

# ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

## ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ ΑΝΟΙΚΤΑ ΒΙΒΛΙΑ

#### ΟΜΑΔΑ Α

##### 1<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ

2,5 Μονάδες

Μελετήστε την ροή όπου η κίνηση του τυχόντος σωματιδίου  $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  δίνεται από τις σχέσεις:

$$(x_1)^2 = -t^2 + \xi_1^2 \quad (I\alpha)$$

$$x_2 = \sqrt{t^2 + \xi_2^2}, \quad (I\beta)$$

$$x_3 = \xi_3 \quad (I\gamma)$$

όπου  $t$  είναι ο χρόνος και για τις ανεξάρτητες χωρικές μεταβλητές ακολουθούνται οι συμβάσεις του βιβλίου «Ρευστομηχανική»: οι συντεταγμένες  $x_1, x_2, x_3$  αντιστοιχούν στις συντεταγμένες  $x, y, z$ . Προφανώς  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  είναι οι συντεταγμένες τυχόντος σωματιδίου την χρονική στιγμή  $t=0$

α) Κατά την γνώμη σας η ροή είναι μονοδιάστατη, δισδιάστατη ή τρισδιάστατη;

β) Προσδιορίστε την εξίσωση των τροχιών (σε μορφή στην οποία να μην υπεισέρχεται ο χρόνος)

γ) Κατά την γνώμη σας οι καμπύλες των τροχιών είναι:

- δ1) Παραβολές
- δ2) Υπερβολές
- δ3) Ελλείψεις
- δ4) Κύκλοι
- δ5) Ημιτονοειδείς συναρτήσεις
- δ6) Εκθετικές συναρτήσεις
- δ7) Έχουν άλλη μορφή

Αιτιολογείστε σύντομα την απάντησή σας.

δ) Έστω σωματίδιο το οποίο στο χρονικό σημείο  $t=0$  βρισκόταν στην θέση  $\xi_1 = \sqrt{2}$ ,  $\xi_2 = \sqrt{2}$ ,  $\xi_3 = 0$  (και προφανώς η κίνηση του οποίου περιγράφεται από τις εξισώσεις (Iα), (Iβ) και (Iγ))

δ1) Σχεδιάστε την τροχιά του συγκεκριμένου σωματιδίου (Πάρτε υπόψη την απάντησή σας στο ερώτημα β)

δ2α) Κατά την γνώμη σας το συγκεκριμένο σωματίδιο θα διέλθει κάποια χρονική στιγμή από το σημείο  $\Pi_1$  με συντεταγμένες  $x_1 = \sqrt{2}$ ,  $x_2 = 4$ ;

δ2α) Κατά την γνώμη σας το συγκεκριμένο σωματίδιο θα διέλθει κάποια χρονική στιγμή από το σημείο  $\Pi_1$  με συντεταγμένες  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 4$ ;

## 2<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ

(3,0) Μονάδες)

Εξετάζουμε ροή γύρω από επίπεδη πλάκα. Η ροή είναι ασυμπίεστη, μόνιμη, η πίεση σταθερή και οι εξωτερικές δυνάμεις αμελητέες.

Πάνω από την πλάκα σχηματίζεται οριακή στιβάδα πάχους  $\Delta$ . (Όπως αναφέρθηκε στην παράδοση το πάχος της οριακής στιβάδας αυξάνει από τα ανάντη στα κατόντη).

Θεωρούμε ότι ο άξονας των  $x$  συμπίπτει με την επιφάνεια της πλάκας, ο άξονας των  $y$  είναι κάθετος στην επιφάνεια της πλάκας. Η αρχή των συντεταγμένων συμπίπτει με την ανάντη ακμή της πλάκας

Στο εξωτερικό της οριακής στιβάδας το πεδίο ταχυτήτων είναι μονοδιάστατο, ομοιόμορφο και παράλληλο προς τον άξονα της πλάκας, ισχύουν δηλαδή οι σχέσεις  $u_x = U_\infty$ ,  $u_y = u_z = 0$ , όπου ο όρος  $U_\infty$  είναι ανεξάρτητος από τον χώρο και τον χρόνο.

Όπως δείξαμε στην παράδοση για την περιοχή στην οποία η οριακή στιβάδα είναι στρωτή, οι εξισώσεις Navier-Stokes μπορούν να γραφούν στην παρακάτω μορφή:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \quad (2-1)$$

όπου  $u_x$  και  $u_y$  είναι οι συνιστώσες του πεδίου των ταχυτήτων κατά τις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  αντίστοιχα, ενώ  $\nu$  είναι το κινηματικό ιξώδες.

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

2<sup>α</sup>) Για ποιον λόγο στην παραπάνω εξίσωση (2-1) ενώ ισχύει η σχέση  $u_x \gg u_y$ , ο

όρος  $u_y \frac{\partial u_x}{\partial y}$  δεν είναι αμελητέος.

