

# ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΡΥΠΩΝ

## 1<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ (1 Μονάδα)

Αναφέρατε έναν λόγο για τον οποίο οι «άμεσες μέθοδοι» επίλυσης συστημάτων γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων (π.χ. ) παρουσιάζουν συχνά προβλήματα όσο αφορά την επίλυση συστημάτων τα οποία προκύπτουν από την διακριτοποίηση διαφορικών εξισώσεων σχετικές με το αντικείμενο της παράδοσης (περιγράφουν ροές, φαινόμενα μεταφοράς ρύπων, μεταφορά θερμότητας κλπ.)

Αναφέρατε την ονομασία μίας «έμμεσης μεθόδου» επίλυσης

## **2<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ** (2,5 Μονάδες)

Για την επίλυση της εξίσωσης «καθαρής συναγωγής» (εξίσωση (I), βλέπε το προηγούμενο θέμα) διακριτοποιούμε τον εξεταζόμενο χώρο με την βοήθεια κανάβου, τα σημεία του οποίου έχουν σταθερή απόσταση, ίση με  $\Delta x$ , και τον χρόνο με χρονικά βήματα σταθερού μεγέθους  $\Delta t$ .

Θεωρούμε το πεδίο ταχυτήτων σταθερό  $u$ =σταθερά και χρησιμοποιούμε τον κλασικό ορισμό του αριθμού Courant

$$Cr = \frac{u(\Delta t)}{\Delta x}$$

Στο πρόβλημα που εξετάζουμε η αρχική κατανομή της συγκέντρωσης είχε μορφή ισοσκελούς τριγώνου.

Επιλέγουμε διαδοχικά τρεις τιμές για τον αριθμό Courant

- A)  $Cr=0.5$
- B)  $Cr=1.0$
- Γ)  $Cr=2.0$

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων παίρνουν τις παρακάτω μορφές (όχι απαραίτητα με την ίδια σειρά)

- α) Το προφίλ της συγκέντρωσης υπόκειται σε ακανόνιστες ταλαντώσεις και η μορφή του μεταβάλλεται χασοτικά
- β) Το προφίλ της συγκέντρωσης διατηρεί το αρχικό τριγωνικό του σχήμα, και απλώς μετατοπίζεται (η απόσταση μεγαλώνει με την πάροδο του χρόνου)
- γ) Το προφίλ της συγκέντρωσης «απλώνεται» αλλά και μετατοπίζεται (η απόσταση μεγαλώνει με την πάροδο του χρόνου)

Συνδυάστε τις επιλογές του αριθμού Courant A), B) ,Γ) με τις χαρακτηριστικές μορφές του πεδίου συγκέντρωσης α), β) και γ).

Ποια από τις τρεις περιπτώσεις α) β) ή γ) αντιστοιχεί με την ακριβή λύση της (I);

### 3<sup>ο</sup> Θέμα 1,5 Μονάδα

Στην παράδοση είχε παρουσιαστεί η μέθοδος Random-Walk, η οποία συνδέει τη μετακίνηση ιδεατών σωματιδίων (σύμφωνα με ειδικούς ειδικούς κανόνες) με την λύση της εξίσωσης μεταφοράς-διασποράς (ή συναγωγής-διάχυσης).

Κατά την γνώμη σας ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς:

- -Η μέθοδος Random-Walk απαιτεί την διαχείριση και τον υπολογισμό της κίνησης ενός μεγάλου αριθμού ιδεατών σωματιδίων.
- -Η λύση της παραπάνω εξίσωσης με τη μέθοδο Random-Walk παρουσιάζει αυξημένη «αριθμητική διασπορά» σε σχέση με την τις συμβατικές μεθόδους των πεπερασμένων στοιχείων και των όγκων ελέγχου
- -Η μέθοδος Random-Walk απαιτεί την επίλυση μεγάλων συστημάτων εξισώσεων γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων .
- -Η προσομοίωση του μηχανισμού μεταφοράς (advection) {ή ισοδύναμα του μηχανισμού συναγωγής -convection- }είναι συνδεδεμένη με στοχαστική μεθοδολογία προσομοίωσης αλλά όχι ή προσομοίωση του μηχανισμού διασποράς (dispersion)
- -Η προσομοίωση του μηχανισμού διασποράς (dispersion) είναι συνδεδεμένη με στοχαστική μεθοδολογία προσομοίωσης αλλά όχι ή προσομοίωση του μηχανισμού μεταφοράς (advection)
- -Η προσομοίωση και των δυο μηχανισμών είναι συνδεδεμένη με στοχαστική μεθοδολογία προσομοίωσης
- -Η προσομοίωση κανενός από τους δύο μηχανισμούς δεν είναι συνδεδεμένη με στοχαστική μεθοδολογία προσομοίωσης

Μία αιτιολόγηση των απαντήσεων σας δεν είναι απαραίτητη

### 4<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ (1,5 Μονάδες)

Για την επίλυση της εξίσωσης συναγωγής- διάχυσης (ή μεταφοράς-διασποράς)με ντετερμινιστικές μεθόδους και πιο συγκεκριμένα για την διακριτοποίηση του όρου της συναγωγής (ή μεταφοράς), προτείνεται η χρήση των ανάντη διαφορών ή των κεντρικών διαφορών

Σαν εργαλείο το οποίο θα διευκολύνει την επιλογή προτείνεται ο «τοπικός αριθμός Peclet” ο ορισμός του οποίου είναι ο εξής:

$$(Pe)_c = \frac{u(\Delta x)}{D}$$

όπου u η ταχύτητα, Δx η απόσταση μεταξύ δύο σημείων της κανάβου, και D ο συντελεστής διάχυσης ή διασποράς.

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής;

- A)  $An (Pe)_c < 0.5$  είναι καλό να επιλέξουμε μία διακριτοποίηση με το σχήμα των ανάντη διαφορών  
B)  $An (Pe)_c > 0.5$  είναι καλό να επιλέξουμε μία διακριτοποίηση με το σχήμα των ανάντη διαφορών  
Γ)  $An (Pe)_c < 2$  είναι καλό να επιλέξουμε μία διακριτοποίηση με το σχήμα των ανάντη διαφορών  
Δ)  $An (Pe)_c > \bar{2}$  είναι καλό να επιλέξουμε μία διακριτοποίηση με το σχήμα των ανάντη διαφορών

Μπορείτε να δώσετε μία ερμηνεία για την απάντησή σας;

### 5<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ (1 Μονάδα)

Κατά τη μέθοδο SIMPLE επιλύονται οι εξισώσεις Navier-Stokes με μία επαναληπτική διαδικασία, κατά την οποία σε κάθε βήμα θεωρείται σαν άγνωστος μόνο ένα από τα ζητούμενα μεγέθη του προβλήματος.

Κατά την γνώμη σας ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής;

- A) Για να προσδιορίσουμε την πίεση P χρησιμοποιούμε την εξίσωση Navier-Stokes ως προς x  
B) Για να προσδιορίσουμε την πίεση P χρησιμοποιούμε την εξίσωση Navier-Stokes ως προς y  
Γ) Για να προσδιορίσουμε την πίεση P χρησιμοποιούμε την εξίσωση Navier-Stokes ως προς yz  
Δ) Για να προσδιορίσουμε την πίεση P χρησιμοποιούμε την εξίσωση της συνέχειας  
E) Καμία από τις παραπάνω προτάσεις δεν είναι αληθής

Μία αιτιολόγηση της απάντησής σας δεν είναι αναγκαία

### 6<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ (2,5 Μονάδες)

Κατά τη μέθοδο SIMPLE για να λύσουμε τις εξισώσεις Navier-Stokes χρησιμοποιούμε την αναλογία με ποια από τις παρακάτω εξισώσεις

- Την εξίσωση της καθαρής συναγωγής
- Την εξίσωση της θερμότητας
- Την εξίσωση της συναγωγής-διασποράς (ή ισοδύναμα την εξίσωση μεταφοράς-διασποράς)
- Την εξίσωση Boussinesq

Μπορείτε να αιτιολογήσετε την απάντησή σας;