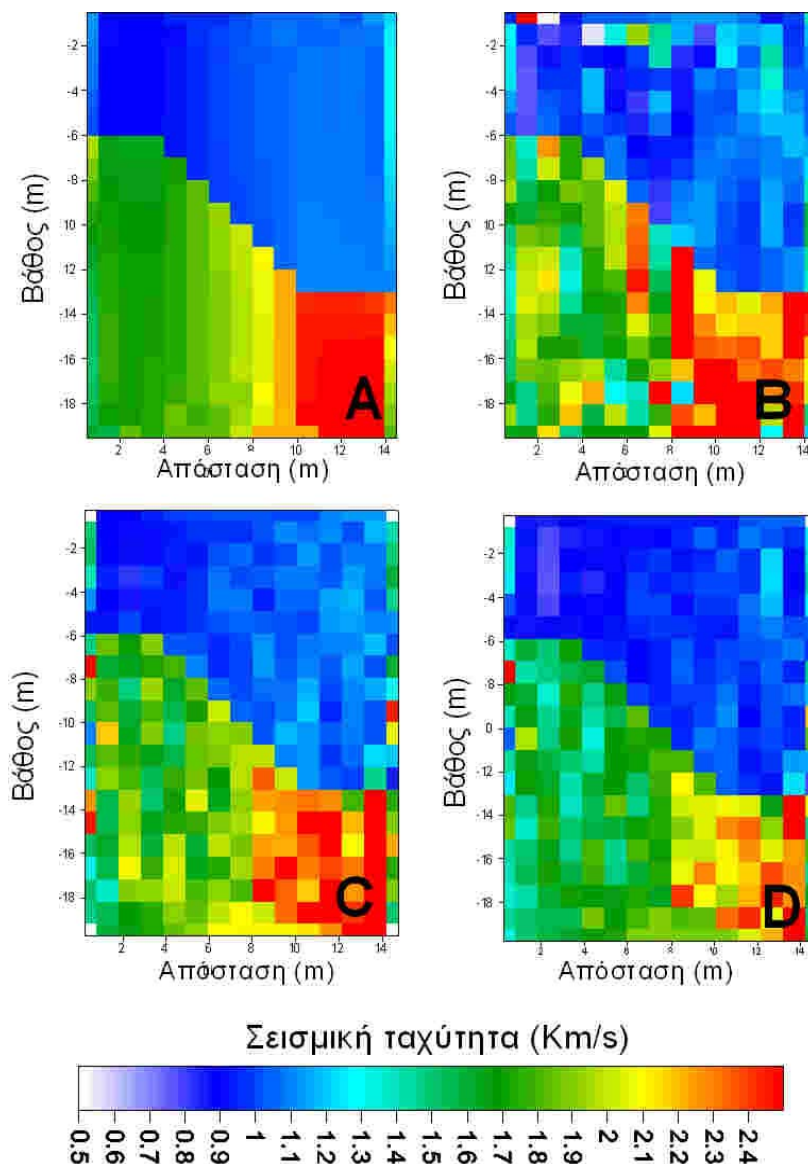


Σχήμα 4.40. Συνθετικό μοντέλο με διάταξη πηγών και δεκτών cross-hole (A) και κατανομή των σεισμικών ακτίνων για την συγκεκριμένη γεωμετρία και διάταξη (B).

Κατά την σεισμική προσομοίωση προστέθηκε τυχαίος θόρυβος στις πρώτες χρονικές αφίξεις της τάξης του 1.5 %. Υιοθετώντας ένα αρχικό ομογενές μοντέλο πραγματοποιήθηκε η αντιστροφή των χρόνων διαδρομής για σταθερά αρχικά και μετατοπισμένα στη συνέχεια δίκτυα παραμετροποίησης. Κατά την αντιστροφή των χρόνων διαδρομής εφαρμόσθηκε η τεχνική της αποκοπής ιδιαζουσών τιμών και επιλέχθηκε το κατώφλι που παρείχε τα καλύτερα αποτελέσματα με κριτήριο το σφάλμα των χρονικών υπολοίπων και την βέλτιστη χωροθέτηση των πραγματικών δομών. Στο σχήμα 4.41 απεικονίζονται τα αποτελέσματα της τομογραφικής αντιστροφής από την εφαρμογή σταθερών (κανονικών) δικτύων διακριτοποίησης του μέσου για δεδομένα χωρίς θόρυβο (σεισμικό τομόγραμμα A), και για δεδομένα με παρουσία θορύβου (σεισμικό τομόγραμμα B). Η κατανομή των ταχυτήτων στο τομόγραμμα B αναδεικνύει

μεν τα κύρια γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ρήγματος, οι τιμές όμως των σεισμικών ταχυτήτων παρουσιάζουν αριθμητικές ταλαντώσεις εξαιτίας της περιορισμένης ακτινικής κατανομής αλλά και της παρουσίας θορύβου στα δεδομένα.

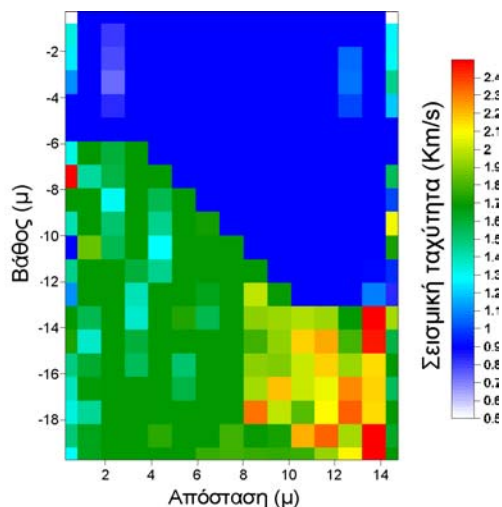
Οι εικόνες C και D (σχήμα 4.41) αφορούν τις τομογραφικές απεικονίσεις που προέκυψαν από τις διαδοχικές μετακινήσεις του δικτύου παραμετροποίησης κατά την οριζόντια, κατακόρυφη και διαγώνια διεύθυνση με βήμα μετατόπισης ίσο με το ήμισυ της διάστασης των κελιών παραμετροποίησης. Οι εικόνες C και D είναι το αποτέλεσμα της μετατόπισης κανονικών δικτύων προς 4 και αντίστοιχα 6 διαφορετικές διευθύνσεις και στη συνέχεια σύνθεσης. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως το πλήθος των παραμέτρων παρέμεινε το ίδιο σε κάθε αντιστροφή ενώ το πλήθος των κόμβων του δικτύου που δημιουργήθηκε από την σύνθεση των μετατοπισμένων δικτύων για την απεικόνιση των αποτελεσμάτων ήταν τετραπλάσιο και αντίστοιχα εξαπλάσιο του αρχικού. Οι απεικονίσεις εμφανίζουν διαδοχικά αυξημένη ανάλυση και οι ταχύτητες των δύο σχηματισμών αποκτούν πιο σταθερές τιμές καθιστώντας έτσι περισσότερο ευδιάκριτο το ίχνος του ρήγματος.



Σχήμα 4.41. Σεισμικά τομογράμματα από την εφαρμογή σταθερών και μετατοπισμένων δικτύων παραμετροποίησης.

Η ευκρίνεια της ανακατασκευασμένης δομής αυξάνει ακόμη περισσότερο (σχήμα 4.42) για 8 μετατοπίσεις του δικτύου παραμετροποίησης. Οι ιδιαίτερα υψηλές τιμές σεισμικής ταχύτητας που παρατηρούνται στη κάτω δεξιά περιοχή των προηγούμενων απεικονίσεων εικόνες 4.41D και E έχουν σημαντικά εξομαλυνθεί και περιορισθεί στην απεικόνιση του σχήματος 4.42 και το τελικό μοντέλο προσεγγίζει σε πολύ μεγάλο βαθμό την πραγματική δομή αναφοράς.





Σχήμα 4.42. Σεισμικό τομόγραμμα από 8 διαδοχικές μετατοπίσεις του αρχικού δικτύου παραμετροποίησης.

Από τις συνθετικές δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν με την εφαρμογή της μεθόδου μετατόπισης του δικτύου παραμετροποίησης προκύπτει ότι η τοπική ανάλυση αυξάνεται σημαντικά ενώ η επίδραση του θορύβου περιορίζεται. Οι τιμές της σεισμικής ταχύτητας σε όλες τις ανακατασκευασμένες εικόνες είναι πιο κοντά στις πραγματικές ενώ το τελικό σφάλμα των χρονικών υπολοίπων διατηρείται στα ίδια επίπεδα με αυτό του σταθερού δικτύου παραμετροποίησης. Η σύνθεση ελαφρώς διαφορετικών κατανομών ταχύτητας σε μία τελική εικόνα παρέχει περισσότερο αξιόπιστα μοντέλα και αποδεικνύεται ένα χρήσιμο εργαλείο για την αντιμετώπιση του προβλήματος της άνισης ακτινικής κατανομής με μόνο κόστος τον αυξημένο υπολογιστικό χρόνο που απαιτεί η διαδικασία.

#### **4.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΣΥΝΘΕΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ**

Από τις συνθετικές δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν μελετήθηκε η συμπεριφορά των μεθόδων κανονικοποίησης που διερευνήθηκαν με κριτήριο το επίπεδο θορύβου στα δεδομένα και την επιλογή της παραμέτρου που καθορίζει το κάθε σχήμα. Συνοπτικά αναφέρουμε τα συμπεράσματα που προέκυψαν:

- Σε δεδομένα με μηδενικά και ενδιάμεσα επίπεδα θορύβου η τεχνική της απόσβεσης αποδίδει αρκετά ικανοποιητικά αλλά η επιλογή του παράγοντα απόσβεσης με κριτήριο το σφάλμα των δεδομένων πρέπει να γίνεται με προσοχή. Ισχυρές αποσβέσεις οδηγούν σε τομογραφικές απεικονίσεις με μειωμένη ανάλυση, ανεξάρτητα από την ποιότητα των δεδομένων ενώ απαιτείται και μεγαλύτερος υπολογιστικός χρόνος για την αντιστροφή.

- Η τεχνική της εξομάλυνσης αντιμετωπίζει καλύτερα το θόρυβο στις πρώτες αφίξεις αλλά πολύ ισχυρές κανονικοποιήσεις ομαλοποιούν δραστικά τις κατανομές τις ταχύτητας στα τελικά τομογράμματα. Το πλήθος των επαναλήψεων εξαρτάται σημαντικά από το επίπεδο θορύβου και μειούται με την αύξηση του συντελεστή εξομάλυνσης.

- Με την τεχνική της αποκοπής ιδιαζουσών τιμών παρατηρούμε ότι ανεξάρτητα από τα επίπεδα θορύβου τα χρονικά υπόλοιπα διατηρούνται σχεδόν σταθερά μέσα στα συγκεκριμένα όρια αποδοχής. Η λύση αυτή είναι περισσότερο ευαίσθητη στο σφάλμα των δεδομένων και ο υπολογιστικός χρόνος είναι αντίστροφα ανάλογος του ποσοστού θορύβου, ενώ μειώνεται με την αποκοπή μεγαλύτερου εύρους από το φάσμα των ιδιαζουσών τιμών.

- Για μεγάλες τιμές του παράγοντα  $Tikhonov$  το υπολογιστικό κόστος είναι ιδιαίτερα μεγάλο συγκρινόμενο με τις άλλες μεθόδους κανονικοποίησης ενώ τα αποτελέσματα είναι ανάλογα με αυτά τη μεθόδου απόσβεσης. Παρόλα αυτά, ακόμα και σε πολύ ισχυρές κανονικοποιήσεις τα κύρια χαρακτηριστικά των πραγματικών δομών παραμένουν αναγνωρίσιμα ενώ ταυτόχρονα ικανοποιείται

καλύτερα η προσέγγιση της γραμμικοποίησης του τομογραφικού προβλήματος.

- Η χρήση του γενικευμένου αντίστροφου σε συνδυασμό με την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών αποδεικνύεται ένα ισχυρό εργαλείο καθώς αποδίδει καλύτερα σε σύγκριση με την τεχνική αλγεβρικής ανακατασκευής. Η επίδραση του αρχικού μοντέλου στην τεχνική της απόσβεσης είναι μικρή στα δεδομένα με θόρυβο και το σχήμα αυτό αποδεικνύεται πιο σταθερό της μεθόδου αλγεβρικής ανακατασκευής. Τα σεισμικά τομογράμματα που προκύπτουν και από τις δύο τεχνικές αντιστροφής επηρεάζονται σε μεγαλύτερο βαθμό από το αρχικό μοντέλο όταν χρησιμοποιούνται ιδανικά δεδομένα, με την μέθοδο της απόσβεσης να υπερτερεί.

Στο ερώτημα ποία μπορεί να θεωρηθεί ως βέλτιστη μέθοδος κανονικοποίησης θα μπορούσε κανείς να απαντήσει ότι αυτό εξαρτάται από το τι επιθυμούμε να προσφέρει η λύση. Αν αναζητούμε ένα μοντέλο που να ικανοποιεί απλώς τα δεδομένα μας, τότε η επιλογή θα μπορούσε να είναι τυχαία. Η τεχνική της εξομάλυνσης για παράδειγμα θα απέδιδε καλύτερα σε περιοχές όπου η μεταβολή της ταχύτητας θα ήταν μονοδιάστατη με δεδομένο όμως ότι θα γνωρίζαμε εκ των προτέρων την κλίση των στρωμάτων ώστε να μπορούσαμε να εφαρμόσουμε το κατάλληλο χωρικό φίλτρο. Ακόμα η επιλογή της κατάλληλης παραμέτρου κανονικοποίησης δεν μπορεί να γίνει αυτόματα και η βέλτιστη τιμή προκύπτει από την δοκιμή διαφόρων τιμών με επιλογή εκείνη που παρέχει απεικονίσεις με το μικρότερο σφάλμα RMS.

#### **4.6 ΣΧΟΛΙΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ**

Η εφαρμογή που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής αυτής είναι ένα ολοκληρωμένο πακέτο που επιτρέπει την σεισμική προσομοίωση και τομογραφική αντιστροφή των πρώτων σεισμικών αφίξεων σε διδιάστατα μοντέλα σεισμικών ταχυτήτων.

Η παραμετροποίηση του μέσου και η ικανότητα χρήσης κανονικών ή μη δικτύων παραμετροποίησης με ορθογώνια κελιά σταθερής ταχύτητας κατά την επίλυση του προβλήματος της σεισμικής προσομοίωσης δίνει την δυνατότητα περιγραφής σύνθετων υπεδαφικών δομών με ικανοποιητική ακρίβεια.

Η τεχνική ελαχίστου δρόμου που υιοθετήθηκε για την ανάπτυξη του αντίστοιχου λογισμικού παρέχει χρόνους διαδρομής με υψηλή αξιοπιστία σε όλο το μέσο και ταυτόχρονη χάραξη των σεισμικών ακτίνων. Οι πρώτες αφίξεις είναι ανεξάρτητες από την κατανομή των σεισμικών ταχυτήτων και η μέθοδος συγκλίνει πάντα με μόνο κόστος τον αυξημένο υπολογιστικό χρόνο.

Κατά την επίλυση του αντίστροφου σεισμικού προβλήματος παρέχεται η δυνατότητα για την επιλογή ανάμεσα σε τέσσερις διαφορετικές προσεγγίσεις κανονικοποίησης του προβλήματος με τον ταυτόχρονο καθορισμό των παραμέτρων που ελέγχουν κάθε μέθοδο. Η επιλογή της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών που χρησιμοποιείται κατά την αντιστροφή είναι ένα ισχυρό μέσο που παρέχει αρκετές πληροφορίες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν μετέπειτα για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Τα σεισμικά τομογράμματα που προέκυψαν από την εφαρμογή κάθε μεθόδου επιβεβαιώνουν την θεωρία πίσω από κάθε τεχνική, καθιστώντας έτσι την διαδικασία και τους επιμέρους αλγόριθμους αξιόπιστους.

Η σύγκριση του λογισμικού που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής με άλλα προγράμματα προσομοίωσης και αντιστροφής οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το λογισμικό είναι σταθερό με σαφή και σημαντικά πλεονεκτήματα που υπερτερούν σε πλήθος των μειονεκτημάτων.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ V**

# **ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων του λογισμικού που αναπτύχθηκε από την εφαρμογή του σε πραγματικά δεδομένα που αποκτήθηκαν με διαφορετικές γεωμετρίες σεισμικών πηγών και φωρατών. Ειδικότερα, η εφαρμογή του λογισμικού γίνεται σε δεδομένα που αποκτήθηκαν με την εφαρμογή της μεθόδου Vertical Seismic Profiling στον αρχαιολογικό χώρο του Ακρωτηρίου Θήρας, σε δεδομένα cross-hole από πείραμα στην οικιστική περιοχή του Δήμου Άνω Λιοσίων, σε δεδομένα από γεωρευσνητικές εργασίες στον εργοταξιακό χώρο του ΜΕΤΡΟ Αθηνών καθώς και σε σεισμολογικά δεδομένα του Βορείου Αιγαίου. Η συγκριτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων του λογισμικού με τα αποτελέσματα εμπορικών λογισμικών πακέτων και την γεωλογική πληροφορία επιβεβαίωσε την σταθερότητα των αποτελεσμάτων του.

## **5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Η διερεύνηση της συμπεριφοράς του λογισμικού σε συνθήκες πραγματικών δεδομένων υλοποιήθηκε με την εφαρμογή του σε δεδομένα που συλλέχθηκαν από τέσσερες διαφορετικές πειραματικές εργασίες πεδίου. Ειδικότερα, το πρώτο αρχείο χρόνων διαδρομής προήλθε από πειραματικές μετρήσεις με διάταξη σεισμικών πηγών εντός φρέατος και φωρατών στην επιφάνεια του εδάφους, γνωστή ως σεισμική διάταξη VSP (Vertical Seismic Profiling), που πραγματοποιήθηκαν στον αρχαιολογικό χώρο του Ακρωτηρίου Θήρας για τον εντοπισμό υπεδαφικών εγκοίλων. Το δεύτερο αρχείο δεδομένων αφορά στους χρόνους διαδρομής που προήλθαν από πειραματικές μετρήσεις με διάταξη σεισμικών πηγών και φωρατών εντός και μεταξύ γεωτρήσεων (διάταξη cross-hole) που διεξήχθησαν στα πλαίσια γεωφυσικής έρευνας για τον προσδιορισμό της τεκτονικής δομής του βραχώδους υποβάθρου της οικιστικής περιοχής του Δήμου Άνω Λιοσίων. Το τρίτο αρχείο αφορά στους χρόνους διαδρομής που προήλθαν από πειραματικές εργασίες με διάταξη σεισμικών πηγών μέσα σε υπόγεια σήραγγα και φωρατών στην επιφάνεια του εδάφους που διεξήχθησαν στα πλαίσια γεωφυσικής έρευνας στο χώρο του Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών για τις ανάγκες της παρούσας διατριβής. Το τελευταίο αρχείο προήλθε από δεδομένα σεισμολογικού δικτύου όπου η εφαρμογή του λογισμικού που αναπτύχθηκε αφορά στην αξιολόγηση της λύσης ενός τρισδιάστατου μοντέλου σεισμικών ταχυτήτων του ανώτερου μανδύα στην περιοχή του Αιγαίου.

Στα επόμενα γίνεται ανάλυση της κάθε μίας των εφαρμογών με συνοπτική περιγραφή των πειραμάτων, της επεξεργασίας των μετρήσεων, και της συγκριτικής παρουσίασης των τομογραφικών αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα που προήλθαν από την εφαρμογή διαφορετικού λογισμικού στα πλαίσια των συμβατικών εργασιών πεδίου καθώς και με τα αποτελέσματα των γεωλογικών χαρτογραφήσεων.

## **5.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ VSP ΣΤΟΝ ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΟ ΧΩΡΟ ΑΚΡΩΤΗΡΙΟΥ ΘΗΡΑΣ.**

### **5.2.1 ΓΕΝΙΚΑ**

Υψηλής ευκρίνειας πειράματα σεισμικής τομογραφίας διεξήχθησαν στον Αρχαιολογικό χώρο του Ακρωτηρίου Θήρας στα πλαίσια του έργου αντικατάστασης του παλαιού στεγάστρου προστασίας των αρχαιολογικών μνημείων με μία σύγχρονη βιοπεριβαλλοντική και οικολογική κατασκευή που βελτιώνει την προστασία τους. Σκοπός της γεωφυσικής έρευνας ήταν η ανίχνευση εγκοίλων στο ηφαιστειογενές βραχώδες υπόβαθρο του αρχαιολογικού χώρου. Το νέο στέγαστρο υποστηρίζεται από 90 στύλους που θεμελιώθηκαν σε ισάριθμα φρέατα διαμέτρου 1.2 και βάθους 8 μέτρων που διανοίχθηκαν στο υπόβαθρο του πυροκλαστικού ηφαιστειακού σχηματισμού. Κατά την διάνοιξη των φρεάτων θεμελίωσης διατρήθηκαν έγκοιλα, κενά η ημιπληρωμένα με κεραμικά υλικά, τα οποία αξιολογήθηκαν από τους ειδικούς ως υπολείμματα προϊστορικών ταφικών μνημείων. Η ύπαρξη των εγκοίλων οδήγησε στη διεξαγωγή γεωφυσικής έρευνας (Louis and Makropoulos, 2001) για την ανίχνευση και εντοπισμό τυχόν άλλων αφανών εγκοίλων ευρισκομένων πίσω και εγγύς των τοιχωμάτων των φρεάτων θεμελίωσης τα οποία θα μπορούσαν να δημιουργήσουν προβλήματα στατικής απόκρισης της κατασκευής σε μελλοντικό σεισμό.

### **5.2.2 ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ**

Η γεωφυσική έρευνα περιέλαβε 70 πειράματα σεισμικής τομογραφίας με διατάξεις σεισμικών πηγών και φωρατών τοποθετημένων κυρίως μεταξύ των φρεάτων θεμελίωσης (διάταξη cross-hole) και σε ορισμένες περιπτώσεις μεταξύ

φρέατος και της ελεύθερης επιφάνειας του εδάφους (διάταξη VSP). Αξιόλογες περιπτώσεις ενδιαφέροντος από τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας περιγράφονται από τους Louis et al. (2005).

Στη εφαρμογή αυτή περιγράφονται οι εργασίες και τα αποτελέσματα της σεισμικής έρευνας VSP μεταξύ του φρέατος θεμελίωσης F22 και της ελεύθερης επιφάνειας του εδάφους, καθώς στην συγκεκριμένη περίπτωση υπήρξε και επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων της γεωφυσικής έρευνας.

Η στρωματογραφία στη θέση του φρέατος F22 (σχήμα 5.1a), όπως αυτή προκύπτει από την ευρύτερη στρωματογραφία της ανασκαφής του Ακρωτηρίου, από τις πρόσφατες γνώσεις περί της δομής του στρώματος που υπόκειται του σημερινού αρχαιολογικού χώρου καθώς και από την γεωλογική χαρτογράφηση της εκσκαφής του φρέατος, διακρίνεται σε τρεις κύριες ζώνες ενδιαφέροντος (σχήμα 5.1a): α) την επιφανειακή ζώνη Α που αποτελεί απομεινάρι του αδιατάρακτου στρώματος ηφαιστειακής τέφρας που εκάλυπτε τον αρχαιολογικό χώρο β) την ζώνη Β που υπόκειται του σημερινού αρχαιολογικού χώρου η οποία απαρτίζεται από τα ερείπια αρχαιότερου οικισμού που καταστράφηκε από σεισμό και γ) την ζώνη C του πυροκλαστικού ηφαιστειακού σχηματισμού που αποτελεί το υπόβαθρο μέσα στο οποίο κατά την εκσκαφή του φρέατος εντοπίστηκε φυσικό έγκοιλο με μέτωπο 1.2 μέτρα. Η επαφή των ζωνών Α και Β (σχήμα 5.1a) έχει τοποθετηθεί κατ' εκτίμηση ύστερα από επιτόπια παρατήρηση. Η επαφή των ζωνών Β και C ορίστηκε από τα στοιχεία της γεωλογικής χαρτογράφησης του φρέατος F22.

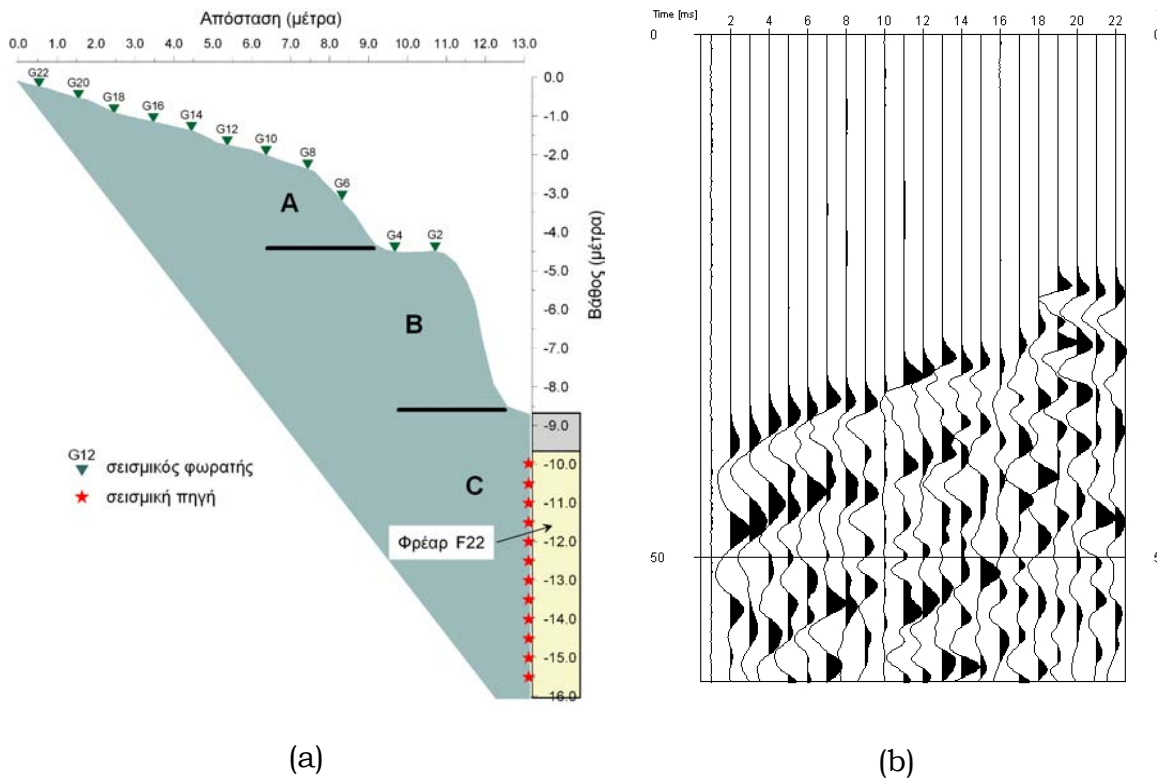
Η πειραματική διάταξη VSP (σχήμα 5.1a) στο φρέαρ θεμελίωσης F22 περιελάμβανε την τοποθέτηση 21 γεωφώνων με ισοαποστάσεις 0.3 έως 0.5 μέτρα, συννευθιακά τοποθετημένων στην επικλινή επιφάνεια του εδάφους και την διέγερση 12 σεισμικών πηγών αποτελούμενων από μικρές ποσότητες εκρηκτικής ύλης τοποθετημένων ανά 0.5 μέτρα μέσα σε οριζόντιες εσοχές στο κατακόρυφο τοίχωμα του φρέατος εκπομπής F22.

Τα σεισμικά σήματα καταγράφηκαν σε ομάδες σεισμικών ιχνών κοινής σεισμικής πηγής (common shot gather) (σχήμα 5.1 b) από καταγραφέα 48 καναλιών τύπου Strata View R48 της EG&G, με ρυθμό δειγματοληψίας 0.125



ms. Ο συνδυασμός των 12 σεισμικών πηγών και 21 γεωφώνων παρήγαγε ένα συνολικό πλήθος 252 σεισμικών διαδρομών (ακτίνων) απαραίτητων για την σεισμική αντιστροφή των χρόνων διαδρομής.

Ο υψηλός λόγος σήματος προς θόρυβο πιστοποιεί την πολύ καλή ποιότητα των πρώτων σεισμικών αφίξεων που μετρήθηκαν με ακρίβεια της τάξης των  $\pm 0.15\text{ms}$ .



Σχήμα 5.1 (a) σκαρίφημα τομής με το τοπογραφικό ανάγλυφο της επιφάνειας του εδάφους και τις θέσεις των σεισμικών πηγών και φωρατών του πειράματος VSP. (b) σεισμική καταγραφή κοινής σεισμικής πηγής από το πείραμα VSP στο φρέαρ F22.

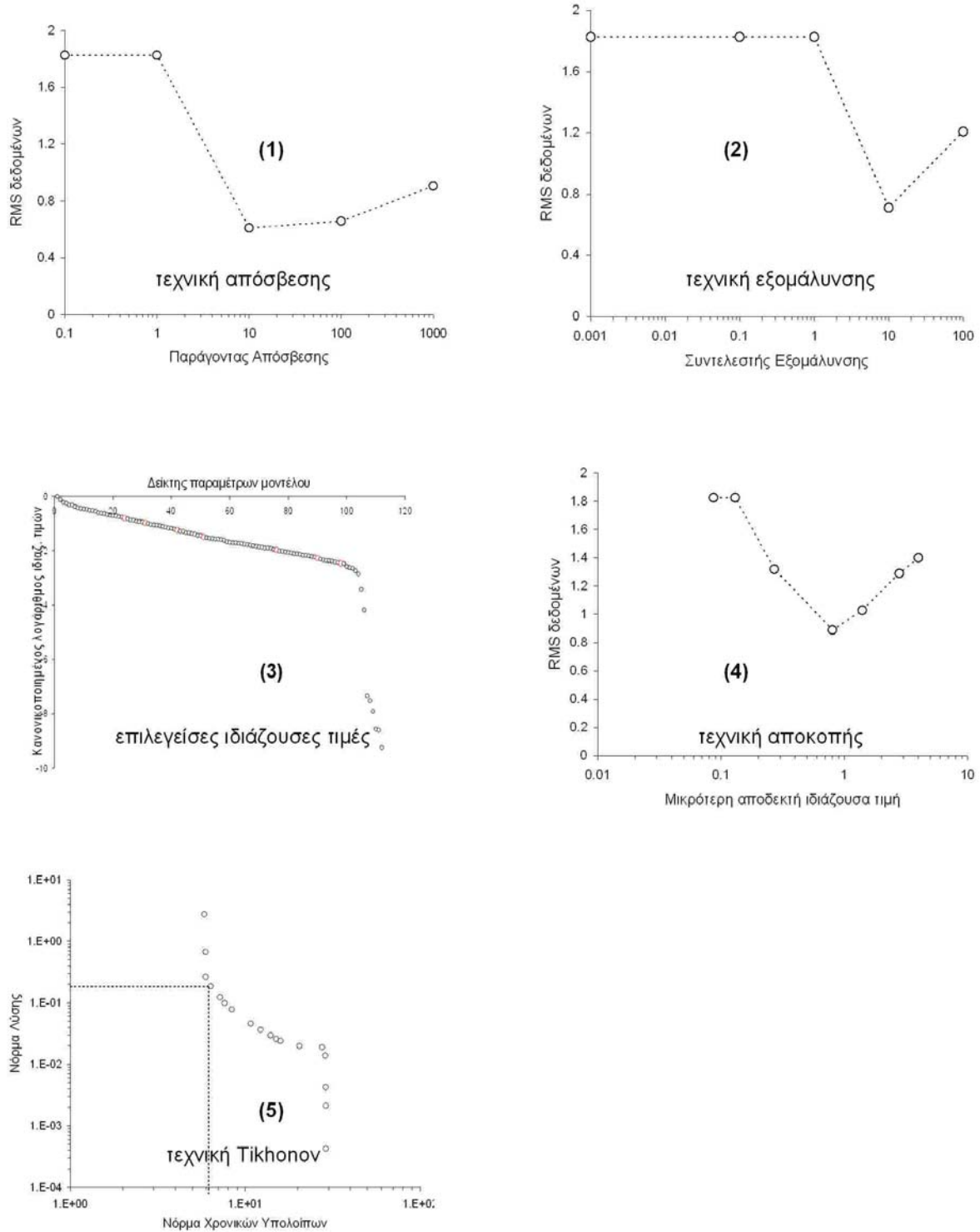
Η φασματική ανάλυση των σεισμικών καταγραφών έδειξε υψηλά συχνοτικά περιεχόμενα ( $\sim 300\text{ Hz}$ ), ικανά να απεικονίσουν στόχους με τις επιθυμητές διαστάσεις.

### 5.2.3 ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ

Η παραμετροποίηση του μοντέλου έγινε με κριτήριο το συνολικό πλήθος των δεδομένων, την πυκνότητα των δεκτών και των πηγών καθώς και τις αναμενόμενες διαστάσεις των προς απεικόνιση δομών. Κατόπιν των παραπάνω το μέσο παραμετροποιήθηκε σε 112 τετραγωνικά κελιά με πλευρά 0.9 μέτρων περίπου. Ένα ομογενές πεδίο ταχύτητας ίσης με 0.85 km/s, που αφορά σε μία μέση ταχύτητα των πυροκλαστικών σχηματισμών (Koloski et. al., 1989) χρησιμοποιήθηκε ως αρχικό μοντέλο για όλες τις αντιστροφές που πραγματοποιήθηκαν.

Η σεισμική αντιστροφή υλοποιήθηκε με το λογισμικό Tomo.Inv που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής και με την εφαρμογή όλων των μεθόδων κανονικοποίησης. Το ευθύ πρόβλημα επιλύθηκε με τον προσομοιωτή του ίδιου λογισμικού όπου χρησιμοποιήθηκαν 6 κόμβοι ανά πλευρά κελιού. Σε κάθε μέθοδο κανονικοποίησης εφαρμόστηκαν επαναληπτικές δοκιμές με μεταβολή των τιμών των ελευθέρων παραμέτρων.

Τα τομογράμματα που προέκυψαν για όλες τις τιμές των ελευθέρων παραμέτρων που δοκιμάστηκαν σε κάθε κανονικοποίηση παρουσιάζονται στο παράρτημα Α. Η επιλογή του τελικού τομογραφικού μοντέλου σε κάθε κανονικοποίηση έγινε με κριτήριο το μικρότερο RMS σφάλμα ή από την καμπύλη L (περίπτωση Tikhonov). Στο σχήμα 5.2 εμφανίζονται οι μεταβολές των σφαλμάτων σε συνάρτηση με τις τιμές των ελευθέρων παραμέτρων για όλες τις τεχνικές κανονικοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν. Το βέλτιστο τομόγραμμα σε κάθε κανονικοποίηση είναι αυτό που αντιστοιχεί στο ελάχιστο σφάλμα RMS της κάθε μίας των κατανομών (Σχήμα 5.2 εικόνες 1,2 και 4) ή στο σημείο μέγιστης καμπυλότητας της καμπύλης L (Σχήμα 5.2 εικόνα 5) για την προσέγγιση Tikhonov.



Σχήμα 5.2. Κατανομή του σφάλματος χρονικών υπολοίπων (RMS) για όλες τις τεχνικές κανονικοποιήσεων που εφαρμόστηκαν και τις διάφορες τιμές των ελευθέρων παραμέτρων.

Από την κατανομή των ιδιαζουσών τιμών (εικόνα 3) γίνεται εμφανές ότι το πρόβλημα είναι ασταθές, γεγονός που οφείλεται κυρίως στην αρκετά περιορισμένη γωνιακή ακτινική κάλυψη του μοντέλου. Στην ίδια εικόνα με κόκκινο σύμβολο παρουσιάζονται οι επιλεγμένες, από ολόκληρο το εύρος κατανομής, αποδεκτές ιδιάζουσες τιμές και τα αντίστοιχα ανύσματα που χρησιμοποιήθηκαν στην τομογραφική απεικόνιση.

Στο σχήμα 5.3 παρατίθενται τα τελικά τομογραφικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τις τέσσερις τεχνικές κανονικοποίησης που εφαρμόστηκαν μαζί με το αντίστοιχο τομόγραμμα από την συμβατική επεξεργασία των δεδομένων με την εφαρμογή του λογισμικού CAT3D.

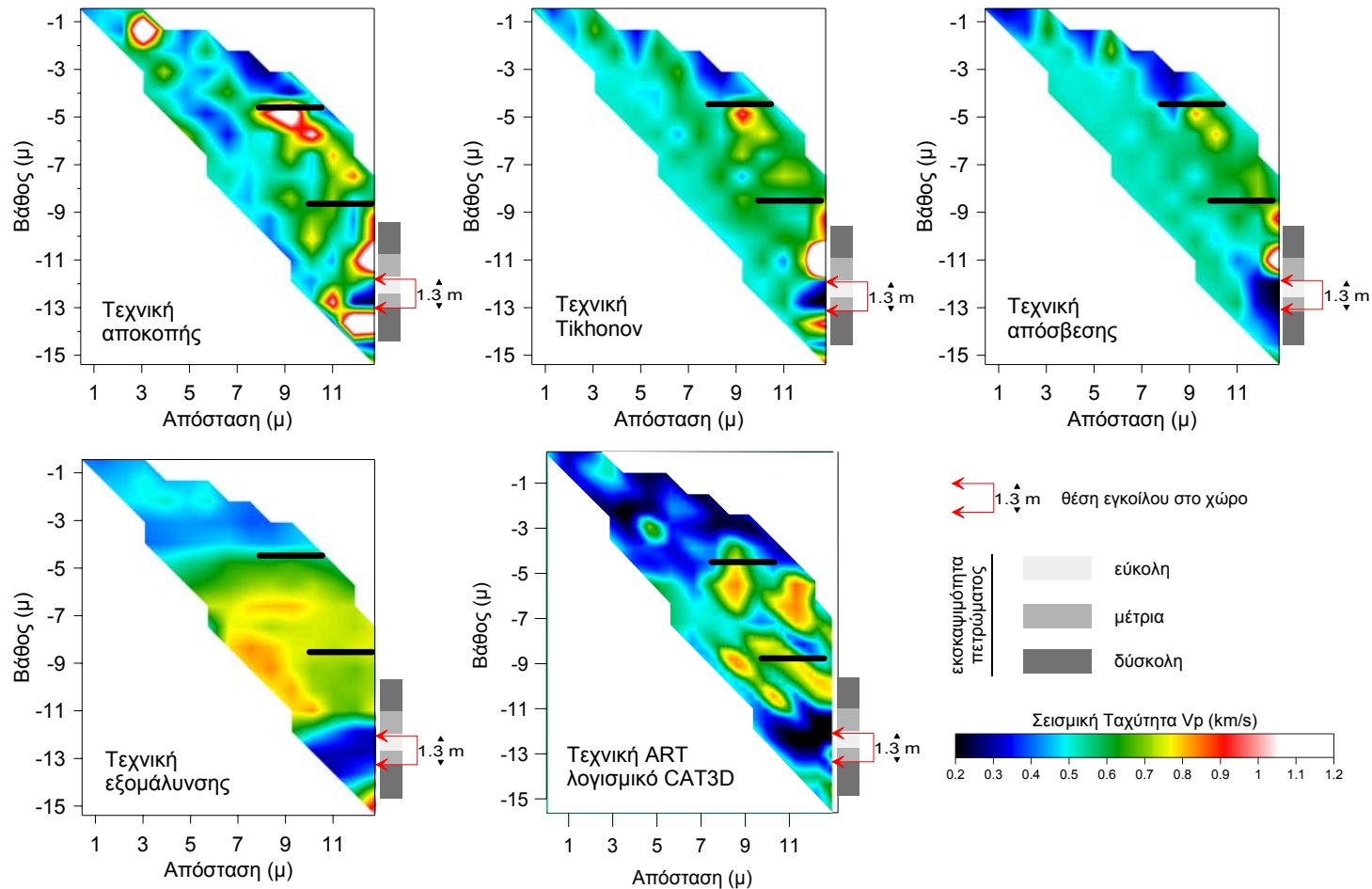
Οι κανονικοποιήσεις με τις τεχνικές της απόσβεσης, αποκοπής και Tikhonov παράγουν τομογράμματα με παραπλήσια χαρακτηριστικά ενώ η επίδραση της οριζόντιας εξομάλυνσης είναι ιδιαίτερα αισθητή στην απεικόνιση. Η εξομάλυνση κατά την οριζόντια διεύθυνση έγινε με εφαρμογή φίλτρου διαφορών. Επιλέχθηκε φίλτρο διαφορών πρώτης τάξης εξαιτίας της πλευρικά περιορισμένης έκτασης του μέσου και της περίπου οριζόντιας στρωματογραφίας των σχηματισμών, όπως προκύπτει από την γεωλογική χαρτογράφηση του φρέατος F22.

Από όλες τις τεχνικές κανονικοποίησης η αποκοπή ιδιαζουσών τιμών παρουσίασε συγκριτικά το μεγαλύτερο σφάλμα RMS, ενώ ήταν και αυτή που χρειάστηκε τις λιγότερες επαναλήψεις για την σύγκλιση της λύσης.

Ο έλεγχος συμπεριφοράς του λογισμικού διενεργείται μέσα από την συγκριτική παρουσίαση των τομογραφικών αποτελεσμάτων με τις πληροφορίες της στρωματογραφίας του φρέατος. Ειδικότερα, η σύγκριση εστιάζεται σε τρία βασικά σημεία : α) Στην δυνατότητα διάκρισης στα τομογράμματα ζωνών ταχύτητας που να σχετίζονται με τις στρωματογραφικές ζώνες (σχήμα 5.1a) του φρέατος F22, β) στην συσχέτιση των θέσεων των ασυνεχειών των παραπάνω ζωνών ταχύτητας με τις θέσεις των πραγματικών επαφών στρωματογραφικών ασυνεχειών και γ) στη δυνατότητα διάκρισης στα τομογράμματα ανωμαλίας ταχύτητας που να αντιστοιχεί με την παρουσία του φυσικού εγχοίλου που ανακαλύφθηκε κατά την εκσκαφή του φρέατος F22.

Σύμφωνα με τα παραπάνω από την συγκριτική μελέτη των δομών ταχύτητας, που παρουσιάζονται στις τομογραφικές απεικονίσεις του σχήματος 5.3, με την στρωματογραφική εικόνα του φρέατος F22 (σχήμα 5.1a) είναι φανερό ότι:

- Υπάρχει μία ικανοποιητική συσχέτιση των δομών ταχύτητας των τομογραμμάτων με την στρωματογραφία. Λίγο έως πολύ, σε όλα τα τομογράμματα διακρίνονται τρεις κύριες ζώνες ταχύτητας σε ικανοποιητική συμφωνία με την στρωματογραφία.
- Το επιφανειακό στρώμα με χαμηλή ταχύτητα (<500 m/s) είναι σε πολύ καλή συσχέτιση με την ζώνη A του χαλαρού σχηματισμού της ηφαιστειακής τέφρας.
- Το μεσαίο στρώμα με ενδιάμεσες τιμές ταχύτητας (600-800 m/s) συσχετίζεται με την ζώνη B που απαρτίζεται από εναλλαγές συνεκτικών ογκολίθων των ερειπίων του θαμμένου οικισμού (υψηλές ταχύτητες) με το λιγότερο συνεκτικό υλικό σύνδεσης (ενδιάμεσες ταχύτητες).
- Το βαθύτερο στρώμα με υψηλότερες ταχύτητες (800-1100 m/s) συσχετίζεται με την ζώνη C του πυροκλαστικού σχηματισμού του υποβάθρου. Στο στρώμα αυτό διακρίνεται σε όλα τα τομογράμματα χαρακτηριστική ανωμαλία χαμηλής ταχύτητας (<340 m/s) που συσχετίζεται με την παρουσία του φυσικού εγκοίλου.



Σχήμα 5.3. Συγκριτική παρουσίαση: των βέλτιστων τομογραφικών απεικονίσεων που προέκυψαν από τις διαφορετικές μεθόδους κανονικοποίησης που διαθέτει το λογισμικό που αναπτύχθηκε με την αντίστοιχη απεικόνιση (ART) του συμβατικού λογισμικού CAT3D και την λιθολογία του φρέατος F22. Για την διευκόλυνση των συγκριτικών παρουσιάσεων παρατίθεται και η κλίμακα εκκαψιμότητας του ηφαιστειακού υποβάθρου καθώς και η θέση του αποκαλυφθέντος κατά την εκοκαφή εγκοίλου.

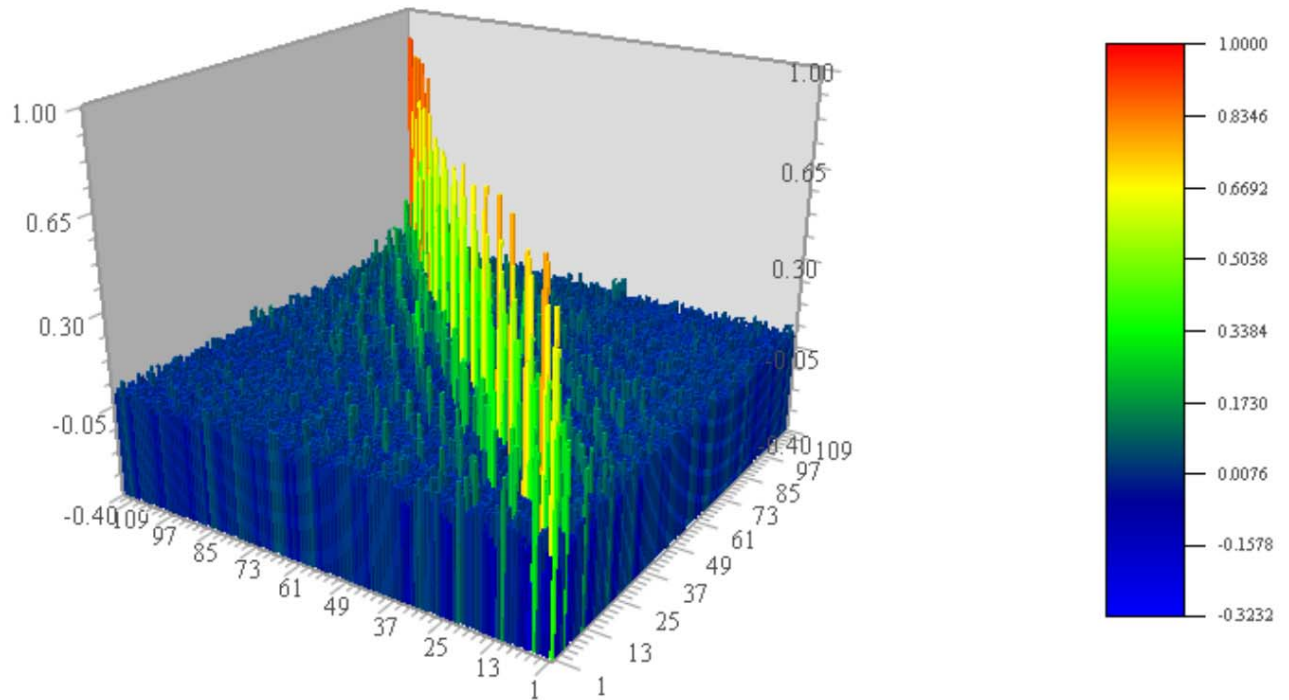
Για την περαιτέρω σύγκριση των θέσεων στο χώρο των παραπάνω δομών ταχύτητας με τις πραγματικές θέσεις στον χώρο των στρωματογραφικών ζωνών του σχήματος 5.1α, οι γραμμές που χωρίζουν τις στρωματογραφικές ζώνες Α, Β και C αποτυπώθηκαν επί των τομογραφικών απεικονίσεων του σχήματος 5.3

#### **5.2.4 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΗΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ.**

Όπως έχει διατυπωθεί οι τεχνικές κανονικοποίησης σταθεροποιούν μεν το πρόβλημα (Κεφάλαιο II) ταυτόχρονα όμως επεμβαίνουν στην ευκρίνεια της λύσης. Η μελέτη επίδρασης της εκάστοτε τεχνικής κανονικοποίησης στην ευκρίνεια και αξιοπιστία της τελικής λύσης επιτελείται με την αξιολόγηση των δεικτών του *Πίνακα Διακριτικής Ικανότητας* (ΠΔΙ) του μοντέλου και της *Ενέργειας Μηδενικού Χώρου* (EMX). Ο προσδιορισμός των ΠΔΙ και EMX περιορίστηκε μόνο για την τεχνική κανονικοποίησης με αποκοπή των ιδιαζουσών τιμών επειδή η συγκεκριμένη προσέγγιση είναι η μόνη μέθοδος που σταθεροποιεί το πρόβλημα με απόρριψη των στοιχείων εκείνων που το καθιστούν ασθενές και μη εξομαλύνοντας την συμβολή τους στην λύση.

Ξεκινώντας λοιπόν από την ιδιάζουσα τιμή που παρέχει το καλύτερο τομογραφικό αποτέλεσμα (ελάχιστο RMS) υπολογίστηκαν οι δείκτες ΠΔΙ και EMX του μοντέλου.

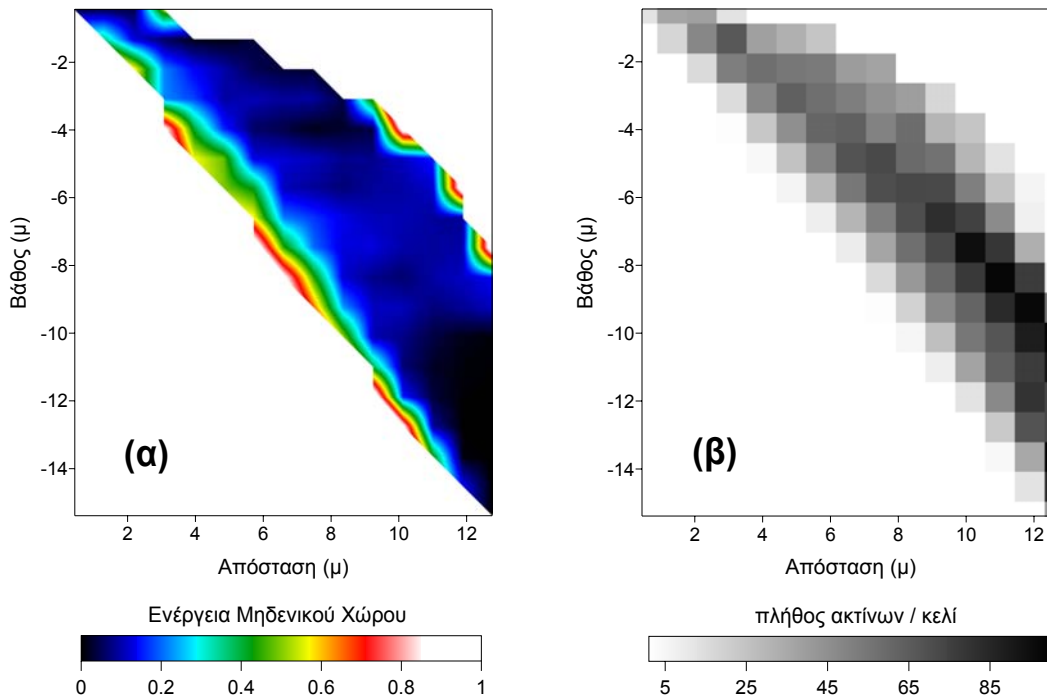
Στο σχήμα 5.4 απεικονίζεται ο δείκτης ΠΔΙ του τομογραφικού μοντέλου, όπως προκύπτει από την αποκοπή των τελευταίων 22 ιδιαζουσών τιμών. Οι παράμετροι αριθμούνται ξεκινώντας από το πάνω αριστερά όριο του μοντέλου και μεταβάλλονται κατά την οριζόντια διεύθυνση έτσι ώστε το κάτω δεξιά τμήμα του σχήματος 5.4 να αντιστοιχεί στα κελιά του μοντέλου που είναι κοντά στην επιφάνεια του εδάφους.



Σχήμα 5.4. Πίνακας διακριτικής ικανότητας του μοντέλου.

Από την παραπάνω απεικόνιση προκύπτει ότι οι παράμετροι του μοντέλου που έχουν καθορισθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια είναι εκείνες που βρίσκονται στο κατώτερο τμήμα του μοντέλου και ότι η διακριτική ικανότητα παραμένει σε γενικές γραμμές σε ικανοποιητικά επίπεδα στο μεγαλύτερο μέρος του μέσου.



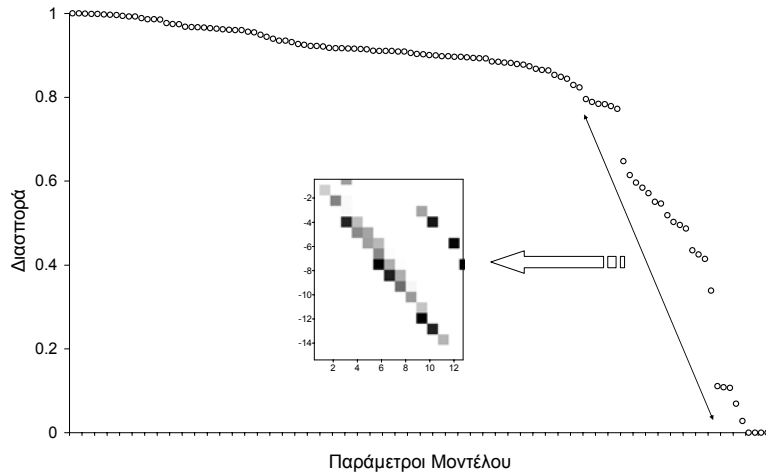


Σχήμα 5.5. Κατανομή Ενέργειας Μηδενικού Χώρου (αριστερά) και ακτινική κάλυψη του μέσου (δεξιά).

Ο δείκτης EMX (σχήμα 5.5 α) επιβεβαιώνει τις παραπάνω παρατηρήσεις ενώ ταυτόχρονα υποδεικνύει καλύτερα τις περιοχές του μέσου οι οποίες δεν μπορούν να ανακατασκευασθούν επαρκώς. Τα τμήματα αυτά του μοντέλου αφορούν στα πλευρικά όρια του μέσου όπου η EMX είναι ιδιαίτερα υψηλή εξαιτίας της περιορισμένης ακτινικής κάλυψης και της σχεδόν παράλληλης πορείας των σεισμικών ακτίνων στις περιοχές αυτές (σχήμα 5.5 β).

Η περιοχή που παρουσιάζει την μεγαλύτερη ακτινική κάλυψη είναι το κάτω δεξιά τμήμα του μοντέλου όπου η EMX πλησιάζει το μηδέν και η ανακατασκευή θεωρείται ιδιαίτερα σταθερή και ακριβής. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνει την αξιοπιστία της ανωμαλίας ταχύτητας που βρίσκεται στην περιοχή αυτή και αποδίδεται στο έγκοιλο.

Η εξάρτηση των τελικών τιμών των παραμέτρων του μοντέλου μεταξύ τους επιτελείται με την αξιολόγηση του δείκτη της *Συνάρτησης Διασποράς* (ΣΔ) που υπολογίστηκε και παρουσιάζεται στο σχήμα 5.6.



Σχήμα 5.6. Συνάρτηση διασποράς.

Μεγάλες τιμές του δείκτη  $\Sigma\Delta$  υποδηλώνουν ότι οι τελικές τιμές ταχύτητας είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και δεν επηρεάζονται από γειτονικά κελιά. Αν δεχτούμε ότι η τιμή 0.8 είναι ένα αποδεκτό κατώφλι σταδιακής μετάβασης από μη εξαρτώμενες προς εξαρτώμενες τιμές παραμέτρων (Vesnaver, 1996), τότε τα στοιχειώδη τμήματα του μέσου που εμφανίζουν τιμές χαμηλότερες του κατωφλίου θεωρούνται ασταθείς ανακατασκευασμένες περιοχές όπου οι σεισμικές ταχύτητες παρουσιάζονται εξαρτώμενες μεταξύ τους και η τελική εικόνα είναι εξομαλυσμένη. Ο υπόλοιπος χώρος του μοντέλου ( $0.8 < \text{διασπορά} < 1$ ) αντιστοιχεί σε κελιά των οποίων το αντίστοιχο διαγώνιο στοιχείο του πίνακα διακριτικής ικανότητας είναι το μεγαλύτερο της ίδιας σειράς.

Από τη συγκριτική παρουσίαση συμπερασματικά προκύπτει ότι:

- η εφαρμογή του λογισμικού στα πραγματικά VSP δεδομένα του Ακρωτηρίου Θήρας παρήγαγε αξιόπιστες τομογραφικές ανακατασκευές. Ειδικότερα οι κανονικοποιήσεις αποκοπής ιδιαζουσών τιμών και Tikhonov παρήγαγαν απεικονίσεις οι οποίες ανέδειξαν λίαν ικανοποιητικά την στρωματογραφική εικόνα του φρέατος τόσο ως προς την αντιστοιχία των δομών ταχύτητας με την στρωματογραφία και την παρουσία του φυσικού εγκοίλου, όσο και ως προς την χωρική τους θέση.

- Οι κανονικοποιήσεις με απόσβεση και εξομάλυνση παρήγαγαν δομές ταχύτητας που ανέδειξαν ικανοποιητικά τη στρωματογραφία και το φυσικό έγκοιλο με αντίστοιχα μειωμένη όμως ακρίβεια ως προς τις διαστάσεις τους και την χωρική τους θέση.
- Η τομογραφική ανακατασκευή με την μέθοδο ART (λογισμικό CAT3D) ανέδειξε ζώνες με εντονότερες αντιθέσεις ταχύτητας που αντιστοιχούν στην στρωματογραφία και στο έγκοιλο, ικανοποίησε όμως λιγότερο στο να συσχετίσει τις θέσεις και τις διαστάσεις των ζωνών αυτών με τις αντίστοιχες της στρωματογραφίας.

Συνοψίζοντας αναφέρουμε ότι η εφαρμογή των κριτηρίων αξιολόγησης της λύσης υπέδειξε ότι οι δομές ταχύτητας που παρουσιάζονται στις τομογραφικές ανακατασκευές είναι σε ικανοποιητικό βαθμό ακριβείς και αξιόπιστες, με εξαίρεση τα πλευρικά όρια του μέσου όπου η μικρή ακτινική κάλυψη καθιστά την αντιστροφή των δεδομένων ανεπαρκή.

### **5.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ CROSS-HOLE ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΝΩ ΛΙΟΣΙΩΝ ΑΤΤΙΚΗΣ.**

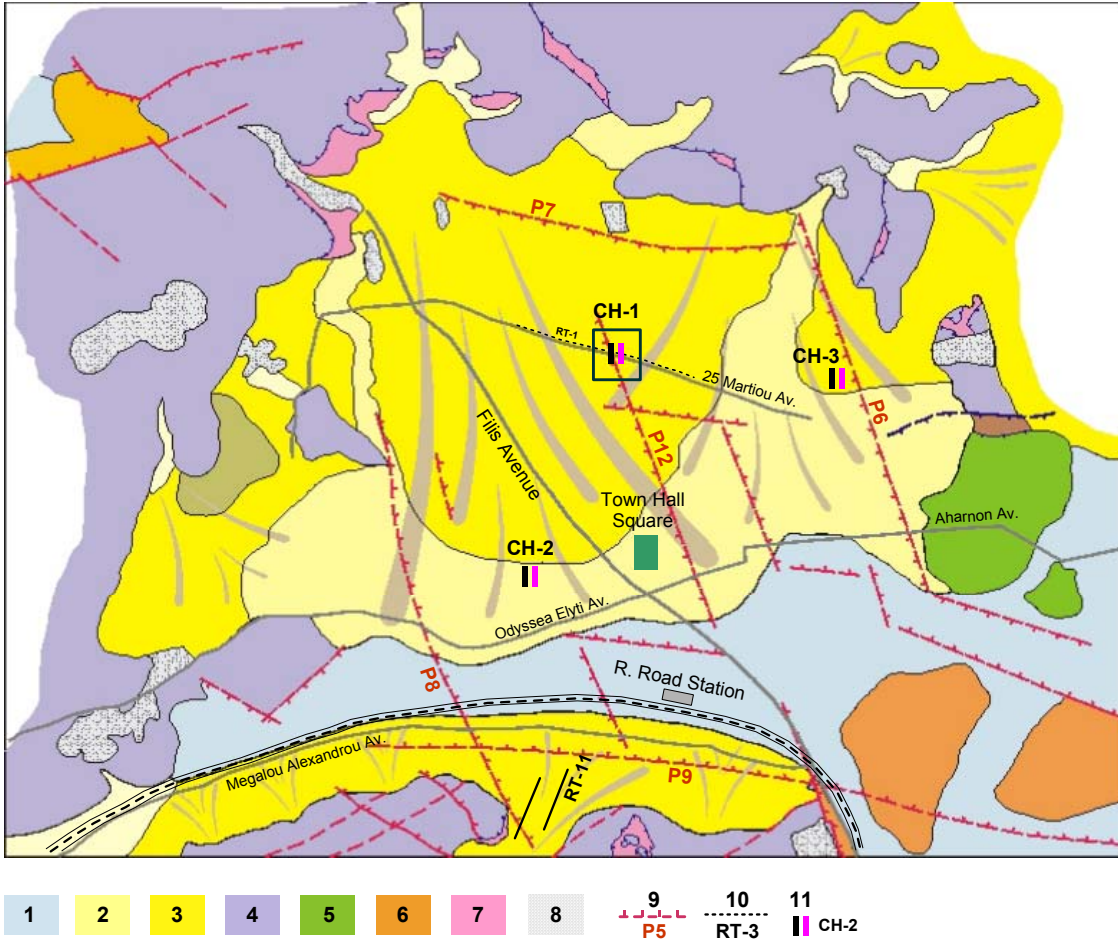
#### **5.3.1 ΓΕΝΙΚΑ**

Μετά το σεισμό της 7<sup>ης</sup> Σεπτεμβρίου 1999 ( $M_w = 5.9$ ) ο οποίος έπληξε την ευρύτερη περιοχή της πρωτεύουσας της Αθήνας, ο Τομέας Γεωφυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών στα πλαίσια εκτίμησης του σεισμικού δυναμικού της οικιστικής περιοχής του Δήμου Άνω Λιοσίων διεξήγαγε μια σειρά μη καταστροφικών γεωφυσικών μεθόδων, με σκοπό την διερεύνηση της τεκτονικής δομής της περιοχής με την ανίχνευση και απεικόνιση ρηγμάτων και ρηγματογόνων ζωνών. Η ευρύτερη αστική περιοχή του Δήμου Άνω Λιοσίων ευρίσκεται πάνω σε μεγάλου πάχους μεταλλικούς, ιζηματογενείς κυρίως

οχηματισμούς (σχήμα 5.7). Στο βόρειο και κεντρικό τμήμα του συγκροτήματος συναντώνται κροκαλοπαγή και οξιστολιθικά πετρώματα. Το αλπικό βραχώδες υπόβαθρο αντιπροσωπεύεται κυρίως από ανθρακικά ιζήματα και λιγότερο από ψαμμίτες και οξιστολιθικά πετρώματα. Η ιζηματογενής αυτή λεκάνη ελέγχεται από δύο κύρια συστήματα ρηγμάτων με διευθύνσεις ΒΒΔ-ΝΝΑ και Α-Δ.

Η γεωφυσική έρευνα περιέλαβε μεταξύ άλλων και πειράματα σεισμικής τομογραφίας μεταξύ γεωτρήσεων (διάταξη cross-hole) με σκοπό τη λεπτομερή απεικόνιση της υπεδαφικής γεωλογικο-τεκτονικής δομής σε επιλεγμένες θέσεις ενδιαφέροντος. Η πλήρης έρευνα και τα αποτελέσματα της περιγράφονται από τους Louis et al., (2002).

Στη συγκεκριμένη εφαρμογή περιγράφονται συνοπτικά οι εργασίες της σεισμικής έρευνας cross-hole στη θέση CH-1 (σχήμα 5.7) και η εκτενής συγκριτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εφαρμογή του λογισμικού Tomo.Inv που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής, με τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του λογισμικού (CAT3D) που χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της συμβατικής έρευνας.



1: αλλούβια, 2: νεότερα αλλουβιακά ριπίδια, 3: παλαιότερα αλλουβιακά ριπίδια, 4: Τριαδικό ασβεστόλιθοι, 5: Κριτιδικό ασβεστόλιθοι, 6: Νεογενή, 7: Σχιστόλιθοι, 8: επιχώσεις, 9: ρήγμα, 10: γεωηλεκτρική τομή, 11: θέση σεισμικής έρευνας crosshole.

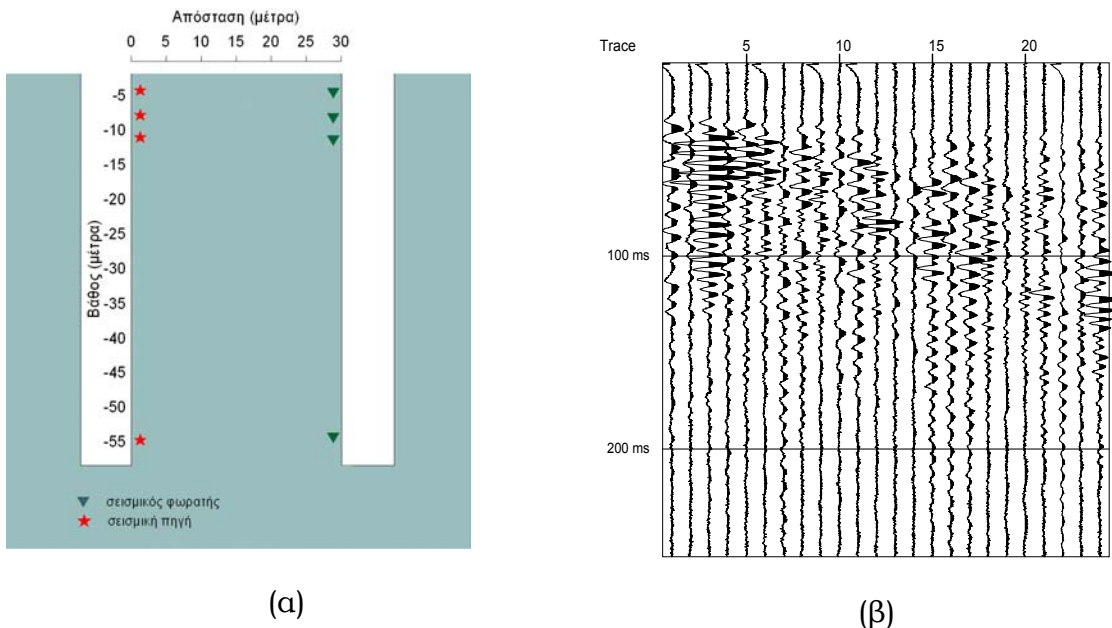
Σχήμα 5.7. Γεωλογικός χάρτης Νεογενούς λεκάνης των Άνω Λισσίων (Lekkas, E., 2000) με τη θέση CH-1 (εντός πλαισίου) διεξαγωγής του πειράματος σεισμικής τομογραφία cross-hole.

Στο σχήμα 5.7 παρουσιάζεται ο γεωλογικός χάρτης της ευρύτερης περιοχής έρευνας με την θέση του συγκεκριμένου πειράματος cross-hole εντός πλαισίου.

### 5.3.2 ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Συνθετικές προσομοιώσεις πειραμάτων cross-hole προηγήθηκαν των εργασιών πεδίου με σκοπό την ανάδειξη των βέλτιστων πιθανών μοντέλων που ευελπιστούσαμε να ανακτήσουμε από την αντιστροφή των πειραματικών δεδομένων.

Η γεωμετρία των σεισμικών πηγών και φωρατών της πειραματικής διάταξης cross-hole στη θέση CH-1 (σχήμα 5.8 α) περιελάμβανε την τοποθέτηση 16 γεωφώνων κατακόρυφης συνιστώσας, με ισοαπόσταση 2.5 μέτρα μέσα στη μία γεώτρηση, για την καταγραφή των σεισμικών αφίξεων και την πυροδότηση 24 σεισμικών πηγών τοποθετημένων στη δεύτερη γεώτρηση, για την παραγωγή των σεισμικών κυμάτων. Η καταγραφή των σεισμικών αφίξεων σε ομάδες σεισμικών ιχνών κοινής σεισμικής πηγής (σχήμα 5.8 β) έγινε σε καταγραφέα τύπου Strata View R48 της EG&G με ρυθμό δειγματοληψίας 0.125 ms.



Σχήμα 5.8. Σκαρίφημα τομής στη θέση CH-1 με την γεωμετρία σεισμικών πηγών και φωρατών της διάταξης cross-hole (α) και σεισμική καταγραφή κοινής σεισμικής πηγής από το πείραμα (β).

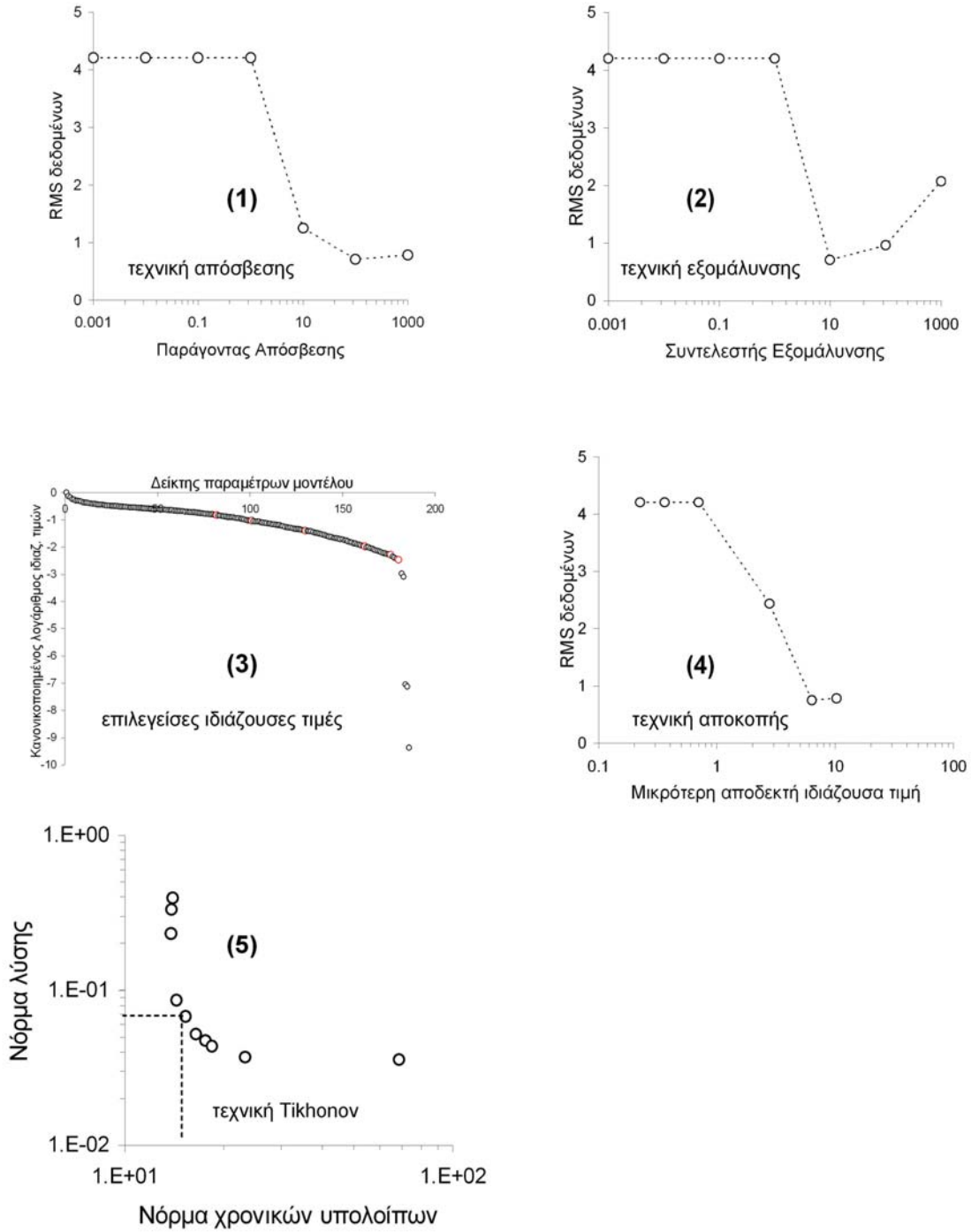
Από την επεξεργασία των σεισμικών καταγραφών προέκυψαν 384 πρώτες αφίξεις οι οποίες αποτέλεσαν τα δεδομένα προς αντιστροφή.

### **5.3.3 ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ**

Το μέσο διακριτοποιήθηκε σε τετραγωνικά κελιά πλευράς 3 μέτρων με συνολικό πλήθος 187 παραμέτρων. Για την εκκίνηση της τομογραφικής διαδικασίας επιλέχθηκε ένα ομογενές αρχικό μοντέλο με μέση τιμή σεισμικής ταχύτητας 3.0 km/s που προέκυψε από μία προκαταρκτική γραμμική αντιστροφή των δεδομένων.

Η σεισμική αντιστροφή υλοποιήθηκε με το λογισμικό Tomo.Inv και με την εφαρμογή όλων των τεχνικών κανονικοποίησης. Το ευθύ πρόβλημα επιλύθηκε με τον προσομοιωτή του ίδιου λογισμικού πακέτου, όπου χρησιμοποιήθηκαν 5 κόμβοι ανά πλευρά κελιού. Τα τελικά τομογράμματα που προέκυψαν για όλες τις τιμές των ελευθέρων παραμέτρων που δοκιμάσθηκαν σε κάθε κανονικοποίηση παρουσιάζονται στο παράρτημα Β. Τα βέλτιστα ανακατασκευασμένα τομογραφικά μοντέλα από την κάθε κανονικοποίηση επιλέχθηκαν με κριτήριο το μικρότερο σφάλμα RMS των δεδομένων ή το σημείο μέγιστης καμπυλότητας της καμπύλης L (προσέγγιση Tikhonov).

Στο σχήμα 5.9 παρουσιάζονται οι κατανομές των σφαλμάτων των τεχνικών κανονικοποίησης. Το βέλτιστο τομόγραμμα κάθε κανονικοποίησης αντιστοιχεί στο ελάχιστο σφάλμα RMS της κάθε μίας των κατανομών (εικόνες 1,2 και 4) ή στο σημείο μέγιστης καμπυλότητας της καμπύλης L (εικόνα 5). Από την κατανομή του φάσματος των ιδιζουσών τιμών (εικόνα 3) παρατηρούμε μία απότομη μετάβαση στις τελευταίες 6 με 7 τιμές.



Σχήμα 5.9. Κατανομή του σφάλματος χρονικών υπολοίπων για όλες τις τεχνικές κανονικοποίησης και διάφορες τιμές των ελευθέρων παραμέτρων.



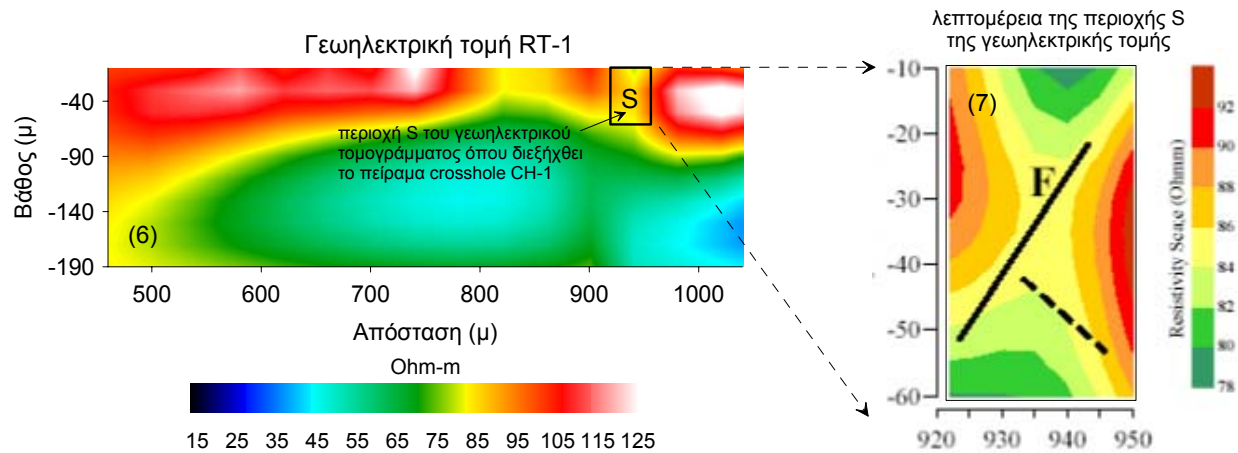
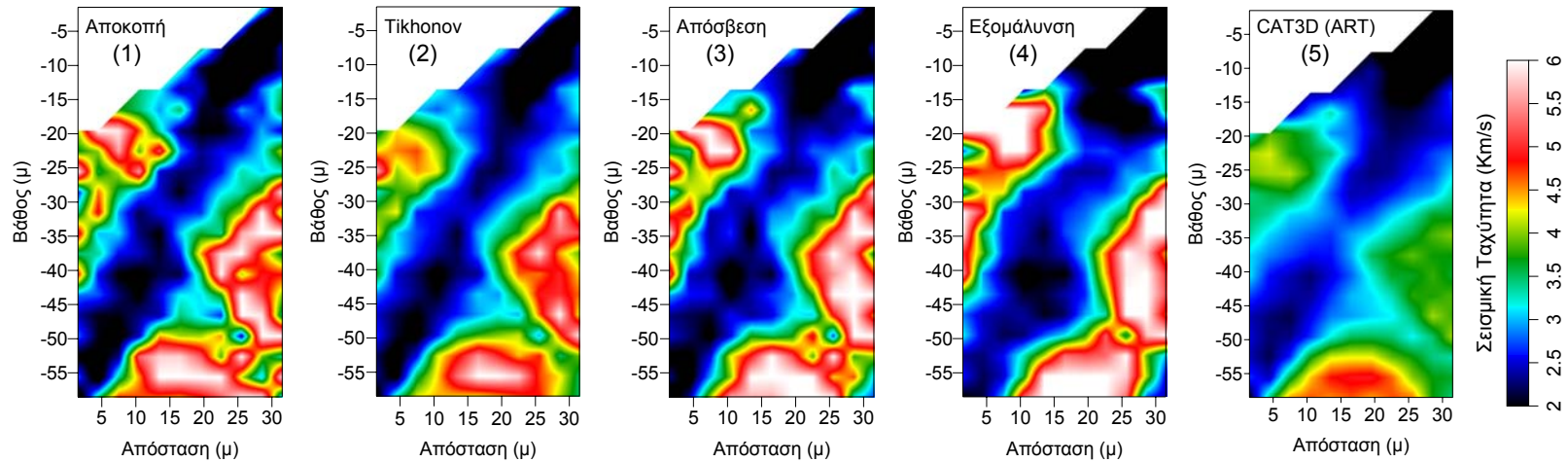
Οι ιδιάζουσες τιμές που αντιστοιχούν σε δείκτες των παραμέτρων του μοντέλου με τιμή μεγαλύτερη του 150 θεωρούνται ότι αντιστοιχούν στον επιλεγμένο μηδενικό χώρο (δηλαδή πάνω από δύο τάξεις μεγέθους διαφορά σε σχέση με την μεγαλύτερη ιδιάζουσα τιμή). Συνεπώς η επιλογή της συγκεκριμένης παραμετροποίησης, σε συνδυασμό με την ποιότητα των δεδομένων, είναι η καλύτερη δυνατή και ικανή να απεικονίσει λεπτομερώς τις πραγματικές δομές της περιοχής που έρευνας.

Στην εικόνα 3 του σχήματος 5.9 με κόκκινο σύμβολο παρουσιάζονται οι επιλεγμένες, από ολόκληρο το εύρος κατανομής, αποδεκτές ιδιάζουσες τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στην τομογραφική αντιστροφή με την μέθοδο της αποκοπής. Και σε αυτή την εφαρμογή η τεχνική της αποκοπής χρειάστηκε το μικρότερο υπολογιστικό χρόνο, ενώ η προσέγγιση κατά Tikhonov χρειάστηκε τις περισσότερες επαναλήψεις για την σύγκλιση.

Στο σχήμα 5.10 παρατίθενται τα τελικά τομογραφικά μοντέλα από τις τέσσερις τεχνικές κανονικοποίησης που εφαρμόστηκαν με το λογισμικό Tomo.Inv μαζί με το αντίστοιχο τομόγραμμα από την συμβατική επεξεργασία των δεδομένων με το λογισμικό CAT3D. Για λόγους σύγκρισης παρατίθεται σε μεγέθυνση και το τμήμα S του γεωηλεκτρικού τομογράμματος της γραμμής RT-1 από γεωηλεκτρική έρευνα στην ίδια περιοχή, οι διαστάσεις και οι θέσεις του οποίου αντιστοιχούν με αυτά του σεισμικού τομογράμματος CH-1.

Κύριο χαρακτηριστικό γνώρισμα όλων των απεικονίσεων (εικόνες 1 έως 4) του σχήματος 5.10 είναι η μεγάλη ομοιότητα που παρουσιάζουν μεταξύ τους τόσο ως προς τις τιμές των παραμέτρων του μέσου όσο και ως προς τις δομές ταχύτητας που αναδεικνύουν. Η σύγκριση των παραπάνω απεικονίσεων με την απεικόνιση του συμβατικού τομογράμματος (εικόνα 5) είναι επίσης πολύ ικανοποιητική. Η γεωηλεκτρική απεικόνιση S (εικόνα 6), παρότι στερείται λεπτομερειών καθώς προέρχεται από μεγέθυνση της γεωηλεκτρικής απεικόνισης RT-1 της ευρύτερης περιοχής, (εικόνα 7) συμφωνεί σε γενικές γραμμές με τις κύριες δομές ταχύτητας των σεισμικών τομογραμμάτων. Η επίδραση των διαφόρων τεχνικών σταθεροποίησης του προβλήματος είναι πολύ μικρή και δεν επηρεάζει σημαντικά την λύση, αφού οι ίδιες σχεδόν κυρίαρχες

δομές απαντώνται σε όλα τα τομογράμματα. Η σύγκλιση και των δύο λογισμικών που εφαρμόστηκαν στην ίδια σχεδόν λύση οφείλεται βέβαια στον συνδυασμό της βέλτιστης γεωμετρίας πηγών-φωρατών, με την βέλτιστη παραμετροποίηση του μέσου, γεγονότα που οδήγησαν στην ικανοποιητική ακτινική κάλυψη της πλειονότητας του μέσου και συνέτειναν τελικά ώστε το συγκεκριμένο αντίστροφο πρόβλημα να είναι ικανοποιητικά ορισμένο και τα δεδομένα να ελέγχουν σε μεγάλο βαθμό το τελικό αποτέλεσμα.



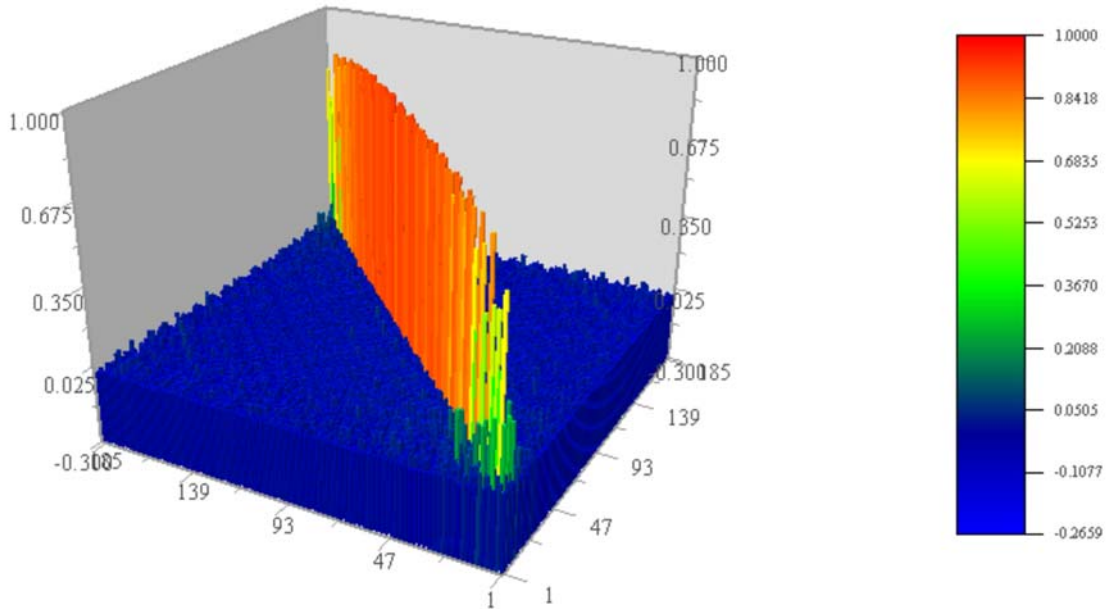
Σχήμα 5.10. Συγκριτική παρουσίαση: των βέλτιστων τομογραφικών απεικονίσεων που προέκυψαν από τις διαφορετικές τεχνικές κανονικοποίησης που διαθέτει το λογισμικό που αναπτύχθηκε, με την αντίστοιχη απεικόνιση ART του συμβατικού λογισμικού CAT3D και την γεωηλεκτρική δομής στην ίδια θέση.

Από την συγκριτική μελέτη των δομών ταχύτητας που παρουσιάζονται σε όλες τις απεικονίσεις του σχήματος 5.10 συμπερασματικά προκύπτει ότι:

- Η εφαρμογή του λογισμικού σε πραγματικά δεδομένα cross-hole στην περιοχή του Δήμου Άνω Λιοσίων, παράγαγε αξιόπιστες τομογραφικές απεικονίσεις της υπεδαφικής δομής στην περιοχή που ερευνήθηκε.
- Η βέλτιστη γεωμετρία πηγών-φωρατών και η βέλτιστη παραμετροποίηση του μέσου συνέτειναν στην ικανοποιητική ακτινική κάλυψη του μέσου και στην καλή ποιότητα και επάρκεια των δεδομένων έτσι ώστε οι διάφορες τεχνικές κανονικοποίησης του προβλήματος να έχουν ελάχιστη επίδραση στη λύση.
- Οι κύριες δομές ταχύτητας αναδεικνύουν την παρουσία ρηγματογόνου ζώνης στο υπόβαθρο γεγονός το οποίο παρατηρείται τόσο στα αποτελέσματα από την εφαρμογή όλων των τεχνικών κανονικοποίησης όσο και στα αποτελέσματα του διαφορετικού λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της συμβατικής έρευνας, καθώς και στα αποτελέσματα της γεωηλεκτρικής έρευνας που έγινε στην αντίστοιχη θέση.

### 5.3.4 ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ

Στο σχήμα 5.11 απεικονίζεται ο Πίνακας Διακριτικής Ικανότητας (ΠΔΙ) του τελικού μοντέλου όπως προκύπτει από την αποκοπή των τελευταίων 7 διαζουσών τιμών .



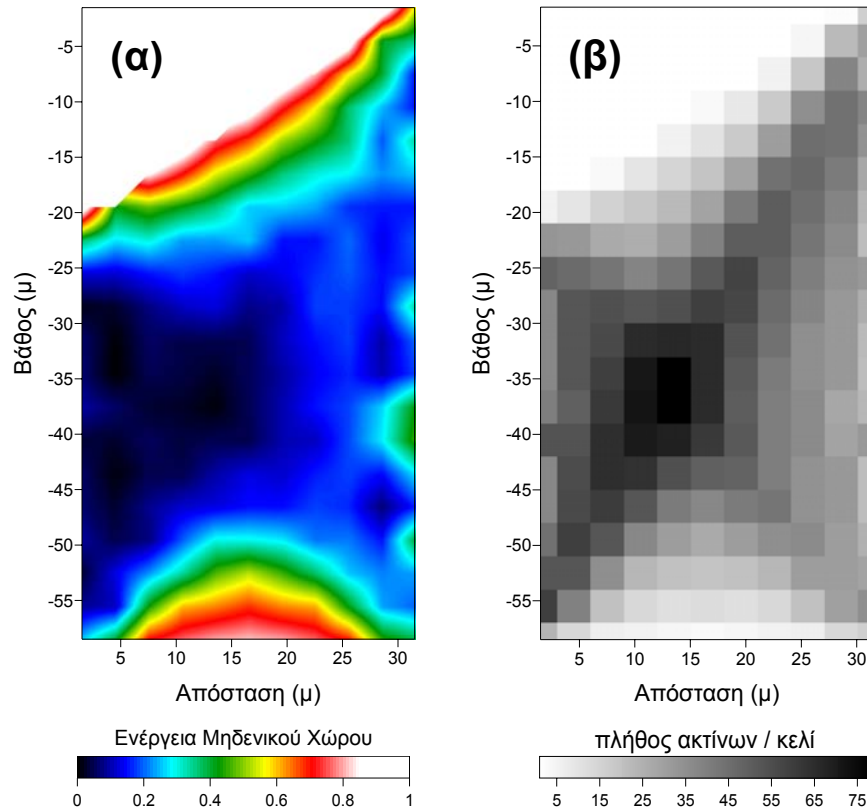
Σχήμα 5.11. Πίνακας διακριτικής ικανότητας του μοντέλου.

Όπως προκύπτει από το σχήμα 5.11, οι περισσότερες παράμετροι που αντιστοιχούν στο κύριο σώμα του μοντέλου παρουσιάζουν υψηλά επίπεδα διακριτικής ικανότητας, σε αντίθεση με αυτές που εμφανίζονται στα διαγώνια άκρα του πίνακα διακριτικής ικανότητας και αντιστοιχούν στο ανώτερο και κατώτερο οριζόντιο τμήμα του μοντέλου, όπου η διακριτική ικανότητα ορίζεται με μικρότερη ακρίβεια.

Η Ενέργεια Μηδενικού Χώρου (EMX) παρουσιάζεται στο σχήμα 5.12α με χαμηλές τιμές στο κύριο σώμα του μέσου, επιβεβαιώνοντας έτσι τις παραπάνω παρατηρήσεις.

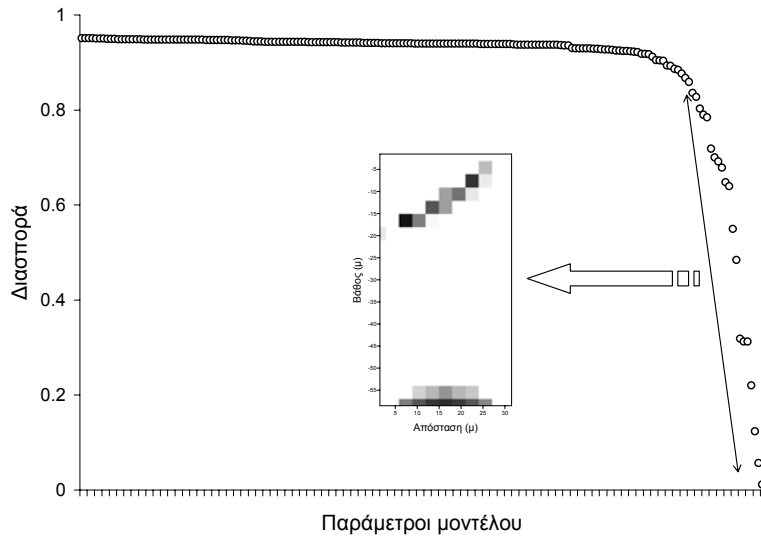
Τα άνω και κάτω πλευρικά όρια του μέσου αποτελούν περιοχές χαμηλής αξιοπιστίας καθώς η EMX είναι ιδιαίτερα υψηλή στις συγκεκριμένες θέσεις.

Το αίτιον είναι και εδώ η περιορισμένη ακτινική κάλυψη στις περιοχές αυτές που καθιστούν έτσι τις αντίστοιχες κανονικές εξισώσεις γραμμικά εξαρτώμενες και την ανακατασκευή αβέβαιη και ανεπαρκή.



Σχήμα 5.12. Κατανομή Ενέργειας Μηδενικού Χώρου (α) και ακτινική κάλυψη του μέσου (β).

Η επίπτωση του βαθμού εξάρτησης των τελικών τιμών των παραμέτρων του μοντέλου στην αξιοπιστία της λύσης αξιολογείται και από την συνάρτηση διασποράς (ΣΔ) που παρουσιάζεται στο σχήμα 5.13.



Σχήμα 5.13. Συνάρτηση διασποράς.

Οι χαμηλές τιμές του δείκτη  $\Sigma\Delta$  ( $<0.8$ ) αντιστοιχούν στις ίδιες περιοχές με χαμηλή διακριτική ικανότητα και συνιστούν ότι οι τελικές τιμές ταχύτητας επηρεάζονται από γειτονικά κελιά.

Από την εφαρμογή των παραπάνω κριτηρίων αξιολόγησης προκύπτει ότι το τελικό μοντέλο είναι αξιόπιστο και ιδιαίτερα ακριβές στο μεγαλύτερο μέρος του και ότι η τελική λύση ελέγχεται επαρκώς από τα δεδομένα.

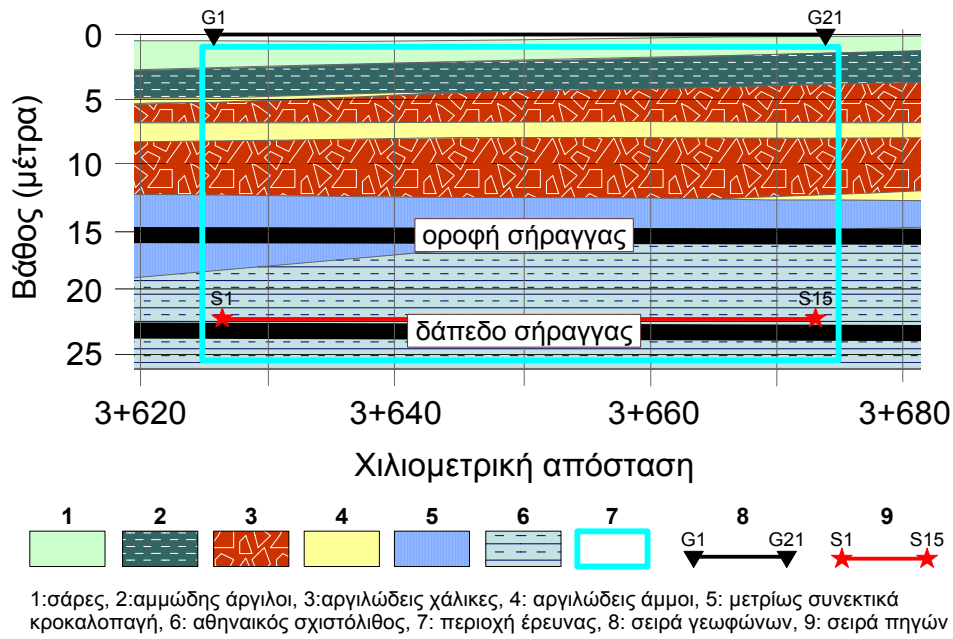
## **5.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ΣΤΟΝ ΕΡΓΟΤΑΞΙΑΚΟ ΧΩΡΟ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟ ΑΘΗΝΩΝ**

### **5.4.1 ΓΕΝΙΚΑ**

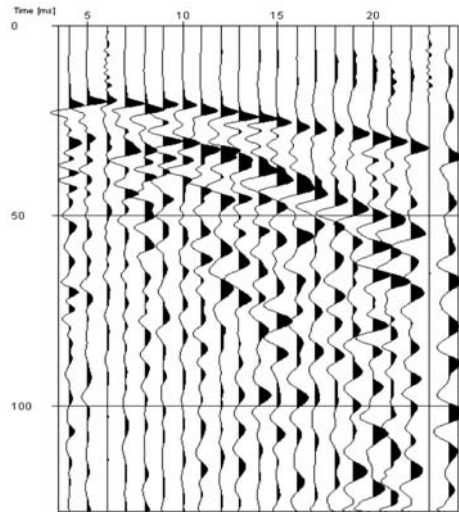
Ο Τομέας Γεωφυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών διεξήγαγε πειράματα σεισμικής και γεωηλεκτρικής τομογραφίας στον βοτανικό κήπο του Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών και στο τμήμα της σήραγγας του ΜΕΤΡΟ που διέρχεται κάτωθεν του βοτανικού κήπου με σκοπό την διερεύνηση ενδεχόμενης συσχέτισης των πλευρικών ή και κατακόρυφων κατανομών της ειδικής αντίστασης με την ταχύτητα των επιφανειακών σχηματισμών.

Η επιλογή της συγκεκριμένης θέσης για την διεξαγωγή των πειραμάτων έγινε με κριτήριο την δυνατότητα προσπέλασης που προσέφερε ο ελεύθερος χώρος του βοτανικού κήπου του Γεωπονικού Πανεπιστημίου για την ανάπτυξη των γεωφυσικών γραμμών. Από την γεωλογική έρευνα και τα στοιχεία των γεωτρήσεων προκύπτει ότι η στρωματογραφική δομή (σχήμα 5.14 α) στη περιοχή αποτελείται από εναλλαγές άμμων, αργίλων, χαλίκων και κροκαλοπαγών τα οποία επικάθονται στον Αθηναϊκό σχιστόλιθο που αποτελεί το βραχώδες υπόβαθρο.





(a)



(b)

Σχήμα 5.14. Γεωλογική τομή (a) της περιοχής έρευνας και δείγμα σεισμικής καταγραφής κοινής σεισμικής πηγής από το πείραμα (b).

Οι μετρήσεις της γεωηλεκτρικής τομογραφίας διεξήχθησαν στην επιφάνεια του εδάφους του βοτανικού κήπου κατά μήκος της ίδιας γραμμής που αναπτύχθηκαν και τα γεώφωνα. Η σεισμική τομογραφία περιελάμβανε διάταξη

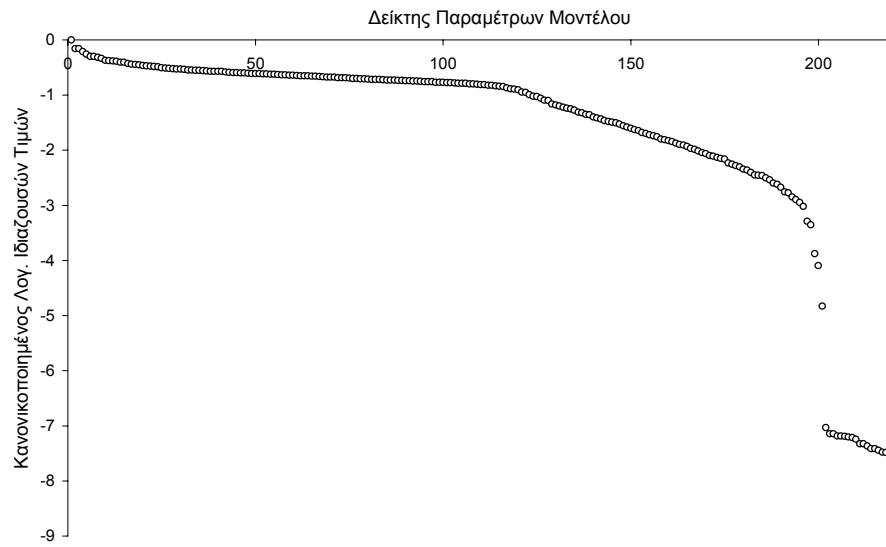
πηγών και φωρατών παρόμοια της διάταξης cross-hole με διέγερση 15 σεισμικών πηγών τοποθετημένων ανα 3 μέτρα κατά μήκος της σήραγγας του ΜΕΤΡΟ που διέρχεται κάτω από τον βοτανικό κήπο και καταγραφή των σεισμικών κυμάτων από ανάπτυγμα 21 γεωφώνων τοποθετημένων ανά 2 μέτρα στην επιφάνεια του εδάφους του βοτανικού κήπου κατά μήκος γραμμής που ταυτίζεται με την προβολή του άξονα της σήραγγας στην επιφάνεια. Ως σεισμική πηγή χρησιμοποιήθηκε σεισμική σφύρα που έκρουσε το πλευρικό εκ σκυροδέματος τοίχωμα της σήραγγας.

#### **5.4.2 ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ**

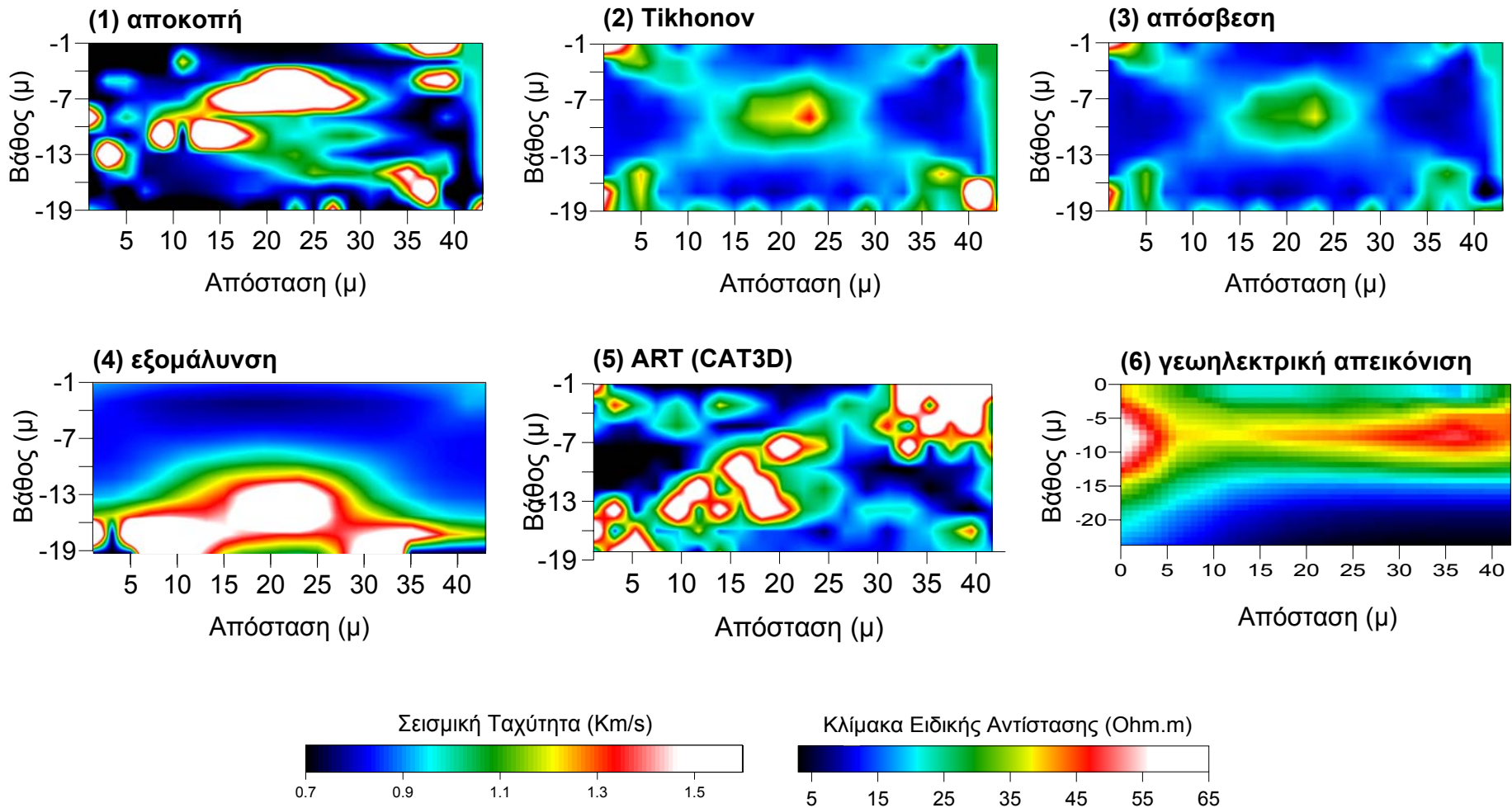
Ο συνδυασμός των 15 σεισμικών πηγών και 21 φωρατών δημιούργησε ένα συνολικό πλήθος 315 σεισμικών διαδρομών και αντίστοιχων πρώτων χρονικών αφίξεων απαραίτητων για την αντιστροφή των δεδομένων. Με βάση τα παραπάνω στοιχεία το μέσον παραμετροποιήθηκε σε 220 τετραγωνικά κελιά πλευράς 2 μέτρων.

Ένα ομογενές πεδίο ταχύτητας (1.0 km/s) χρησιμοποιήθηκε ως αρχικό μοντέλο για όλες τις αντιστροφές που πραγματοποιήθηκαν. Η σεισμική αντιστροφή υλοποιήθηκε με το λογισμικό Tomo.Inv με την εφαρμογή όλων των τεχνικών κανονικοποίησης και δοκιμές με διάφορες τιμές των ελευθέρων παραμέτρων. Κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος στα πλαίσια της αντιστροφής χρησιμοποιήθηκαν 7 κόμβοι ανά πλευρά κελιού.

Στην εικόνα του σχήματος 5.16 απεικονίζεται η κατανομή του φάσματος ιδιαζουσών τιμών για την συγκεκριμένη παραμετροποίηση και γεωμετρία πηγών-φωρατών του πειράματος.



Σχήμα 5.16. Κατανομή φάσματος ιδιαζουσών τιμών για την συγκεκριμένη παραμετροποίηση και γεωμετρία πηγών-δεκτών.



Σχήμα 5.17. Συγκριτική παρουσίαση των βέλτιστων τομογραφικών απεικονίσεων που προέκυψαν μέσα από τις διαφορετικές τεχνικές κανονικοποίησης που διαθέτει το λογισμικό Tomo.In (εικόνες 1,2,3 και 4), της τομογραφικής απεικόνισης (ART) του λογισμικού CAT3D που εφαρμόστηκε στα πλαίσια της συμβατικής ερμηνείας (εικόνα 5) και της γεωηλεκτρικής απεικόνισης στην ίδια θέση (εικόνα 6).

Από την κατανομή του φάσματος των ιδιαιζουσών τιμών προκύπτει ότι το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι ασταθές.

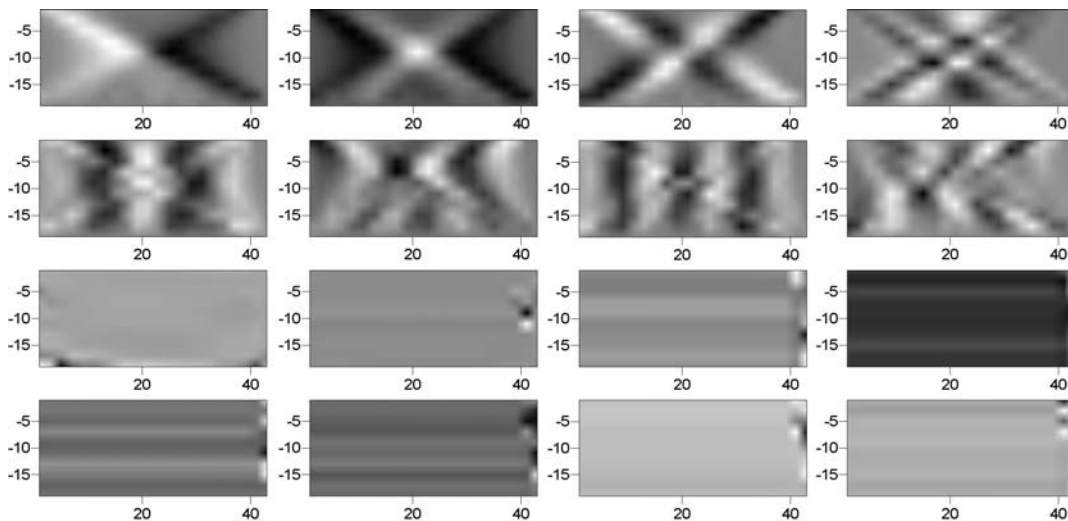
Οι ανακατασκευασμένες δομές ταχύτητας με όλες τις μεθόδους κανονικοποίησης που διαθέτει το λογισμικό Tomo.Inv παρουσιάζονται στο σχήμα 5.17. Στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται και το γεωηλεκτρικό τομόγραμμα από την ίδια περιοχή το οποίο προήλθε από την αντιστροφή των φαινομένων ειδικών αντιστάσεων με το λογισμικό RES2DINV. Αν εξαιρέσουμε την μεμονωμένη αντιστατική δομή στο αριστερό τμήμα του γεωηλεκτρικού τομογράμματος (εικόνα 6) η οποία ενδεχομένως να είναι μια ψευδοφάνεια (artefact) το υπόλοιπο της ανακατασκευασμένης δομής ειδικής αντίστασης παρουσιάζει μια πολύ καλή συσχέτιση με την οριζόντια στρωματογραφία της γεωλογικής τομής του σχήματος 5.14.

Το κύριο χαρακτηριστικό γνώρισμα σε όλες τις ανακατασκευασμένες δομές ταχύτητας του σχήματος 5.17 (εικόνες 1 έως 5) είναι η ασάφεια και αβεβαιότητα που δημιουργούν οι διάσπαρτες μικρών διαστάσεων δομές που χαρακτηρίζονται από έντονες μεταβολές της ταχύτητας. Μια μικρή εξαίρεση παρουσιάζει η ανακατασκευασμένη δομή με την τεχνική της εξομάλυνσης όπου στην απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων (εικόνα 4) διακρίνεται μια μορφή στρωμάτωσης με δύο κύρια στρώματα ταχυτήτων. Το κύριο χαρακτηριστικό των ανακατασκευασμένων μοντέλων με τις τεχνικές Tikhonov (εικόνα 2) και απόσβεσης (εικόνα 3) είναι οι δομές ταχύτητας με την χαρακτηριστική μορφή του σχήματος «X». Οι δομές με τέτοια μορφή είναι ψευδοφανείς και εμφανίζονται συχνά είτε όταν υπάρχουν μεγάλες μεταβολές στις τιμές των χρόνων διαδρομής παραπλήσιων σεισμικών ακτίνων και κυρίως στις τεχνικές αντιστροφής με οπισθοπροβολή (Pratt, 1999) ή όταν τα χρονικά υπόλοιπα (RMS σφάλμα) παραμένουν σταθερά υψηλά κατά τις επαναληπτικές προσπάθειες επίλυσης του αντίστροφου προβλήματος. Στο συγκεκριμένο πείραμα όμως οι χρόνοι διαδρομής μεταβάλλονται σχετικά ήπια μεταξύ των δεκτών. Είναι όμως σημαντικό να τονιστεί ότι το τελικό σφάλμα RMS στα δεδομένα για όλες τις προσεγγίσεις κανονικοποίησης και σχεδόν ανεξάρτητα από την τιμή της ελεύθερης παραμέτρου παρέμενε σταθερά υψηλό κατά την διάρκεια των επαναληπτικών προσπαθειών. Υψηλά χρονικά υπόλοιπα εξακολούθησαν να παρουσιάζονται ακόμα και στις νέες προσπάθειες

αναπροσαρμογής της παραμετροποίησης του μέσου καθώς και της ταχύτητας του αρχικού μοντέλου.

Η αδυναμία της αντιστροφής να ανακατασκευάσει σταθερά μοντέλα από σχετικά καλής ποιότητας δεδομένα δίνεται μέσα από την ανάλυση ιδιαιζουσών τιμών του συγκεκριμένου προβλήματος.

Στο σχήμα 5.18 παρουσιάζεται η γραφική αναπαράσταση επιλεγμένων ανυσμάτων του πίνακα  $V$  του παραμετρικού χώρου με την μορφή μοντέλων. Οι δύο πρώτες σειρές των μοντέλων αφορούν ανύσματα που αντιστοιχούν στις μεγαλύτερες ιδιαιζουσες τιμές, ενώ οι δύο τελευταίες σειρές στις μικρότερες ιδιαιζουσες τιμές του προβλήματος. Όπως προκύπτει και από τις κατανομές αυτές, οι κύριες δομές που μπορούν να ανακτηθούν με μεγάλη ακρίβεια αφορούν σε μοντέλα με τις χαρακτηριστικές δομές σχήματος «X» (μεγάλες ιδιαιζουσες τιμές). Στις μικρότερες ιδιαιζουσες τιμές οι μεταβολές στις τιμές των παραμέτρων παρατηρούνται κατά την οριζόντια διεύθυνση και αφορούν σε επιμήκειες δομές με κατακόρυφο τον μεγάλο τους άξονα. Οι τελευταίες ιδιαιζουσες τιμές που ανήκουν στον μηδενικό χώρο αντιστοιχούν σε μεμονωμένες δομές στα όρια του μοντέλου καθώς και σε οριζόντια στρώματα όπου οι πλευρικές μεταβολές είναι μηδενικές.

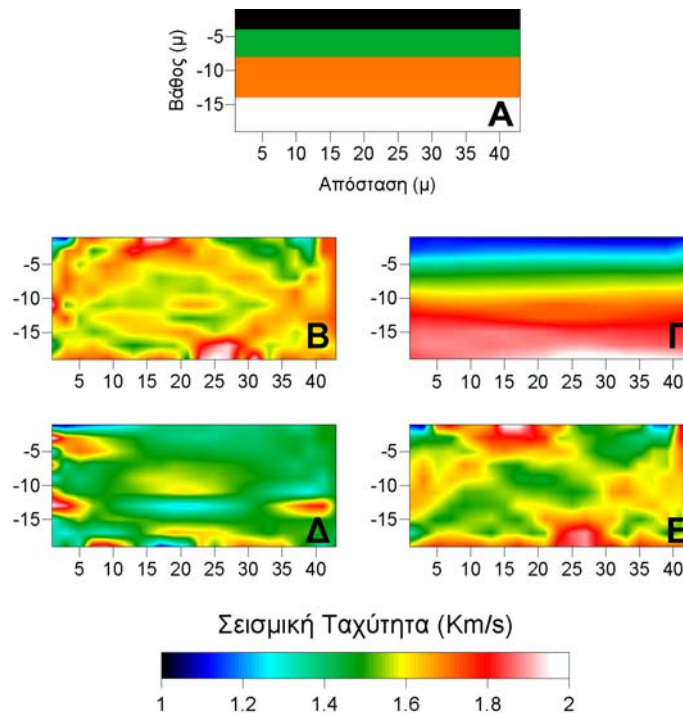


Σχήμα 5.18. Ανύσματα του παραμετρικού χώρου που αναπαρίστανται με την μορφή μοντέλων. Οι τιμές των παραμέτρων μεταβάλλονται από αρνητικές (λευκό χρώμα) σε θετικές (μαύρο χρώμα).

Η παρουσία λοιπόν της χαρακτηριστικής μορφής σχήματος «X» στα τελικά τομογράμματα είναι το αποτέλεσμα ισχυρών κανονικοποιήσεων που εφαρμόστηκαν για την ελάττωση των μεγάλων χρονικών υπολοίπων.

Από τα αποτελέσματα της γεωηλεκτρικής διασκόπησης αλλά και την γεωλογική τομή της περιοχής είναι εμφανές ότι το πραγματικό μέσο που επιθυμούμε να ανακατασκευάσουμε αναφέρεται σε μία οριζόντια στρωματωμένη γη δηλαδή ένα μοντέλο το οποίο ανήκει εξ ολοκλήρου στον μηδενικό χώρο. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η συγκεκριμένη γεωμετρία, αν και παράγει καλής ποιότητας δεδομένα, αδυνατεί να απεικονίσει τις εν λόγω δομές ακόμα και όταν αυτές εμφανίζονται τόσο απλές όσο μια σειρά από οριζόντια στρώματα.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις και εξηγήσεις που δόθηκαν για την αδυναμία της μεθόδου να ανακατασκευάσει τέτοιας μορφής δομές επιβεβαιώθηκαν και με ένα πείραμα συνθετικών δεδομένων. Προς τούτο κατασκευάστηκε ένα συνθετικό μοντέλο με οριζόντια στρώματα όπου χρησιμοποιήθηκε η ίδια γεωμετρία σεισμικών πηγών και γεωφώνων και υπολογίστηκαν οι χρόνοι διαδρομής των πρώτων αφίξεων.



Σχήμα 5.19. Συνθετικό μοντέλο (Α) οριζοντίων στρωμάτων και σεισμικά τομογράμματα που προέκυψαν από τις διαφορετικές μεθόδους κανονικοποίησης (Β,Γ,Δ,Ε).

Διατηρώντας την παραμετροποίηση σταθερή και με βάση το ίδιο αρχικό μοντέλο οι χρόνοι αντιστράφηκαν με όλες τις τεχνικές κανονικοποίησης. Τα δεδομένα ήταν ελεύθερα θορύβου ώστε η τομογραφική λύση να μην εξαρτάται από άλλους παράγοντες, παρά μόνο από την γεωμετρία των σεισμικών ακτίνων.

Τα αποτελέσματα από την τομογραφική αντιστροφή μαζί με το αρχικό μοντέλο παρουσιάζονται στο σχήμα 5.19. Η κανονικοποίηση με αποκοπή, Tikhonov και απόσβεση (εικόνες Β,Δ και Ε) ανακατασκευάζει δομές που δεν αντιστοιχούν στην πραγματική δομή (εικόνα Α) ενώ η κανονικοποίηση με εξομάλυνση (εικόνα Γ) συγκλίνει ικανοποιητικά προς την πραγματική δομή αναφοράς.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι η εφαρμογή του λογισμικού στα συγκεκριμένα πειραματικά δεδομένα ήταν ικανοποιητική από την άποψη ότι συμπεριφέρθηκε ισότιμα με το λογισμικό CAT3D και ανέδειξαν επιτυχώς αυτό που αναμένετο να ανακατασκευασθεί από τέτοιου είδους συνδυασμούς, όπου οι γραμμικές διευθύνσεις των πηγών και φωρατών ταυτίζονται με την στρωματογραφία.

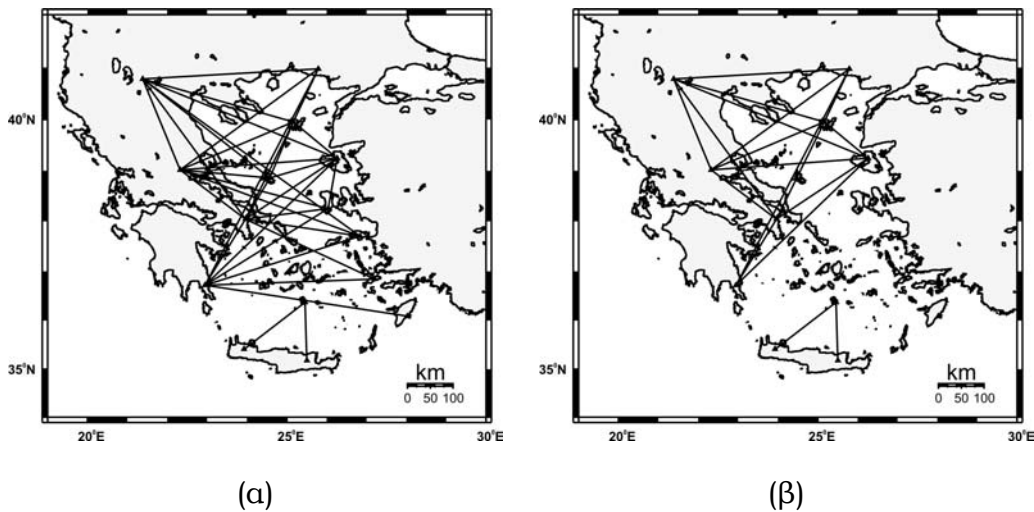
## **5.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΣΕ ΣΕΙΣΜΟΛΟΓΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

Η τελευταία εφαρμογή αναφέρεται στην επανεπεξεργασία ενός πλήθους σεισμολογικών δεδομένων τηλεσεισμικών γεγονότων και είχαν ως στόχο την κατασκευή ενός τρισδιάστατου μοντέλου σεισμικών ταχυτήτων του ανώτερου μανδύα στην περιοχή του Αιγαίου. Κατά την πρώτη ανάλυση των σεισμολογικών καταγραφών οι Kassaras et al. (2005), χρησιμοποιώντας την μέθοδο δύο σταθμών (two stations method), υπολόγισαν μέσες τιμές των φασικών ταχυτήτων κατά μήκος επιλεγμένων προφίλ (μεταξύ δύο σταθμών). Μέσω στοχαστικής αντιστροφής των φασικών ταχυτήτων προέκυψαν μέσα μονοδιάστατα μοντέλα εγκάρσιας ταχύτητας με το βάθος. Η αντιστροφή των μονοδιάστατων μοντέλων με τομογραφικό αλγόριθμο που βασίζεται στη συνεχή



περιφερειοποίηση (continuous regionalization) στόχευε στην κατασκευή ενός μοντέλου τριών διαστάσεων της περιοχής αυτής. Το λογισμικό όμως που χρησιμοποιήθηκε δεν παρείχε επαρκή στοιχεία τα οποία θα λειτουργούσαν ως παράμετροι αξιολόγησης των τελικών αποτελεσμάτων.

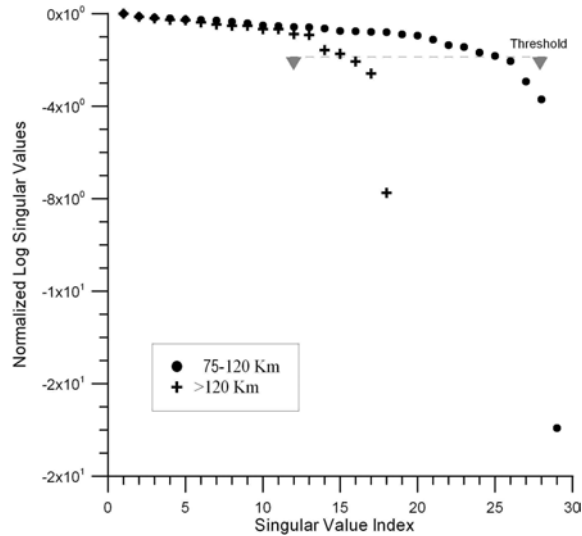
Για τον λόγο αυτό, χρησιμοποιώντας την γεωμετρία των ακτίνων που αντιστοιχούσαν στα προφίλ μεταξύ δύο σταθμών επιχειρήθηκε προσομοίωση του πειράματος με το λογισμικό Tomo.In που αναπτύχθηκε στην διατριβή. Διατηρώντας την ίδια παραμετροποίηση του μέσου (τετραγωνικά κελιά πλευράς 1<sup>ο</sup>) υπολογίστηκε ο πίνακας των τομογραφικών εξισώσεων ο οποίος και μελετήθηκε στη συνέχεια μέσω της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών. Η διαδικασία αυτή εφαρμόσθηκε δύο φορές καθώς υπήρχαν ομάδες δεδομένων που αντιστοιχούσαν σε δύο διαφορετικές περιοχές βαθών. Στο σχήμα 5.20 παρουσιάζονται τα προφίλ μεταξύ των σταθμών που επιλέχθηκαν για την τομογραφική αντιστροφή για τις περιοχές βαθών 75-120 Km και 120-200 Km αντίστοιχα.



Σχήμα 5.20. Τα προφίλ μεταξύ των σταθμών που επιλέχθηκαν για την τομογραφική αντιστροφή για τις περιοχές βαθών 75-120 km (α) και 120-200 km (β).

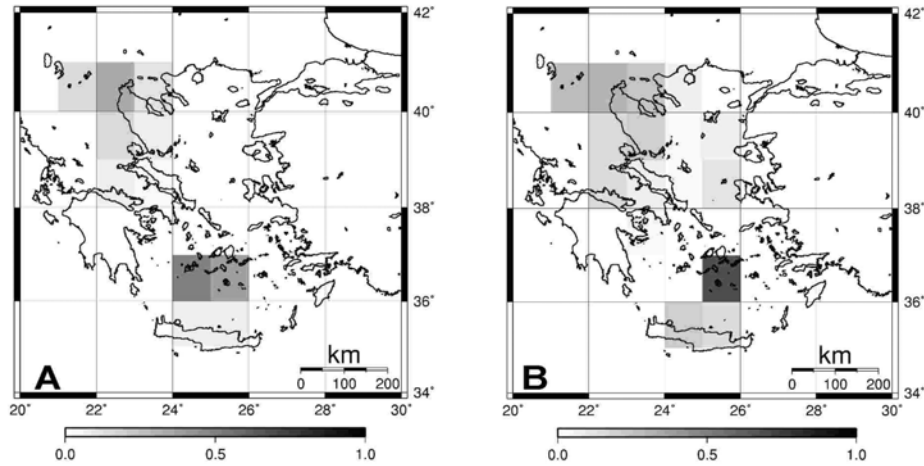
Υιοθετώντας ένα τυχαίο αρχικό μοντέλο σεισμικής ταχύτητας και υποθέτοντας ευθείες διαδρομές των σεισμικών ακτίνων υπολογίστηκε ο τομογραφικός πίνακας και μέσω της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών τα αντίστοιχα ανύσματα του

παραμετρικού χώρου. Στο σχήμα 5.21 απεικονίζονται οι κατανομές των ιδιαζουσών τιμών για τις δύο ομάδες δεδομένων.



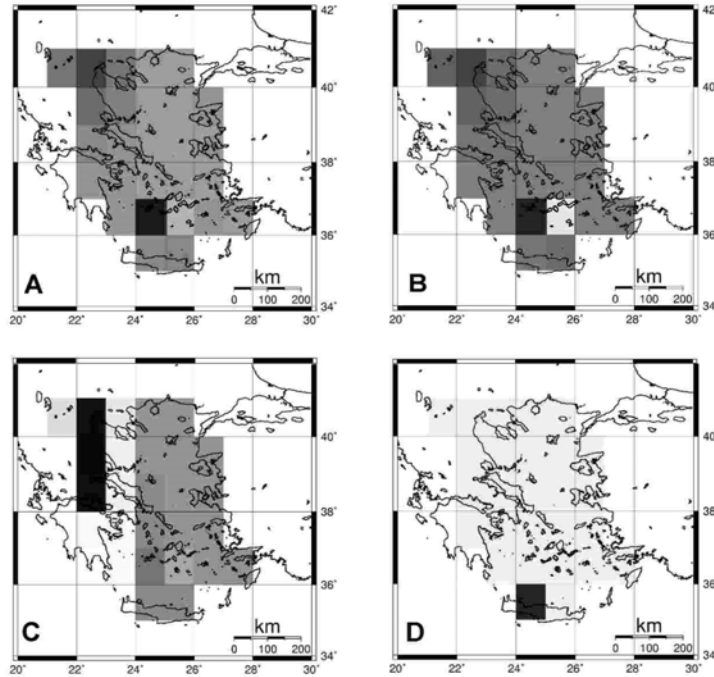
Σχήμα 5.21. Κατανομές των ιδιαζουσών τιμών για τις δύο ομάδες δεδομένων.

Οι διαφορές στις δύο κατανομές είναι εμφανείς και είναι φανερό το πρόβλημα της περιορισμένης κάλυψης για βάθη μεγαλύτερα των 120 km. Θεωρώντας και για τις δύο ομάδες δεδομένων σημαντικές τις δύο τάξεις μεγέθους ιδιαζουσών τιμών για την ανακατασκευή του μοντέλου, αρχικά υπολογίσθηκε η ενέργεια μηδενικού χώρου. Το σχήμα 5.22 απεικονίζει τις περιοχές του μέσου όπου η αντιστροφή αδυνατεί να ανακατασκευάσει επαρκώς τις δομές ταχύτητας με μεγαλύτερες αβεβαιότητες να παρατηρούνται στις νότιες περιοχές και των δύο μοντέλων. Στη δεύτερη περίπτωση (βάθη >120 km) η αδυναμία της αντιστροφής να ανακατασκευάσει αξιόπιστα μοντέλα στις ίδιες περιοχές (νότιες) του μέσου είναι άμεσο αποτέλεσμα του περιορισμένου πλήθους των δεδομένων. Για βάθη από 75-120 km οι τιμές της EMX παραμένουν σχετικά χαμηλές στην μεγαλύτερη περιοχή του μέσου και σχεδόν μηδενίζονται στην βορειοανατολική περιοχή του μοντέλου (σχήμα 5.22 A). Στα μεγαλύτερα βάθη (σχήμα 5.22 B) η EMX διατηρείται σε αποδεκτά όρια στην κεντρική περιοχή του μοντέλου.

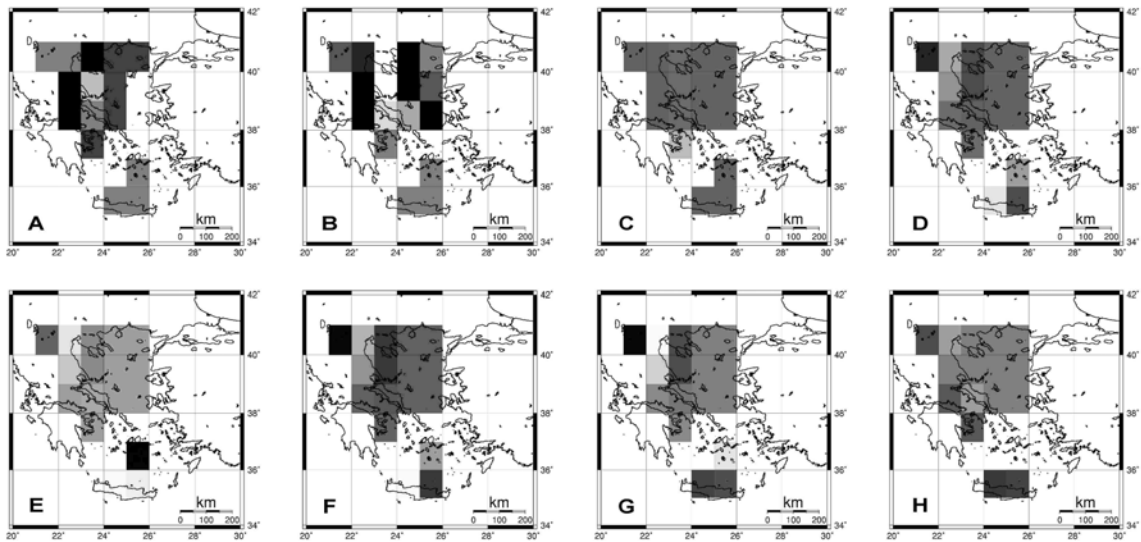


Σχήμα 5.22. Κατανομή Ενέργειας Μηδενικού Χώρου για περιοχές βαθών 75-120 km (A) και 120-200 km (B).

Η απεικόνιση των ανυσιμάτων του πίνακα V που αντιστοιχεί στον παραμετρικό χώρο, τα οποία αφορούν στις εκφυλισμένες ιδιάζουσες τιμές του προβλήματος, παρουσιάζονται στα σχήματα 5.23 και 5.24. Στο σχήμα 5.23 παρατηρούμε χαρακτηριστικές μεμονωμένες δομές ταχύτητας στις περιοχές με μικρή ακτινική κάλυψη στα νότια όρια του μοντέλου, αλλά και κατακόρυφες ζώνες με πλευρική μεταβολή στην ταχύτητα κατά την διεύθυνση ανατολή-δύση. Οι μορφές αυτές έχουν πιο έντονο χαρακτήρα στα ανύσματα του παραμετρικού χώρου που αφορούν στη δεύτερη ομάδα δεδομένων (σχήμα 5.24). Το αυξημένο πλήθος των ανυσιμάτων που ανήκουν στον μηδενικό χώρο υποδηλώνουν την αστάθεια του προβλήματος καθώς και το ότι μόνο συγκεκριμένες χαρακτηριστικές δομές μπορούν να ανακατασκευασθούν σε αυτά τα βάθη.

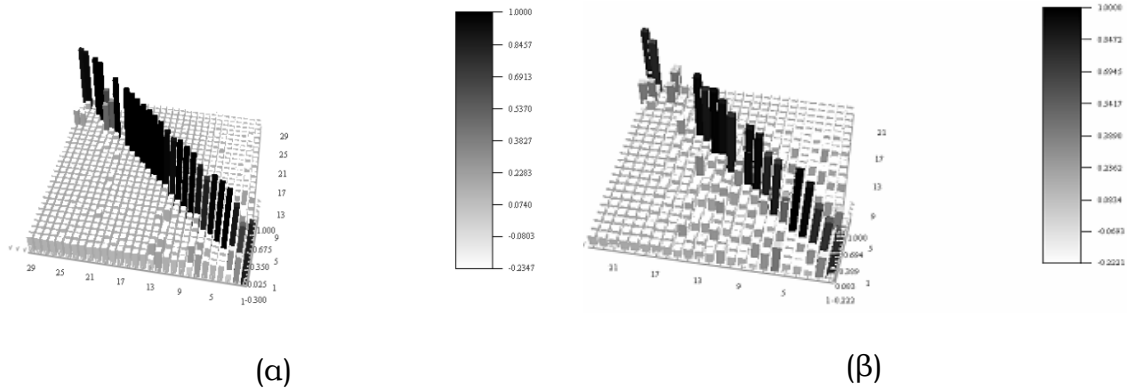


Σχήμα 5.23. Ανύσματα του παραμετρικού χώρου που αναπαρίστανται με την μορφή μοντέλων για βάθη 75-120 Km. Οι τιμές των παραμέτρων μεταβάλλονται από αρνητικές (λευκό χρώμα) σε θετικές (μαύρο χρώμα).



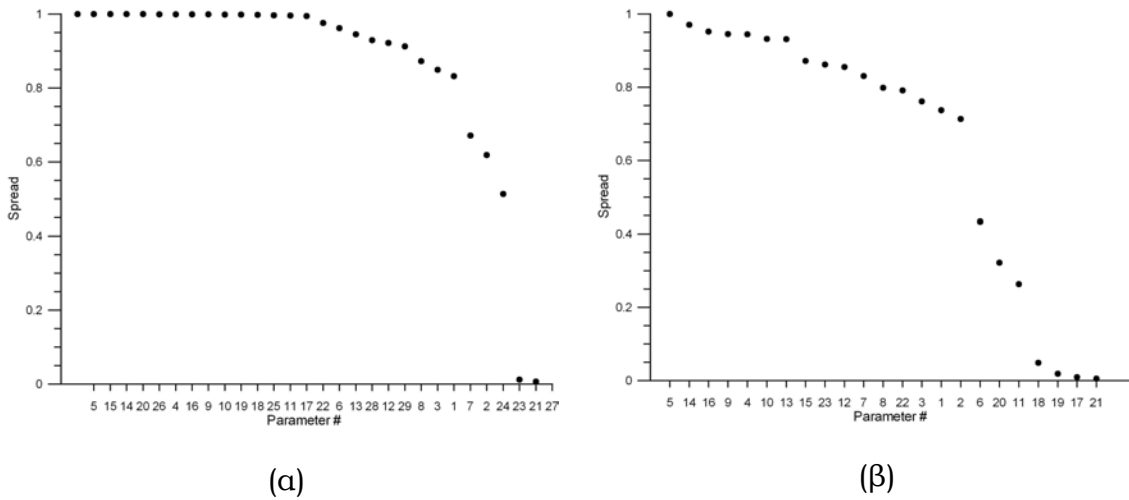
Σχήμα 5.24. Ανύσματα του παραμετρικού χώρου που αναπαρίστανται με την μορφή μοντέλων για βάθη 120-200 Km. Οι τιμές των παραμέτρων μεταβάλλονται από αρνητικές (λευκό χρώμα) σε θετικές (μαύρο χρώμα).

Η εκτίμηση της αξιοπιστίας της τομογραφικής ανακατασκευής ολοκληρώθηκε με την αξιολόγηση του πίνακα διακριτικής ικανότητας (ΠΔΙ) (σχήμα 5.25) και των συναρτήσεων διασποράς (ΣΔ) (σχήμα 5.26).



Σχήμα 5.25. Πίνακες διακριτικής ικανότητας για τις περιοχές βαθών 75-120 km (α) και 120-200 km (β).

Η εξάρτηση μεταξύ των παραμέτρων του μοντέλου για βάθη μεγαλύτερα των 120 km είναι ιδιαίτερα εμφανής στην εικόνα (β) όπου στο κάτω δεξιά τμήμα της τα περισσότερα από τα μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα διακριτικής ικανότητας αφορούν σε μη μηδενικές τιμές. Αυτές οι παράμετροι αντιστοιχούν στα κελιά που βρίσκονται στη νότια πλευρά του μοντέλου (σχήμα 5.22). Η διακριτική ικανότητα στα μικρότερα βάθη (75-120 km) είναι γενικά υψηλή για τα περισσότερα διαγώνια στοιχεία του πίνακα της εικόνα (α), ενώ οι αριθμητικές ταλαντώσεις των μη διαγώνιων τιμών είναι γενικά μικρού πλάτους.



Σχήμα 5.26. Συναρτήσεις διασποράς για βάθη 75-120 km (α) και 120-200 km (β).

Από τα διαγράμματα διασποράς (σχήμα 5.26) προκύπτει ποιές από τις παραμέτρους παρουσιάζουν εξάρτηση μεταξύ τους. Αυτές αφορούν κυρίως στα κελιά του μέσου τα οποία δεν διατέμνονται από επαρκές πλήθος σεισμικών ακτίνων.

Από την εφαρμογή όλων των παραπάνω στατιστικών μετρήσεων για την μελέτη της αξιοπιστίας της λύσης οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι για τα βάθη 75-120 km η μεγαλύτερη περιοχή του μοντέλου μπορεί να ανακατασκευασθεί με αρκετά ικανοποιητική ακρίβεια. Οι μεταβολές στις τιμές των παραμέτρων σε αυτά τα βάθη είναι αξιόπιστες και τα τελικά τομογράμματα ελέγχονται κυρίως από την ποιότητα των δεδομένων. Σε μεγαλύτερα βάθη η διακριτική ικανότητα είναι περιορισμένη λόγω του ανεπαρκούς πλήθους των δεδομένων και οι τελικές κατανομές εμφανίζονται εξομαλυσμένες. Αν στις τελικές τομογραφικές απεικονίσεις παρατηρηθούν δομές σαν και αυτές που συναντώνται στα παραμετρικά ανύσματα του επιλεγμένου μηδενικού χώρου τότε πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

## 5.6 ΣΧΟΛΙΑ

Το λογισμικό που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής εφαρμόστηκε με επιτυχία σε τέσσερις ομάδες πραγματικών δεδομένων που αποκτήθηκαν με διαφορετικές γεωμετρίες πηγών και φωρατών. Οι χρόνοι διαδρομής από τα τρία πρώτα πειράματα έτυχαν επεξεργασίας και με διαφορετικό λογισμικό, που από την σύγκριση των αποτελεσμάτων επιβεβαιώθηκε η σταθερότητα του. Οι κατανομές των σεισμικών ταχυτήτων από αυτές τις εφαρμογές συμφωνούν σε ικανοποιητικό βαθμό με τις γεωλογικές πληροφορίες των περιοχών, τις αναμενόμενες δομές αλλά και τα αποτελέσματα από διαφορετικές μεθόδους γεωφυσικής διασκόπησης. Οι πρώτες αφίξεις του τρίτου πειράματος δεν μπόρεσαν να ανακατασκευάσουν αξιόπιστα μοντέλα λόγω της άστοχης γεωμετρίας πηγών-φωρατών που επιλέχθηκε. Το πρόβλημα αυτό ανιχνεύθηκε από το λογισμικό Tomo.Inv μέσω της εφαρμογής κριτηρίων αξιολόγησης της λύσης έτσι ώστε οι ψευδοφανείς κατανομές σεισμικών ταχυτήτων να αγνοηθούν και να μην επιχειρηθεί μία λανθασμένη ερμηνεία.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI**

### **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ**

Η διαδικασία της αντιστροφής των χρόνων διαδρομής με σκοπό την ανακατασκευή και την απεικόνιση των σεισμικών ταχυτήτων ενός μέσου είναι ένα πολύπλευρο και ιδιαίτερα σύνθετο πρόβλημα. Η πολυπλοκότητα αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι η τελική λύση εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, άμεσα συνδεδεμένους μεταξύ τους, οι περισσότεροι από τους οποίους καθορίζονται από την φύση του προβλήματος αλλά και από την μορφή που επιθυμούμε να έχει το τελικό μοντέλο. Οι θεωρητικές προσεγγίσεις που γίνονται κατά την επίλυση του ευθέως και αντίστροφου προβλήματος, τα σφάλματα στα δεδομένα, η παραμετροποίηση του μέσου, η κανονικοποίηση του προβλήματος, η επιλογή του μοντέλου αναφοράς και η γραμμικοποίηση επιδρούν σημαντικά στην διαδικασία της αντιστροφής και επεμβαίνουν στην λύση.

Διατηρώντας κάποιες από τις παραπάνω παραμέτρους σταθερές και διερευνώντας την επίδραση των υπολοίπων προκύπτει ότι αξιόπιστες τομογραφικές απεικονίσεις είναι δυνατόν να ληφθούν όταν γνωρίζουμε τους περιορισμούς και τις δυνατότητες ανακατασκευής κάθε συγκεκριμένου προβλήματος. Τούτο κατέστη δυνατόν με την ανάλυση σε βάθος των τομογραφικών πινάκων και την στατιστική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από συνθετικά και πραγματικά δεδομένα.



Η διατριβή χωρίζεται σε τρεις ενότητες.

Η πρώτη ενότητα περιλαμβάνει τα κεφάλαια I και II, όπου μελετώνται οι μέθοδοι επίλυσης του ευθέως και αντίστροφου προβλήματος. Στο κεφάλαιο I περιγράφεται αναλυτικά η τεχνική ελαχίστου δρόμου που επιλέχθηκε για την προσομοίωση των πρώτων σεισμικών αφίξεων, ενώ αναφέρονται και τα κύρια χαρακτηριστικά άλλων δύο τεχνικών για την χάραξη των σεισμικών ακτίνων και τον υπολογισμό των αντίστοιχων χρόνων διαδρομής, που σήμερα θεωρούνται ως πλέον αποδεκτές για την ακρίβεια τους, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν ως μέθοδοι αναφοράς για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων του λογισμικού που αναπτύχθηκε. Η θεωρία της αντιστροφής μέσω της προσέγγισης των ελάχιστων τετραγώνων και της ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών αναλύεται στο κεφάλαιο II. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στις τεχνικές κανονικοποίησης του προβλήματος και στις στατιστικές μεθόδους για την αξιολόγηση του σφάλματος και την εκτίμηση της αξιοπιστίας του ανακατασκευασμένου μέσου. Στο πλαίσιο αυτά εισήχθησαν τα κριτήρια της Ενέργειας Μηδενικού Χώρου (EMX) του Πίνακα Διακριτικής Ικανότητας (ΠΔΙ) του μοντέλου και της Συνάρτησης Διασποράς (ΣΔ) τα οποία προσδιορίζονται από τα ανύσματα του παραμετρικού χώρου που προκύπτουν από την ανάλυση ιδιαζουσών τιμών. Τα ιδιοανύσματα αυτά παρέχουν πολύ χρήσιμες πληροφορίες για τις περιοχές αλλά και τις δομές ενός μοντέλου που δεν μπορούν να ανακατασκευασθούν με ακρίβεια. Το κριτήριο του ΠΔΙ αποτελεί την πλέον εφαρμόσιμη τεχνική για τον καθορισμό της αξιοπιστίας της λύσης. Με την Συνάρτηση Διασποράς καθορίζεται ο βαθμός επηρεασμού της κάθε μίας των παραμέτρων του μοντέλου από τις γειτονικές παραμέτρους, γεγονός που έχει άμεσο αντίκτυπο στην αξιοπιστία της λύσης.

Η δεύτερη ενότητα περιλαμβάνει τα κεφάλαια III και IV. Το κυρίως μέρος της διατριβής είναι η ανάπτυξη των επιμέρους αλγορίθμων και η ενσωμάτωσή τους σε ένα λογισμικό πακέτο όπως περιγράφεται στο κεφάλαιο III. Οι θεωρίες που αναπτύχθηκαν στα δύο προηγούμενα κεφάλαια μετατρέπονται σε πηγαίο κώδικα ο οποίος αναπτύσσεται αρθρωτά επιτρέποντας έτσι την επέκταση, διαφοροποίηση ή προσθήκη νέων αλγορίθμων. Η παραμετροποίηση του μέσου

κατά την διαδικασία επίλυσης του ευθέως και αντίστροφου προβλήματος υλοποιείται με την δημιουργία κανονικών ή μη δικτύων ορθογωνίων κελιών σταθερής βραδύτητας. Στα πλαίσια αυτά:

- Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε σχεδιάστηκε έτσι ώστε η παραμετροποίηση να μπορεί να προσαρμόζεται με σκοπό το βέλτιστο καθορισμό του πλήθους των παραμέτρων που απαιτούνται.
- Στις περιπτώσεις αρκετά πολύπλοκων δομών ο χρήστης μπορεί με την βοήθεια ειδικού αλγορίθμου να ορίσει πολυγωνικές περιοχές με σταθερές τιμές ταχύτητας και στη συνέχεια ο αλγόριθμος να αναθέσει τις αντίστοιχες αυτές τιμές στα κελιά που βρίσκονται στο εσωτερικό των πολυγώνων.
- Παρέχεται η δυνατότητα επιλογής ανάμεσα στην σεισμική προσομοίωση με χρήση καμπώμενων σεισμικών ακτίνων ή την χάραξη άκαμπτων ακτινικών τροχιών (ευθείες γραμμές) μεταξύ πηγών και δεκτών του μοντέλου.
- Στην περίπτωση χρήσης συνθετικών δεδομένων για τον έλεγχο της αξιοπιστίας του αλγορίθμου αντιστροφής εισάγεται ποσοστό θορύβου στους συνθετικούς χρόνους διαδρομής δημιουργώντας κατά αυτό τον τρόπο συνθήκες πραγματικών δεδομένων.
- Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου αντιστροφής (μοντέλο ταχυτήτων), το διορθωτικό άνυσμα των παραμέτρων κατά την διάρκεια των διαδοχικών προσεγγίσεων της λύσης, οι χωρικές συντεταγμένες των σεισμικών ακτίνων καθώς και οι στατιστικές πληροφορίες για την ανάλυση και χαρακτηρισμό κάθε τεχνικής κανονικοποίησης καταχωρούνται σε αρχεία με διάταξη περιεχομένου προσβάσιμη από διαφορετικά λογισμικά απεικόνισης δεδομένων.
- Κατά την ανάλυση ιδιαίτερων τιμών τα ιδιοανύσματα του χώρου των δεδομένων και παραμέτρων και οι αντίστοιχες ιδιαίτερες τιμές καταχωρούνται σε ξεχωριστά αρχεία για την μετέπειτα χρησιμοποίησή τους στο στάδιο αξιολόγησης της λύσης.

Ο αλγόριθμος και το λογισμικό που αναπτύχθηκε αξιολογούνται στο κεφάλαιο IV μέσα από μια σειρά αριθμητικών προσομοιώσεων σε συνθετικά μοντέλα με διαφορετικό βαθμό πολυπλοκότητας. Στο πλαίσιο αυτά, σε κάθε περίπτωση υπολογίζονται οι σεισμικές αποκρίσεις με σκοπό την ανάλυση του σφάλματος από τις συγκρίσεις των αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα από την εφαρμογή διαθέσιμων εμπορικών λογισμικών πακέτων. Η προσέγγιση ελαχίστου δρόμου υστερεί των υπόλοιπων μεθόδων ως προς το υπολογιστικό κόστος, πλεονεκτεί όμως σημαντικά αυτών καθώς προσδιορίζει με μεγάλη ακρίβεια και σχεδόν ανεξάρτητα της πολυπλοκότητας του μέσου διάδοσης την σεισμική απόκριση του μέσου. Η σύγκλιση σε μία σταθερή λύση επιτυγχάνεται πάντα και οι διαδρομές των σεισμικών ακτίνων μαζί με τις αντίστοιχες πρώτες σεισμικές αφίξεις καθορίζονται σε όλους τους κόμβους διακριτοποίησης του μέσου. Ο κύριος παράγοντας που καθορίζει το ποσοστό της ακρίβειας κατά τον υπολογισμό των πρώτων χρονικών αφίξεων είναι οι πιθανές συνδέσεις και το αντίστοιχο πλήθος των εφικτών διαδρομών που μπορεί να ακολουθήσει μια σεισμική ακτίνα μεταξύ δύο σημείων σε ένα μοντέλο.

Η ικανότητα ανακατασκευής του μέσου με το λογισμικό τομογραφικής αντιστροφής που αναπτύχθηκε ελέγχθηκε κατ' αρχάς με την χρήση συνθετικών μοντέλων όπου διερευνήθηκε η επίδραση τεσσάρων διαφορετικών τεχνικών κανονικοποίησης σε ιδανικά και μη από άποψη θορύβου δεδομένα. Διαπιστώθηκε ότι η επιλογή του βέλτιστου σχήματος σταθεροποίησης του αντιστροφικού προβλήματος και ο καθορισμός του καλύτερου παράγοντα που ελέγχει κάθε τεχνική δεν ακολουθεί συγκεκριμένους κανόνες, αλλά εξαρτάται από την τελική μορφή της επιθυμητής λύσης.

Παρόλα αυτά, οι συνθετικές δοκιμές έδειξαν ότι η επιλογή των ελευθέρων παραμέτρων κανονικοποίησης με κριτήριο την τελική κατανομή του σφάλματος RMS στα δεδομένα είναι αρκετά ικανοποιητική, καθώς τα αντίστοιχα τελικά τομογράμματα είναι αυτά που απεικονίζουν καλύτερα τις δομές αναφοράς. Συγκεκριμένες δοκιμές με την τεχνική της απόσβεσης οδηγούν στο συμπέρασμα ότι για μεγάλα επίπεδα θορύβου στα δεδομένα η λύση επηρεάζεται περισσότερο από το σφάλμα στους χρόνους διαδρομής και

λιγότερο από το αρχικό μοντέλο. Οι απεικονίσεις των κατανομών των σεισμικών ταχυτήτων που ανακτώνται, ανεξάρτητα από την τεχνική κανονικοποίησης που εφαρμόστηκε, μπορούν να αποκτήσουν μεγαλύτερη ευκρίνεια και διακριτική ικανότητα όταν χρησιμοποιούμε ελαφρώς διαφορετικές παραμετροποιήσεις.

Η ανάλυση ιδιαζουσών τιμών που χρησιμοποιείται κατά την αντιστροφή είναι ένα ισχυρό μαθηματικό εργαλείο που παρέχει αρκετές πληροφορίες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, κυρίως όμως για να αναδείξουν την δυνατότητα ανακατασκευής σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. Τα σεισμικά τομογράμματα που προέκυψαν από την εφαρμογή κάθε μεθόδου επιβεβαιώνουν την θεωρία πίσω από κάθε τεχνική, καθιστώντας έτσι την διαδικασία και τους επιμέρους αλγόριθμους σταθερούς και αξιόπιστους.

Η τρίτη και τελευταία ενότητα περιλαμβάνει τα κεφάλαια V και VI. Στο κεφάλαιο V παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του λογισμικού σε πραγματικά δεδομένα. Τα μοντέλα που ανακατασκευάστηκαν είναι σε ικανοποιητική συμφωνία με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή διαφορετικών (συμβατικών) λογισμικών, με τις πληροφορίες διαφορετικών γεωφυσικών μεθόδων καθώς και με τις αναμενόμενες, σύμφωνα με την διαθέσιμη γεωλογική πληροφορία, δομές. Το πιο σημαντικό συμπέρασμα από την εφαρμογή του λογισμικού σε συνθετικά και πραγματικά δεδομένα είναι ότι το τομογραφικό αποτέλεσμα εξαρτάται κυρίως από την γεωμετρία των πηγών και δεκτών, την πυκνότητα των διερχόμενων ακτίνων από τα κελιά παραμετροποίησης του μέσου καθώς επίσης και από τις δομές που προσπαθούμε να απεικονίσουμε. Ο ποσοτικός και ποιοτικός έλεγχος της ανακατασκευής σε διάφορες περιοχές του μέσου παρέχεται από την δυνατότητα εφαρμογής διαφόρων στατιστικών παραμέτρων αξιολόγησης της λύσης. Οι πληροφορίες που παρέχονται από αυτή την διαδικασία είναι άμεσα εξαρτώμενες με την ακτινική πυκνότητα του μοντέλου και χαρακτηρίζουν την ανακατασκευή στις περιοχές αυτές.

Συνήθως κατά την ανάπτυξη λογισμικών πακέτων η μεγαλύτερη έμφαση δίδεται στην αυτοματοποίηση των περισσότερων διαδικασιών και των

αντίστοιχων αλγορίθμων στοχεύοντας στην απλούστευση της εφαρμογής. Η ως άνω αυτοματοποίηση δεν επιχειρήθηκε κατά την ανάπτυξη του λογισμικού της παρούσας διατριβής καθώς, όπως είναι γνωστό αλλά και όπως επιβεβαιώθηκε στα πλαίσια αυτής της έρευνας, το τομογραφικό αντίστροφο πρόβλημα είναι πολυδιάστατο και για τον λόγο αυτό οι επιμέρους αλγόριθμοι απαιτούν διαδραστική συνεργασία με τον χρήστη δίνοντας έτσι την δυνατότητα για το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα μέσα από πολλές επιλογές.

Συνοψίζοντας και αναφερόμενοι στα χαρακτηριστικά της εφαρμογής που αναπτύχθηκε μπορούμε να πούμε ότι η συμβολή του λογισμικού αφορά κυρίως:

- ✓ Στην δυνατότητα επιλογής μεταξύ:
  - κανονικών και μη κανονικών δικτύων παραμετροποίησης κατά την επίλυση του ευθέως και αντίστροφου προβλήματος
  - γραμμικής και μη γραμμικής αντιστροφής
  - τεσσάρων διαφορετικών τεχνικών κανονικοποίησης του προβλήματος και των αντίστοιχων παραμέτρων κάθε προσέγγισης
- ✓ Στον έλεγχο αξιοπιστίας της λύσης με την εφαρμογή ενός σημαντικού αριθμού κριτηρίων αξιολόγησης.

## ***ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ***

Η διατριβή αυτή ασχολήθηκε με την ανάπτυξη ενός λογισμικού πακέτου σεισμικής τομογραφίας πρώτων χρονικών αφίξεων, με σκοπό την προσομοίωση και αντιστροφή των χρόνων διαδρομής σε δισδιάστατα μοντέλα ταχύτητας. Παρόλα αυτά δεν αποτελεί ολοκληρωμένη μελέτη των προσεγγίσεων και των αντίστοιχων αλγορίθμων που αναπτύχθηκαν. Ένα μεγάλο πλήθος από τα χαρακτηριστικά στοιχεία και γνωρίσματα κάθε τεχνικής εξετάστηκαν και

δοκιμάσθηκαν, έχοντας υπόψη κυρίως την πρακτική εφαρμογή των σχημάτων αυτών. Συνεπώς, υπάρχουν ακόμα πλευρές των προβλημάτων αυτών που μπορούν και πρέπει να αναλυθούν και πολλά συμπεράσματα και παρατηρήσεις να εξαχθούν.

Αν και οι πρώτες αφίξεις εμφανίζονται να είναι οι πιο ελκυστικές, αφού είναι και οι πιο εύκολες να αναγνωρισθούν και να αναγνωσθούν, είναι εν τούτοις γνωστό ότι παρέχουν ένα μικρό μέρος της πληροφορίας που ενυπάρχει σε μία σεισμική κυματομορφή. Με δεδομένο ότι μια πλήρης εικόνα της υπεδαφικής δομής απαιτεί την χρήση περισσότερων δεδομένων, το επόμενο στάδιο έρευνας θα ήταν η εκμετάλλευση των μεταγενέστερων χρονικών αφίξεων της κυματομορφής. Για τον σκοπό αυτό η τεχνική ελαχίστου δρόμου πρέπει να αναπροσαρμοσθεί, ώστε να προσομοιάζει και ανακλώμενα π.χ. κύματα. Τα πλάτη των σεισμικών κυμάτων θα μπορούσαν επίσης να χρησιμοποιηθούν κατά αντίστοιχο τρόπο για την ανακατασκευή των παραμέτρων εξασθένησης.

Η χρήση διαφορετικού είδους παραμετροποιήσεων όπως π.χ. τριγωνικά ή τετραγωνικά κελιά αλλά και η αναπροσαρμογή της διακριτοποίησης του μέσου με βάση τις τιμές των παραμέτρων είναι σχετικά σύγχρονοι τομείς έρευνας και εμφανίζονται ιδιαίτερα αποδοτικοί σε περιπτώσεις με άνιση κατανομή των σεισμικών ακτίνων.

Υπάρχουν ακόμα πολλών ειδών πληροφορίες που θα μπορούσαν να ενσωματωθούν στο λογισμικό με σκοπό τον περιορισμό των δυνατών λύσεων του προβλήματος. Οι πληροφορίες αυτές θα μπορούσαν να αφορούν πιο ρεαλιστικές (γεωλογικές) δομές στην τελική λύση αλλά και επιπλέον πληροφορίες για συγκεκριμένες περιοχές του μοντέλου.

Το φαινόμενο της ανισοτροπίας θα μπορούσε ακόμα να αποτελέσει ένα επιπλέον αντικείμενο έρευνας με την ανάπτυξη των αντίστοιχων αλγορίθμων ενώ η μετάβαση του λογισμικού σε τρεις διαστάσεις είναι ένα στάδιο το οποίο βρίσκεται σε εξέλιξη.

Εξεφεύγοντας από την ακτινική προσέγγιση του προβλήματος προσομοίωσης, η μελέτη του συχνοτικού περιεχομένου των σεισμικών κυμάτων θα ήταν

εκμεταλλεύσιμη για τον καθορισμό των όγκων Fresnel και των λεγόμενων μη γεωμετρικών ακτίνων «fat rays». Έχει αποδειχθεί ότι με αυτό τον τρόπο οι τιμές των παραμέτρων περιορίζονται καλύτερα και τα τελικά μοντέλα εμφανίζουν μεγαλύτερη ανάλυση.

Το αυξημένο κόστος σε υπολογιστικό χρόνο και μνήμη είναι δυνατό να αντιμετωπιστεί με την χρήση αποδοτικότερων αλγορίθμων αλλά και με την κατάλληλη διαμόρφωση των λογισμικών που αναπτύχθηκαν, ιδιαίτερα αυτών που επιλύουν το ευθύ πρόβλημα με την συγκεκριμένη τεχνική που επιλέχθηκε, έτσι ώστε να τρέχουν σε συστήματα παράλληλων υπολογιστών.

Τέλος, η αντιστροφή της πλήρους κυματομορφής και η αποφυγή γραμμικοποίησης του προβλήματος, αν και απαιτούν εξοντωτικούς υπολογισμούς, είναι τεχνικές που αποκτούν όλο και περισσότερο ενδιαφέρον λόγω της υψηλής ακρίβειας των αποτελεσμάτων τους.

***ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ***

Αλεξιάδου Μ. Χ., 2000, 3η Τεχνική έκθεση: Ανάδειξη, διαμόρφωση και αντικατάσταση στεγάστρου στο Ακρωτήριο της Σαντορίνης.

Πήλιουρας, Ν., 2002, Ψηφιακή ανάλυση τομογραφικών δεδομένων. Διδακτορική διατριβή. Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Γεωλογίας, Εργαστήριο Σεισμολογίας.

Σουπίος, Π., 2000, Συμβολή στη μελέτη της μη γραμμικής αντιστροφής-τομογραφίας σεισμικών καταγραφών. Διδακτορική διατριβή. Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης. Τμήμα Γεωλογίας.

Abers, G. A., and S. W. Roecker, 1991, Deep structure of an arc-continent collision: earthquake relocation and inversion for upper mantle P and S wave velocities beneath Papua New Guinea, *J. Geophys. Res.* 96, 6370-6401.

Aki, A.V., B. W. Kernighan, and P. J. Weiberger, 1988, *The AWK programming Language*. Addison Welsey.

Aster, R., Borchers, B., and Thurber, C., 2003, *Parameter estimation and Inverse problems*, Draft version, Academic Press.

Backus, G, and Gilber, J. F., 1967, Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems. *Geophys.J.R.Astroc.Soc.* 13, 247-276

Backus, G, and Gilber, J. F., 1968, The resolving power of gross earth data. *Geophys.J.R.Astroc.Soc.* 16, 169-205.

Bellman, R., 1958, On a routing problem: *Quart. Appl. Math.*, 16, 88-90.



Bernadini, M., Cardarelli, E., 1997, Variable damping factors in travel time tomography. *J. Appl. Geoph.*, 38, p. 131-141.

Bohm, G., and Vesnaver, A., 1999, In quest of the grid. *Geophysics*, 64, 4, 1116-1125

Böhm, G., Galuppo, P. & Vesnaver, A.A., 2000, 3D adaptive tomography using Delaunay triangles and Voronoi polygons, *Geophysical Prospecting*, 48, 723-744

Bohm, G., Madrusani, G., Rossi, G., and Vesnaver, A., 2001, Ray footprint and redundancy in seismic tomography. *J of Seismic Explor.*, 9: 285-302.

Bond, L. J., W. F. Kepler, and D. M. Frangopol, 2000, Improved assessment of mass concrete dams using acoustic travel time tomography. *J. Geophys. Res.* 103, 30055-78.

Bregman, N. D., Bailey, R. C., and Chapman, C. H., 1989, Ghosts in tomography: the effects of poor angular coverage in 2-D seismic travel time inversion: *Can. J. Expl. Geophys.*, 25, 7-27.

Cheng, N., and House, L., 1996, Minimum travel time calculation in 3-D graph theory. *Geophysics*, 61, no. 6, p. 1895-1898.

Constable, S.C., Parker, R.L., & Constable, C.G., 1987. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, v. 52, no. 3, p. 289-300.

Cormen, H. T., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., and Stein, C., *Introduction to Algorithms*, Second Edition. MIT Press and McGraw-Hill, 2001

Curties, A. and A. Snieder, 1997. Reconditioning inverse problems using the genetic algorithm and revised parameterization. *Geophysics* 62, 1524-1532.

Dai, A. Vafidis and E.R. Kanasewich, 1995, "Wave propagation in heterogeneous porous media: A velocity-stress finite difference method", *Geophysics*, vol. 60, No. 2, pp. 327-340.

Deans, S. R. 1983. *The Radon transform and some of its applications*. N.Y. John Wiley and Sons.

Debski, W., 1997. The probabilistic formulation of the inverse theory with application to the selected seismological problems. PhD thesis, IGF PAN. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc.* B-19(293)

Degroot-Hedlin, C., Constable, S., 1990. Occam's inversion to generate smooth, two dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, v. 55, no. 12, p. 1613-1624.

Dijkstra, E. W., 1959, A note on two problems in connection with graphs: *Numer. Math.*, 1, p. 269-271.

Drakatos, G., D. Papanastasiou, N. Voulgaris, and G. Stavrakakis, 1998. Observation on the 3-D crustal velocity structure in the Kozani-Grevena (NW Greece) area. *J. Geodyn.* 26,341-351.

Drakatos, G., Karantonis, G., and Stavrakakis, G., 1997, P-wave crustal tomography of Greece with use of an accurate two - point ray tracer : *Annali di Geofisica*, XL, 25-36.

Dziewonski, A. M. 1984. Mapping the lower mantle: Determination of lateral heterogeneity in P velocity up to degree and order 6. *J. Geophys. Res.* 89, 5929-52.

Falls, S. D. 1993. Ultrasonic imaging and acoustic emission studies of microcrack development in Lac du Bonnet granite. Ph. D. Thesis, Queens University, Ontario, Canada.

Farquharson, C. G., and Oldenbourg, D. W., 2004. A comparison of automated techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems. *Geophys. J. Int.* 156, 411-425.

Friedel, M., M. J. Jackson, E. M. Williams, M. S. Olson, and E. Westman, 1996. Tomographic imaging of coal pillar conditions. Observations and implications. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.* 33, 279-290.

Golub, G.H., & Reinsch, C., 1970. Singular value decomposition and least squares solutions. *Handbook for automatic computation II, Linear algebra*, eds.: J. Wilkinson and Reinsch, Springer-Verlag.

Gordon, R., 1974, A tutorial on ART: *IEEE trans. Nucl. Sci.*, NS-21, p. 78-93.

Gubbins, D., 2001, Time series analysis and Inverse theory or Geophysicists. Lecture notes, University of Leeds, UK.

Hatton, L., Worthington, M.H., & Makin, J., 1986. *Seismic data processing: Theory and practice*. Blackwell Scientific Publications, 156-162.

Herman, G. T., Lent, A., Rowland, S. W., 1973, ART: Mathematics and applications: *J. Theor. Biol.*, 42, p. 1-32

Hobro, J. W. D., Singh, S. C., and Minshull, T. A. 2003. Three-dimensional tomographic inversion of combined reflection and refraction seismic traveltimes data. *Geophys. J. Int.*, 152:79-93.

Inman, J.R., 1975. Resistivity inversion with ridge regression. *Geophysics*, v. 40, no. 5, p. 798-817.

Iyer, H. and K. Hirihara, 1993. *Seismic Tomography. Theory and Practise*. London. Chapman and Hall.

Jansen, D. P. 1992. *Acoustic Tomographic Imaging of Solid Media*. Ph. D. Thesis. Queens University, Kingston Canada. Simultaneous velocity-anisotropy tomography.

Karato, S, 1993. Importance of anelasticity in the interpretation of seismic tomography. *Geophys. Res. Lett.* 20, 1623-1626.

Kassaras, I., Makropoulos, K., Bourova, E., Pedersen, H. & Hatzfeld, D., 2005. Upper mantle structure of the Aegean derived from two-station phase velocities of fundamental mode Rayleigh waves. *The South Aegean Active Volcanic Arc, Developments in Volcanology, Volume 7*, Hardbound, ISBN 0-444-52046-5, Imprint ELSEVIER: 19-45.

Kissling, E., Husen, S., and Haslinger, F. 2001. Model parameterization in seismic tomography: a choice of consequence for the solution quality. *Physics of the Earth and Planetary Interior*, 123:89–101.

Klimeš M. & Kvasnička M., 1994, Three dimensional network ray tracing: *Geoph. J. Int.*, 116, p. 726-738.

Knuth, D. E., 1973, *The Art of Computer Programming*, vol. I: *Fundamental Algorithms*, chapter 2, Addison-Wesley, second edition.

Koloski, J. W., Schwarz, S. D., Tubbs, D. W., 1989, *Geotechnical Properties of Geologic Materials: Engineering Geology in Washington*, Volume 1 ,Washington Division of Geology and Earth Resources Bulletin 78, 1989.

Lekkas, E., 2000, Microzoning Study of Ano Liosia Neogene Basin: Vol. IV, Geologic and Neotectonic Investigations. Technical Report, Ano Liosia Municipality, Athens, pp 91.

Lesur, V., 2001, Inverse theory handbook. Lecture notes, University of Leeds, UK.

Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain non linear problems in least squares. *Quart. Appl. Math.*, 164-168.

Loke, M. H. and Barker, R. D. 1996, Rapid least squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, 131-152.

Louis, F. I., 2004, A comparison of two inversion methods applied to a cross hole seismic data set in the urban complex of Ano Liosia basin. 1st International Conference, Advances in Mineral Resources Management and Environmental Geotechnology, 7 - 9 June 2004, Chania, Crete, Greece

Louis, F. I., Clark, R., Louis, I. F., and Makropoulos, C., 2005, Non destructive imaging of small size voids at Akrotiri archaeological site, Thera Island, Greece, by seismic inversion techniques. *Journal of Appl. Geophysics*, 57. 306-326.

Louis, F. I., Vafidis, A. P., and LOUIS, I. F., 2005, Constraining approaches in seismic tomography, *Research Journal of Chemistry and Environment Research Journal of Chemistry and Environment*, Volume 9, No. (4), December (2005)

Louis, I. F., Raftopoulos, D., Goulis, I., and Louis, F. I., 2002, Geophysical imaging of faults and fault zones in the urban complex of Ano Liosia Neogene Basin, Greece: Synthetic simulation approach and

field investigations, *Journal of Electrical and Electronic Engineering*, Special Issue, October 2002, 269-285.

Louis, I. F., Vafidis, P. A., Makropoulos, C., 1999, Determination of a 2D Velocity Macro-Model from Prestack Travel Time Inversion of a Marine Data Set in Ionian Sea, Greece, *Proceedings of the 61st EAGE International Conference and Technical Exhibition – Helsinki, Finland, 7 – 11 June 1999*

Louis, I.F., Makropoulos, C.C., 2001. Geophysical investigations at Akrotiri Archaeological site on Thera Island. Technical Report, Archaeological Society at Athens, Athens.

Louis, J., Katantonis, G., and Makropoulos, K.C. 1995. Tomographic Images of P-wave Velocity Distribution at the Central and Southern Aegean Sea Area, Greece. *Procc. Of the 1st Latino-American Geophysical Union Conference, Rio-de Janeiro, Brasil, 1083-1-86*

Louis, Ph., 2001, Cross-hole seismic tomography in prospecting for cavities at the Archaeological Excavation Area on Thira Island Greece, MSc thesis, University of Leeds, United Kingdom.

Marquardt, D.W., 1963. An algorithm for least squares estimation of non linear parameters. *Jour. Soc. Indust. Appl. Math.*, v. 11, no. 2, p. 431-441.

Mason, I. M., 1981, Algebraic reconstruction of a two-dimensional velocity inhomogeneity in the High Hazles seam of Thoresby colliery: *Geophysics* 46, p. 298.

Matarese, J.R., 1993. Non linear travel time tomography, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology (MIT).

Maxwell, S. C. and R. P. Young, 1992. Sequential velocity imaging and microseismic monitoring of mining induced stress change. *Pure Appl. Geophys.* 139, 421-447.

Meju, M.,A. 1994. Geophysical data analysis:Understanding inverse problem, theory and practice.Course note series, Vol. 6,Society of Exploration Geophysicists.

Meju, M.A., 1992. An effective ridge regression procedure for resistivity data inversion. *Comp. & Geosc.* V. 18, No. 2/3, p. 99-118.

Melis N.S. and Tselentis G-A., 1997: 3-D P-wave velocity structure in western Greece determined from tomography using; earthquake data recorded at the University of Patras Seismic Network. *PAGEOPH*, 152, 329-348.

Menke, W., 1989, Geophysical data analysis:Discrete Inverse theory.Academic Press

Michelena, R. J., 1993, Singular value decomposition for Cross-well tomography: *Geophysics*, 58,1655-1661.

Michelena, R.J., and Harris, J. M., 1991. Tomographic traveltime inversion using natural pixels. *Geophysics* 56,635-644.

Michelini, A, 1995, An adaptive-grid formalism for traveltime tomography, *Geophys. J. Int.* 121, 489-510

Michelini, A., 1993, Velocity model inversion using parametric curves, *Geophys. J. Int.* 115, 337- 343,.

Moore, E. H., 1920. On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bulletin of the American Mathematical Society*,394-395.

Mosergaard, K. and A. Tarantola 1995. Monte Carlo sampling of solutions to inverse problems. *J. Geophys. Res.* 100, 12431-12471.

Mosergaard, K., and Tarntola, A., 2002. Probabalistic approach to inverse problems. [www.ccr.jussieu.fr/tarantola](http://www.ccr.jussieu.fr/tarantola)

Munoz, G., and Rath, V.,2000, Beyond smooth inversion: the use of nullspace projection in MT, *Geophys. J. Int.* 142,

Nakanishi, I. and D. Anderson, 1982. World wide distribution of group velocity of Mantle Rayleigh waves as determined by spherical harmonic inversion. *Bull. Seismol. Soc. A.* 72, 1185-94.

Papazachos, C., Nolet, G., 1997a, Non-linear arrival tomography: *Annali di geophysica*, Vol XL, N. 1.

Papazachos, C. B., Hatzidimitriou, P. M., Panagiotopoulos, D. G., and Tsokas, G. N., 1995 : Tomography of the crust and upper mantle in Southeast Europe : *J. Geophys. Res.*, 100, (B7),12405 - 12422.

Parker, R., L.,1994, *Geophysical Inverse theory*, Princeton University Press.

Peiliang, X., 1998. Truncated SVD methods for discrete linear ill-posed problems.*Geophys. J. Int.* 135.505-514.

Penrose, R., 1955., A generalized inverse for matrices. *Proc. Cambridge. Philos. Soc.*, 406-413.

Per Christian Hansen, 1994 *Regularization Tools: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems*, *Numerical Algorithms* **6**, pp. 1-35.



Per Christian Hansen. 1990. Truncated singular value decomposition solutions to discrete ill posed problems with ill determined numerical rank. SIAM J. Sci. Comput. 11, 503-518.

Per Christian Hansen. 1992. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve. SIAM Review, 34(4):561-580.

Per Christian Hansen. 1998. Rank deficient and discrete ill posed problems. SIAM, Philadelphia.

Polymenakos, L, Papamarinopoulos, S, Miltiadou, A and N. Charkiolakis, 2005, Investigation of the foundations of a Byzantine church by three-dimensional seismic tomography, Journal of Applied Geophysics, Volume 57, Issue 2, , February, Pages 81-93.

Pratt, G., R., 1999, Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part1: Theory and verification in a physical scale model, GEOPHYSICS, 64, No3, p. 888-901.

Pratt, R. G., and Chapman, C. H., 1992, Traveltime tomography in anisotropic media: Application: Geophys. J. Intl., 109, 20-37

Press, W.H. Flannery, B.P. Teukolsky, S.A.. Vetterling, W.T, 1996 *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing* (Cambridge University Press,).

Reginska, T., 1996. A regularization parameter in discrete ill posed problems. SIAM J. Sci. Comput. 17, 740-749

Robert, C. P. and Casella. G., 1999. Monte carlo Statistical methods. Springer Verlag.

Roy, I.G., (1999). An efficient non-linear least-squares 1D inversion scheme for resistivity and IP sounding data. *Geoph. Prospecting*, V. 47, Issue 4, p. 527-550.

Sambridge, M. 1999. Geophysical inversion with a neighborhood algorithm – I. Searching a parameter space. *Geophys. J. Int.* 138, 479-494.

Sambridge, M., and O. Gudmundsson, 1998, Tomographic systems of equations with irregular cells, *J. Geophys. Res.* 103, 773-781,.

Scales, J., 1987, Tomographic inversion via the conjugate gradient method. *Geophysics*, 52,2179-185.

Snieder, R., and Trampert, J., 1999. Inverse problems in geophysics.in *Wavefield inversion*, Springer Verlag, p 199-190.

Soupios, P. M., Papazachos, C. B., Juhlin, C. and Tsokas, G. N., 2001, Nonlinear three-dimensional travelttime inversion of crosshole data with an application in the area of Middle Urals, *Geophysics*, 66, 627-636,.

Stork, C., 1992, Singular value decomposition of the velocity reflector depth tradeoff, Part 2:High resolution analysis of a generic model: *Geophysics*, 57, 933-343.

Tarantola, A. 1988. Theoretical background for the inversion of seismic waveforms including elasticity and attenuation. *Pure Appl. Geophys.* 128, 365-399.

Tarantola, A., 1987. Inverse problem theory.Methods for data fitting andmodel parameter estimation.Amsterdam.Elsevier

Thurber, C.H., and D. Eberhart-Phillips, 1999, Local earthquake tomography with flexible gridding, *Computers and Geosciences* 25, 809-818,.

Tikhonov, A. N., 1963, Regularization of ill-posed problems. *Doklay Akad. Nauk. SSSR*, 153, p. 1-6.

Tikhonov, A. N., Arsenin, V. Y., 1977, *Solution of ill-posed problems*, John Wiley and Sons. Inc.

Tikhonov, A. N., Glasko, V. B., 1965, Application of a regularization method to nonlinear problems: *J. Comp. Math. and Math. Phys.*, 5, no.3.

Tikhonov, A. N., Glasko, V. B., 1975, Application of a regularization method to geophysical interpretation problems, *Izv., Earth Physics*, no.1, p. 38-48, Translated by

Tselentis G-A and Athanasopoulos G., 1997: Assessment of elastic parameters from seismic tomography-Application at Athens Metro. *Proceedings, International Symposium on Engineering Geology and Environment. Athens June 23-27.*

Tselentis G-A and Piliuras N., 1996: Seismic Imaging of karst. In: *Environmental Problems in Coastal Regions*, Ferrante & Brebbia (Edts), Computational Mechanics Publications. 93-101.

Tselentis G-A. and Piliuras N., 1992: GEOSCAN- An algorithm for hard rock tomographic analysis. *Second Geotechnical Conference, Thessaloniki 21-23 Oct. Proc.. Vol 1. pp 285-290.*

Tselentis G-A., Kapotas S. and Martakis N., 2002. Hydrocarbon exploration with passive seismic tomography. *SEG, Huston, Sept. 2002*

Vafidis, F. Abramovici and E.R. Kanasewich, 1992, "Elastic wave propagation using fully vectorized high order finite differences", *Geophysics*, vol 57, , pp. 218-232.

Vafidis, Y. Louis and G. Karantonis, 2002, Ray and wave methods in complex geologic structures, *Journal of Balkan Geoph. Society*, , Vol. 5, No.2, pp. 57-64.

Van Avendonk H. J. A, Harding J. H., Orcutt J. A., Holbrook W. S., 2001, Hybrid shortest path and ray bending method for travelttime and raypath calculations: *Geophysics*, 66, no. 2, p. 648–653.

Vasco, D. W. 1997. Groups, algebras and the non linearity of geophysical inverse problems. *Geophys. J. Int.* 131, 9-23.

Vasco, D. W., J. E. Peterson, and E. L. Majer, 1998. Resolving seismic anisotropy. Sparse matrix methods for geophysical inverse problems. *Geophysics* 63, 970-983.

Vesnaver, A., 1994, Towards the uniqueness of tomographic inversion solutions: *J. of Seismic Explor.*, 3: 323-334.

Vesnaver, A., 1996, Irregular grids in seismic tomography and minimum time ray tracing. *Geophys. J. Int.* 126, 147-165

Vesnaver, A., 1996, Ray tracing based on Fermat's principle in irregular grids: *Geophysical Prospecting*, 44, p. 741-760.

Vesnaver, A., 1996, The contribution of reflected, refracted and transmitted waves to seismic tomography: A tutorial: *First Break*, 14, 159-168.

Vesnaver, A., and Böhm, G., 2000, Staggered or adapted grids for seismic tomography?: *The Leading Edge*, 19, 944–950.

Vidale, J. E., 1990, Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions: *Geophysics*, 55, no. 5, p. 521–526.

Vidale, J., 1988, Finite-difference calculation of travel times: *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, p. 2062–2076.

Virieux, J., A. Tselentis, M. Sachpazi, A. Sotiriou, A. Deschamps, S. Gaffet, C. Skarpelos, D. Latorre, A. Serpetsidaki, A. Herrero. 2003, “ A passive tomographic experiment around Aigion fault (Gulf of Corinth/Greece) for 3D local velocity structure”, XXVIII General Assembly of the European Geophysical Society.

Vogel, C, R.,1996. Non convergnace of the L-curve regularization parameter selection method.*Inverse Prob.* 12.535-547.

Vogel, C, R.,2002. Regularization Methods, An Applied Mathematician’s Perspective. SAMSI Opening Workshop Montana State University, Department of Mathematical Sciences. p.1/33

Voulgaris, N., Drakatos, G., Makropoulos, K.C., Drakopoulos, J., 1994. 3-D velocity structure in northern Peloponessus (Greece) from inversion of focal earthquake arrival times, *Proc. ESC XXIV General Assembly*, Athens, 730-738.

Weber, Z., 2001, Optimizing model parametrization in 2D linearized seismic traveltime tomography. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 124,33-43.

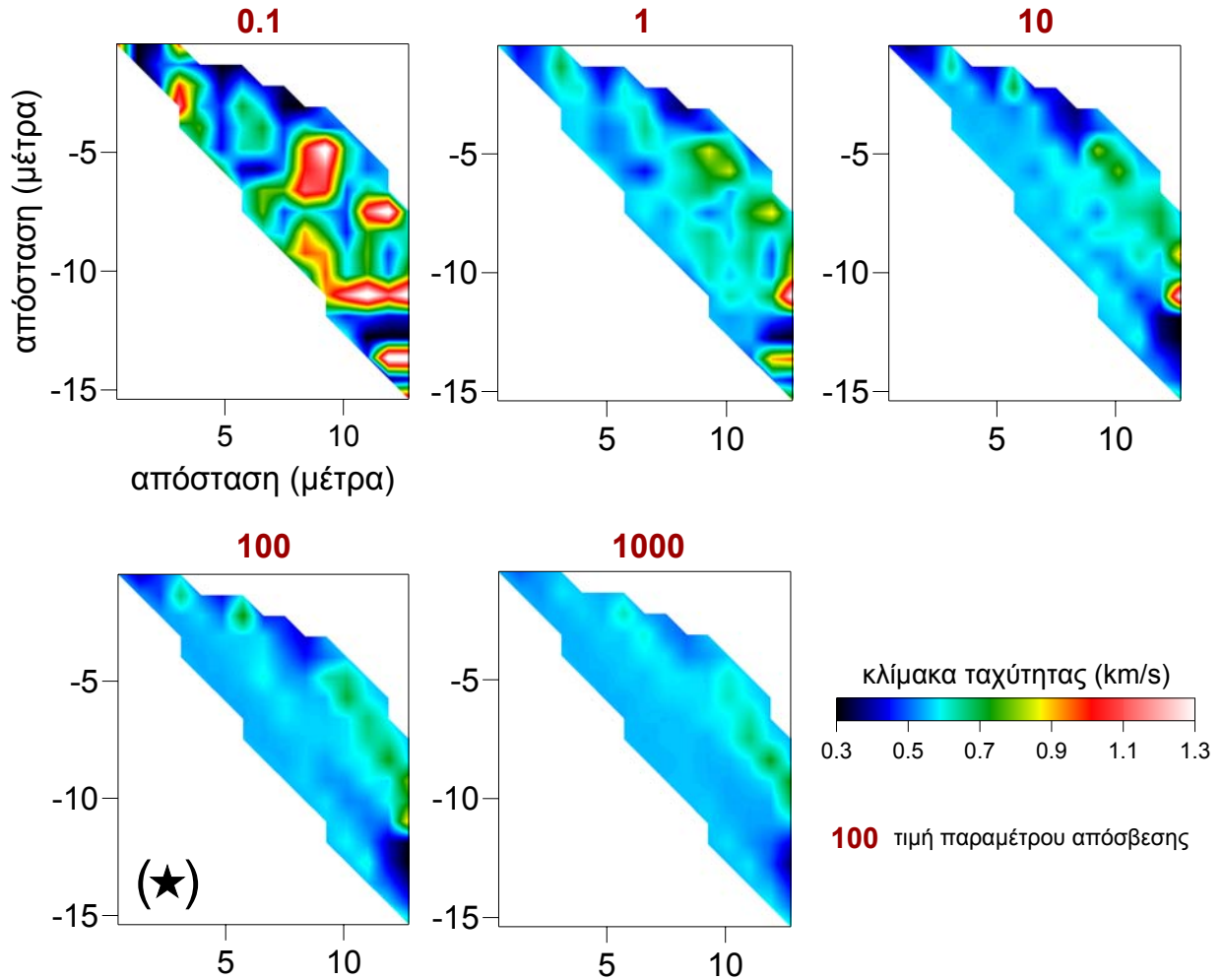
Zelt, C. A. and Smith, R. B. 1992. Seismic Traveltime Inversion for 2-D Crustal Velocity Structure. *Geophys. J. Int.*, 108(1):16–34.

Zhou, H., 2003. Multiscale traveltime tomography, *Geophysics*, 68, 1639–1649.

Zhou, H., Mendoza, J. A., Link, C. A., Jech, J., and McDonald, J. A., 1993, Crosswell imaging in a shallow unconsolidated reservoir: The Leading Edge, 12, 32–36.

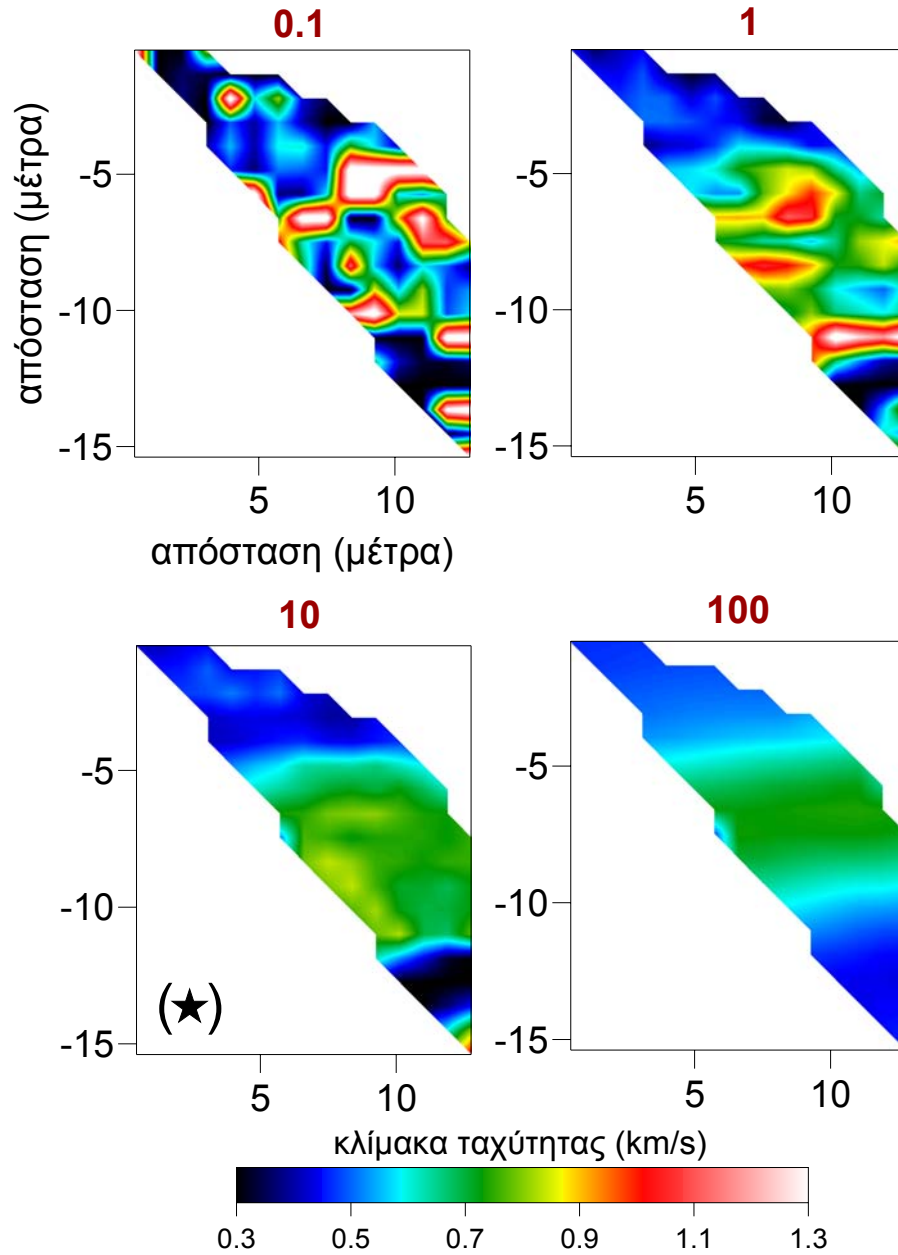
## ***ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α***

Σεισμικά τομογράμματα από το πείραμα VSP του φρέατος F22 στον Αρχαιολογικό χώρο του Ακρωτηρίου Θήρας.



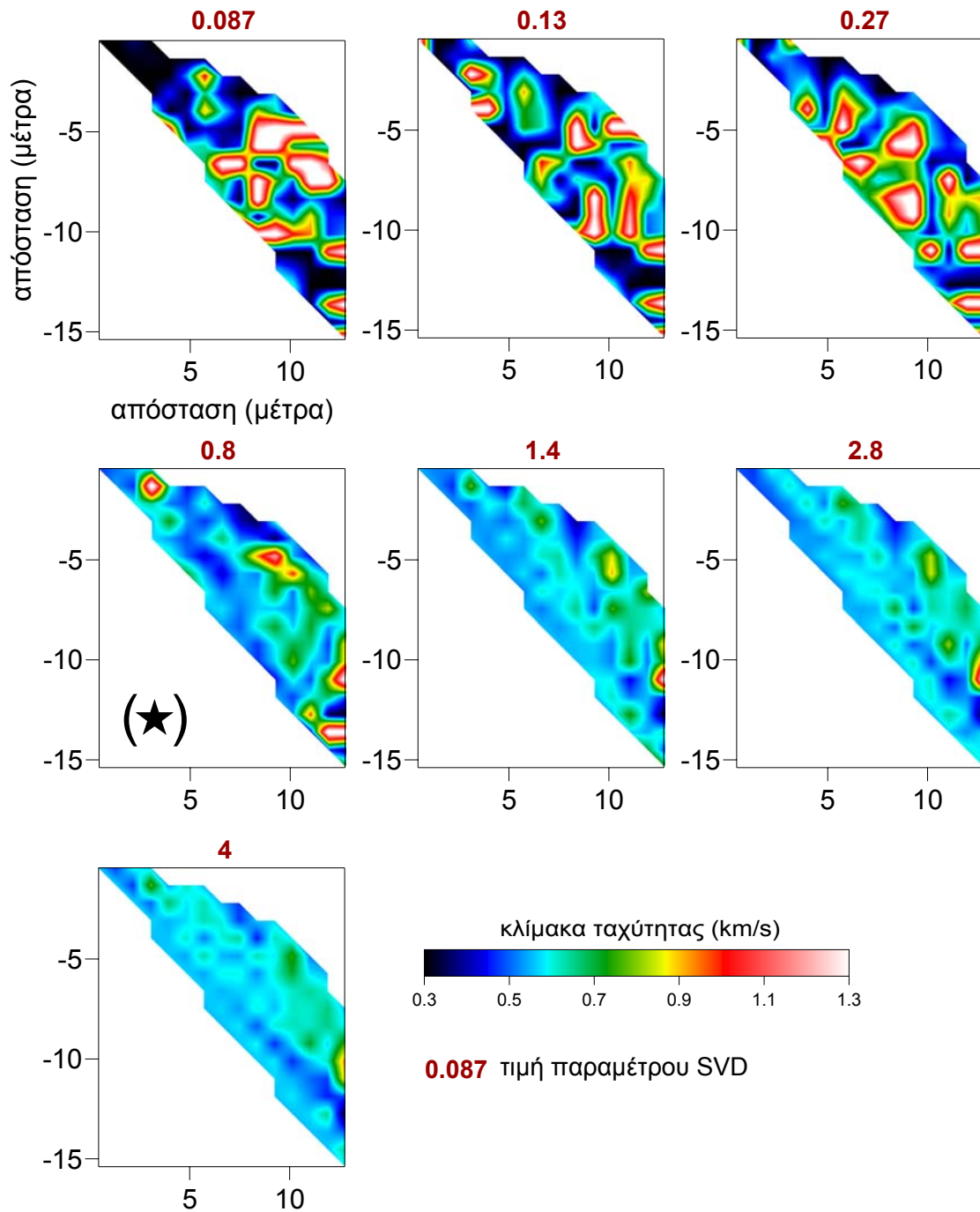
Σεισμικά τομογράμματα VSP του φρέατος F22 για επιλεγμένες τιμές του παράγοντα απόσβεσης. Το μοντέλο που ικανοποιεί το κριτήριο σύγκλισης υποδεικνύεται με αστερίσκο (\*).



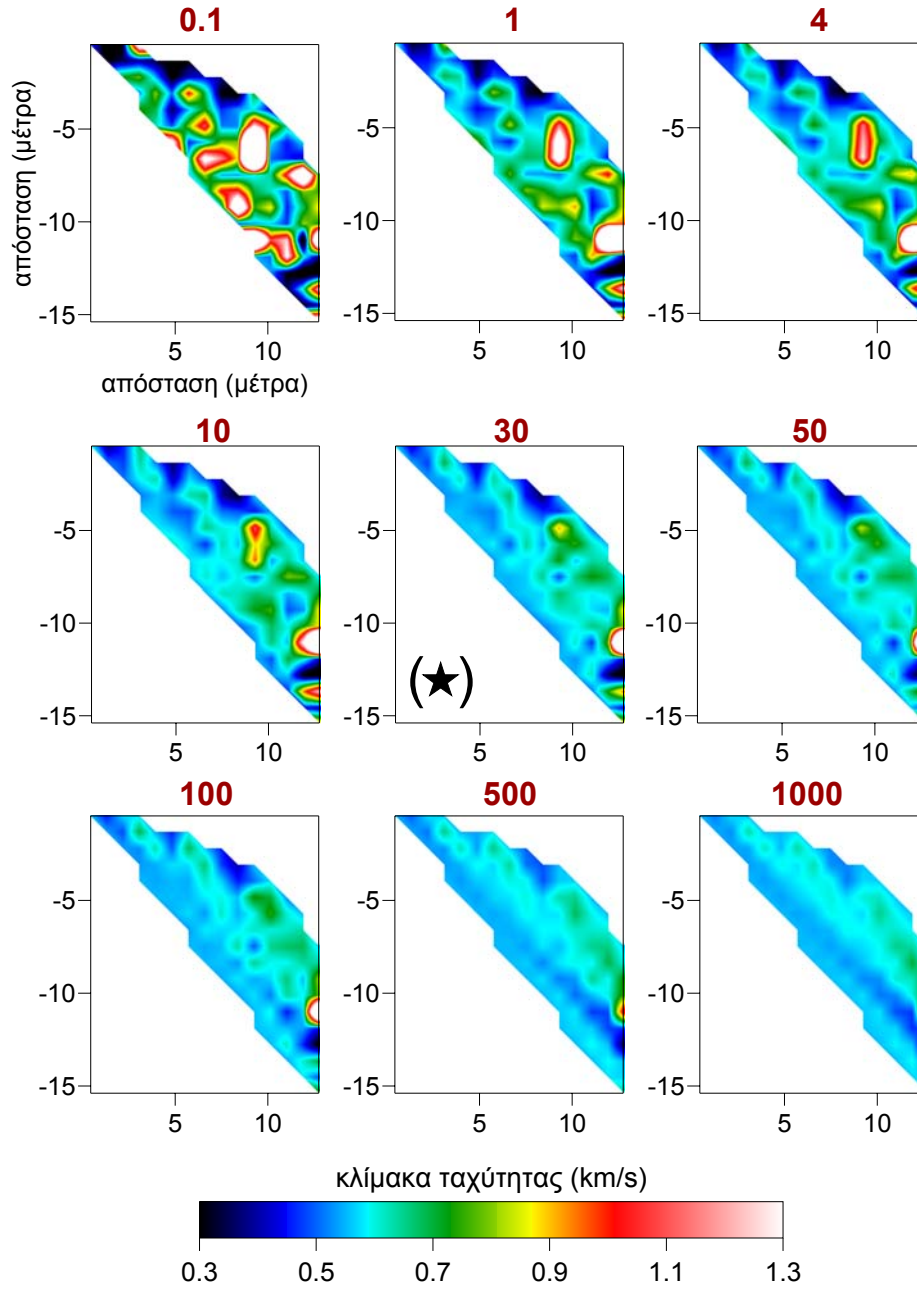


**10** τιμή παραμέτρου εξομάλυνσης

Σεισμικά τομογράμματα VSP του φρέατος F22 για επιλεγμένες τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης. Το μοντέλο που ικανοποιεί το κριτήριο σύγκλισης υποδεικνύεται με αστερίσκο (\*).



Σεισμικά τομογράμματα VSP του φρέατος F22 για επιλεγμένες τιμές αποκοπής  
ιδιαζουσών τιμών. Το μοντέλο που ικανοποιεί το κριτήριο σύγκλισης  
υποδεικνύεται με αστερίσκο (\*).

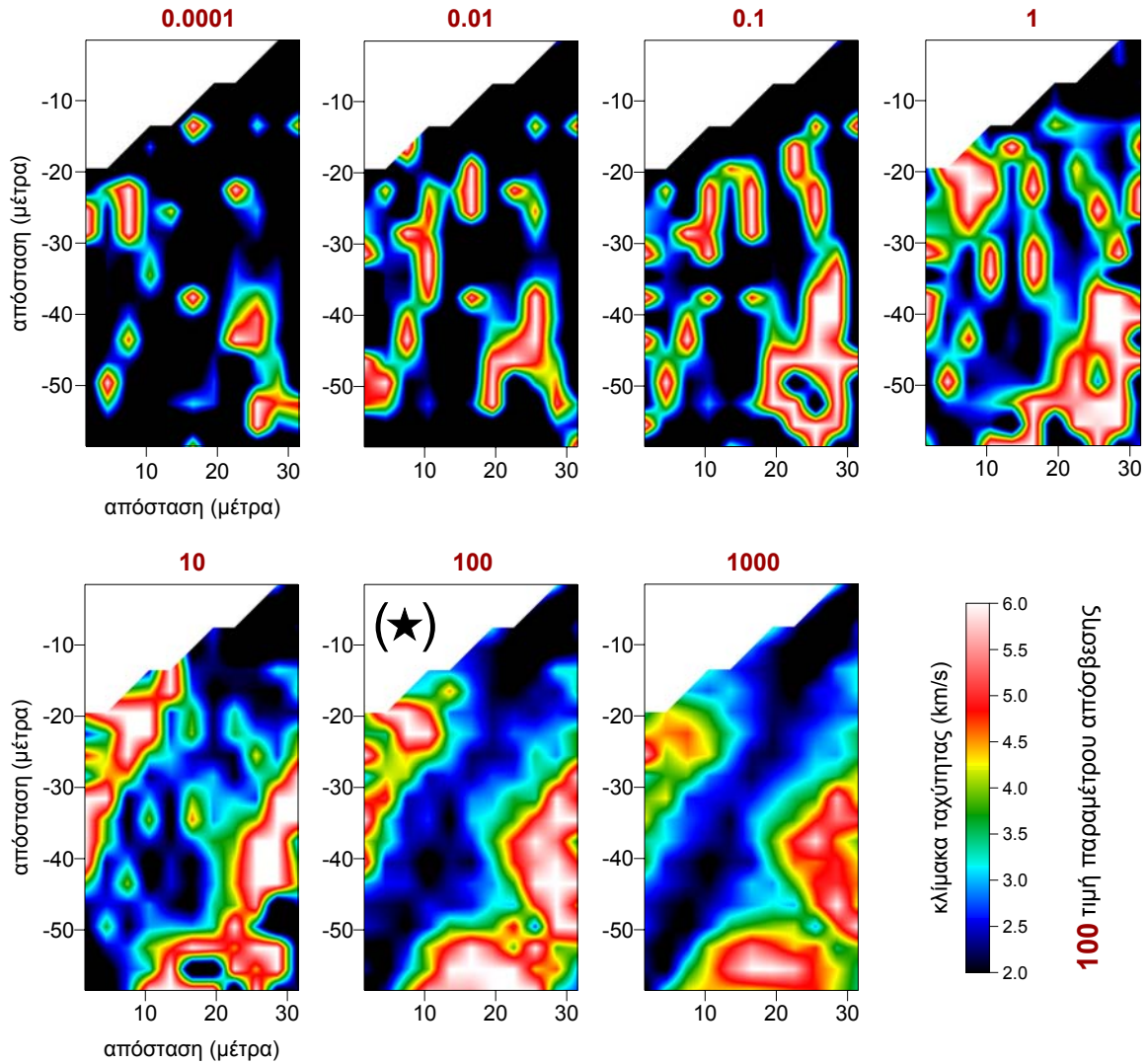


**100** τιμή παραμέτρου Τikhonov

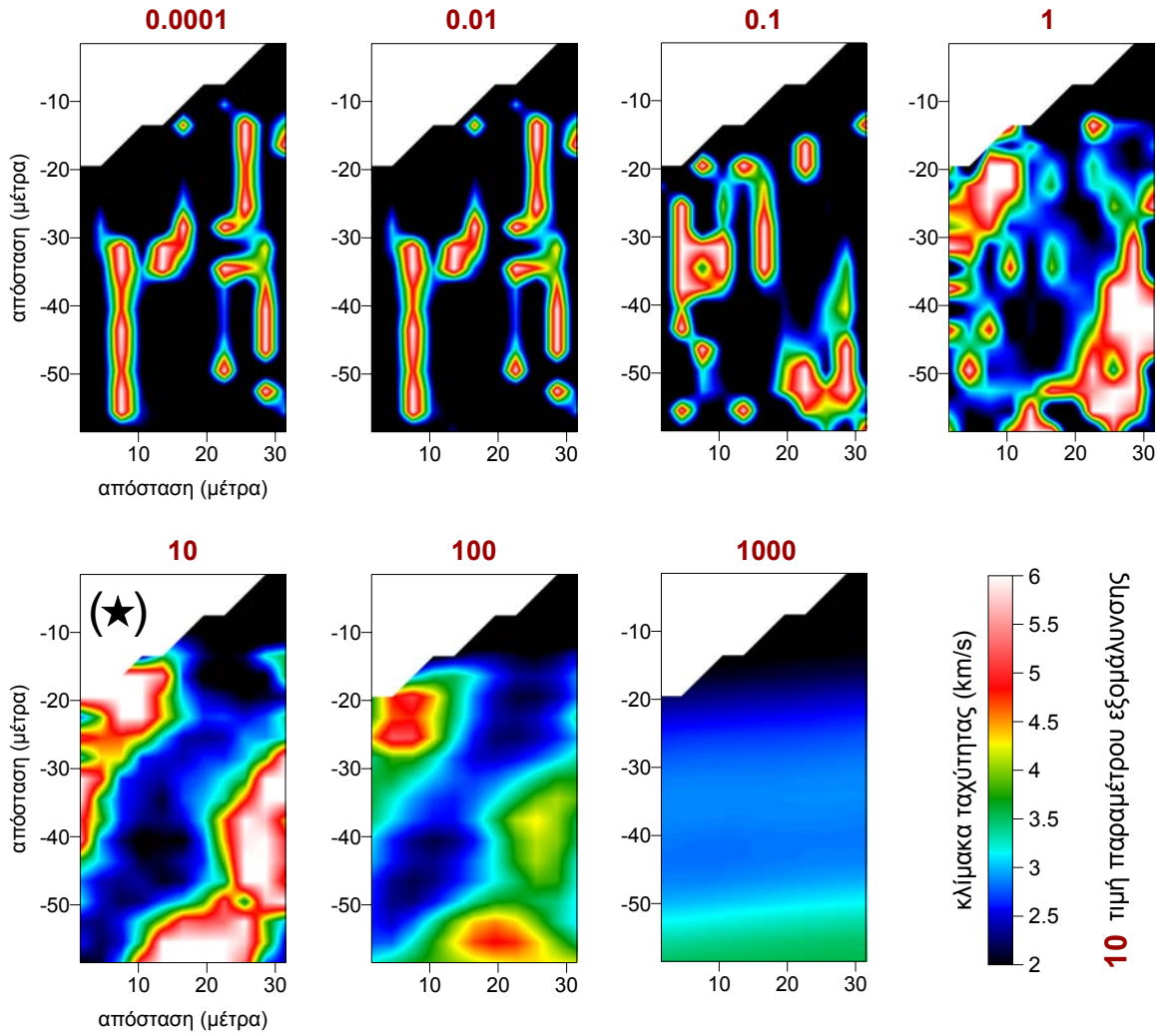
Σεισμικά τομογράμματα VSP του φρέατος F22 για επιλεγμένες τιμές του παράγοντα Τikhonov. Το μοντέλο που ικανοποιεί το κριτήριο σύγκλισης υποδεικνύεται με αστερίσκο (\*).

## ***ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β***

Σεισμικά τομογράμματα από το πείραμα σεισμικής τομογραφίας cross-hole στην οικιστική περιοχή του Δήμου Άνω Λιοσίων.

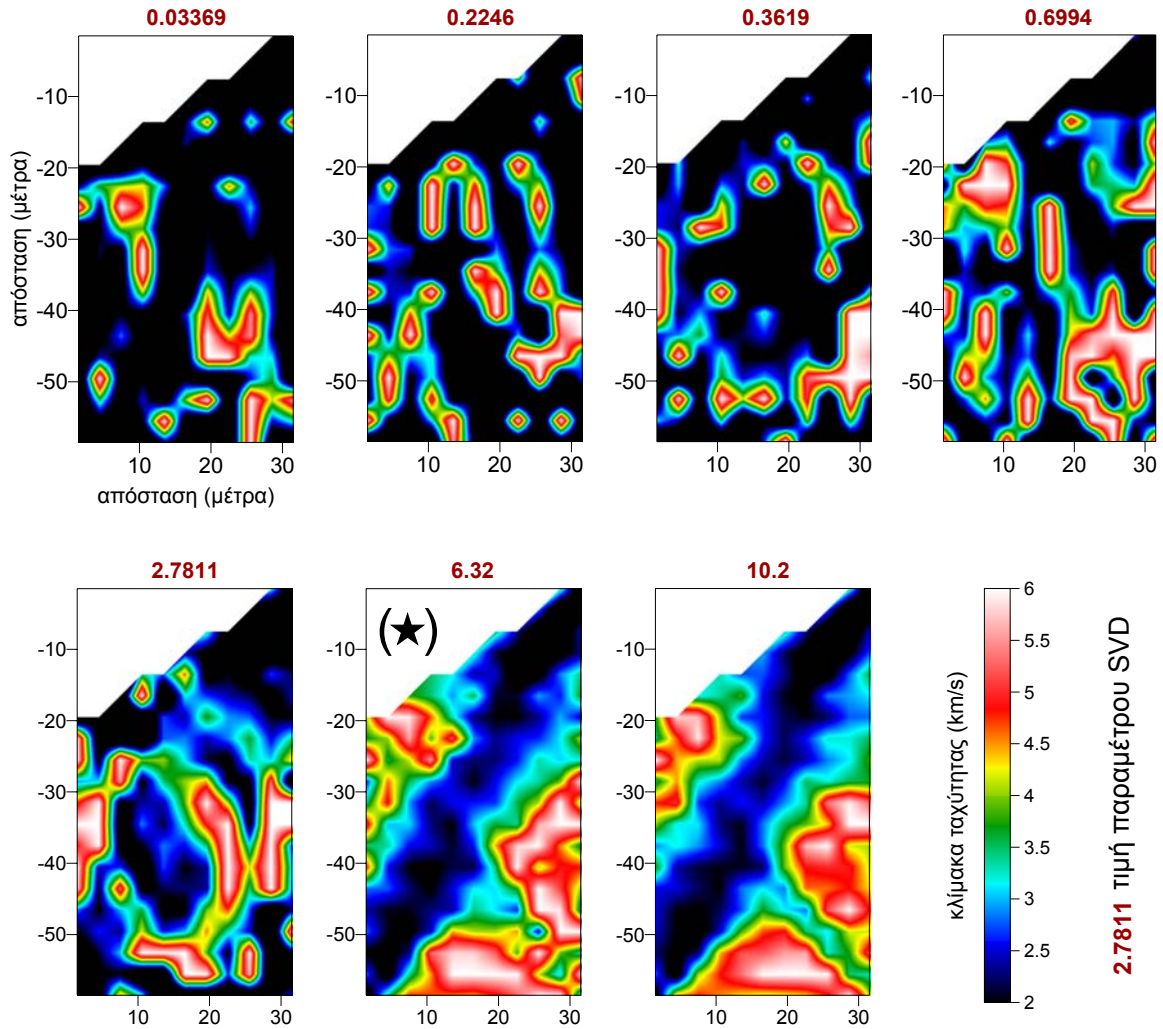


Σεισμικά τομογράμματα cross-hole από το πείραμα στη θέση CH-1 για επιλεγμένες τιμές του παράγοντα απόσβεσης. Το μοντέλο που ικανοποιεί το κριτήριο σύγκλισης υποδεικνύεται με αστερίσκο (\*).

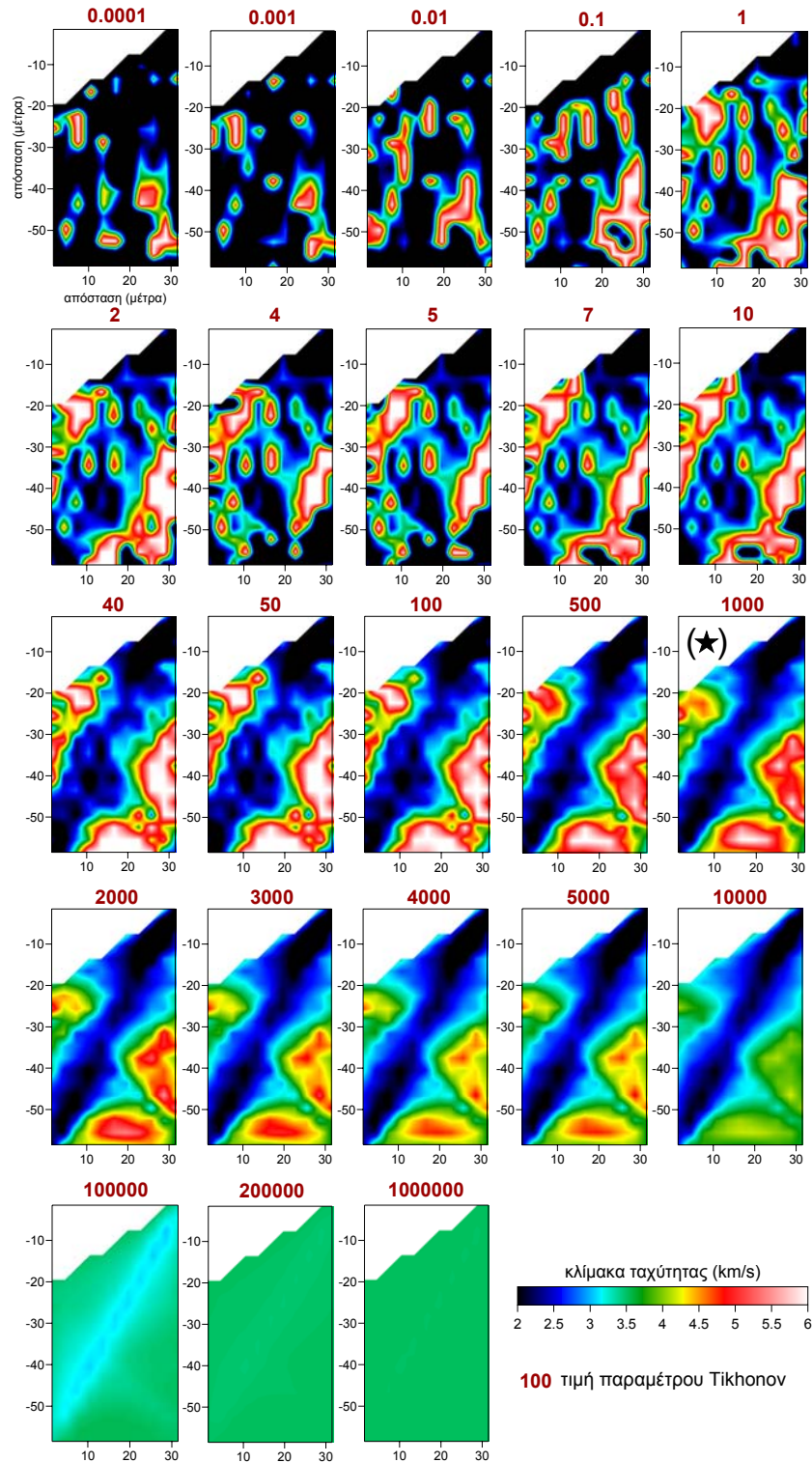


Σεισμικά τομογράμματα cross-hole από το πείραμα στη θέση CH-1 για επιλεγμένες τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης. Το μοντέλο που ικανοποιεί το κριτήριο σύγκλισης υποδεικνύεται με αστερίσκο (\*).





Σεισμικά τομογράμματα cross-hole από το πείραμα στη θέση CH-1 για επιλεγμένες τιμές αποκοπής ιδιαζουσών τιμών. Το μοντέλο που ικανοποιεί το κριτήριο σύγκλισης υποδεικνύεται με αστερίσκο (\*).



Σεισμικά τομογράμματα cross-hole από το πείραμα στη θέση CH-1 για επιλεγμένες τιμές του παράγοντα Τίχονοφ. Το μοντέλο που ικανοποιεί το κριτήριο σύγκλισης υποδεικνύεται με αστερίσκο (\*).