(2<sup>β</sup>) Για ποιον λόγο η παραπάνω εξίσωση (2-1) δεν ισχύει στην περιοχή στην οποία η ροή είναι τυρβώδης

2γ) Εξετάζουμε το πρόβλημα το οποίο περιγράψαμε παραπάνω για την περίπτωση κατά την οποία  $U_{\infty} = 2m/s$ , το κινηματικό ιξώδες του ρευστού είναι ίσο με  $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5} m/s$ , το μήκος της πλάκας είναι 300m και ότι για τις συγκεκριμένες συνθήκες έχουμε η μετάπτωση από στρωτή ροή σε τυρβώδη λαμβάνει χώρα αν  $(Re)_x > 5 \cdot 10^5$ , όπου ο αριθμός  $(Re)_x$  ορίζεται από την σχέση:

$$(Re)_x = \frac{U_{\infty} x}{\nu}.$$

Απαντήστε στα εξής ερωτήματα:

2γ1) Σε ποια απόσταση από την ακμή της πλάκας λαμβάνει χώρα η μετάβαση από την στρωτή οριακή στιβάδα στην τυρβώδη οριακή στιβάδα;

2γ2) Πόσο είναι το πάχος της οριακής στιβάδας στο σημείο της μετάβασης; Αιτιολογείστε την επιλογή όλων των παραμέτρων των απαραίτητων για τους υπολογισμούς σας.

### **3<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ**

(2,5 Μονάδες)

Στα σχήματα 9.1.1 και 9.1.2 του βιβλίου Ρευστομηχανική του κ. Κωτσοβίνου, δίνονται τιμές του συντελεστή αντίστασης  $C_D$  σε συνάρτηση του αριθμού Reynolds

3.1 Κατά την γνώμη σας για ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις τα σχήματα αυτά δίνουν επαρκείς πληροφορίες για τον προσδιορισμό του συντελεστή  $C_D$

3.1.1 Ροή νερού γύρω από αντικείμενο το οποίο βρίσκεται εξ ολοκλήρου κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας

3.1.2 Ροή νερού γύρω από αντικείμενο το οποίο επιπλέει στην θάλασσα)

3.1.3 Αεροδυναμική συμπεριφορά αεροπλάνου το οποίο πετάει με υπερηχητική ταχύτητα

3.1.4 Αεροδυναμική συμπεριφορά αεροπλάνου το οποίο πετάει με ταχύτητα η οποία αντιστοιχεί σε ένα αριθμό Mach ίσο με 0,1

Αιτιολογείστε σύντομα την απάντησή σας. Σε περίπτωση αρνητικής απάντησης (ατά την οποίαν πιστεύετε ότι τα σχήματα 9.1.1 και 9.1.2 δεν δίνουν επαρκείς πληροφορίες) προσδιορίστε από ποιον άλλον αδιάστατο αριθμό (εκτός από τον αριθμό Reynolds) εξαρτάται το φαινόμενο και ο συντελεστής  $C_D$ .

3.2 Πως ορίζεται ο συντελεστής  $C_D$ ; Ο συντελεστής αυτός χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό ποιο φυσικού μεγέθους;

3.3 Πως εξηγείτε το γεγονός ότι για ίδιες τιμές του αριθμού Reynolds, ο ο συντελεστής  $C_D$  έχει μικρότερες τιμές για ροή γύρω από σχήμα με αεροδυναμική μορφή απ' ότι για την περίπτωση σφαίρας;

3.4 Χρησιμοποιώντας τα προαναφερθέντα σχήματα θεωρώντας ότι  $Re = 10^4$ , εκτιμείστε την τιμή του  $C_D$  για ροή γύρω από σφαίρα και για ροή γύρω από συμμετρικό σχήμα αεροδυναμικής μορφής

**Μετά την διάρκεια του τμήματος της εξέτασης (εξέταση με ανοικτά βιβλία) στο οποίο θα επιτρέπεται η χρήση βοηθημάτων, θα ακολουθήσει, τμήμα της εξέτασης (εξέταση με κλειστά βιβλία), κατά την οποία δεν θα επιτραπεί χρήση άλλων βοηθημάτων εκτός από αυτά που θα μοιραστούν. Μπορείτε να κρατήσετε τις παρούσες εκφωνήσεις και να συνεχίσετε την επεξεργασία των ασκήσεων κατά το δεύτερο μέρος της εξέτασης, χωρίς όμως την χρήση βοηθημάτων.**

**Η ΣΑΦΗΝΕΙΑ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΜΙΑ ΤΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ ΘΑ ΣΥΝΕΚΤΙΜΗΘΟΥΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΓΡΑΠΤΩΝ**